



DAN ȘTEFĂNESCU
MIRCEA MARINESCU
IOAN GANEȚA

Seria Termo-Frig

EDITURA TEHNICA

TERMOGAZODINAMICA TEHNICA

Dan Ștefănescu

Mircea Marinescu

Ioan Ganea

TERMOGAZODINAMICA TEHNICĂ



EDITURA TEHNICĂ

BUCUREȘTI, 1986

PREFATĂ

Nivelul tehnic de realizare a mașinilor și instalațiilor termice de performanță din ultimii ani a impus lărgirea sferei aplicațiilor ingineresti, o pondere importantă avînd procesele de curgere ale fluidelor. Suprapunerea proceselor de schimb de energie peste aspectele pur gazodinamice a determinat necesitatea unei tratări unitare a acestor procese și menținerea corespunzătoare a metodelor specifice de analiză în lucrări de specialitate care să ușureze posibilitatea de asimilare a cunoaștințelor teoretice de bază în domeniu.

Termogazodinamica realizează sinteza proceselor de care se ocupă Termodinamica tehnică și Mecanica fluidelor, oferind metode specifice de studiu și posibilitatea de abordare a fenomenelor complexe care însoțesc transformările energetice ale fluidelor în curgere. De asemenea, valoarea ridicată a vitezei de curgere a fluidelor de lucru impune luarea în considerare a compresibilității, viscozității, frecării și perturbațiilor regimurilor de curgere manifestate prin unda de șoc.

Lucrarea prezintă aspectele fundamentale ale Termogazodinamicii, trecînd în revistă și unele aplicații teoretice ale proceselor de curgere, referitoare la ajutaje, difuzoare, curgerea prin paletele turbomașinilor, jeturi etc. Un capitol distinct este rezervat proceselor termogazodinamice din jeturile libere de gaz (izoterme și neizoterme, turbionate și neturbionate), iar altul termogazodinamicii proceselor de ardere. În încheiere, sînt prezentate principalele metode utilizate pentru studiul experimental al proceselor termogazodinamice, insistîndu-se asupra erorilor de măsură, determinate în principal de plasarea incorectă a elementului sensibil.

Prin modul de prezentare și conținut lucrarea constituie o carte de referință în literatura de specialitate. Ea reprezintă, totodată, un manual de sinteză în domeniu, care se adresează atât celor ce studiază termogazodinamica în scopul abordării unor cercetări teoretice, cît și celor care sînt confrunțați cu probleme practice de optimizare a proceselor.

AUTORII

București, octombrie 1986

CUPRINS

| | |
|---|-----|
| Prefață | 5 |
| 1. Noțiuni fundamentale de termogazodinamică | 11 |
| 2. Ecuațiile fundamentale ale termogazodinamicii | 15 |
| 2.1. Ecuația de continuitate | 15 |
| 2.2. Ecuația conservării energiei | 18 |
| 2.3. Ecuația conservării cantității de mișcare | 23 |
| 2.4. Ecuația conservării momentului cantității de mișcare | 24 |
| 2.5. Ecuația mișcării turbionare | 25 |
| 2.6. Mărimi și ecuații caracteristice curgerii mediilor bifazice monocomponente | 26 |
| 3. Aplicații ale ecuațiilor de bază ale termogazodinamicii la curgerea unidirecțională a gazelor perfecte | 37 |
| 3.1. Influența frecării asupra lucrului mecanic dezvoltat sau consumat de o turbo- mașină | 37 |
| 3.2. Influența naturii gazului asupra lucrului mecanic al unei turbomașini | 39 |
| 3.3. Randamentul termogazodinamic al turbomașinilor | 40 |
| 3.4. Variația parametrilor de stare ai gazului în curgere, în procesele adiabate | 42 |
| 3.5. Determinarea analitică a pierderilor de presiune accidentale | 47 |
| 3.6. Transformarea energiei cinetice în lucru mecanic și invers în canalele de pa- lete ale turbomașinilor | 48 |
| 3.7. Transformarea energiei potențiale în energie cinetică în ajutorul geometric | 50 |
| 3.8. Transformarea energiei cinetice în energie potențială în difuzor | 54 |
| 3.9. Ajutajul de debit, mecanic și termic | 56 |
| 3.10. Influența frecării la curgerea adiabată a gazelor prin conducte lungi | 60 |
| 3.11. Studiul proceselor de curgere cu ajutorul funcțiilor gazodinamice | 65 |
| 3.12. Curgerea unui gaz printr-o conductă scurtă, cu schimb de căldură cu pereții | 69 |
| 3.13. Principiile de măsurare a debitului unui gaz în curgere | 71 |
| 3.14. Pierderile de presiune la curgerea unui gaz printr-un canal cu secțiune variabilă | 75 |
| 3.15. Reacțiunile în coturile conductelor pentru transportul gazelor | 77 |
| 3.16. Calculul unui ejector cu gaze perfecte | 78 |
| 4. Metode de studiere a proceselor termogazodinamice. Analiza dimensională și similitudi- nea; stratul limită dinamic și termic. | 81 |
| 4.1. Teorema π | 81 |
| 4.2. Criterii de similitudine | 86 |
| 4.3. Analiza principalelor criterii de similitudine folosite în termogazodinamică | 87 |
| 4.4. Realizarea unui model simil | 91 |
| 4.5. Interpretarea rezultatelor cercetărilor experimentale pe un model simil, prin analiza dimensională | 99 |
| 4.6. Criterii de similitudine folosite pentru curgerea mediului bifazic monocom- ponent | 104 |
| 4.7. Criterii de similitudine energetică folosite pentru mediul bifazic monocomponent | 108 |
| 4.8. Stratul limită dinamic | 111 |
| 4.9. Stratul limită dinamic laminar | 115 |
| 4.10. Stratul limită dinamic tranzitoriu | 127 |
| 4.11. Stratul limită dinamic turbulent la curgerea cu viteză mică ($M < 0,5$) | 131 |
| 4.12. Stratul limită dinamic turbulent la curgerea subsonică cu viteză mare ($1 > M > 0,5$) | 137 |
| 4.13. Stratul limită dinamic la curgerea gazelor prin conducte circulare | 140 |
| 4.14. Stratul limită dinamic al mediului bifazic monocomponent | 142 |
| 4.15. Stratul limită dinamic laminar al mediului bifazic cu o umiditate $y_0 > 6\%$ | 145 |
| 4.16. Stratul limită dinamic tranzitoriu al mediului bifazic monocomponent cu o umi- ditate $y_0 > 6\%$ | 148 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 4.17. | Stratul limită dinamic turbulent al mediului bifazic monocomponent cu o umiditate $y_0 > 6\%$ | 150 |
| 4.18. | Stratul limită termic al gazelor perfecte pentru viteze de curgere foarte mici ($0 < M \leq 0,3$) | 153 |
| 4.19. | Stratul limită al gazelor perfecte pentru viteze de curgere subsonică (cu $M > 0,3$) și supersonică | 162 |
| 4.20. | Valorile caracteristice ale stratului limită dinamic și termic | 172 |
| 5. | Curgerea gazelor prin ajutaje și difuzoare geometrice | 174 |
| 5.1. | Ajutajul geometric axial pentru gazul perfect | 174 |
| 5.2. | Ajutajul geometric axial, supersonic, pentru gazul perfect | 176 |
| 5.3. | Ajutajul geometric axial, subsonic, pentru gazul perfect | 181 |
| 5.4. | Ajutajul geometric supersonic curb, pentru gazul perfect | 182 |
| 5.5. | Ajutajul geometric subsonic sau supersonic, cu destindere incompletă, pentru gazul perfect | 191 |
| 5.6. | Ajutajul geometric subsonic pentru mediul bifazic monocomponent | 195 |
| 5.7. | Ajutajul geometric supersonic pentru mediul bifazic monocomponent | 200 |
| 5.8. | Ajutaje geometrice prea lungi sau prea scurte pentru condițiile reale de funcționare (pentru gaze perfecte) | 202 |
| 5.9. | Transformarea energiei cinetice a unui gaz perfect în energie potențială. Difuzorul geometric subsonic | 213 |
| 5.10. | Pierderi de presiune în difuzorul geometric subsonic | 215 |
| 5.11. | Construcția difuzoarelor geometrice subsonice | 219 |
| 5.12. | Difuzorul geometric supersonic | 220 |
| 6. | Curgerea cu frecare și schimb de căldură a gazelor prin canale și conducte | 223 |
| 6.1. | Curgerea adiabăt-neizenotropă (cu frecare) a gazului perfect | 224 |
| 6.2. | Curgerea adiabată cu frecare a gazului perfect prin conducte sau canale foarte scurte | 228 |
| 6.3. | Curgerea adiabată cu frecare a gazului perfect prin canale sau conducte foarte lungi | 233 |
| 6.4. | Curgerea fără frecare gazelor perfecte prin canale sau conducte foarte lungi, cu schimb de căldură cu pereții | 243 |
| 6.5. | Curgerea fără frecare a gazelor perfect prin canale sau conducte scurte cu energie sau masă cu exteriorul. Ajutajul termic, de debit și mecanic | 253 |
| 6.6. | Curgerea gazelor perfecte prin labirinți de etanșare | 265 |
| 6.7. | Calculul mărimilor caracteristice ale unui gaz perfect în curgere cu ajutorul funcțiilor gazodinamice | 269 |
| 6.8. | Curgerea prin canale sau conducte a mediului bifazic monocomponent cu o umiditate $2\% < y_0 < 6\%$ | 278 |
| 6.9. | Modele de curgere a mediului bifazic monocomponent cu o umiditate $y_0 > 6\%$ | 286 |
| 6.10. | Curgerea mediului bifazic monocomponent cu o umiditate mare ($y_0 > 6\%$) | 290 |
| 6.11. | Curgerea mediului bifazic monocomponent cu o umiditate mare ($y_0 > 6\%$) prin conducte foarte lungi | 297 |
| 7. | Perturbații în procesele de curgere. Unda de șoc | 301 |
| 7.1. | Caracteristicile curgerii supersonice a gazelor perfecte | 301 |
| 7.2. | Apariția undei de șoc. Viteza de deplasare a undei de șoc | 302 |
| 7.3. | Unda de șoc dreaptă | 306 |
| 7.4. | Mărimile termofizice ale gazului perfect în adiabata de șoc dreaptă. Adiabata lui Huguenot | 309 |
| 7.5. | Unda de șoc oblică | 313 |
| 7.6. | Mărimile termofizice ale gazului în unda de șoc oblică | 314 |
| 7.7. | Utilizarea tubului Pitot la măsurarea vitezelor supersonice | 323 |
| 7.8. | Caracteristicile dinamice ale undei de șoc | 325 |
| 7.9. | Propagarea perturbațiilor în mediul bifazic monocomponent | 330 |
| 7.10. | Viteza de propagare a undei de șoc în mediu bifazic monocomponent | 331 |

| | |
|---|------------|
| 7.11. Unda de șoc dreaptă în mediu bifazic monocomponent | 335 |
| 7.12. Unda de șoc oblică în mediu bifazic monocomponent | 339 |
| 8. Termogazodinamica jeturilor de gaze | 342 |
| 8.1. Mărimile caracteristice ale unui jet de gaz izoterm | 345 |
| 8.2. Mărimile caracteristice ale jetului liber rotund, izoterm | 346 |
| 8.3. Calculul analitic al mărimilor caracteristice ale jetului rotund (axial simetric) izoterm | 355 |
| 8.4. Calculul analitic al mărimilor caracteristice ale jetului plan izoterm | 364 |
| 8.5. Caracteristicile jetului limitat | 366 |
| 8.6. Caracteristicile jeturilor concurente | 368 |
| 8.7. Jeturi neizoterme cu temperatură puțin diferită de a mediului ambiant | 371 |
| 8.8. Calculul analitic al mărimilor caracteristice ale jetului axial simetric neizoterm cu temperatură puțin diferită de a mediului ambiant | 373 |
| 8.9. Calculul analitic al mărimilor caracteristice ale jetului neizoterm, cu temperatură mult diferită de a mediului ambiant | 376 |
| 8.10. Relații practice de calcul ale mărimilor caracteristice jeturilor calde | 382 |
| 8.11. Jeturi supersonice calde | 384 |
| 8.12. Jeturi limitate foarte calde | 386 |
| 8.13. Jet de flăcără difuzivă | 389 |
| 8.14. Jeturi bifazice izoterme | 391 |
| 8.15. Structura jeturilor turbionate și tehnici folosite pentru generarea lor | 395 |
| 8.16. Parametrii caracteristici jeturilor turbionate | 397 |
| 8.17. Structura jeturilor turbionate | 400 |
| 8.18. Procedee pentru generarea și studiul jeturilor turbionate | 401 |
| 8.19. Caracteristici geometrice ale jeturilor turbionate | 404 |
| 8.20. Studiul teoretic al jetului turbionat | 410 |
| 8.21. Aplicarea în tehnică a jeturilor turbionate | 416 |
| 9. Calculul termogazodinamic al mașinilor energetice | 419 |
| 9.1. Teoria curgerii unidirectionale a gazului perfect prin treapta de turbină | 420 |
| 9.2. Teoria curgerii unidirectionale a gazului perfect prin treapta unui turbo-compresor | 425 |
| 9.3. Definirea randamentului de curgere | 428 |
| 10. Termogazodinamica proceselor de ardere | 432 |
| 10.1. Unda de detonație | 433 |
| 10.2. Regimuri detonate de ardere | 438 |
| 11. Tehnici experimentale în termogazodinamică | 440 |
| 11.1. Măsurarea temperaturii | 441 |
| 11.2. Măsurarea presiunii | 449 |
| 11.3. Măsurarea debitului | 453 |
| 11.4. Stand experimental pentru determinarea repartiției de presiuni și temperaturi într-un jet | 455 |
| 11.5. Determinarea umidității unui mediu bifazic monocomponent | 461 |
| 11.6. Determinarea gradului de dispersie a fazei lichide în faza gazoasă | 461 |
| 11.7. Măsurarea presiunii în mediul bifazic | 462 |
| Bibliografie | 463 |

1. NOȚIUNI FUNDAMENTALE DE TERMOGAZODINAMICĂ

Dezvoltarea motoarelor cu reacție, a turbomașinilor cu gaze și a aerodinamicii vitezelor ridicate au determinat intensificarea preocupărilor pentru fundamentarea teoretică a cercetărilor experimentale din domeniul termogazodinamicii și introducerea aplicațiilor fizicii moderne în tehnică.

Termogazodinamica aplică legile generale ale termodinamicii și mecanicii la studiul proceselor de curgere a fluidelor compresibile prin conducte, prin organele turbomașinilor, în jurul profilelor etc. Aceste legi generale care sînt utilizate direct sau indirect sînt: legea conservării masei; a doua lege a lui Newton referitoare la cantitatea de mișcare; primul principiu al termodinamicii; al doilea principiu al termodinamicii; ecuația de stare a sistemului; ecuațiile caracteristice schimbului de masă și de căldură.

În mecanică, starea unui sistem format din N particule este perfect determinată dacă se cunosc $6N$ variabile (cîte 3 coordonate de poziție și 3 de viteză, pentru fiecare particulă). Termogazodinamica se referă la agenți formați dintr-un număr mare de particule, astfel că definirea noțiunii de stare, ca în mecanică, prezintă o serie de inconveniente datorită imposibilității de stabilire a celor $6N$ variabile. De aceea, noțiunea de stare-stabilă la scară macroscopică în termodinamică prezintă un alt sens, anume legat de valorile medii ale mărimilor de stare care în general pentru un sistem neomogen sînt: masa, compoziția chimică, starea de agregare, presiunea, volumul și temperatura fiecărei părți omogene. În mod evident nu toate aceste mărimi sînt independente; astfel, pentru fiecare parte omogenă și de compoziție chimică dată, temperatura, volumul și presiunea sînt legate printr-o ecuație de stare diferită.

În cazul cînd sistemul se găsește în mișcare, starea termodinamică nu dă informații asupra stării dinamice, sistemul putînd să treacă succesiv prin toate stările dinamice care corespund unei stări termodinamice date. Din acest motiv, pentru studierea din punct de vedere dinamic a fenomenelor termodinamice trebuie utilizată și ecuația de mișcare. Pentru a simplifica forma ecuațiilor care descriu fenomenele care însoțesc transformarea unui sistem, se consideră că stările prin care trece sistemul reprezintă o succesiune de stări de echilibru, ceea ce presupune ca viteza de desfășurare a transformărilor de stare să fie foarte ridicată.

Pentru a face o analiză completă a unui sistem constituit dintr-un fluid în mișcare este necesar să fie cunoscute proprietățile termofizice ale fluidului. În raport cu gradul de aproximare a fluidului real se deosebesc :

— fluide perfect incompresibile, care reprezintă modelul cel mai simplu de gaz fără frecare vîscoasă, caracterizat prin menținerea constantă a densității. Această ipoteză corespunde mișcării gazului perfect cu o viteză de pînă la 150 m/s;

— fluide compresibile, care reprezintă un model mai complex, la care deși se neglijează frecarea vîscoasă se iau în considerare variațiile de densitate;

— fluide vîscoase, care presupun luarea în considerare și a efectelor forței de frecare vîscoasă.

Fluidul utilizat frecvent în termogazodinamică este gazul perfect, pentru care este valabilă ecuația de stare $pv = RT$, iar căldura specifică se consideră variabilă numai cu temperatura.

Legea conservării masei exprimă menținerea constantă a cantității de fluid cuprinsă într-un volum V , iar *a doua lege a lui Newton* precizează că variația cantității de mișcare în unitatea de timp, este egală cu suma algebrică a forțelor exterioare.

Primul principiu al termodinamicii reprezintă legea generală de conservare a energiei; pentru un ciclu acest principiu se exprimă prin relația $\int \delta Q = \int \delta L$, ceea ce exprimă echivalența între schimbul de energie cu

mediul exterior numai sub formă de căldură și de lucru mecanic. Dacă se introduce noțiunea de energie internă U , între două stări de echilibru infinit apropiate ale unui sistem cu masa m se obține $dU = \delta Q - \delta L - mwdw - mg dz$, relație care exprimă egalitatea între variația energiei interne U și interacțiunile de natură termică și mecanică ale sistemului cu mediul exterior, termenul $mg \cdot dz$ definind variația energiei potențiale ca urmare a diferenței de cotă dz între starea finală și cea inițială.

Conform celui de-al doilea principiu al termodinamicii, energia dezordonată caracteristică mișcării de agitație moleculară nu poate fi transformată integral într-o formă ordonată de energie, sau, folosind conceptul de entropie, stabilit la scară macroscopică, în cursul unei transformări de stare, realizată fără schimb de energie cu mediul ambiant, variația de entropie este pozitivă, cel mult ea putînd să rămînă nulă. Din punct de vedere matematic această exprimare a principiului al doilea al termodinamicii este echivalentă cu expresia

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \quad (1.1)$$

Dacă relațiile care exprimă matematic cele două principii ale termodinamicii se combină, se obține expresia

$$dS \geq \frac{dU + \delta L + mwdw + mgdz}{T} \quad (1.2)$$

sau, folosind variația de entalpie $dH = dU + p dV + V dp$:

$$dS \geq \frac{dH - V dp + m dw + mg dz}{T} \quad (1.3)$$

În cazul gazelor perfecte, variația infinit mică de energie internă, respectiv de entalpie, este

$$dU = m dU = m c_v dT \quad (1.4)$$

$$dH = m dh = m c_p dT \quad (1.5)$$

unde m reprezintă masa sistemului, c_p și c_v căldura specifică la presiune, respectiv volum constant, iar dT variația infinit mică de temperatură.

Dacă un fluid se deplasează printr-o conductă, forțele de frecare viscoasă și mecanică condiționează regimul de curgere și ca urmare, distribuția de viteză într-o secțiune oarecare. În cazul deplasării particulelor de fluid pe traiectorii care prezintă aceeași direcție, iar liniile de curent sînt paralele cu axa conductei, curgerea se desfășoară în *regim laminar*, forțele de viscozitate fiind dominante în raport cu cele de frecare.

La creșterea vitezei, viscozitatea nu mai poate menține un regim laminar de curgere și, cu excepția unei zone din vecinătatea pereților, valoarea vitezei în secțiune se menține aproape constantă, curgerea avînd un caracter *turbulent*. Atît în cazul curgerii laminare cît și al celei turbulente, forțele de frecare determină o pierdere de presiune. Desigur, densitatea, viscozitatea și ceilalți parametri termofizici ai fluidului reprezintă factori importanți în procesul de trecere de la regimul laminar la cel turbulent, dar pe baza acestor proprietăți nu poate fi stabilită o delimitare între cele două regimuri de curgere, rugozitatea pereților avînd rol determinant.

În general, curgerea laminară se realizează pentru o valoare a criteriului Reynolds sub 2 000, iar peste 10 000 curgerea este turbulentă, urmînd ca în acest interval curgerea să prezinte caracter laminar sau turbulent în funcție de o serie de factori fizici între care și rugozitatea pereților.

În cazul curgerii turbulente, coeficientul de frecare λ din expresia pierderii distribuite de presiune $\Delta p = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2}$ nu mai are expresia sim-

plă ca în cazul regimului laminar și anume $\lambda = \frac{64}{Re}$ și el nu poate fi teoretic

evaluat pe aceleași baze. Pentru fluide incompresibile, sau pentru cele compresibile care se deplasează cu o viteză relativ mică în raport cu viteza sonică, în regim laminar coeficientul de frecare se poate considera cu ex-

presia $\lambda = \frac{64}{Re}$.

La curgerea fluidelor compresibile în regim supersonic valoarea coeficientului de frecare depinde de parametrii curgerii și prezintă valori superioare comparativ cu fluidele incompresibile, pentru aceeași mărime a criteriului Reynolds. O serie de caracteristici sugerează ca pentru regimul supersonic de viteză, valoarea coeficientului de frecare pentru fluidele incompresibile să se considere jumătate din valoarea corespunzătoare fluidelor compresibile.

Al treilea principiu al termodinamicii nu introduce nici o funcție termodinamică nouă, dar oferă posibilitatea de a calcula valorile absolute ale parametrilor de stare, evidențiind că pentru temperaturi care tind spre zero absolut ($0\text{ K} = -273,15^\circ\text{C}$), variația de entalpie devine egală cu variația energiei libere $G = H - TS$; $\lim_{T \rightarrow 0} \Delta H = \lim_{T \rightarrow 0} \Delta G$. Aplicând acest principiu variației de entropie, rezultă că pentru $T \rightarrow 0\text{ K}$ nu numai variația entropiei se anulează, ci și valoarea absolută a ei.

Transferul de căldură reprezintă un proces spontan de schimb energetic între două sisteme caracterizate prin valori diferite ale temperaturii. El are loc în trei moduri distincte: conducție, convecție și radiație. Conform definiției, numai conducția și radiația constituie fenomene de transfer energetic (datorită exclusiv diferenței de temperatură); convecția reprezintă un proces mai complex care presupune atât transfer de căldură cât și de masă.

Transferul de masă este analog transferului de căldură, ambele fiind determinate de variația unui parametru motor: concentrația și respectiv temperatura. Transferul de masă se realizează în două moduri: prin difuzie moleculară (denumită termodifuzie) sau prin difuzie turbulentă (convecție). Relația de bază pentru difuzia moleculară este legea lui Fick, care definește fluxul de masă J determinat de variația de concentrație c pe o direcție oarecare $\frac{dc}{dx}$ ($J = -\mathfrak{D} \frac{dc}{dx}$) [$\text{kg/m}^2\text{s}$], \mathfrak{D} fiind denumit *coeficient de difuzie*.

În numeroase cazuri are loc un transfer de substanță între două sau mai multe faze care se găsesc în contact. Pentru realizarea acestui transfer de masă trebuie să existe un grad de dezechilibru, constituit printr-un gradient de concentrație, presiune, temperatură, etc.

2. ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE TERMOGAZODINAMICII

2.1. ECUAȚIA DE CONTINUITATE

Ecuația de continuitate sau de conservare a masei exprimă conservarea debitului masic de fluid corespunzător unui volum V care parcurge în intervalul de timp τ o porțiune dintr-un tub de curent; expresia ei poate fi stabilită dacă se ia în considerație că: mișcarea are loc în regim permanent; parametrii de stare și mărimile termofizice caracteristice au valori medii, deci constante dintr-o secțiune dată; traiectoriile particulelor coincid cu liniile de curent. Dacă ne referim la un volum de control V , închis de o suprafață S , așa după cum rezultă din figura 2.1, masa de gaz

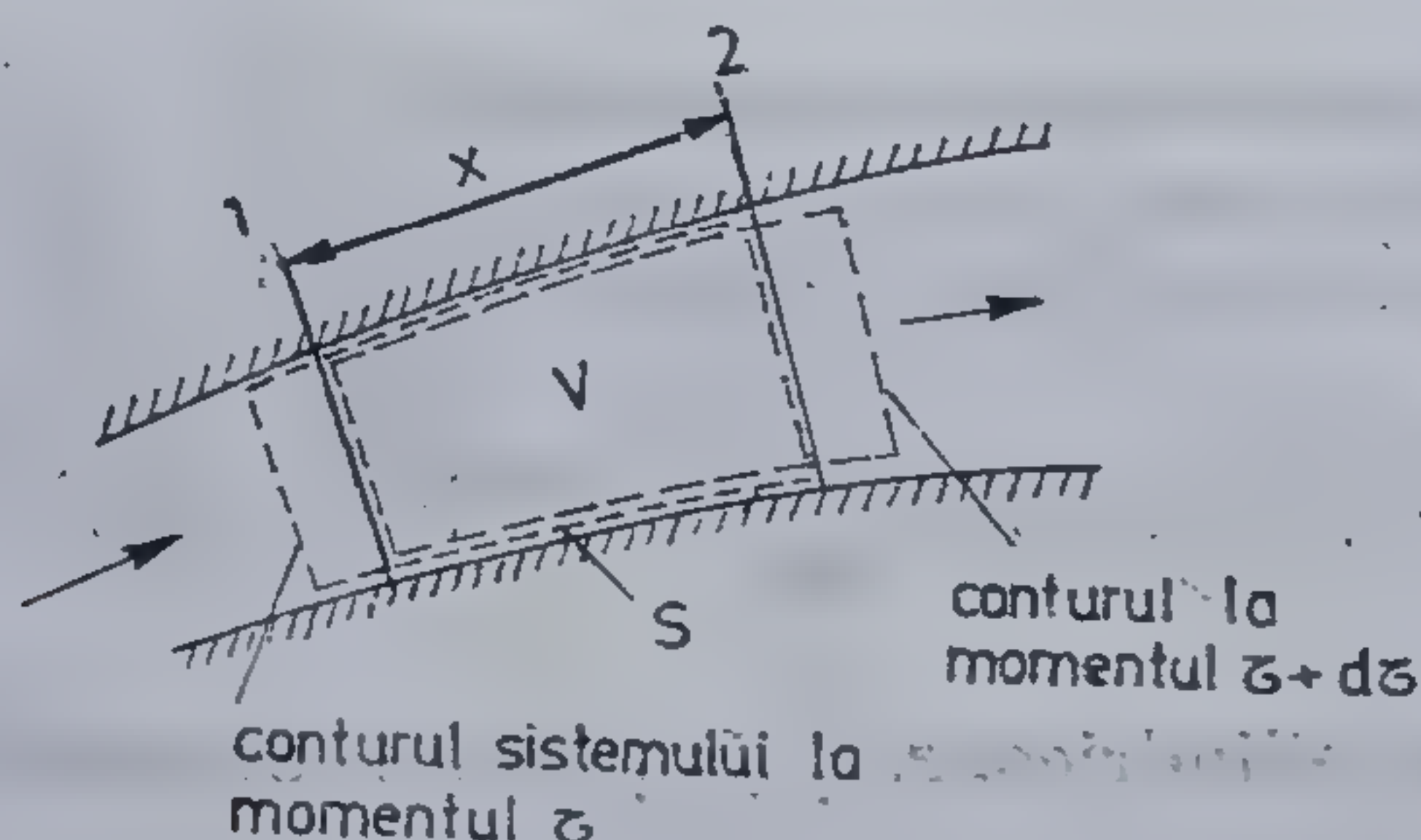


Fig. 2.1. Element de volum de fluid în curgere.

care intră în volumul de control în unitatea de timp — în cazul regimului permanent de curgere — este egală cu cea care iese; deci în volumul V nu au loc procese generatoare de substanță, schimbări de fază sau reacții chimice sau nucleare care să ducă la modificarea compoziției. Cu aceste ipoteze, egalitatea între cantitatea de substanță care intră și cea care iese din volumul de control se poate scrie sub forma

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \rho dV = \int_S \rho \vec{w} \cdot \vec{n} dS \quad (2.1)$$

unde τ reprezintă timpul, ρ densitatea, \bar{w} viteza, iar \bar{n} versorul normalei la suprafața perpendiculară pe direcția curgerii.

Proiecția vectorului viteză \bar{w} pe direcția normalei este $[\bar{w} \cdot \cos \theta]$ și deci expresia ecuației de continuitate devine

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \rho dV = \int_S \rho w \cos \theta \cdot dS \quad (2.2)$$

Aplicând teorema lui Gauss, referitoare la posibilitatea de transformare a integralei de suprafață în cea de volum, se obține

$$\int_S \rho w \cos \theta \cdot dS = - \int_V \operatorname{div} (\rho w) dV \quad (2.3)$$

Prin înlocuirea acestei expresii în ecuația (2.2), rezultă

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \rho dV + \int_V \operatorname{div} (\rho w) dV = 0 \quad (2.4)$$

sau $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div} (\rho w) = 0$

Această relație reprezintă forma diferențială a ecuației de continuitate în coordonate carteziene, care în raport cu proiecțiile vitezei pe cele trei axe, pentru cazul $\rho = f(\tau)$, poate fi scrisă sub forma :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho w_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w_z) = 0 \quad (2.5)$$

În coordonate cilindrice, r , φ și z , forma ecuației de continuitate este

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r w_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho w_\varphi) + \frac{\partial (\rho w_z)}{\partial z} = 0, \quad (2.6)$$

iar în coordonate sferice r , φ , ψ , se obține forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r^2 w_r) + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho w_\varphi \sin \varphi) + \\ + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \psi} (\rho w_\psi) = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

unde $w_x, w_y, w_z, w_r, w_\varphi$ și w_ψ reprezintă proiecțiile vitezei pe direcțiile corespunzătoare.

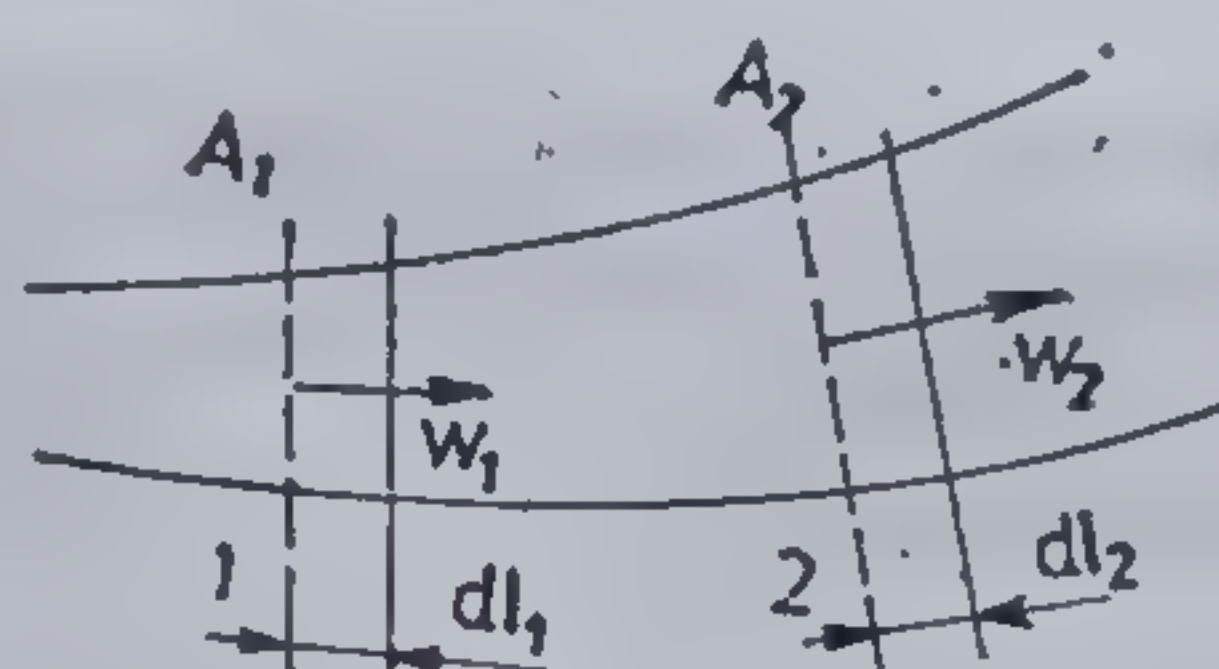
În regim permanent de curgere debitul masic se menține constant, astfel că

$$\frac{dm_1}{d\tau} = \frac{dm_2}{d\tau} = \frac{dm}{d\tau} = \text{const.},$$

iar cantitățile elementare de substanță care intră și respectiv ies prin secțiunile A_1 și A_2 (fig. 2.2) sînt

$$dm_1 = \rho_1 \cdot A_1 \cdot dl_1; \quad dm_2 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot dl_2.$$

Fig. 2.2. Element de volum în curgere în regim permanent.



Deoarece $dl_1 = w_1 d\tau$ și $dl_2 = w_2 d\tau$ în care w_1 și w_2 reprezintă valorile vitezelor medii corespunzătoare secțiunilor A_1, A_2 , rezultă că pentru regimul permanent

$$\frac{dm}{d\tau} = \dot{m} = \rho_1 A_1 w_1 = \rho_2 A_2 w_2 = \text{const.} \quad [\text{kg/s}]$$

unde \dot{m} reprezintă debitul de fluid, exprimat în kg/s.

Pentru fluide incompresibile la care $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ (sau compresibile dar în cazul curgerii izobar-izoterme), expresia ecuației de continuitate devine

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = w_1 A_1 = w_2 A_2 = \text{const.} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

sau, sub formă diferențială, potrivit expresiei (2.5)

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$$

Expresiile debitului masic și volumic permit determinarea vitezei medii a fluidului în funcție de valorile densității și secțiunii de curgere.

În cazul unui proces de curgere însoțit de transformări termodinamice ale fluidului, apar modificări ale mărimilor de stare și, deci, datorită schimbărilor energetice cu mediul exterior viteza medie se va modifica (pentru

\dot{m} și $A = \text{const.}$). Rezultă deci că procesul de curgere a unui gaz printr-un canal sau o conductă poate avea loc în două situații distincte :

— curgerea nu este însoțită de transformări de stare, deci se produce fără schimb de energie cu mediul exterior (în acest caz are loc un proces pur gazodinamic) ;

— curgerea este însoțită de un schimb de energie care duce la modificarea parametrilor de stare, în care caz are loc un proces termogazodinamic.

Dacă se introduce noțiunea de debit masic specific $J = \rho \cdot w$, exprimat în $\text{kg/m}^2\text{s}$, expresia ecuației de continuitate devine

$$J_1 = \rho_1 \cdot w_1 = \frac{\dot{m}}{A_1} ; J_2 = \rho_2 \cdot w_2 = \frac{\dot{m}}{A_2} \quad [\text{kg/m}^2\text{s}] \quad (2.8)$$

Semnificația fizică a debitului masic J corespunde cantității de fluid care trece în unitatea de timp prin unitatea de secțiune transversală a canalului de curgere. În cazul curgerii adiabate a unui gaz printr-o secțiune constantă expresia (2.8) devine

$$J_1 = J_2 = \frac{\dot{m}}{A} = \rho_1 \cdot w_1 = \rho_2 \cdot w_2, \quad (2.9)$$

adică modificarea vitezei medii de curgere a unui fluid intervine și la schimbarea densității, chiar în condițiile menținerii constante a debitului și secțiunii.

2.2. ECUAȚIA CONSERVĂRII ENERGIEI

Conform principiului conservării energiei, suma tuturor formelor de energie pe care le posedă sau le schimbă cu mediul exterior un sistem termodinamic se menține constantă. În cazul sistemelor termodinamice deschise (în curgere), expresia primului principiu al termodinamicii pentru un debit masic $\dot{m} = 1 \text{ kg/s}$ și pentru două secțiuni de control 1 și 2, este

$$\frac{w_1^2}{2} + p_1 v_1 + u_1 + g z_1 + q = \frac{w_2^2}{2} + p_2 v_2 + u_2 + g z_2 + l_i + l_r \quad (2.10)$$

în care : $\frac{w_1^2}{2}$ și $\frac{w_2^2}{2}$ reprezintă valorile energiilor cinetice specifice ; $p_1 v_1$ și $p_2 v_2$ — energiile de deplasare ; u_1 și u_2 — energiile interne ; $g z_1$ și $g z_2$ — energiile potențiale de poziție ; q — schimbul de căldură între secțiunile 1 și 2 ; l_i — lucrul mecanic schimbat cu mediul ambiant între secțiunile 1 și 2 ; l_r — lucrul mecanic de frecare între aceleași secțiuni.

La mașinile termice rotative, energia potențială de poziție prezintă valori apropiate ($gz_1 = gz_2$) și deci ecuația (2.10) poate fi scrisă sub forma

$$q - l_i = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + (u_2 - u_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + l_{ir} \quad (2.11)$$

Expresia primului principiu se poate scrie și în funcție de variația de entalpie ($h = u + pv$):

$$q - l_i = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + (h_2 - h_1) + l_{ir} \quad [\text{J/kg}] \quad (2.12)$$

Sensul fizic al acestei expresii arată că la trecerea între două stări de echilibru, formele de energie se pot transforma una în cealaltă. Schimbul de căldură q între secțiunile 1 și 2, se realizează prin interacțiuni cu exteriorul q_{ext} , cât și prin transformări energetice interne q_{int} , deci:

$$q = q_{ext} + q_{int} \quad (2.13)$$

Lucrul mecanic de frecare l_{ir} , datorat procesului de frecare între agentul termic și suprafața canalului de curgere, cât și forțelor de viscozitate, se transformă totdeauna în căldură, care rămâne în masa fluidului:

$$l_{ir} = q_{int} \quad (2.14)$$

Ca urmare, expresia legii conservării energiei va fi

$$q_{ext} - l_i = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + (h_2 - h_1), \quad (2.15)$$

deci, formal, lucrul mecanic de frecare nu apare explicit în expresia legii conservării energiei; aceasta nu înseamnă că el nu afectează bilanțul de energie al sistemului, ci transformându-se în căldură, care rămâne în masa de agent, influențează asupra unei alte forme de energie — de exemplu entalpia. Pentru exemplificare, se consideră curgerea unui gaz printr-un canal, care nu schimbă nici lucru mecanic și nici căldură cu mediul exterior. Dacă se neglijează frecarea, ecuația conservării energiei are forma

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = h_1 - h_2, \quad (2.16)$$

ceea ce pune în evidență posibilitatea de transformare a entalpiei în energie cinetică.

Expresia diferențială a ecuației de conservare a energiei (21.10) este

$$\delta q - \delta l_r = w dw + du + d(pv) + g dz + \delta l_{ir} \quad (2.17)$$

Dacă în timpul procesului de curgere nu are loc schimb de căldură cu exteriorul și dacă valorile energiilor interne sînt identice pentru secțiunile 1 și 2, prin particularizarea relației (2.17) se obține ecuația :

$$-\delta l_r = w dw + d(pv) + g dz + \delta l_{ir} \quad (2.18)$$

Această relație prezintă dependență univocă între energia cinetică, schimbul de lucru cu mecanic exteriorul și lucrul mecanic de frecare.

Una din aplicațiile tehnice ale acestei ecuații se referă la determinarea pierderilor de energie pentru învingerea forțelor de frecare la curgerea unidirecțională a unui fluid printr-un canal, fără schimb de lucru mecanic cu exteriorul. Pentru un astfel de caz, expresia (2.18) devine

$$w dw + d(pv) + g \cdot dz + \delta l_{ir} = 0$$

sau, după integrare,

$$l_{ir} = \left(\frac{w_1^2}{2} + p_1 v_1 + g z_1 \right) - \left(\frac{w_2^2}{2} + p_2 v_2 + g z_2 \right) \left[\frac{\text{J}}{\text{kgs}} \right] \quad (2.19)$$

Valoarea lucrului mecanic corespunzător procesului de frecare, pentru un debit elementar de fluid ($d\dot{m} = \rho w \cdot dA$) devine

$$\int_{A_2} l_{ir} \rho_2 w_2 dA = \int_{A_1} \left(\frac{w_1^2}{2} + p_1 v_1 + g z_1 \right) \rho_1 w_1 dA -$$

$$- \int_{A_2} \left(\frac{w_2^2}{2} + p_2 v_2 + g z_2 \right) \rho_2 w_2 dA$$

$$\text{sau } \int_{A_2} l_{ir} \rho_2 w_2 dA = \frac{1}{2} \int_{A_2} w_1^3 \rho_1 dA + \dot{m}(p_1 v_1 + g z_1) -$$

$$- \frac{1}{2} \int_{A_2} w_2^3 \rho_2 dA + \dot{m}(p_2 v_2 + g z_2) \quad [\text{W}] \quad (2.20)$$

Pentru a se ține seamă de neuniformitatea de repartizare a vitezei într-o secțiune transversală de curgere, se introduce noțiunea de coeficient

de distribuție a vitezei $\varphi_w = \frac{\int w^2 \cdot dA}{w_m^2 \cdot A}$ (unde w_m reprezintă valoarea medie a vitezei în secțiunea A). Prin introducerea acestui coeficient de distribuție a vitezei în ecuația (2.20) se obține :

$$l_{fr} = \left(\varphi_{w1} \frac{w_{m1}^2}{2} + p_1 v_1 + g z_1 \right) - \left(\varphi_{w2} \frac{w_{m2}^2}{2} + p_2 v_2 + g z_2 \right) \quad (2.21)$$

Dacă se consideră că fluidul este incompresibil $\left(v_1 = v_2 = \frac{1}{\rho} \right)$ și nu are loc schimb de lucru mecanic cu exteriorul, după integrarea ecuației (2.18), se obține

$$l_{fr} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{1}{\rho} (p_1 - p_2) + g(z_1 - z_2) \quad (2.22)$$

sau, prin introducerea unei condiții suplimentare, referitoare la egalitatea energiilor de poziție $g z_1 = g z_2$, rezultă

$$l_{fr} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{1}{\rho} (p_1 - p_2).$$

și deci :

$$\rho l_{fr} = \rho \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + (p_1 - p_2) \quad (2.23)$$

Această expresie particulară, denumită ecuația Bernoulli, permite stabilirea pierderii de presiune prin frecare $\Delta p_{fr} = \rho l_{fr}$, care este cauzată fie de modificarea de viteză, fie de energie.

Conform expresiei (2.22) valoarea maximă a vitezei w_2 corespunzătoare secțiunii de ieșire dintr-un canal în care nu are loc schimb de lucru mecanic și căldură cu exteriorul, în ipoteza unei transformări izocore ($v = \text{const}$) și neglijării frecării, este

$$w_{2\max} = \sqrt{w_1^2 + 2 \frac{p_1 - p_2}{\rho} + 2g(z_1 - z_2)} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (2.24)$$

În același mod, prin particularizarea relației (2.22) se poate stabili valoarea maximă a vitezei și pentru alte transformări termodinamice; cu ajutorul relațiilor prezentate în tabelul 2.1 se pot calcula valoarea vitezei maxime $w_{2\max}$ și lucrul mecanic de frecare l_{fr} pentru cele cinci transformări termodinamice de stare a gazelor perfecte.

Tabelul 2.1.

Valorile vitezei maxime și lucrului mecanic de frecare pentru un gaz perfect

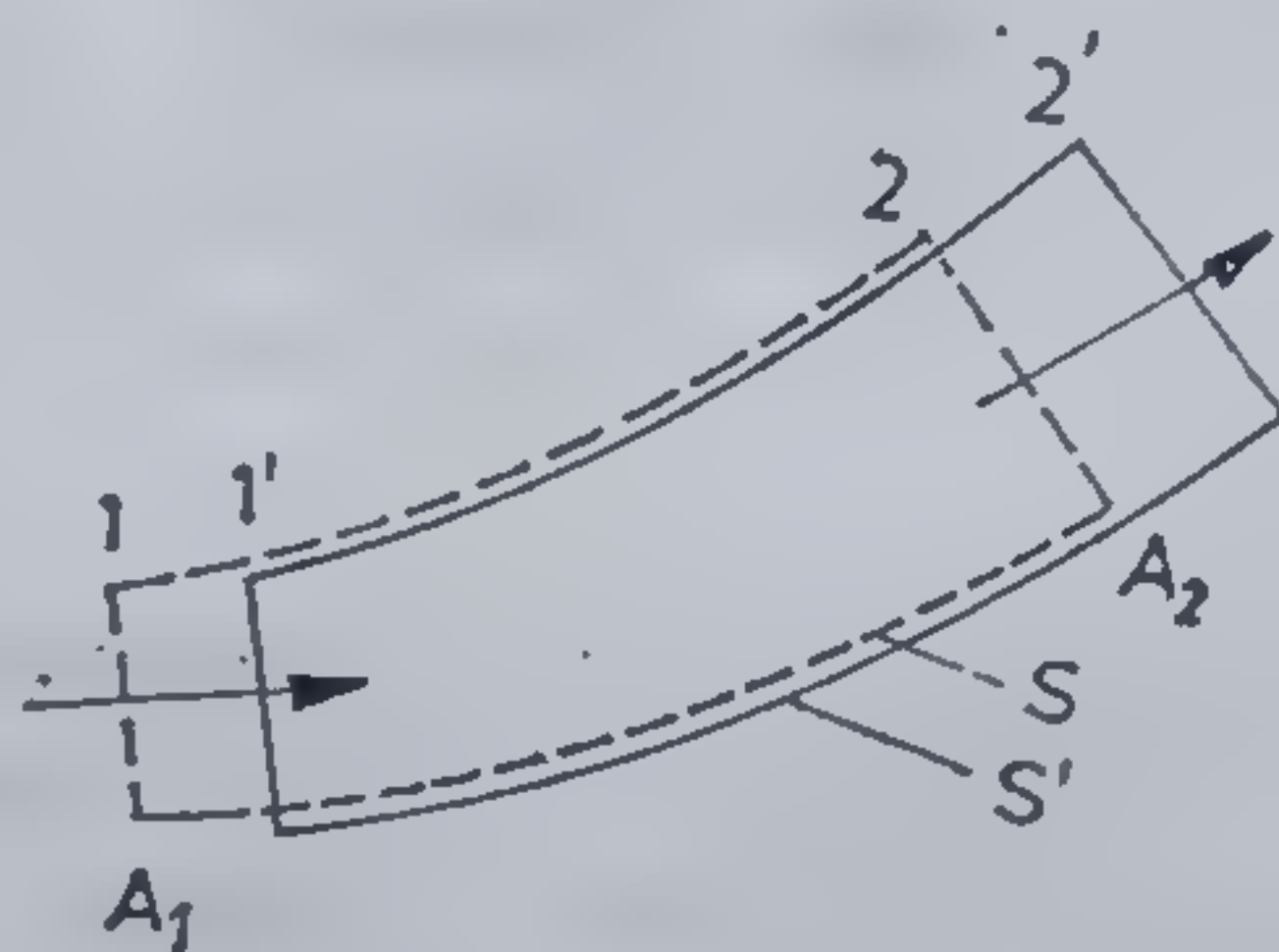
| Nr. | Transformarea termodinamică | $-\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = [J/kg]$ | $w_{2max} = [m/s]$ | $l_{fr} = [J/kg]$ |
|-----|-------------------------------------|--|--|--|
| 1 | Izocoră ($v = \text{const.}$) | $= \frac{p_1 - p_2}{\rho}$ | $= \sqrt{w_1^2 + 2 \frac{p_1 - p_2}{\rho} + 2g(z_1 - z_2)}$ | $= \left(\frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho_1} \right) -$ $= \left(\frac{w_2^2}{2} + g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho_2} \right)$ |
| 2 | Izobară ($p = \text{const.}$) | $= 0$ | $= \sqrt{w_1^2 + 2g(z_1 - z_2)}$ | $= \left(\frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 \right) - \left(\frac{w_2^2}{2} + g \cdot z_2 \right)$ |
| 3 | Izotermă ($T = \text{const.}$) | $= \frac{p_1}{\rho_1} \ln \frac{p_1}{p_2}$ | $= \sqrt{w_1^2 + 2 \frac{p_1}{\rho_1} \ln \frac{p_1}{p_2} + 2g(z_1 - z_2)}$ | $= \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \ln \frac{p_1}{p_2} + g(z_1 - z_2)$ |
| 4 | Adiabată ($\delta q = 0$) | $= \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$ | $= \sqrt{w_1^2 + \frac{2k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + 2g(z_1 - z_2)}$ | $= \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + g(z_1 - z_2)$ |
| 5 | Politropă | $= \frac{n}{n-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$ | $= w_1^2 + \frac{2n}{n-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} + 2g(z_1 - z_2) \right]$ | $= \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{n}{n-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] + g(z_1 - z_2)$ |

2.3. ECUAȚIA CONSERVĂRII CANTITĂȚII DE MIȘCARE

Ecuția conservării cantității de mișcare (a impulsului) se poate aplica fluidelor în curgere, cu condiția considerării unei tranșe înghețate de gaz.

În figura 2.3 se prezintă conturul suprafeței S corespunzătoare unei cantități de fluid la momentul τ și conturul suprafeței S' pe care o prezintă fluidul la momentul $\tau + d\tau$.

Fig. 2.3. Conturul de control al unui element de volum în curgere



Expresia ecuației de conservare a impulsului arată că suma vectorială a forțelor exterioare care acționează asupra unei mase de gaz în mișcare este egală cu variația impulsului în unitatea de timp, adică

$$\Sigma \bar{F}_i = m \frac{dw}{d\tau} \text{ sau } \tau F_i = \frac{d}{d\tau} (m\bar{w}) \quad (2.25)$$

unde m reprezintă masa tranșei înghețate de gaz (indeformabile).

Forțele exterioare care acționează asupra unei mase de gaz în mișcare sînt:

- forțele de presiune, dirijate în direcție normală față de secțiunea de curgere A ; dacă se consideră, pentru simplificare, secțiuni de intrare/ieșire suficient de apropiate ($A_1 = A_2 = A$), forța de presiune prezintă expresia $F_p = (p_1 - p_2)A$;

- forțele de frecare — F_{fr} ;

- forțele mecanice exterioare F_m care intervin dacă se consideră că în curentul de gaz se găsește o turbomașină.

Ținînd seamă de aceste forțe și de faptul că procesul de curgere se desfășoară în regim permanent, expresia ecuației de conservare a impulsului proiectată pe cele trei axe de coordonate devine:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_x &= (p_1 - p_2)_x A - F_{frx} - F_{mx} = \dot{m}(w_{2x} - w_{1x}) \\ \Sigma F_y &= (p_1 - p_2)_y A - F_{fry} - F_{my} = \dot{m}(w_{2y} - w_{1y}) \\ \Sigma F_z &= (p_1 - p_2)_z A - F_{frz} - F_{mz} = \dot{m}(w_{2z} - w_{1z}) \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

Acest sistem de ecuații este echivalent cu forma diferențială

$$\dot{m} dw = -A dp - \delta F_{fr} - \delta F_m \quad (2.27)$$

Dacă această ultimă expresie se împarte cu valoarea suprafeței transversale a curentului de fluid A , se obține pentru o direcție oarecare

$$\rho_1 w_1 dw_1 + dp = - \frac{\delta F_{tr}}{A} - \frac{\delta F_m}{A}$$

Prin integrarea acestei ecuații diferențiale, în cazul curgerii printr-un canal cu secțiune constantă, rezultă :

$$\rho_1 w_1 (w_2 - w_1) + (p_2 - p_1) = - \frac{F_{tr}}{A} - \frac{F_m}{A}; \quad (2.28)$$

deci în cazul curgerii unui fluid printr-o turbomașină, presiunea și viteza acuză o scădere cu atât mai pronunțată cu cât forțele de frecare și cele cedate spre exterior au valori mai ridicate.

2.4. ECUAȚIA CONSERVĂRII MOMENTULUI CANTITĂȚII DE MIȘCARE

Expresia ecuației de conservare a momentului cantității de mișcare arată că „suma momentelor forțelor exterioare este egală cu variația momentului cantității de mișcare în unitatea de timp :

$$\Sigma M_x = \frac{d}{d\tau} \Sigma m (w_z y - w_y z) \quad (2.29)$$

în care ΣM_x reprezintă suma momentelor forțelor exterioare față de axa x ; w_y și w_z — proiecțiile vitezei pe axele y și z .

Membrul drept al ecuației (2.29) poate fi scris și sub forma :

$$\frac{d}{d\tau} \Sigma m (w_z y - w_y z) = \dot{m} [(w_{z2} y_2 - w_{y2} z_2) - (w_{z1} y_1 - w_{y1} z_1)]$$

unde \dot{m} reprezintă debitul masic exprimat în kg/s.

Expresiile momentului cantității de mișcare în raport cu cele trei axe de coordonate sînt

$$\begin{aligned} M_x &= \dot{m} [(w_{z2} y_2 - w_{y2} z_2) - (w_{z1} y_1 - w_{y1} z_1)] \\ M_y &= \dot{m} [(w_{x2} z_2 - w_{z2} x_2) - (w_{x1} z_1 - w_{z1} x_1)] \\ M_z &= \dot{m} [(w_{y2} x_2 - w_{x2} y_2) - (w_{y1} x_1 - w_{x1} y_1)] \end{aligned} \quad (2.30)$$

În mod obișnuit, mișcarea particulelor de fluid are loc pe suprafețe plan-paralele, astfel că ecuațiile de conservare a momentului cantității de mișcare se pot scrie față de direcțiile radială și tangențială astfel :

$$\left. \begin{aligned} M_r &= \dot{m}(w_{r2}r_2 - w_{r1}r_1) \\ M_u &= \dot{m}(w_{u2}r_2 - w_{u1}r_1) \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

în care w_r și w_u reprezintă proiecțiile vitezei pe direcția radială și tangențială, iar r — raza vectorie a punctului corespunzător centrului de masă.

2.5. ECUAȚIA MIȘCĂRII TURBIONARE

Dacă se consideră un volum elementar de fluid cu masa $m=1$, care se deplasează pe o traiectorie cu raza de curbură r , gradientul de presiune la starea de echilibru este

$$\frac{dp}{dr} = -\rho \frac{w^2}{r} \quad (2.32)$$

în care ρ este densitatea fluidului, iar w — valoarea vitezei tangențiale.

De asemenea, condiția hidrostatică de echilibru a elementului de masă este

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (2.33)$$

Considerînd o valoare constantă pentru densitate, prin separarea variabilelor din ecuațiile de mai sus și izolarea termenului $\frac{dp}{\rho}$, ținînd seamă de suprapunerea efectelor, rezultă

$$\frac{dp}{\rho} = -\frac{w^2}{r} dr - g dz,$$

iar prin integrare se obține

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = -w^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} - g(z_2 - z_1)$$

unde w reprezintă viteza tangențială.

Prin separarea și gruparea termenilor care se referă la cele două secțiuni de control 1 și 2, rezultă

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \quad (2.34)$$

Această expresie reprezintă ecuația lui Bernoulli pentru un turbion.

Dacă se consideră constantă valoarea cotei z la care se desfășoară turbionul, sub formă diferențială ecuația (2.34) poate fi scrisă astfel:

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{w^2}{2}\right) = 0$$

Prin derivare în funcție de rază, se obține

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial r} = 0$$

sau prin înlocuirea relației (2.32), rezultă:

$$\frac{w^2}{r} + w \frac{\partial w}{\partial r} = 0$$

Prin separarea variabilelor și integrarea ecuației, se obține

$$\int \frac{dr}{r} = - \int \frac{dw}{w} \quad \text{sau } r \cdot w = \text{const.} \quad (2.35)$$

Expresia (2.35) reprezintă ecuația mișcării turbionare, care arată că produsul între raza de curbură și viteză se menține constant pe o linie de curent.

2.6. MĂRIMI ȘI ECUAȚII CARACTERISTICE CURGERII MEDIILOR BIFAZICE MONOCOMPONENTE

Starea termodinamică a unui sistem bifazic monocomponent gaz-lichid, de exemplu, se determină cu ajutorul a doi parametri de stare independenți, aleși între p , v , T , la care se mai adaugă raportul între masa fazei gazoase și masa totală a sistemului, notat cu x . Legătura între parametrii de stare ai mediului bifazic și valorile corespunzătoare fazelor componente se obține pe baza proprietății de activitate a funcțiilor termodi-

namice; astfel în cazul unui sistem monocomponent bifazic lichid-vapori la starea de saturație, volumul total V este egal cu suma între volumul lichidului $m'v'$ și al gazului $m''v''$, unde cu indicele (') se notează parametrii de stare ai lichidului, iar cu indicele (') ai vaporilor.

Deci :

$$V = m'v' + m''v'' \quad [\text{m}^3] \quad (2.36)$$

Volumul specific $v = \frac{V}{m} = \frac{V}{m' + m''}$, exprimat în funcție și de raportul x între masa fazei gazoase și totală (denumit titlu în cazul amestecurilor gaz-lichid) are expresia

$$v = v' + x(v'' - v') \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \quad (2.37)$$

În mod analog se stabilesc valorile și pentru ceilalți parametrii de stare, cum sînt energia internă, entalpia, căldura specifică, entropia etc.

$$u = u' + x(u'' - u') \quad [\text{J/kg}] \quad (2.38)$$

$$h = h' + x(h'' - h') \quad [\text{J/kg}] \quad (2.39)$$

$$c_v = c_v' + x(c_v'' - c_v') \quad [\text{J/kg} \cdot \text{K}] \quad (2.40)$$

$$s = s' + x(s'' - s') \quad [\text{J/kg} \cdot \text{K}] \quad (2.41)$$

În termodinamică — ca și în mecanică — echilibrul unui sistem poate fi stabil sau nestabil. Echilibrul stabil al sistemelor termodinamice izolate se caracterizează prin valoarea maximă a entropiei. În general, considerentele termodinamice referitoare la procesele de condensare sau vaporizare se dovedesc insuficiente pentru descrierea fenomenelor, datorită neintroducerii variabilei timp. La o temperatură inferioară valorii corespunzătoare modificării de fază se consideră că fazele rămîn în echilibru un interval de timp infinit, ipoteză care în multe situații este departe de realitate datorită neluării în considerare a fenomenelor de difuzie interfazică.

Caracteristic fenomenelor termogazodinamice este existența unor stări metastabile întîlnite la agenții termodinamici obișnuiți; de exemplu, Stodola a evidențiat existența unor astfel de stări metastabile în cazul destinderii aburului într-un ajutoraj, constatînd că în condițiile curgerii supersonice condensarea are loc dincolo de secțiunea critică; în plus Stodola a arătat că prezența centrilor străini de condensare, de exemplu particulele de praf, nu are o influență prea mare pentru declanșarea fenomenelor de condensare.

Prezentarea și analiza teoretică a ecuațiilor caracteristice proceselor de curgere a mediilor bifazice a fost făcută de Kleimann în ipoteza lipsei transformărilor de fază. Ținând seamă de aspectele particulare ale curgerii fiecărei faze, este necesar să se țină seamă de discontinuitatea unui astfel de sistem polifazic și de procesele de schimb de masă, energie și de impuls care au loc între faze. Ecuațiile caracteristice proceselor de curgere și de schimb de căldură trebuie scrise separat pentru faza de lichid și respectiv de vapor.

Dacă volumul ocupat de faza i este V_i , fracția volumică corespunzătoare este

$$\varphi_i = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{V_i}{V} \quad (2.42)$$

iar fracția masică (în cazul amestecurilor gaz-lichid), denumită și „titlu”, este

$$x_i = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{m_i}{m} \quad (2.43)$$

Densitatea amestecului poate fi calculată în funcție de fracția masică x_i și densitatea parțială ρ_i a fiecărei faze, conform expresiei

$$\frac{1}{\rho} = \sum \frac{x_i}{\rho_i} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \quad (2.44)$$

Dacă debitul masic de amestec bifazic este \dot{m} , expresia de calcul a vitezei medii corespunzătoare secțiunii de curgere A este

$$w = \frac{\dot{m}}{A\rho} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right], \quad (2.45)$$

iar viteza corespunzătoare fazei i devine

$$w_i = \frac{m_i}{\rho_i \varphi_i A} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right], \quad (2.46)$$

Legătura între viteza de ansamblu w și cea corespunzătoare fazei i este deci

$$w = \sum x_i w_i \quad [\text{m/s}] \quad (2.47)$$

Pentru a caracteriza mai bine aspectele curgerii mediilor bifazice se introduce noțiunea de viteză medie volumică

$$w_v = \sum \varphi_i w_i \quad [\text{m/s}] \quad (2.48)$$

și respectiv de viteză medie energetică

$$w_e = \sqrt{\sum x_i w_i^2} \quad [\text{m/s}] \quad (2.49)$$

Pentru stabilirea expresiei ecuației de continuitate, se consideră că viteza de trecere a unei faze în alta, în unitatea de volum, este χ $[\text{kg/m}^3 \cdot \text{s}]$ și deci pentru componentul 1 se poate scrie:

$$\int_V \frac{d\rho_1}{d\tau} dV = - \int_V \chi_1 dV \quad (2.50)$$

Prin dezvoltarea acestei ecuații și particularizarea ei pentru cele două faze ale unui amestec binar cu fazele 1 și 2 se obțin expresiile

$$\frac{\partial(\rho x_1)}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \cdot x_1 \cdot w_1) = -\chi \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial(\rho x_2)}{\partial \tau} + \text{div}(\rho x_2 w_2) = \chi \quad (2.52)$$

Viteza de trecere a fazei 1 și 2 (lichid în vapori — de exemplu) sau, invers, 2 în 1, este

$$\chi = -\frac{\rho_1}{x_1} \frac{\partial x_1}{\partial \tau} = \frac{\rho_2}{x_2} \frac{\partial x_2}{\partial \tau} \quad (2.53)$$

Prin însumarea expresiilor (2.51) și (2.52), se obține ecuația

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div}(\rho w) = 0 \quad (2.54)$$

care constituie ecuația de continuitate pentru amestecuri polifazice, identică cu cea pentru fluide monofazice.

Expresiile ecuației de continuitate sînt deci:

— în coordonate carteziane x, y, z

$$\sum_i \left[\frac{\partial(\rho \cdot x_i)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho \cdot x_i \cdot w_{ix})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot x_i \cdot w_{iy})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot x_i \cdot w_{iz})}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.55)$$

— în coordonate cilindrice r, θ, z

$$\sum_i \left[\frac{\partial(\rho x_i)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho \cdot x_i \cdot w_{ir})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho \cdot x_i \cdot w_{i\theta})}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho \cdot x_i \cdot w_{iz})}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.56)$$

Legea conservării impulsului pentru fiecare fază se stabilește ținând seamă de viteza transformării de fază χ . Vectorul tuturor forțelor exterioare de masă și de suprafață care acționează asupra sistemului este egal cu variația de impuls, la care se adaugă impulsul datorat transformării de fază.

Dacă vectorul unitar al forțelor de masă este \vec{B} , expresia acestei forțe este

$$\int_V \rho_1 \varphi_1 \vec{B} \cdot dV, \quad (2.57)$$

iar suma forțelor datorate tensiunii superficiale E care acționează pe suprafața A ce delimitează volumul V , forțelor interfazice cu tensiunea D_1 și forțelor datorate următoarei faze \vec{R} , devine

$$\int_A \varphi_1 (E \vec{n}) dA + \int_A \varphi_2 (D_1 \vec{n}) dA - \int_V \vec{R} dV \quad (2.58)$$

unde n reprezintă versorul suprafeței A .

Pentru omogenizarea expresiei (2.58), se poate trece de la integrala de suprafață la cea de volum:

$$\int_V \operatorname{div} \varphi_1 \vec{E} dV + \int_V \operatorname{div} \varphi_2 \vec{D}_1 dV - \int_V \vec{R} \cdot dV \quad (2.59)$$

Vectorul principal al tuturor forțelor de masă și de suprafață, egal cu suma expresiilor (2.57) și (2.59), are deci expresia

$$\int_V [\operatorname{div} (\varphi_1 \vec{E} + \varphi_2 \vec{D}_1) - \vec{R} + \rho_1 \varphi_1 \vec{B}] dV \quad (2.60)$$

Trebuie menționat că în expresia de mai sus nu s-au luat în considerare ciocnirile între particule. Variația impulsului primei faze în cadrul volumului ocupat de întreg amestecul este dată de expresia

$$\frac{d}{d\tau} \int_V \rho_1 \varphi_1 w_1 dV = \int_V \frac{d}{d\tau} [\rho_1 \varphi_1 w_1] dV \quad (2.61)$$

Impulsul de convecție rezultat prin transformarea fazelor se poate calcula dacă se consideră că viteza masei transformată în urma modificării de fază este w_3 astfel că expresia acestui impuls este

$$\int_V \chi \cdot w_3 dV \quad (2.62)$$

Dacă se egalează suma între expresiile (2.61) și (2.62) cu relația (2.59), rezultă ecuația impulsului pentru prima fază :

$$\rho_1 \varphi_1 \frac{d\bar{w}_1}{d\tau} + \chi(\bar{w}_3 - \bar{w}_1) = \overrightarrow{\text{div}(\varphi_1 \bar{E} + \varphi_2 \bar{D}_1)} - \bar{R} + \rho_1 \varphi_1 \bar{B} \quad (2.63)$$

În mod similar pentru a doua fază, ecuația impulsului este

$$\rho_2 \varphi_2 \frac{d\bar{w}_2}{d\tau} + \chi(\bar{w}_2 - \bar{w}_3) = \overrightarrow{\text{div} \varphi_2 (F - D_2)} + \bar{R} + \rho_2 \varphi_2 \bar{B} \quad (2.64)$$

unde F reprezintă tensiunea superficială corespunzătoare fazei 2.

Pentru a obține ecuația diferențială a impulsului pentru tot mediul se vor aduna relațiile (2.63) și (2.64), obținându-se expresia

$$\begin{aligned} \rho_1 \varphi_1 \frac{d\bar{w}_1}{d\tau} - \chi \bar{w}_1 + \rho_2 \varphi_2 \frac{d\bar{w}_2}{d\tau} + \chi \bar{w}_2 = \overrightarrow{\text{div}(\varphi_1 \bar{E} + \varphi_2 \bar{F})} + \\ + \rho \bar{B} + \overrightarrow{\text{div} \varphi_2 (D_1 - D_2)} \end{aligned}$$

în care ρ este densitatea mediului, stabilită conform expresiei (2.44).

Un mediu bifazic monocomponent se compune din cele două faze ale unui fluid și anume faza lichidă și cea gazoasă la starea de saturație. Ambele faze se găsesc în interiorul curbelor limită, pe palierul de vaporizare, deci în echilibru metastabil. Ca urmare, orice schimb energetic între amestecul bifazic și mediul exterior sub formă de căldură sau lucru mecanic va duce la trecerea unei faze în cealaltă. Deci un mediu bifazic monocomponent în curgere, datorită schimbului de căldură cu pereții canalului și al lucrului mecanic de frecare, presupune trecerea fazei lichide în gazoase sau invers (curgerea vaporilor saturați prin canalele de palete ale turbinei).

În cele ce urmează se vor studia numai acele medii bifazice a căror umiditate este foarte mică, deci curgerea are aspectul fizic al curgerii unui gaz în care se găsesc în suspensie picături de lichid.

Se consideră curgerea mediului bifazic printr-un canal, cu secțiunea A_1 la intrare și A_2 la ieșire și cu ordonatele z_1 și z_2 . Suprafața laterală a canalului între A_1 și A_2 este A_3 . Deci suprafața volumului limitat de secțiunile 1 și 2 (1-lichid, 2-vapori) este

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \quad (2.65)$$

Ecuația continuității pentru faza lichidă, exprimată prin integrala de volum, este (2.66) sau, în funcție de integrala de suprafață (2.67):

$$\int_V \text{div} \rho_1 \varphi_1 \bar{w}_1 dV = - \int_V \chi dV \quad (2.66)$$

$$\int_F \rho_i \varphi_i (\bar{w}_i \bar{\lambda}) dA = - \int_V \chi \cdot dV \quad (2.67)$$

unde $\bar{\lambda}$ este vectorul forțelor pe suprafața laterală a canalului.
Admițind că

$$dV = A dz \quad (2.68)$$

se iau în considerare numai proiecțiile vectorilor pe direcția z , care este și direcția canalului. Proiecția suprafețelor laterale pe z va fi egală cu zero, deci $\bar{\lambda} = 0$ și

$$|\rho_i \varphi_i w_i A|_{z_1} - |\rho_i \varphi_i A|_{z_2} = - \int_{z_1}^{z_2} \chi A dz \quad (2.69)$$

Se admite că $z_2 = z_1 + dz$, deci sub formă diferențială pentru faza lichidă și pentru faza de vapori saturați se obțin

$$\frac{d}{dz} (\varphi_i \rho_i w_i A) = - \chi A \quad (2.70)$$

$$\frac{d}{dz} (\varphi_v \rho_v w_v A) = \chi A \quad (2.71)$$

Prin însumare se obține ecuația continuității pentru ansamblul bifazic de lichid și vapori în curgere în regim stabilizat, sub forma :

$$\frac{d(\rho w A)}{dz} = 0; \quad \dot{m} = \rho \bar{w} A = \text{const.} \quad (2.72)$$

Ecuațiile impulsului pentru faza lichidă și faza de vapori sînt respectiv

$$\begin{aligned} \dot{m}_i \frac{dw_i}{dz} + \chi A (w_i - w_v) &= A \frac{d(\varphi_i E + \varphi_v D_i)}{dz} \\ &- \bar{R} A + \rho_i \varphi_i \bar{B} A \end{aligned} \quad (2.73)$$

$$\dot{m}_v \frac{dw_v}{dz} + \chi A (w_v - w_i) = A \frac{\varphi_v (P - D_v)}{dz} + \bar{R} A + \rho_v \varphi_v \bar{B} A \quad (2.74)$$

Ecuația impulsului pentru mediul bifazic se obține însumînd (2.73) cu (2.74) :

$$\frac{d(\dot{m}_i w_i + \dot{m}_v w_v)}{dz} = A \frac{d(\varphi_i E + \varphi_v P)}{dz} + \rho \bar{B} A \quad (2.75)$$

Notînd cu x_{lp} și x_{vp} participațiile gravimetrice ale lichidului, respectiv vaporilor saturați în amestecul bifazic și w_p viteza redusă a curentului bifazic dată de (2.76), ecuația (2.75) capătă forma generală (2.77)

$$w_p = w_l \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}} + w_v \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}} = w_l x_{lp} \frac{w_l}{w} + w_v x_{vp} \frac{w_v}{w}$$

$$w_p = w_l x_{lp} + w_v x_{vp}; \dot{m} = \dot{m}_v + \dot{m}_l \quad (2.76)$$

$$\dot{m} \frac{dw_p}{dz} = A \frac{d(\phi_l E + \phi_v P)}{dz} + \rho \bar{B} A \quad (2.77)$$

Ecuația entalpiei totale a curentului bifazic pentru fazele lichid și vaporii are forma

$$\begin{aligned} \rho_l \phi_l w_l \frac{d}{dz} \left(h_l + \frac{w_l^2}{2} \right) &= \frac{d}{dz} (\phi_l p_l + \phi_l E + \phi_v D) w_l + \\ &+ \chi \left[\left(h_l + \frac{w_l^2}{2} \right) - \left(u_l + \frac{w_l^2}{2} \right) \right] - \frac{dQ_l}{dz} + Q_{lv} + Q_{frl} + N_l + \\ &+ \phi_l \rho_l \bar{B} w_l \\ \rho_v \phi_v w_v \frac{d}{dz} \left(h_v + \frac{w_v^2}{2} \right) &= \frac{d}{dz} (\phi_v p_v + P + D) w_v + \\ &+ \chi \left[\left(u_v + \frac{w_v^2}{2} \right) - \left(h_v + \frac{w_v^2}{2} \right) \right] - Q_{lv} + Q_{frv} + N_v + \\ &+ \phi_v \rho_v \bar{B} w_v \end{aligned} \quad (2.78)$$

Și prin însumare, pentru mediul bifazic:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left[\dot{m}_l \left(h_l + \frac{w_l^2}{2} \right) + \dot{m}_v \left(h_v + \frac{w_v^2}{2} \right) \right] &= \frac{d}{dz} [\phi_l (p_l + E) w_l + \\ &+ \phi_v D (w_l - w_v) + \phi_v (p_v + P) w_v] + Q_{fr} + N + \rho \bar{B} w_l - \frac{dQ}{dz} \end{aligned} \quad (2.79)$$

în care:

$$E = -p_l - \frac{4}{3} \mu_l \frac{dw_l}{dz}; \quad P = -p_v - \frac{4}{3} \mu_v \frac{dw_v}{dz}$$

$$D = \begin{cases} -p_l & \text{pentru fază lichidă;} \\ -p_v & \text{pentru fază de vaporii saturați.} \end{cases}$$

Deoarece în cazul unui amestec bifazic, transformări termodinamice pot executa numai faza gazoasă, este importantă determinarea entalpiei frinate a ei. Noțiunea de *entalpie frinată* a fazei lichide nu are sens, deci se poate spune că entalpia frinată a unui amestec bifazic monocomponent este în fond aceea a fazei gazoase.

Pentru obținerea relației entalpiei frinate a amestecului se înmulțesc relațiile de mai sus cu $(u_l + w_l^2/2)$ și $(h_v + w_v^2/2)$ obținînd relația

$$\operatorname{div} \left[\left(\rho_l \varphi_l w_l \left(u_l + \frac{w_l^2}{2} \right) - \varphi_l \vec{w}_l \cdot \vec{E} + \rho_v \varphi_v \vec{w}_v \left(u_v + \frac{w_v^2}{2} \right) - \varphi_v \vec{w}_v \vec{P} + \rho \vec{w} \psi - Q \right) \right] = N + Q_{fr} \quad (2.80)$$

în care $N = N_l + N_v$; $Q_{frl} = Q_{fr} + Q_{frv}$; ψ potențialul izocor (funcția Helmholtz); $\vec{B} = -\operatorname{grad} \psi$. Prin integrare se obține:

$$\int_V \operatorname{div} (\vec{\Omega}) dV = \int_V (N + Q_{fr}) dV \quad (2.81)$$

în care $\vec{\Omega}$ este paranteza dreaptă din relația (2.80). Trecînd la integrala de suprafață și ținînd seama că $dV = A dz$ relația (2.81) devine (2.82) sau integrată pe porțiuni, (2.83):

$$\int_A \vec{\Omega} \vec{\lambda} dA = \int_{z_1}^{z_2} (N + Q_{fr}) A dz \quad (2.82)$$

$$\int_{A_1} \vec{\Omega} \vec{\lambda} dA + \int_{A_2} \vec{\Omega} \vec{\lambda} dA + \int_{A_3} \vec{\Omega} \vec{\lambda} dA = \int_{z_1}^{z_2} (N + Q_{fr}) A dz \quad (2.83)$$

Prin integrare, pentru o curgere în regim permanent (2.83) capătă forma (2.84)

$$\Omega_l A_l + \Omega_v A_v = \int_{z_1}^{z_2} (N + Q_{fr}) A dz \quad (2.84)$$

Considerînd secțiunea inițială cunoscută și A_2 o secțiune oarecare relația (2.84) devine

$$\Omega A = \int_{z_1}^{z_2} (N + Q_{fr}) A dz + \text{const.} \quad (2.85)$$

Ținând seamă că $\dot{m} = \rho w A$, relația capătă forma

$$\frac{\Omega}{\rho w} = \frac{1}{\dot{m}} \int_{z_1}^{z_2} (N + Q_{tr}) A \cdot dz + \text{const.} \quad (2.86)$$

În cazul cînd conductivitatea vaporilor saturați are o valoare redusă, iar căldura degajată prin frecare interfazică este mică, atunci termenul $(N + Q_{tr}) = 0$ și, ca urmare, (2.86) devine (2.87), sau sub formă explicită (2.88):

$$\frac{\Omega}{\rho w} = \text{const.} \quad (2.87)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_l w_l}{\rho w} \left[w_l \left(u_l + \frac{w_l^2}{2} \right) - \frac{1}{\rho_l} w_l E \right] + \frac{\rho_v w_v}{\rho w} \left[w_v \left(u_v + \frac{w_v^2}{2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{\rho_v} w_v P \right] - \frac{1}{\rho w} \frac{dq}{dz} + \psi = \text{Const.} \quad (2.88) \end{aligned}$$

În cazul cînd curgerea mediului bifazic are loc adiabatic, deci fără schimb de căldură cu pereții canalului, și ținând seamă că pentru regimul de curgere permanent stabilizat $E = -p_l$ și $P = -p_v$, ecuația entalpiei frîmate a mediului bifazic capătă forma (2.89):

$$h_{0l} \frac{x_l w_l}{w} + h_{0v} \frac{x_v w_v}{w} = \text{Const.}, \quad (2.89)$$

în care

$$\rho_l \varphi_l = \rho \cdot x_l; \quad \rho_v \varphi_v = \rho x_v$$

$$h_{0l} = u_l + \frac{p_l}{\rho_l} + \frac{w_l^2}{2}; \quad h_{0v} = u_v + \frac{p_v}{\rho_v} + \frac{w_v^2}{2} \quad (2.90)$$

$$\left. \begin{aligned} x_l &= \frac{\frac{w_v}{w_l} x_{lp}}{(1 + x_{lp}) + \frac{w_v}{w_l} x_{lp}}; & x_{lp} &= \frac{x_l}{x_l + (1 - x_l) \frac{w_v}{w_l}} \\ x_v &= \frac{\frac{w_v}{w_l} x_{vp}}{(1 - x_{vp}) + \frac{w_v}{w_l} x_{vp}}; & x_{vp} &= \frac{x_v}{x_v + (1 - x_v) \frac{w_v}{w_l}} \end{aligned} \right\} \quad (2.91)$$

$$x_v = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}} ; \quad x_l = \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}}$$

în care \dot{m}_v și \dot{m}_l sînt debitele masice de vapori saturați și lichid ce se găsesc în amestecul bifazic \dot{m} . Relația (2.90), ținînd seama de notațiile din (2.91), devine

$$h_{0l}x_{lp} + h_{0v}x_{vp} = h_0 = \text{const.} \quad (2.92)$$

În cazul cînd vitezele de deplasare ale celor două faze sînt egale, atunci x_l și x_v reprezintă chiar participația gravimetrică a celor două faze în amestecul bifazic.

După cum se vede și entalpia frînată a unui curent bifazic în condiții de curgere adiabată este constantă în timpul curgerii.

3.

APLICAȚII ALE ECUAȚIILOR DE BAZĂ ALE TERMOGAZODINĂMII LA CURGEREA UNIDIRECȚIONALĂ A GAZELOR PERFECTE

3.1. INFLUENȚA FRECĂRII ASUPRA LUCRULUI MECANIC DEZVOLTAT SAU CONSUMAT DE O TURBOMAȘINĂ.

În figura 3.1 *a* se prezintă procesul adiabatic de destindere într-o turbină unicelulară, iar în fig. 3.1 *b* cel de compresie adiabatică într-un turbocompresor unicelular. Lucrul mecanic al destinderii în turbină va fi :

— pentru destinderea adiabatică izentropă

$$l_{rev} = h_{01} - h_{02_{rev}} \quad [\text{J/kg}]; \quad (3.1)$$

— pentru destinderea adiabatică neizentropă

$$l_{irev} = h_{01} - h_{02_{irev}} = l_{rev} - l_{fr}. \quad (3.2)$$

$$\text{Deci} \quad l_{irev} = (h_{01} - h_{02_{rev}}) - (h_{02_{irev}} - h_{02_{rev}}) \quad [\text{J/kg}] \quad (3.3)$$

Lucrul mecanic de frecare aduce după sine o pierdere de lucru mecanic din cel furnizat de turbină. Din punct de vedere energetic, el reprezintă o pierdere de lucru mecanic ce se transformă în căldură care însă rămâne în masa gazului (gazul ieșind din turbină cu o entalpie $h_{02_{irev}} > h_{02_{rev}}$). Procesul de comprimare în turbocompresor cere de la motorul de antrenare un lucru mecanic, după cum urmează :

— pentru compresia adiabatică reversibilă

$$|l_{rev}| = h_{02_{rev}} - h_{01} \quad [\text{J/kg}] \quad (3.4)$$

— pentru compresia adiabatică ireversibilă

$$|l_{irev}| = h_{02_{irev}} - h_{01}$$

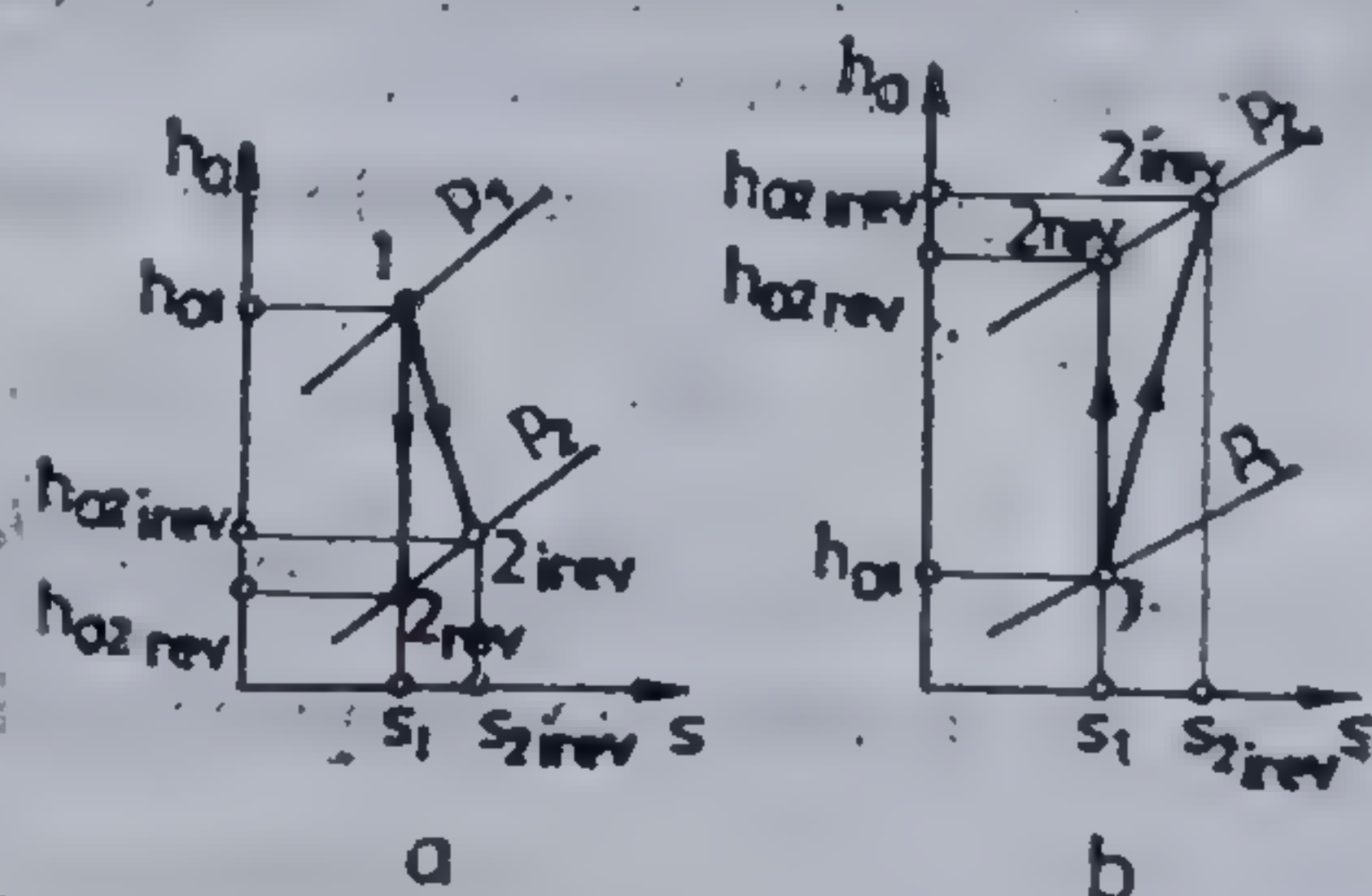


Fig. 3.1. Transformarea adiabatică — reversibilă și ireversibilă în turbomașini unicelulare :

a — turbină; *b* — turbocompresor.

$$|l_{\text{rev}}| = (h_{02_{\text{rev}}} - h_{01}) + l_{\text{fr}} = (h_{02_{\text{rev}}} - h_{01}) + (h_{02_{1\text{rev}}} - h_{02_{\text{rev}}}) \quad [\text{J/kg}] \quad (3.5)$$

Și în acest caz lucrul mecanic a adus din punct de vedere energetic o pierdere, deoarece $|l_{\text{rev}}| > |l_{\text{rev}}|$. Căldura echivalentă lucrului mecanic de frecare a rămas de asemenea în masa gazului, care a ieșit din turbocompresor cu entalpia $h_{02_{1\text{rev}}} > h_{02_{\text{rev}}}$.

În figura 3.2 a este reprezentat procesul adiabat de destindere a unui gaz într-o turbină cu mai multe trepte, iar în figura 3.2 b cel de com-

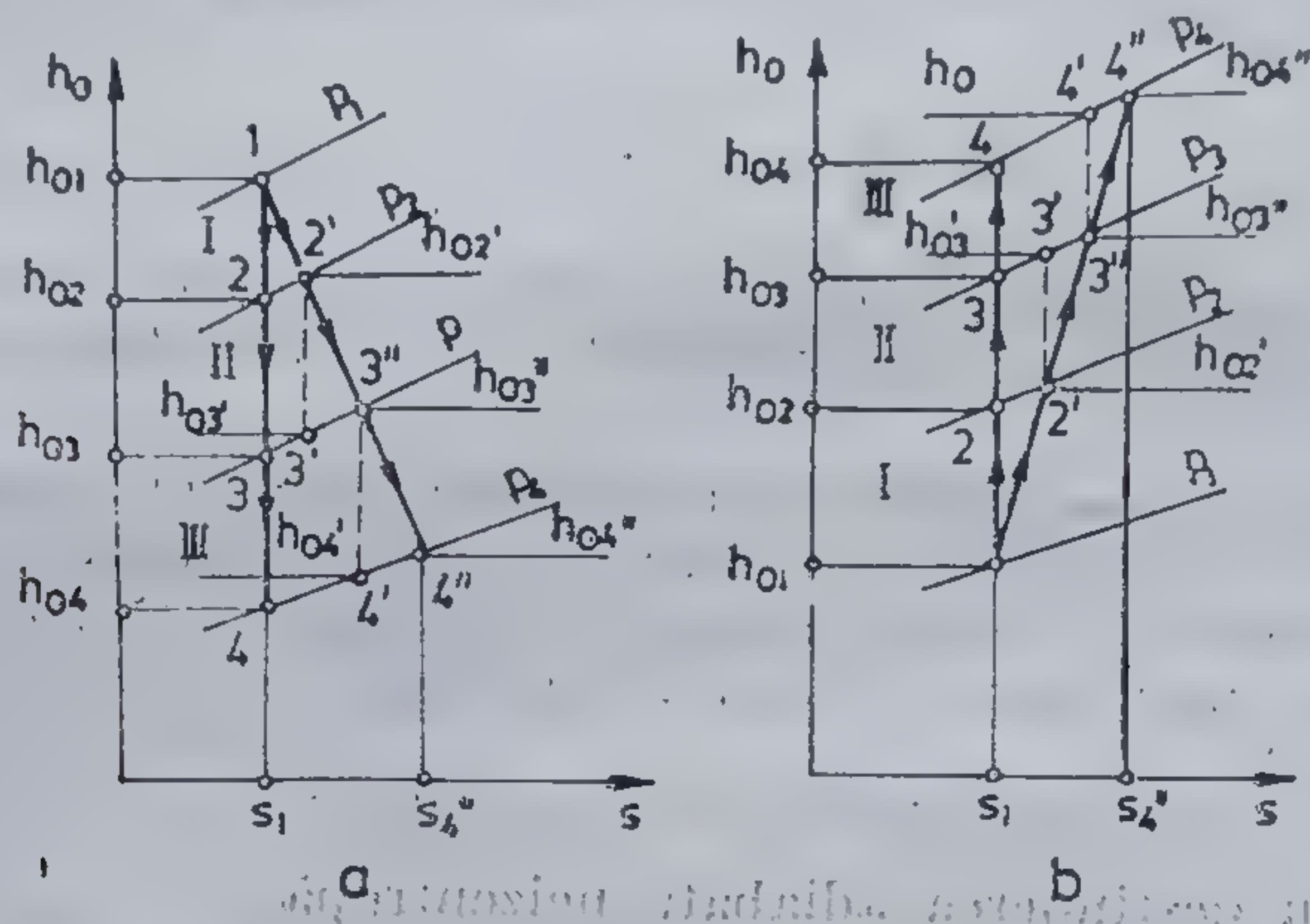


Fig. 3.2. Transformare adiabată — reversibilă și ireversibilă în turbomașini pluricelulare;
a — turbină; b — turbocompresor.

presie adiabată într-un turbocompresor în trepte. Lucrul mecanic al destinderii în turbină va fi:

— pentru destinderea adiabat-izentropă

$$l_{\text{rev}} = l_{\text{I rev}} + l_{\text{II rev}} + l_{\text{III rev}} = (h_{01} - h_{02}) + (h_{02} - h_{03}) + (h_{03} - h_{04}) = h_{01} - h_{04} \quad [\text{J/kg}] \quad (3.6)$$

— pentru destinderea adiabat-neizotropă

$$l_{\text{I rev}} = l_{\text{I rev}} + l_{\text{II rev}} + l_{\text{III rev}} \quad [\text{J/kg}] \quad (3.7)$$

în care:

$$l_{\text{I rev}} = l_{\text{I rev}} - l_{\text{fr I}} = (h_{01} - h_{02}) - (h_{02'} - h_{02}) = h_{01} - h_{02'}$$

$$l_{\text{II rev}} = l_{\text{II rev}} - l_{\text{fr II}} = (h_{02'} - h_{03}) - (h_{03''} - h_{03'})$$

Deoarece pentru stări apropiate, se poate accepta paralelismul izobarelor, se acceptă egalitatea $h_{02} = h_{03'} = h_{02'} = h_{03''}$. Ca urmare

$$l_{\text{II rev}} = (h_{02} - h_{03}) - (h_{03''} - h_{03'}) = h_{02} - h_{03''} \quad [\text{J/kg}]$$

Pentru primele două trepte ale turbinei, ținând seama de pierderile prin frecare, lucrul mecanic furnizat ar fi trebuit să fie

$$l_{\text{Irev}} = (l_{\text{Irev}} - l_{\text{Ifr}}) + (l_{\text{IIrev}} - l_{\text{IIfr}}) = \\ = (h_{01} - h_{03}) - (h_{02}' - h_{02}) + (h_{03}'' - h_{03}') =$$

Se constată însă că în treapta a II-a, căderea adiabat-izentropă disponibilă $h_{02}' - h_{03}'$ este egală cu cea teoretică $h_{02} - h_{03}$ datorită faptului că toată căldura echivalentă a lucrului mecanic de frecare $l_{\text{fr I}}$ a rămas în gaz și se recuperează. Deci, generalizând, pentru n trepte lucrul mecanic adiabat-ireversibil va fi

$$l_{\text{Irev}} = \sum_{i=1}^{n-1} l_{\text{rev}i} + (l_{\text{rev}n} - l_{\text{fr}n}) \quad [\text{J/kg}] \quad (3.8)$$

Din figura 3.2 a se constată

$$l_{\text{rev}} = (h_{01} - h_{02}) + (h_{02} - h_{03}) + (h_{03} - h_{04})$$

Deoarece :

$$(h_{02}' - h_{03}') = (h_{02} - h_{03}) \text{ și } (h_{03}'' - h_{04}') = (h_{03} - h_{04})$$

rezultă

$$l_{\text{Irev}} = \sum_1^3 l_{\text{rev}i} - (h_{04}'' - h_{04}') = l_{\text{Irev}} + l_{\text{IIrev}} + l_{\text{IIIrev}} - l_{\text{fr III}} \quad (3.9)$$

Deci pierderile prin frecare ale unei trepte, transformându-se în căldură ce rămâne în masa gazului, vor fi recuperate în treapta următoare pentru producere de lucru mecanic.

În cazul unui turbocompresor cu mai multe trepte (fig. 3.2 b) situația este inversă, lucrul mecanic cerut în compresia adiabat-neizotropă este compus din :

$$|l_{\text{Irev}}| = \sum_1^n |l_{\text{rev}i}| + \sum_1^n l_{\text{fr}i} \quad (3.10)$$

Deci în cazul compresiei se însumează pierderile prin frecare pe fiecare treaptă.

3.2. INFLUENȚA NATURII GAZULUI ASUPRA LUCRULUI MECANIC AL UNEI TURBOMASINI

Lucrul mecanic produs de un gaz perfect într-o turbină, ca urmare a unei destinderi adiabat-izentropice, este

$$l_{\text{rev}} = h_{01} - h_{02} = c_{pm}(T_{01} - T_{02}) = c_{pm} \cdot T_{01} \left(1 - \frac{T_{02}}{T_{01}}\right) \quad (3.11)$$

Pentru o transformare adiabat-neizentropă intervine și lucrul mecanic de frecare

$$l_{\text{rev}} = (h_{01} - h_{02}) - l_{\text{ir}} = c_{p_m} T_{01} \left(1 - \frac{T_{02}}{T_{01}} \right) - l_{\text{ir}} \quad (3.12)$$

Se constată că pentru aceeași cădere de temperatură, lucrul mecanic furnizat depinde de natura gazului, prin intermediul căldurii specifice c_p . De exemplu, o turbină cu gaze în care se destinde 1 kg de aer (sau gaze de ardere) de la 300°C la 100°C dezvoltă un lucru mecanic specific :

$$l_{\text{rev}_{\text{aer}}} = c_{p_m} T_{01} \left(1 - \frac{T_{02}}{T_{01}} \right) = 1,019 \cdot 573,15 \left(1 - \frac{373,15}{573,15} \right) = \\ = 203,8 \text{ [kJ/kg]}$$

Dacă s-ar destinde gaz metan (CH_4), s-ar obține

$$l_{\text{rev}_{\text{CH}_4}} = c_{p_m} T_{01} \left(1 - \frac{T_{02}}{T_{01}} \right) = 2,635 \cdot 573,15 \left(1 - \frac{373,15}{573,15} \right) = \\ = 527 \text{ [kJ/kg]}$$

Problema prezintă o importanță deosebită și în cazul turbocompresoarelor, unde de multe ori procesul tehnologic aduce după sine modificări ale compoziției gazelor supuse comprimării, ceea ce necesită puteri diferite pentru antrenarea compresorului.

3.3. RANDAMENTUL TERMOGAZODINAMIC AL TURBOMĂȘINILOR

Ecuatia de bază a unei turbine de acțiune este

$$-l = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + (h_2 - h_1) \quad (3.13)$$

În turbină are loc o dublă transformare de energie și anume : una termodinamică, a energiei potențiale (cădere de entalpie) în energie cinetică ; a doua, numai aerodinamică în care energia cinetică se transformă în lucru mecanic. Deci o turbină este compusă din două transformatoare de energie complet diferite și anume unul termic (ajutajul) și celălalt aerodinamic (canalele formate de palete). Randamentul termogazodinamic al turbinei se poate exprima prin raportul dintre căderea de entalpie efectiv prelucrată pentru producere de lucru mecanic ($h_1 - h_2$) și căderea maximă de entalpie ce ar putea fi prelucrată prin destinderea gazului pînă cînd

$h_2 = 0$. Admițind, pentru un gaz perfect, o valoare constantă a căldurii specifice, se obține :

$$\int_1^2 dh = \int_1^2 c_p dT = h_1 - h_2 = c_p(T_1 - T_2).$$

În aceleași ipoteze, pentru $T_2 = 0K$ (cînd $h_2 = 0$)

$$h_1 - h_0 = c_p(T_1 - T_0)$$

Ca urmare, raportul dintre căderea efectivă de entalpie și cea teoretică (randamentul termogazodinamic) are expresia

$$\eta_{tg} = \frac{h_1 - h_2}{h_1} = \frac{\frac{h_1 - h_2}{c_p}}{\frac{h_1}{c_p}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (3.14)$$

Din ecuația (3.13) a transformării adiabate a căderii de entalpie în energie cinetică, notînd $w_1 = 0$ și $w_2 = w$ se obține

$$h_1 - h_2 = \frac{w^2}{2} \quad (3.15)$$

Prin înmulțire și împărțire cu R și c_v se obține

$$\eta_{tg} = \frac{h_1 - h_2}{h_1} = \frac{w^2}{2h_1} = \frac{R w^2 c_v}{2c_p T_1 R c_v} \quad (3.16)$$

Deoarece pentru un gaz perfect $c_p - c_v = R$ și $c_p/c_v = k$, relația devine

$$\eta_{tg} = \frac{c_p - c_v}{2c_v} \frac{w^2}{R T_1 \frac{c_p}{c_v}} = \frac{k - 1}{2} \cdot \frac{w^2}{k R T_1}$$

Deoarece $\sqrt{kpv} = \sqrt{kRT} = a$ (unde a este viteza sunetului în gazul cu parametrii p, v, T), randamentul termogazodinamic al mașinii va fi

$$\eta_{tg} = \frac{k - 1}{2} \frac{w^2}{a_1^2} = \frac{k - 1}{2} M_1^2 \quad (3.17)$$

în care $M_1 = w/a_1$ este criteriul Mach. Valorile particulare ale criteriului Mach sînt

$0 \leq M < 1 \rightarrow w < a$, curgere subsonică,

$M = 1 \rightarrow w = a$, curgere sonică sau tronsonică,

$M > 1 \rightarrow w > a$, curgere supersonică.

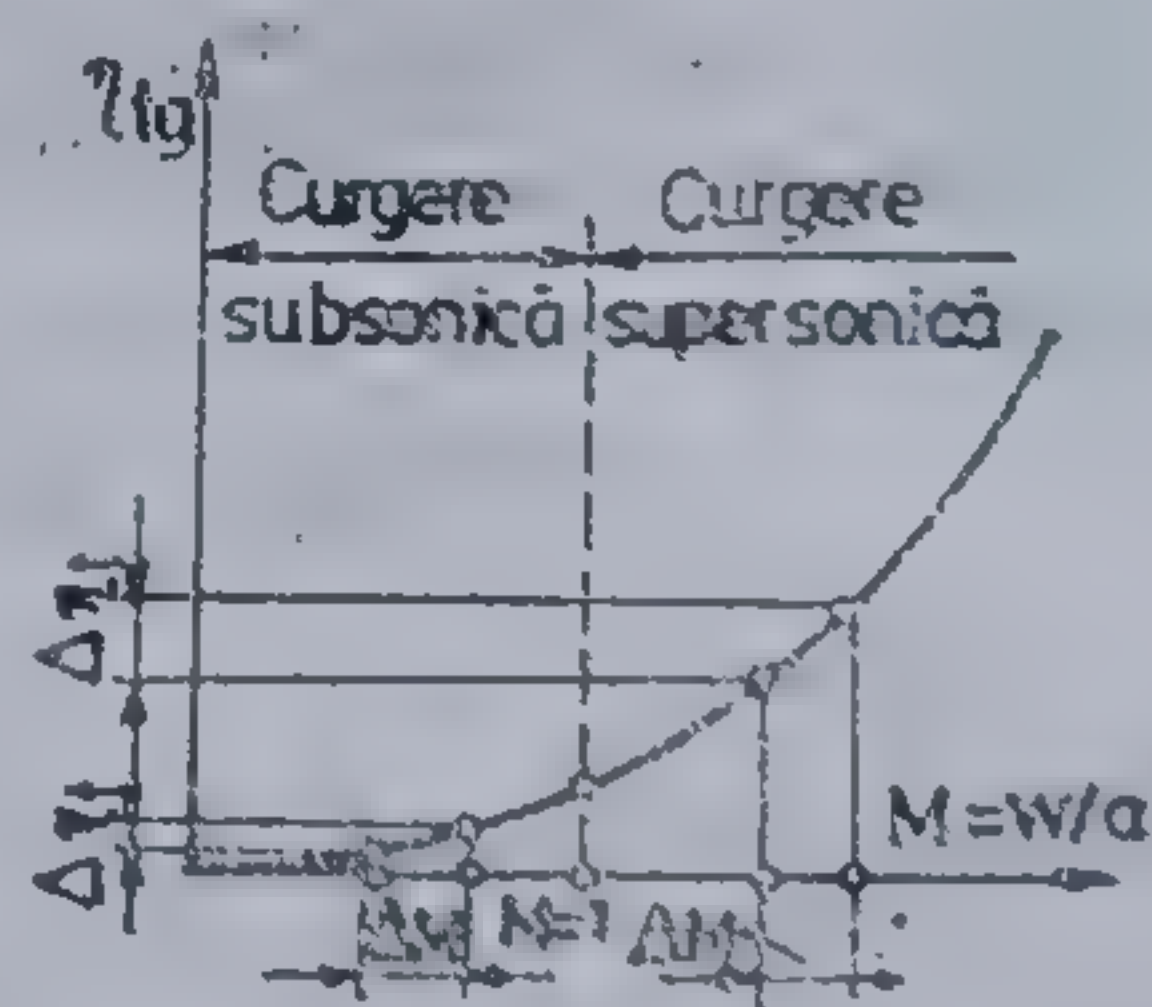


Fig. 3.3. Variația randamentului termogazodinamic al unei turbomașini, în funcție de criteriul Mach.

După cum se constată, randamentul η_{tg} al unei mașini rotative are valori mici pentru căderi de entalpie $h_1 - h_2$ din care se obțin viteze subsonice ($M < 1$). Variația lui η_{tg} în funcție de M este prezentată în figura 3.3. Se constată că pentru $M < 1$ mărirea căderii de entalpie Δh , care duce la creșterea lui M cu ΔM , nu duce la o creștere importantă a lui η_{tg} . Situația însă se schimbă fundamental în cazul când căderii de entalpie $h_1 - h_2$ folosite în turbină îi corespunde o curgere cu $M > 1$.

3.4. VARIAȚIA PARAMETRILOR DE STARE AI GAZULUI ÎN CURGERE, ÎN PROCESELE ADIABATE

Viteza de curgere a unui gaz, în cazul destinderii adiabat-izentropice de la h_1 la h_2 fără efectuare de lucru mecanic exterior, se obține din relația (3.13):

$$h_1 - h_2 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

Viteza maximă de curgere a unui gaz, la ieșirea dintr-un ajutoraj (pentru o destindere adiabat-izentropă) se obține atunci când gazul se va destinde de la entalpia inițială h_1 pînă la entalpia finală $h_2 = 0$. Considerînd viteza de intrare a gazului în ajutoraj $w_1 = 0$ pentru o destindere adiabat-izentropă fără producere de lucru mecanic exterior viteza $w_2 = w_{\max}$ când $h_2 = 0$. Deci

$$h_1 - 0 = \frac{w_{\max}^2}{2} \rightarrow w_{\max} = \sqrt{2h_1} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (3.18)$$

Randamentul termogazodinamic pentru $h_2 = 0$ este $\eta_{tg} = 1$ și viteza de ieșire $w = w_{\max}$. Ca urmare, expresia vitezei maxime de curgere capătă și forma

$$\eta_{tg} = 1 = \frac{k-1}{2} M_{1\max}^2 = \frac{k-1}{2} \frac{w_{\max}^2}{a_1^2} \quad (3.19)$$

$$w_{\max} = a_1 \sqrt{\frac{2}{k-1}}$$

Pentru un gaz perfect, cu $k = 1,4$ viteza maximă de curgere va fi

$$w_{\max} = 2,236 a_1 = 2,236 \sqrt{k p_1 v_1} = 2,236 \sqrt{R k T_1} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Transformarea căderii de entalpie în energie cinetică în ajutoraj are loc teoretic într-un proces de destindere adiabat-izentrop. Ca urmare, parametrii termici și fizici ai gazului în lungul ajutorajului vor trece de la valorile notate

cu indicele 1 la cele notate cu 2 corespunzător ecuației adiabate ($p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$; $T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_2^{k-1}$; etc). În figura 3.4 se reprezintă variația mărimilor caracteristice ale gazului într-un ajutoraj convergent. Expresia randa-

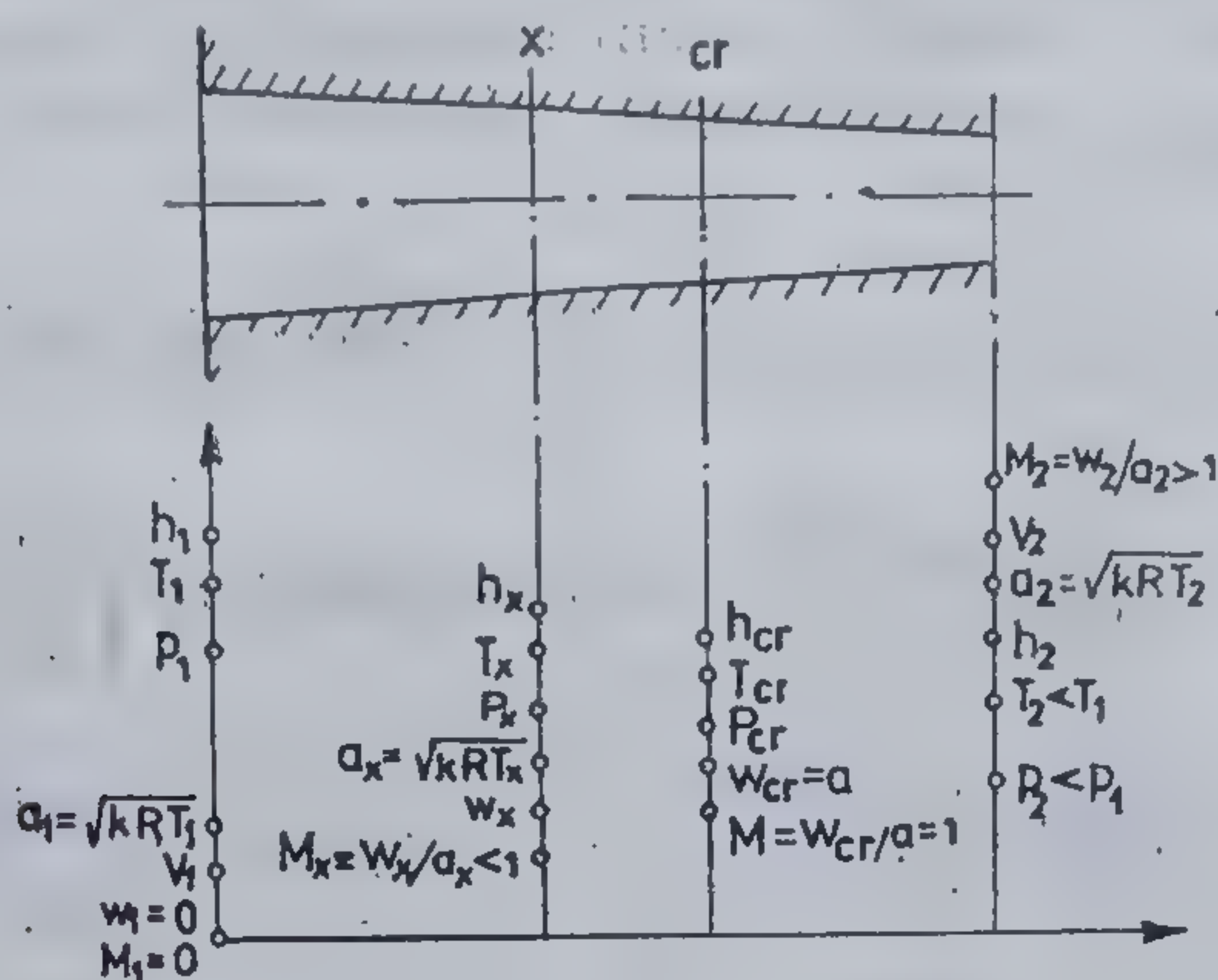


Fig. 3.4. Parametrii unui gaz într-un ajutoraj geometric.

mentului termogazodinamic al ajutorajului, raportînd viteza w_x în secțiunea x la viteza sunetului în gazul de parametri p_x , T_x etc. va fi

$$\eta_{ig} = \frac{h_1 - h_x}{h_x - h_{cr}} = \frac{T_1 - T_x}{T_x - T_{cr}} = \frac{k-1}{2} \left(\frac{w_x}{a_x} \right)^2 = \frac{k-1}{2} M_x^2 \quad (3.20)$$

în care $M_x = w_x/a_x$. Se obține

$$\frac{T_1}{T_x} = 1 + \frac{k-1}{2} M_x^2; \quad T_x = T_1 \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2} \quad (3.21)$$

Deoarece procesul termodinamic în ajutoraj este adiabatic-izentrop (reversibil), între parametrii de stare ai gazului există relație

$$\frac{T_x}{T_1} = \left(\frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow p_x = p_1 \left[\frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.22)$$

$$\frac{p_x}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_x} \right)^k \rightarrow v_x = v_1 \left[1 + \frac{k-1}{2} M_x^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.23)$$

$$\frac{h_x}{h_1} = \frac{T_x}{T_1} \rightarrow h_x = h_1 \left[\frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2} \right] \quad (3.24)$$

În secțiunea din ajutoraj unde viteza w devine egală cu viteza sunetului în gazul de parametri respectivi, criteriul Mach devine egal cu unitatea iar parametrii gazului se numesc *sonici* sau *critici* și se notează cu indicele „cr” (p_{cr} , T_{cr} , v_{cr} etc.). Valorile lor sînt obținute din relațiile (3.22)...(3.24), în care $T_r = T_{cr}$; $p_r = p_{cr}$ etc. iar $M = 1$. Pentru un gaz perfect, cu $k = 1,4$, ei au valorile

$$T_{cr} = T_1 \frac{2}{k+1} \rightarrow T_{cr} = 0,833 T_1 \text{ [K]} \quad (3.25)$$

$$p_{cr} = p_1 \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k}{k-1}} \rightarrow p_{cr} = 0,527 p_1 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] \quad (3.26)$$

$$v_{cr} = v_1 \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \rightarrow v_{cr} = 1,577 v_1 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right] \quad (3.27)$$

$$h_{cr} = h_1 \frac{2}{k+1} \rightarrow h_{cr} = 0,833 h_1 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (3.28)$$

O destindere adiabat-izentropă a unui gaz perfect într-un ajutoraj de la o presiune inițială p_1 la una finală $p_2 > p_{cr}$ va face ca la ieșire să se obțină o viteză $w_2 = < a$ ($M_2 < 1$); de la p_1 la $p_2 = p_{cr}$ va duce la o viteză $w_2 = a$ ($M_2 = 1$), iar de la p_1 la $p_2 < p_{cr}$ va duce la o viteză $w_2 > a$ ($M_2 > 1$). În studiul ajutorajelor de dimensiuni mari, ca cele ale motoarelor turboreactoare sau statoreactoare (rachete), se raportează viteza de curgere a gazului într-o secțiune oarecare la viteza sunetului în secțiunea critică, notată cu a_{cr} . Se obține astfel criteriul Mach critic $M_{cr} = \frac{w}{a_{cr}}$. Expresia

lui M_{cr} se obține din relația randamentului termogazodinamic η_{tg} . Astfel, pentru o destindere de la o temperatură inițială T_1 la una finală T , raportată la viteza sunetului unde gazul are temperatura T_{cr} , se poate scrie expresia randamentului η_{tg} sub forma

$$\eta_{tg} = \frac{T_1 - T}{T_{cr} - T} = \frac{k-1}{2} \frac{w^2}{a_{cr}^2}, \text{ dar } T_{cr} = T_1 \frac{2}{k+1} \quad (3.29)$$

Se obține deci (notînd cu $M_{cr} = w/a_{cr}$, unde w este viteza de ieșire):

$$\frac{T_1 - T}{T_{cr}} = \frac{T_1 - T}{T_1 \frac{2}{k+1}} = \frac{k-1}{2} M_{cr}^2 \rightarrow \frac{T_1 - T}{T_1} = \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2$$

De unde se obține expresia temperaturii finale în funcție de M_{cr} :

$$\frac{T}{T_1} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \quad (3.30)$$

Valoarea maximă a criteriului M_{cr} al curgerii ($M_{cr_{max}} = w_{max}/a_{cr}$) se obține pentru $\eta_{ig} = 1$, deci atunci când gazul se va destinde în ajutoraj de la temperatura T_1 pînă la $T = 0K$, iar valoarea $M_{cr_{max}}$ devine :

$$\eta_{ig} = \left| \frac{T_1 - T}{T_1} \right|_{T=0} = 1 = \frac{k-1}{k+1} M_{cr_{max}}^2 \rightarrow M_{cr_{max}} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \quad (3.31)$$

Pentru un gaz perfect cu $k=1,4$ viteza maximă de curgere w_{max} este

$$M_{cr_{max}} = \frac{k+1}{k-1} = 2,449 \rightarrow w_{max} = 2,449 a_{cr} = 2,449 \sqrt{kRT_{cr}} \quad \left[\frac{m}{s} \right]$$

Între M și M_{cr} există o legătură univocă; ea se determină din expresia criteriului Mach considerînd destinderea unui gaz, de la T_1 la T :

$$M^2 = \frac{w^2}{a^2} = \frac{w^2}{a_{cr}^2} \frac{a_{cr}^2}{a_1^2} \frac{a_1^2}{a^2}$$

Deoarece : $\frac{w}{a_{cr}} = M_{cr}$; $a_{cr} = \sqrt{kRT_{cr}}$; $a_1 = \sqrt{kRT_1}$; $a = \sqrt{kRT}$
(unde T este temperatura la ieșire), se obține :

$$M^2 = M_{cr}^2 \frac{T_{cr}}{T_1} \frac{T_1}{T} = M_{cr}^2 \frac{2}{k+1} \frac{1}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2} = \frac{\frac{2}{k+1} M_{cr}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2}$$

de unde

$$M = \sqrt{\frac{\frac{2}{k+1} M_{cr}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2}} \quad (3.32) \quad M_{cr} = \sqrt{\frac{\frac{k+1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}} \quad (3.33)$$

Un gaz perfect ai cărui parametri inițiali frinați sînt p_{01} , ρ_{01} , T_{01} , w_1 , $M_1 = w_1/a_1$ curgînd printr-o conductă, printr-un ajutoraj sau printr-un difuzor fără schimb de căldură cu mediul exterior (adiabat) fără frecare (izentrop) și fără efectuare de lucru mecanic exterior, va respecta ecuația primului principiu al termodinamicii, care pentru condițiile de mai sus are forma

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_{01} = h + \frac{w^2}{2} = \text{ct.}$$

(vezi 3.1)

Deci entalpia frinată a gazului în orice secțiune este constantă și egală cu cea din secțiunea inițială (pentru o curgere adiabatic-izentropică). Considerînd

că într-o secțiune oarecare, parametrii momentani ai gazului sînt p , ρ , T iar viteza de curgere w (M), se obțin relațiile între criteriile $M = \frac{w}{a}$ și

$$M_{cr} = \frac{w}{a_{cr}} \text{ în funcție de viteza sonică în secțiunea inițială } a_1 = \sqrt{k p_{01} v_{01}} = \sqrt{k R T_{01}};$$

$$M^2 = \frac{M_{cr}^2}{1 - \frac{k-1}{2} (M_{cr}^2 - 1)} = \frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{a_1}{a} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.34)$$

$$M_{cr}^2 = \frac{M^2}{1 + \frac{k-1}{k+1} (M^2 - 1)} = \frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{a_1}{a_{cr}} \right)^2 \right] \quad (3.35)$$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M^2}} = \sqrt{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2}$$

Sau în funcție de parametrii frînați în secțiunea inițială (p_{01} ; ρ_{01} ; T_{01}) și cei momentani din secțiunea respectivă ($p < p_{01}$; $\rho < \rho_{01}$; $T < T_{01}$)

$$M^2 = \frac{2}{k-1} \left(\frac{T_{01}}{T} - 1 \right) = \frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{p_{01}}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{\rho_{01}}{\rho} \right)^{k-1} - 1 \right] \quad (3.36)$$

$$M_{cr}^2 = \frac{k+1}{k-1} \left(1 - \frac{T}{T_{01}} \right) = \frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_{01}} \right)^{k-1} \right] \quad (3.37)$$

$$\frac{a}{a_1} = \sqrt{\frac{T}{T_{01}}} = \left(\frac{p}{p_{01}} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = \left(\frac{\rho}{\rho_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (3.38)$$

Cunoscînd parametrii frînați inițiali ai gazului p_{01} , ρ_{01} , T_{01} și valorile criteriilor M sau M_{cr} în secțiunea respectivă se pot determina parametrii momentani ai gazului din acea secțiune, notați cu p , ρ , T cu relațiile

$$\frac{T_{01}}{T} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \quad (3.39)$$

$$\frac{p}{p_{01}} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-\frac{k}{k-1}} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.40)$$

$$\frac{\rho}{\rho_{01}} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{k-1}} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.41)$$

$$\frac{h}{h_{01}} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \quad (3.42)$$

Deoarece procesul termodinamic efectuat de gaz între secțiunea inițială și cea considerată este adiabatic-izotrop, între mărimile de stare intervin relațiile :

$$\frac{T}{T_{01}} = \left(\frac{p}{p_{01}}\right)^{\frac{k-1}{k}}; \quad \frac{h}{h_{01}} = \left(\frac{\rho}{\rho_{01}}\right)^{k-1}; \quad \frac{\rho}{\rho_{01}} = \left(\frac{T}{T_{01}}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{p}{p_{01}}\right)^{\frac{1}{k}}$$

3.5. DETERMINAREA ANALITICĂ A PIERDERILOR DE PRESIUNE ACCIDENTALE.

Se consideră curgerea unui gaz printr-un canal în care are loc o variație bruscă de secțiune (fig. 3.5), cazul accidentelor de pe conducte (vane, reducții de secțiune, ramificații etc.).

Ca urmare a variației bruște de secțiune, viteza de curgere se modifică. Aceeași situație are loc și dacă în timpul curgerii printr-un canal de secțiune constantă gazul primește sau cedează brusc căldură (o undă de detonație), ceea ce duce la variația densității lui. Se caută să se determine pierderile de presiune a gazului, pentru diferite cazuri, și anume :

Variația secțiunii canalului. Se consideră un accident pe conductă (fig. 3.5) care are ca efect variația vitezei de curgere. Pentru două secțiuni vecine se poate accepta $\rho_1 = \rho_2$ și, ca urmare, din ecuația de continuitate rezultă $w_1 A_1 = w_2 A_2$. Neglijând frecarea, (secțiunile fiind foarte apropiate), pierderea de presiune totală va fi

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02}; \quad p_{01} = p_1 + \rho_1 \frac{w_1^2}{2};$$

$$p_{02} = p_2 + \rho_2 \frac{w_2^2}{2}$$

Pentru $\rho_1 = \rho_2$ se obține :

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02} = (p_1 - p_2) + \frac{\rho}{2} (w_1^2 - w_2^2)$$

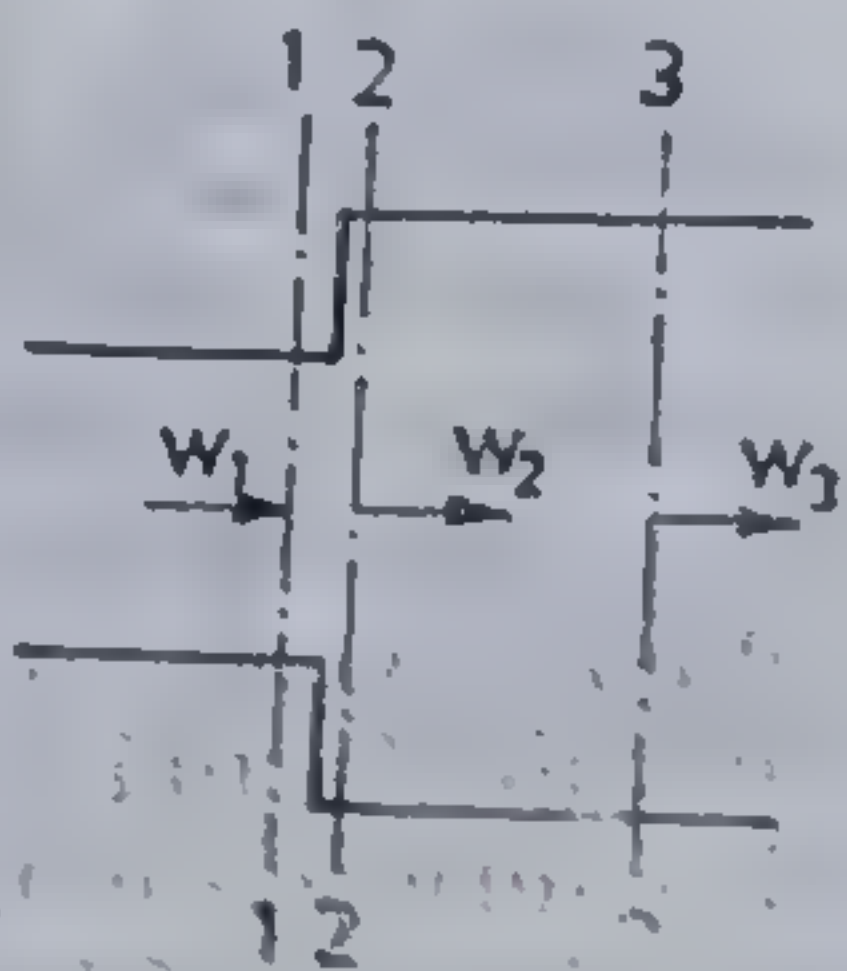


Fig. 3.5. Curgere printr-o conductă cu variație bruscă a secțiunii

Din ecuația impulsului, pentru forțele de frecare și motoare nule ($F_{fr} = 0$ și $F_m = 0$) se obține variația presiunii momentane a gazului pe direcția de curgere :

$$(p_1 - p_2) A = \dot{m} (w_2 - w_1).$$

Deoarece $\dot{m}/A_1 = \rho w_1$ și $\dot{m}/A_2 = \rho w_2$ se poate scrie :

$$p_1 - p_2 = \rho w_1 (w_2 - w_1) = \rho w_2 (w_2 - w_1)$$

Deci :

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02} = \rho w_2 (w_2 - w_1) + \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2) \quad (3.43)$$

Curgerea gazului printr-o conductă de secțiune constantă, încălzită sau răcită. În aceste condiții $\rho_1 \neq \rho_2$ și ca urmare apare o variație de viteză datorită modificării densității. Pentru distanțe mici între secțiunile 1 și 2, pierderea de presiune totală va fi :

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02} = (p_1 - p_2) + \left(\frac{\rho_1 w_1^2}{2} - \frac{\rho_2 w_2^2}{2} \right)$$

sau

$$\Delta p_0 = \rho_1 w_1 (w_2 - w_1) + \left(\frac{\rho_1 w_1^2}{2} - \frac{\rho_2 w_2^2}{2} \right) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (3.44)$$

în care w_1 și w_2 sînt vitezele medii în secțiunile 1 și 2 de curgere.

3.6. TRANSFORMAREA ENERGIEI CINETICE ÎN LUCRU MECANIC ȘI INVERS ÎN CANALELE DE PALETE ALE TURBOMASINILOR

În turbine, energia cinetică a gazului la ieșirea dintr-un ajutoraj este transformată în lucru mecanic în canalele formate de paletele ce se găsesc montate pe rotor. Aceste canale, pentru turbine, sînt curbe și înclinate la intrare și ieșire cu unghiurile α_1 , respectiv α_2 față de direcția de deplasare (din motive gazodinamice). În figura 3.6 este prezentată schema constructivă a unei turbine, compusă dintr-o serie de ajutoraje fixe ce transformă energia potențială (căderea de entalpie) în energie cinetică, și o serie de canale mobile formate de paletele montate la periferia roților. În ajutoraj, căderea de entalpie adiabatic-izentropă $\Delta h = h_1 - h_2$ se transformă în energie cinetică.

Canalul dintre palete va fi de secțiune constantă dacă se neglijează lucrul mecanic de frecare, sau ușor divergent în caz contrar (pentru ca viteza de ieșire w_3 să fie egală cu w_2 deoarece ca urmare a încălzirii gazului a apărut o modificare a densității lui ceea ce face necesară o secțiune mai mare). Cele două componente ale vitezei gazului pe direcție tangențială vor fi notate cu indicii u și pe direcția axială cu indicii a . La curgerea prin

canalul curbat apare o forță pe direcția u și alta pe direcția a , care sînt date de ecuația impulsului. Considerînd sensul pozitiv, direcția de mișcare u , se obține

$$F_u = \dot{m} (w_{2u} + w_{1u}); F_a = \dot{m} (w_{2a} - w_{1a}) \quad (3.45)$$

Pentru calcule tehnice se utilizează așa-numitul *triunghi de viteză*, prezentat în figura 3.7.

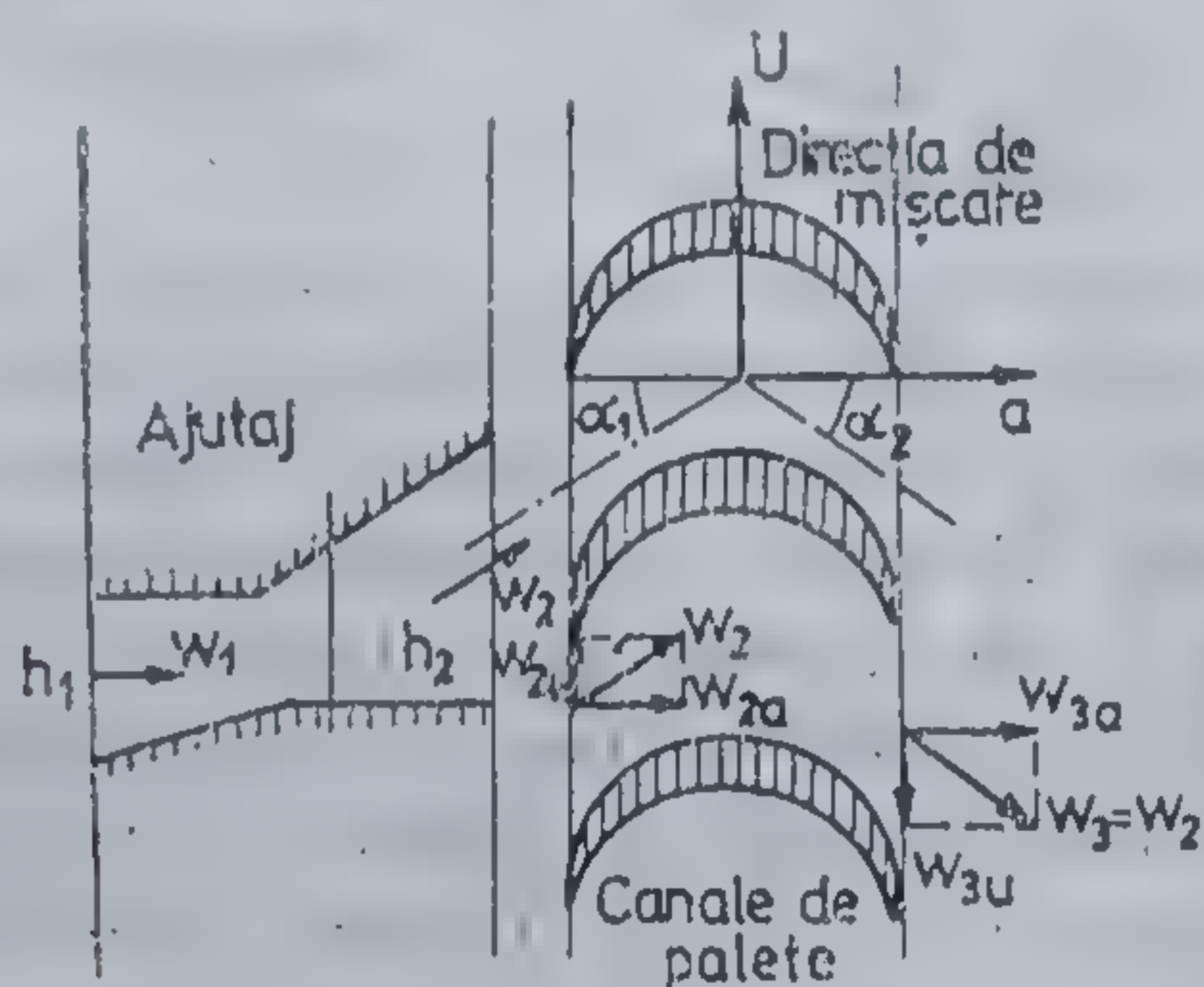


Fig. 3.6. Curgerea gazului prin canalele de palete ale unei turbine.

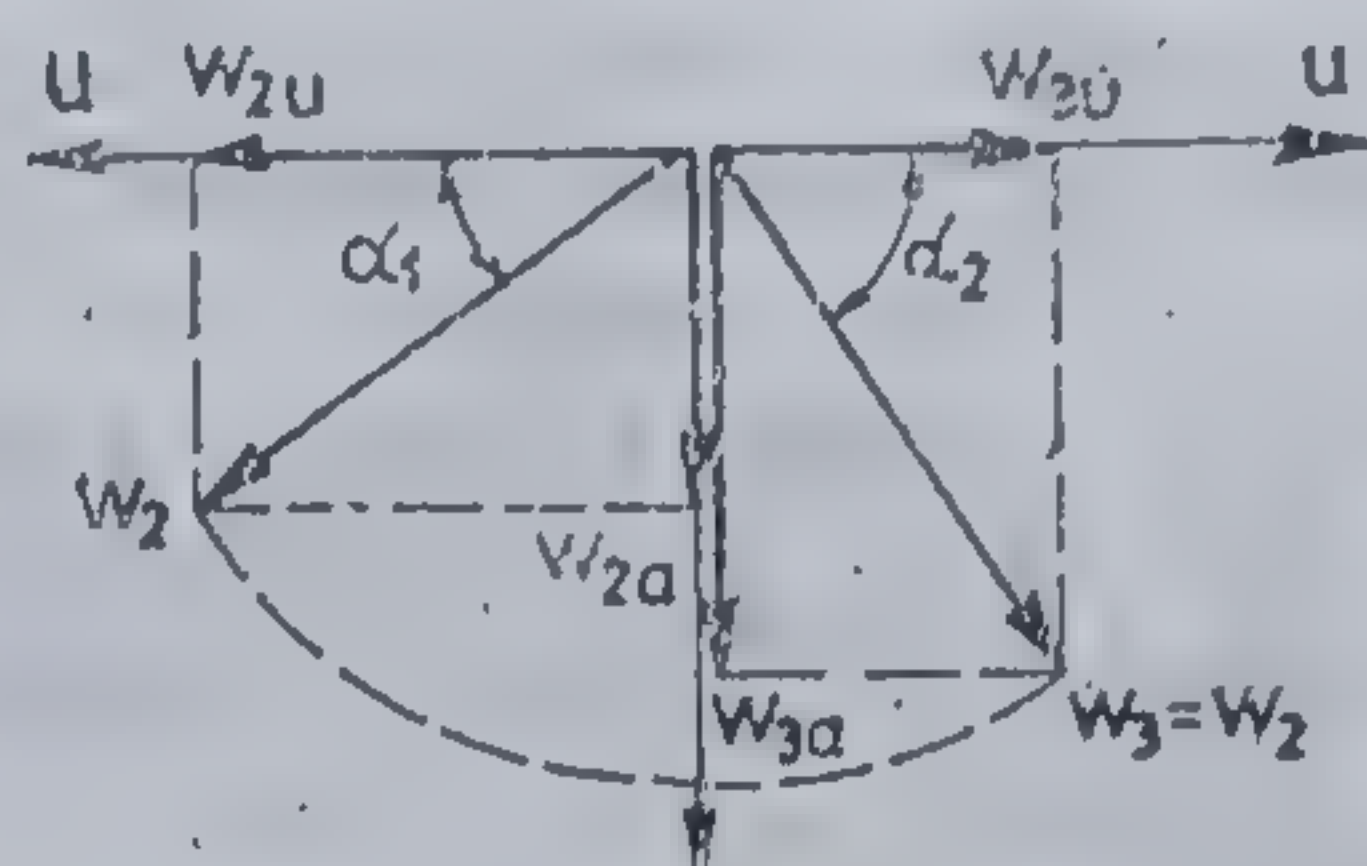


Fig. 3.7. Triunghiurile de viteză a gazului în turbină.

Puterea dezvoltată de turbină P_u , notînd viteza de deplasare a canalului (viteza periferică) cu u în m/s, este

$$P_u = \dot{m} u (w_{2u} + w_{1u}) \quad [W] \quad (3.46)$$

Forța F_a va duce la o împingere axială a roții cu palete. Deoarece în turbine $w_{2u} > w_{1u}$ forța $F_u > 0$ și ca urmare gazul în curgere prin canal va dezvoltă lucru mecanic. În cazul unui turbocompresor axial, canalele de paletă au în față o serie de palete directoare care au rolul de a direcționa intrarea gazului spre muchia paletei (fig. 3.8).

Canalul paletelor mobile se deplasează în direcția u și, ca urmare, lucrul mecanic consumat de turbocompresor servește la creșterea energiei cinetice a gazului ($w_2 > w_1$). Din ecuația impulsului, pentru debitul \dot{m} de gaze ce trece prin rotorul compresorului se obține

$$|F_u| = \dot{m} (w_{2u} + w_{1u});$$

$$F_a = \dot{m} (w_{2a} - w_{1a})$$

Deoarece $F_u < 0$, pentru o viteză periferică u a canalelor de paletă se obține puterea consumată de turbocompresor:

$$|P| = |F_u| u = \dot{m} u (w_{2u} + w_{1u})$$

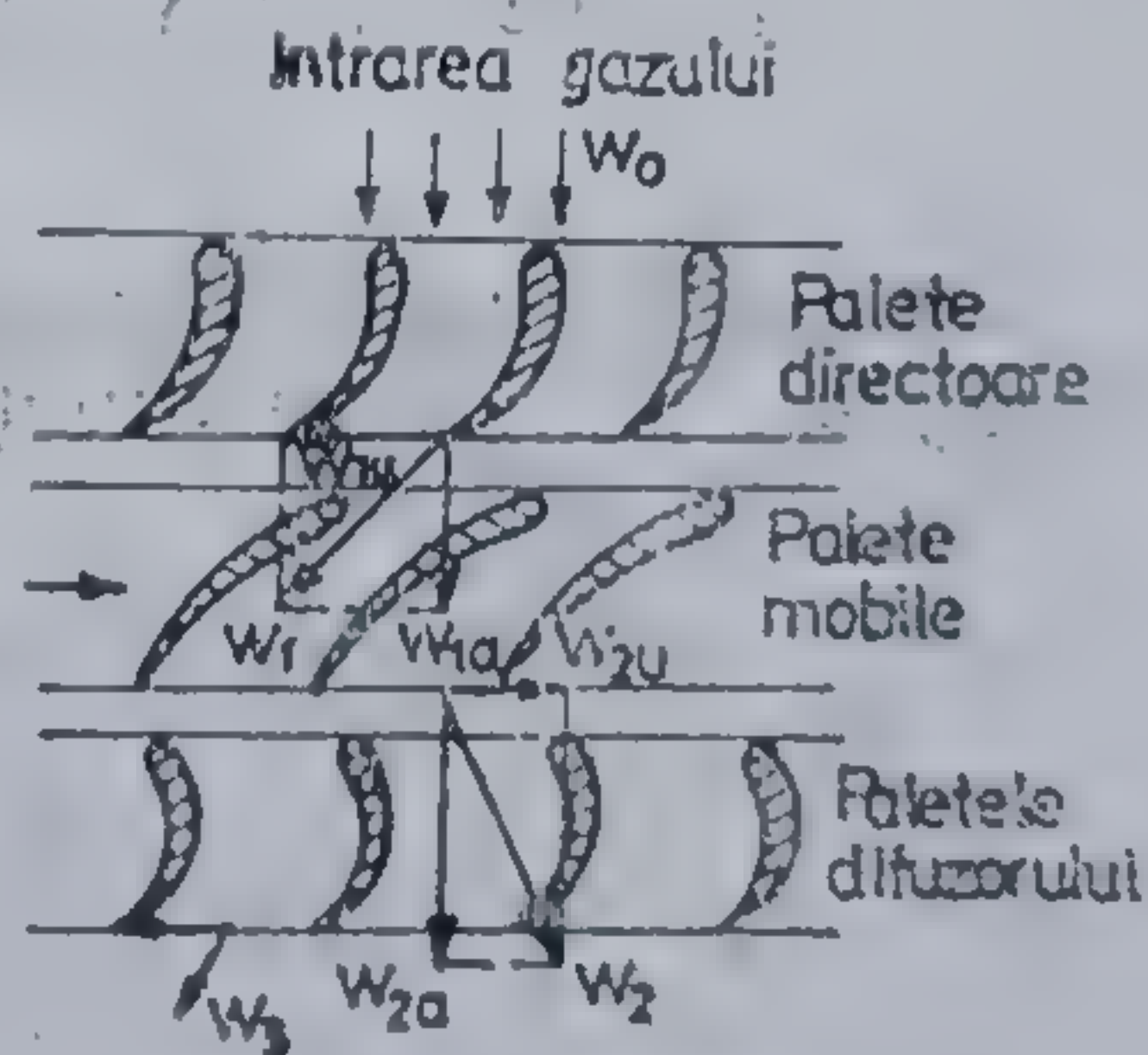


Fig. 3.8. Curgerea gazului printr-un turbocompresor axial.

3.7. TRANSFORMAREA ENERGIEI POTENȚIALE ÎN ENERGIE CINETICĂ ÎN AJUTAJUL GEOMETRIC

Prin ajutoraj se înțelege un transformator energetic static la care energia cinetică este una din energiile determinante, cea de a doua putând fi energia internă, căldura sau lucrul mecanic. Denumirea de *ajutoraj* se dă utilajului la care energia cinetică a gazului care curge prin el este mai mare la ieșire decât la intrare. Denumirea de difuzor este dată utilajului la care energia cinetică a gazului la ieșire este mai mică decât la intrare.

Ajutoraj geometric fără frecare. Ajutorajul geometric transformă energia potențială a unui gaz în curgere (energia internă plus lucrul mecanic de deplasare) în energie cinetică. Constructiv ajutorajul este un simplu canal (imobil), a cărui secțiune este variabilă. Ecuația ajutorajului geometric se obține din ecuația primului principiu la termodinamicii, la care $z_1 = z_2$, $l = 0$, $l_{fr} = 0$, $q = 0$. În ajutoraj gazul efectuează o transformare adiabat-izentropă. Prin convenție viteza medie a gazului la intrarea în ajutoraj se notează cu c_1 iar la ieșire cu c_2 (în loc de w_1 și w_2). Pentru o destindere de la p_{01} la p_2

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = h_1 - h_2; \quad \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \left(u_1 + \frac{p_1}{\rho_1} \right) - \left(u_2 + \frac{p_2}{\rho_2} \right)$$

Pentru o transformare adiabat-izentropă în curgere căderea de entalpie $h_1 - h_2$ are expresia

$$h_1 - h_2 = - \int_1^2 v dp = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (3.47)$$

Valorile mărimilor de stare ale gazului într-o secțiune curentă x din ajutoraj p_x , T_x , ρ_x , în funcție de mărimile frâmate la intrare p_{01} , T_{01} , ρ_{01} se obține din relațiile

$$\left. \begin{aligned} T_x &= \frac{T_{01}}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2} \text{ [K]}; & p_x &= \frac{p_{01}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2 \right)^{\frac{k-1}{k}}} \\ \rho_x &= \frac{\rho_{01}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]; & v_x &= v_{01} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

în care T_{01} , p_{01} sînt parametrii frînați ai gazului la intrarea în ajutoraj, iar ρ_{01} , v_{01} — valorile corespunzătoare ale densității și volumului specific la T_{01} și p_{01} ; M_x este criteriul Mach al gazului în secțiunea x . Deoarece în orice

secțiune A_x a ajutorajului este valabilă ecuația de continuitate ($\dot{m} = \rho_x c_x A_x$), debitul \dot{m} de gaz ce trece prin secțiunea ajutorajului A va fi :

$$\dot{m} = A_x \frac{c_x}{v_x} = \frac{A_x}{v_x} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_{01}}{\rho_{01}} \left[1 - \left(\frac{p_x}{p_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (3.49)$$

în care pentru o transformare adiabat-izentropă se obține :

$$v_x = v_{01} \left(\frac{p_{01}}{p_x} \right)^{\frac{1}{k}} ; \quad \rho_x = \rho_{01} \left(\frac{p_x}{p_{01}} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (3.50)$$

Introducând valorile v_x și ρ_x în relația debitului se obține

$$\dot{m} = A_x \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_{01} \rho_{01} \left[\left(\frac{p_x}{p_{01}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_x}{p_{01}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (3.51)$$

Ca urmare, secțiunea de intrare a ajutorajului A_1 și de ieșire A_2 , pentru o destindere adiabat-izentropă a unui debit \dot{m} de gaz de la h_1 la h_2 (de la p_{01} și T_{01} la p_2 și T_2) va fi

$$A_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_{01} c_1} ; \quad A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 c_2} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_{01} \rho_{01} \left[\left(\frac{p_2}{p_{01}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_{01}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad [\text{m}^2] \quad (3.52)$$

Variația secțiunii ajutorajului geometric se obține din ecuația de continuitate $\dot{m} = \rho c A = \text{const.}$, care este satisfăcută în orice secțiune. Prin derivarea ecuației $\rho c A = \text{const}$ se obține

$$A c d\rho + A \rho dc + \rho c dA = 0$$

Prin împărțire cu $\rho c A$ se obține :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} = 0 \rightarrow \frac{dA}{A} = - \frac{dc}{c} - \frac{d\rho}{\rho}$$

Considerînd viteza de intrare în ajutoraj $c_1 = 0$ și presiunea p în secțiunea A unde viteza de curgere este c se obține

$$\frac{c^2}{2} = - \int_{p_{01}}^p v dp ; \quad c dc = - v dp ; \quad \frac{dc}{c} = - \frac{v}{c^2} dp$$

Pentru o transformare adiabată-izentropă $pv^k = \text{const.}$ și deci

$$v dp + k p dv = 0 ; \quad - dv = \frac{dp}{\rho^2} ; \quad \rho = \frac{1}{v}$$

și

$$\frac{dp}{\rho} = k p \frac{dp}{\rho^2} ; \quad \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{k p}$$

Variația secțiunii ajutajului în funcție de variația presiunii va fi atunci

$$\frac{dA}{A} = \frac{v}{c^2} dp - \frac{dp}{kp} = dp \left[\frac{v}{c^2} - \frac{1}{kp} \right] \quad (3.53)$$

Semnul variației de secțiune dA/A va depinde deci de semnul termenilor dp și $\left[\frac{v}{c^2} - \frac{1}{kp} \right]$. Deoarece la destindere, dp este întotdeauna negativ, înseamnă că dacă

$$\frac{v}{c^2} - \frac{1}{kp} > 0 \rightarrow c < \sqrt{kp v}; \quad \frac{dA}{A} < 0 \text{ (secțiune convergentă)}$$

$$\frac{v}{c^2} - \frac{1}{kp} < 0 \rightarrow c > \sqrt{kp v}; \quad \frac{dA}{A} > 0 \text{ (secțiune divergentă)}$$

Deci pentru $c < a$ ($M < 1$) ajutajul va fi convergent, iar viteza la ieșire va fi subsonică.

Pentru $c > a$ ($M > 1$) ajutajul va avea, după partea convergentă în care se realizează viteza sunetului, și o parte divergentă. Deci va fi un ajutaj convergent-divergent. În secțiunea de schimbare a convergenței în divergență (secțiunea minimă) gazul va avea viteza sunetului, iar parametrii lui vor avea valorile critice și anume:

$$\left. \begin{aligned} T_{cr} &= T_{01} \frac{2}{k+1}; & p_{cr} &= p_{01} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \\ v_{cr} &= v_{01} \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}}; & \rho_{cr} &= \frac{\rho_{01}}{\left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}}} \end{aligned} \right\} \quad (3.54)$$

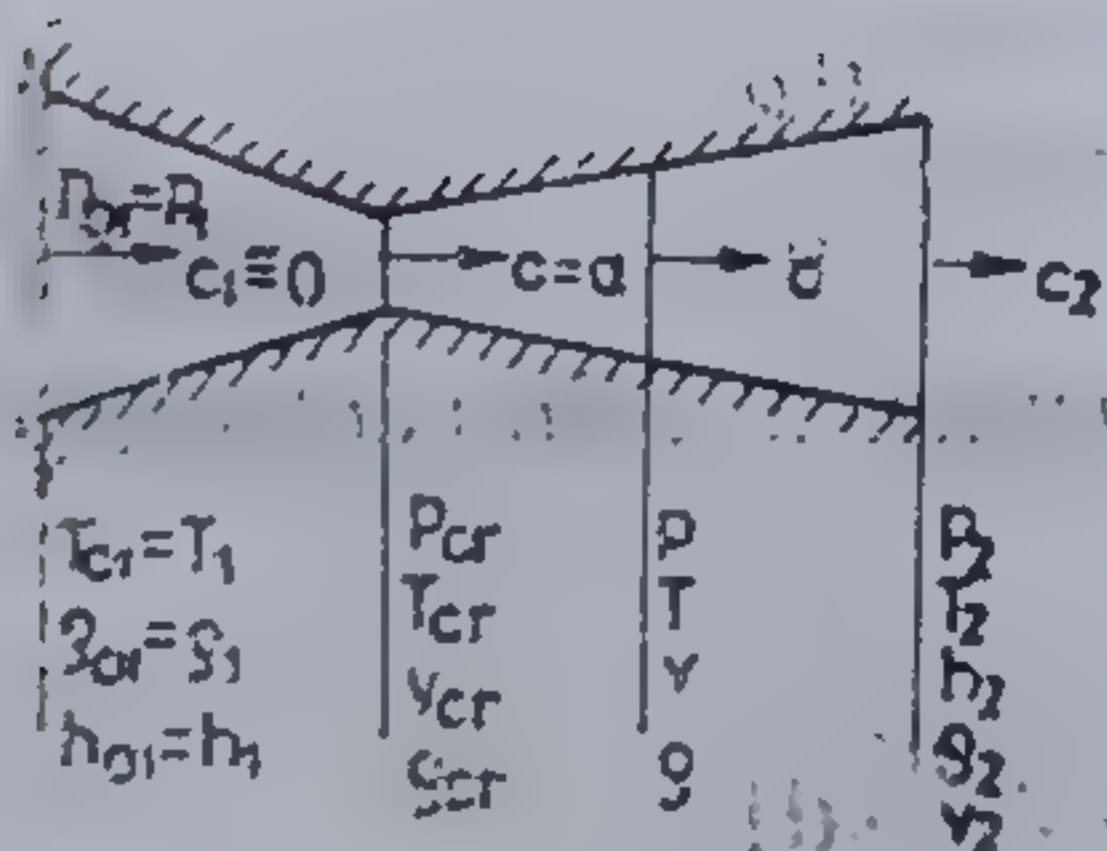


Fig. 3.9. Ajutaj convergent - divergent (supersonic).

În figura 3.9 se prezintă parametrii gazului într-un ajutaj geometric convergent-divergent (ajutaj supersonic). Dacă viteza la ieșire este mai mică sau egală cu viteza sunetului, ajutajul va avea numai partea convergentă (ajutaj subsonic sau sonic).

Legea de variație a secțiunii unui ajutaj se poate obține pe cale grafică din ecuația de continuitate ($\dot{V} = A \cdot c$), scrisă pentru un debit de gaz de 1 kg/s. Pentru o secțiune oarecare, prin logaritmare și diferențiere ecuația de continuitate capătă forma

$$\frac{dA}{A} = \frac{da}{v} - \frac{dc}{c}$$

Deci, variația secțiunii unui ajutoraj (dA/A) depinde de variația volumului specific (dv/v) și a vitezei (dc/c) care, la rândul lor, sînt funcții de căderea de presiune în ajutoraj. Reprezentînd pe o diagramă variațiile volumului specific vitezei și secțiunii se obțin curbele din figura 3.10. Pînă la valoarea critică a vitezei, gradientul volumului specific este mai mic de cît cel al vitezei ($dv/v < dc/c$) și ca urmare secțiunea ajutorajului scade. Peste viteza critică creșterea volumului specific (dv/v) este mai rapidă decît creșterea vitezei, (dc/c) și deci secțiunea crește.

Secțiunea curentă A a ajutorajului se poate exprima și în funcție de secțiunea critică A_{cr} , denumită și *secțiunea minimă*, notată cu A_{min} . Ecuația de continuitate (care se respectă pentru orice secțiune) scrisă pentru o secțiune oarecare și cea critică este

$$\dot{m} = \rho c A = \rho_{cr} c_{cr} A_{cr} \quad (3.55)$$

Deoarece $c = a$ și $M_{cr} = 1$ se obține

$$\frac{A}{A_{cr}} = \frac{\rho_{cr} c_{cr}}{\rho c} = \frac{\rho_{cr} c_{cr}}{\rho a M} \quad (3.56)$$

Ținînd seama de relațiile

$$\frac{c_{cr}}{a} = \frac{\sqrt{k R T_{cr}}}{\sqrt{k R T}} = \sqrt{\frac{T_{cr}}{T}}; \quad \frac{\rho_{cr}}{\rho} = \left(\frac{T_{cr}}{T} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

se obține :

$$\frac{A}{A_{cr}} = \frac{1}{M} \left(\frac{T_{cr}}{T} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} = \frac{1}{M} \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}}$$

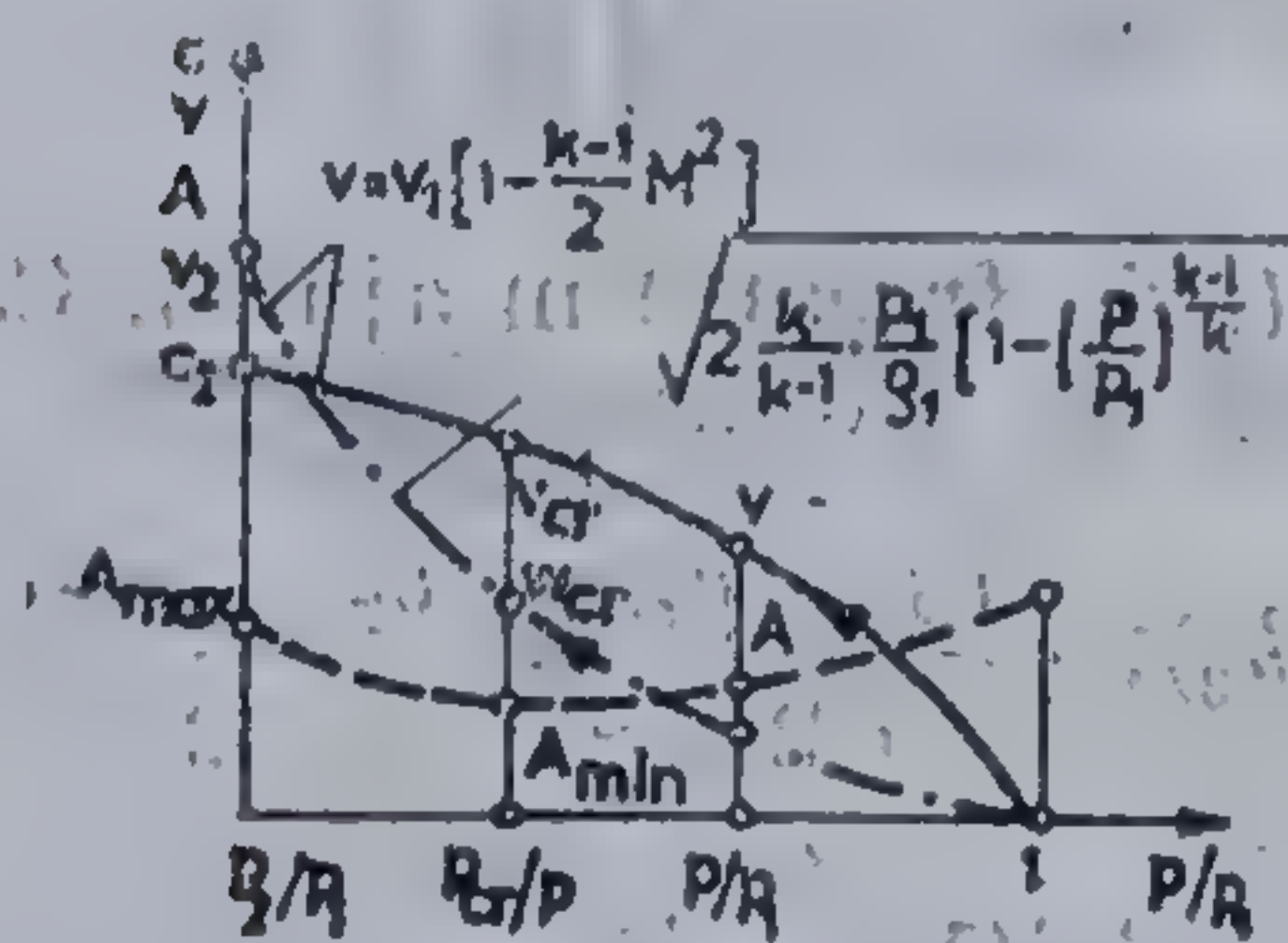


Fig. 3.10. Determinarea grafică a secțiunii A a unui ajutoraj geometric.

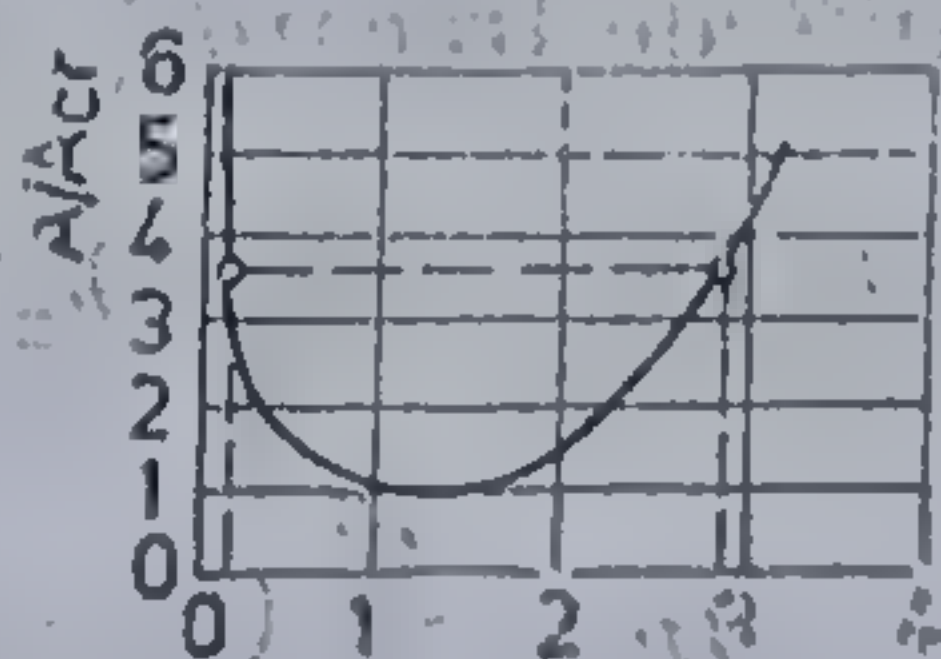


Fig. 3.11. Raportul A/A_{cr} pentru un ajutoraj geometric.

Pentru un gaz perfect ($k = 1,4$) se obține

$$\left(\frac{A}{A_{pr}} \right)_{k=1,4} = \frac{(1 + 0,2 M^2)^3}{1,728 M} \quad (3.57)$$

Relația este reprezentată în figura 3.11.

Ajutaj geometric cu frecare. În cazul când se ține seama de frecarea gazului de peretele ajutajului, procesul de destindere din ajutaj devine adiabat-neizentrop (fig. 3.12). Pe diagrama $h - s$ și $p - v$ adiabata izentropă este 1-2, iar cea neizentropă 1-3.

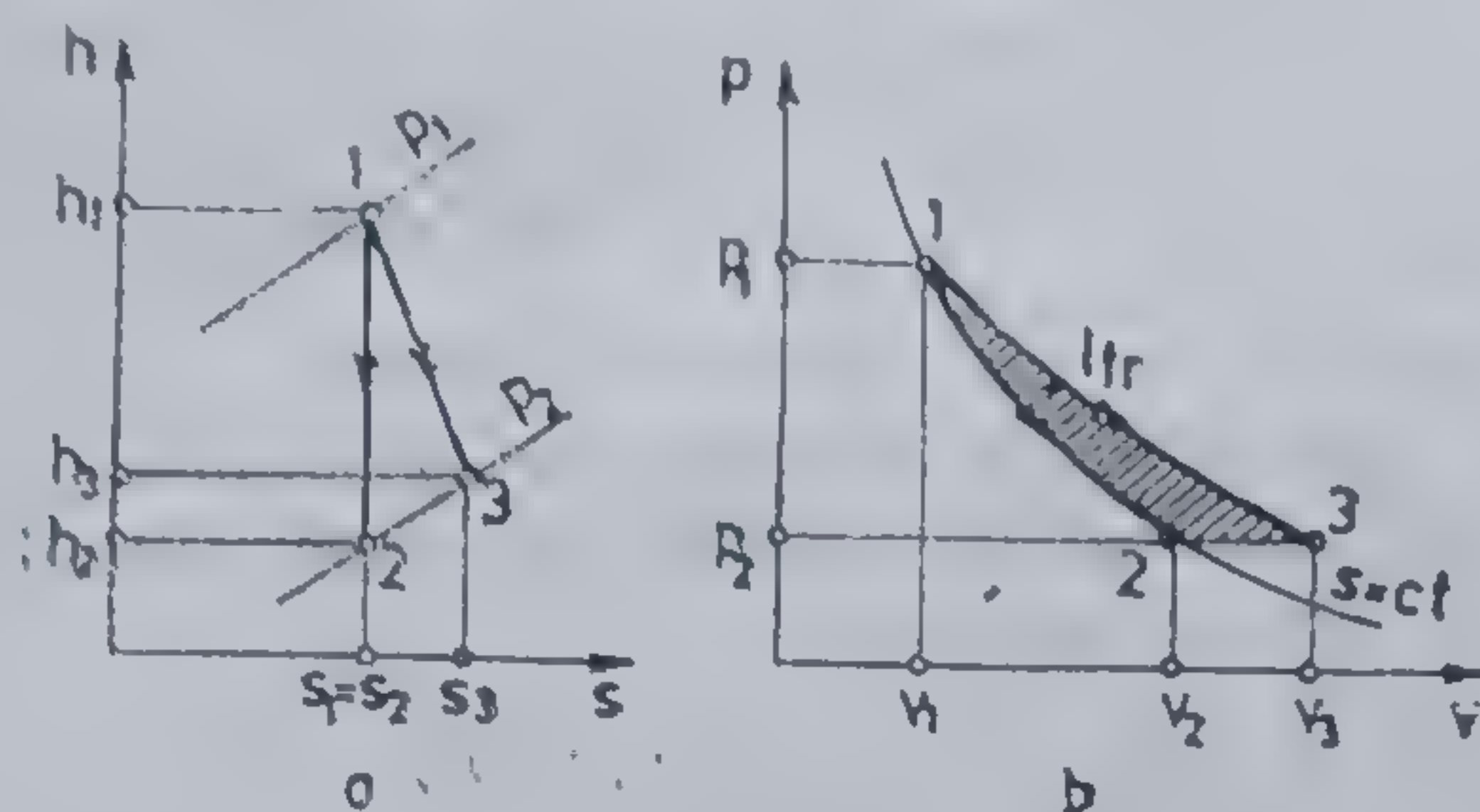


Fig. 3.12. Destindere adiabat — izentropă și neizentropă, într-un ajutaj.

Ecuatia de transformare a energiei potențiale în energie cinetică în ajutaj este dată de ecuația primului principiu al termodinamicii pentru o adiabată ireversibilă :

$$\frac{c_{2f}^2 - c_1^2}{2} = (h_1 - h_2) - l_{fr} = h_1 - h_3$$

Deci :

$$c_{2f} = \sqrt{2(h_1 - h_2) - l_{fr} + c_1^2} \quad (3.58)$$

Lucrul mecanic de frecare este $l_{fr} = h_3 - h_2$. Deoarece $c_{2f} < c_2$ în calculele tehnice se utilizează și relația

$$c_{2f} = \varphi c_2 = \varphi \sqrt{2(h_1 - h_2) + c_1^2} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (3.59)$$

în care φ este coeficientul de pierdere (prin frecare) în ajutaj. Ca urmare, lucrul mecanic de frecare l_{fr} (considerînd $c_1 = 0$) are expresia

$$l_{fr} = h_3 - h_2 = (h_1 - h_2) - (h_1 - h_3) = \frac{c_2^2 - c_{2f}^2}{2} = \frac{c_2^2 - \varphi^2 c_2^2}{2}$$

sau

$$l_{fr} = \frac{c_2^2}{2} (1 - \varphi^2) = (h_1 - h_2) (1 - \varphi^2). \quad (3.60)$$

3.8. TRANSFORMAREA ENERGIEI CINETICE ÎN ENERGIE POTENȚIALĂ ÎN DIFUZOR

Difuzorul este un canal în care gazul în curgere efectuează o compresie adiabat-izentropă pe seama energiei cinetice. Procesul are loc fără efectuare de lucru mecanic exterior și fără schimb de căldură. Difuzorul

este utilizat la turbocompresoare pentru a transforma energia cinetică mare a gazului de la ieșirea din canalele de palete în energie potențială.

Pentru $q = 0$; $l = 0$; $l_r = 0$, ecuația primului principiu are expresia $h_{01} = h_{02}$. Ținând seama de notațiile din figura 3.13 se obține

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}; \quad h_2 - h_1 = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \quad (3.61)$$

Pentru un gaz perfect $dh = c_p dT$ și ca urmare

$$\begin{aligned} T_2 - T_1 &= \frac{w_1^2 - w_2^2}{2c_p}; \quad \frac{T_2}{T_1} - 1 = \\ &= \frac{w_1^2 - w_2^2}{2c_p T_1} = \frac{R}{2} \frac{w_1^2 - w_2^2}{c_p R T_1} \end{aligned}$$

Prin înmulțire și împărțire cu c_v ($R = c_p - c_v$) se obține

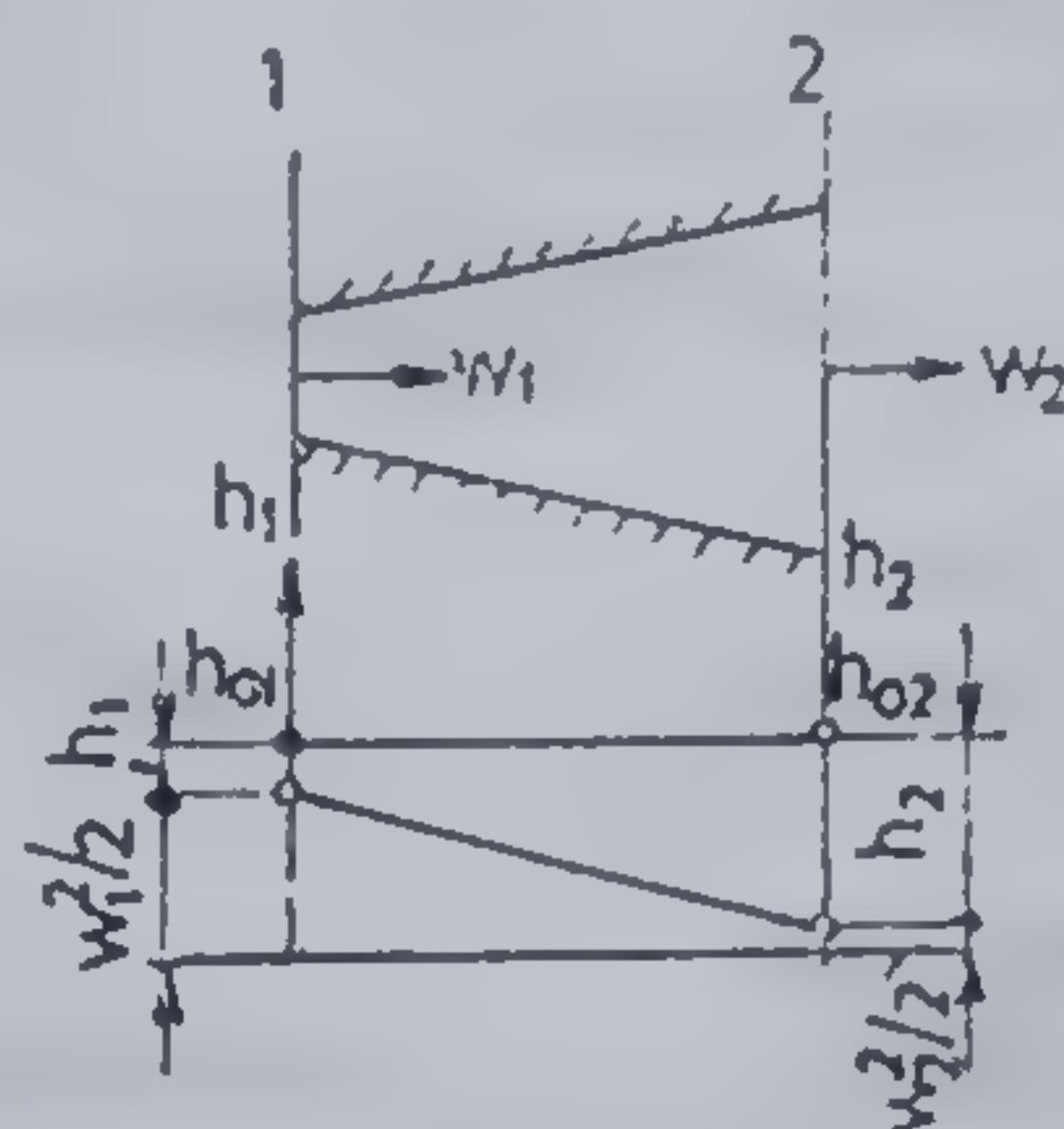


Fig. 3.13. Variația parametrilor unui gaz într-un difuzor.

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{w_1^2 - w_2^2}{k R T_1}$$

$$= 1 + \frac{k-1}{2} \left(\frac{w_1^2}{a_1^2} - \frac{w_2^2}{a_1^2} \right)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{k-1}{2} (M_1^2 - M_2^2) \quad (3.62)$$

în care $M_1 = w_1/a_1$, iar $M_2 = w_2/a_1$. Deoarece transformarea în difuzor este adiabatic-izentropică, se obține gradul de creștere a presiunii gazului în difuzor, în funcție de M_1 și M_2 :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 + \frac{k-1}{2} (M_1^2 - M_2^2);$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left[1 + \frac{k-1}{2} (M_1^2 - M_2^2) \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.63)$$

Pentru un gaz perfect ($k = 1,4$) și situația optimă când viteza de ieșire a gazului din difuzor $w_2 = 0$, gradul maxim de compresie are expresia

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)_{\max} = (1 + 0,2 M_1^2)^{3,5} \quad (3.64)$$

Viteza maximă de ieșire a gazului din canalele formate de paletele rotorului este viteza periferică maximă a lui, care pentru materiale uzuale este de circa 350 m/s. În aceste condiții și la o temperatură de intrare a

gazului în difuzor $T_1 = 400$ K se obține $a_1 = 400$ m/s, iar $M_1 = w_1/a_1 = 0,875$. Ca urmare gradul maxim de compresie ε_{\max} va fi :

$$\varepsilon_{\max} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)_{\max} = (1 + 0,2 \times 0,875^2)^{3,5} = 1,65$$

Deci pentru realizarea unui grad de compresie de exemplu $p_2/p_1 = 8$ numărul minim de trepte de turbocompresor va fi $8/\varepsilon_{\max} = 5$ trepte. Deci numărul mare de trepte a turbocompressoarelor se datorește gradului mic de compresie ce se poate realiza pe o treaptă.

În cazul cînd se ia în considerare și lucrul mecanic de frecare al gazului de pereții difuzorului, ecuația difuzorului va fi :

$$h_1 - h_{2f} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = l_{fr} = \left(\frac{w_1^2}{2} - l_{fr} \right)_{w_2=0} \quad (3.65)$$

sau

$$\frac{p_{2f}}{p_1} = \left[1 + \frac{k-1}{2} (M_1^2 - l_{fr}) \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

Deci gradul de compresie se va micșora dacă se ține seama de lucrul mecanic de frecare. Deoarece nu se poate determina prin calcul analitic exact l_{fr} se acceptă expresia $l_{fr} = \frac{\xi w_1^2}{2}$ și ca urmare

$$\frac{p_{2f}}{p_1} = \left[1 + \frac{k-1}{2} (1 - \xi) M_1^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.66)$$

în care ξ este coeficientul de pierderi (prin frecare) în difuzor, ale cărui valori sînt date în funcție de tehnologia de fabricație a lui.

3.9. AJUTAJUL DE DEBIT, MECANIC ȘI TERMIC

Prin generalizare, un ajutoraj este transformatorul unei forme de energie a unui gaz în energie cinetică. În paragraful 3.8 s-a prezentat ajutorajul geometric care transformă energia potențială a unui gaz în energie cinetică prin modificarea secțiunii canalului prin care curge. Energia cinetică a unui gaz de curgere se poate măări însă și pe alte căi.

Prin derivarea ecuației de continuitate aplicată unui gaz în curgere se obține relația

$$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dw}{w}$$

Pentru un gaz perfect la care $p = \rho R T$ se obține

$$dp = R(\rho dT + T d\rho); \quad \frac{dp}{\rho} = R \left(dT + T \frac{d\rho}{\rho} \right)$$

Deci

$$\frac{dp}{\rho} = R dT + R T \left[\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} - \frac{dA}{A} - \frac{dw}{w} \right]$$

Ecuatia lui Bernoulli are forma

$$\rho w dp = \frac{dp}{\rho} = -w dw - \frac{\delta L}{\dot{m}} - \frac{\delta L_{fr}}{\dot{m}},$$

in care dL/\dot{m} si dL_{fr}/\dot{m} reprezinta lucrul mecanic specific exterior si de frecare. Din ultimele doua ecuatii rezultă

$$R dT + \frac{a^2}{k} \left(\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} - \frac{dA}{A} \right) + \left(w^2 - \frac{a^2}{k} \right) \frac{dw}{w} + \delta l + \delta l_{fr} = 0.$$

Pentru un gaz perfect $dh = \frac{k}{k-1} R dT$ si, ca urmare,

$$\delta q = dh + d \left(\frac{w^2}{2} \right) + \delta l \rightarrow \delta q = \frac{k}{k-1} R dT + w dw + \delta l$$

care, introdusa in relatia de mai sus, permite obtinerea ecuatiei generale a curgerii accelerate a unui gaz compresibil sub forma

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{dA}{A} - \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} - \frac{\delta l}{a^2} - \frac{k-1}{a^2} \delta q - \frac{k}{a^2} \delta l_{fr} \quad (3.67)$$

Aceasta ecuatie exprima legatura dintre variatia vitezei de curgere a unui gaz perfect si toti factorii ce o pot influenta. Acestia sînt: variatia sectiunii conductei dA/A ; variatia debitului $d\dot{m}/\dot{m}$; lucrul mecanic δl ; caldura schimbata cu exteriorul δq .

Deci, in cazul unei curgeri cu viteză subsonică ($M < 1$), accelerarea gazului ($dw/w > 0$) poate avea loc prin una din conditiile: $dA/A < 0$; $d\dot{m}/\dot{m} > 0$; $\delta l > 0$; $\delta q > 0$.

In cazul curgerii supersonice, accelerarea poate avea loc dacă se satisface una din conditiile: $dA/A > 0$; $d\dot{m}/\dot{m} < 0$; $\delta l < 0$; $\delta q < 0$.

In cazul unui ajutoraj geometric ecuatie generală a curgerii accelerate, particularizată pentru $\delta l = 0$; $\delta q = 0$ si $d\dot{m}/\dot{m} = 0$, devine (vezi paragraful 3.7):

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{dA}{A} \quad (3.68)$$

Ajutorajul de debit. Procesul de accelerare a unui curent de gaz prin variatia debitului are loc intr-un canal cu sectiune constantă ($dA/A = 0$), fără schimb de căldură cu mediul exterior ($\delta q = 0$) si fără lucru mecanic

exterior ($\delta l = 0$). În aceste condiții, ecuația generală a curgerii accelerate capătă forma :

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \quad (3.69)$$

Pentru a accelera un gaz cu viteză inițială subsonică ($M < 1$) maximum pînă la viteză sonică ($dw/w > 0$), debitul de gaz trebuie să crească ($d\dot{m}/\dot{m} > 0$). Pentru a se realiza la ieșire o viteză supersonică ($M > 1$) debitul de gaz trebuie să scadă. Deci în secțiunea sonică, unde $M = 1$, debitul de gaz ce curge prin ajutorul de debit are valoarea maximă. Liniile de curent se vor concentra în porțiunea subsonică a lui și se vor evaza în cea supersonică, creînd o învăluitoare convergent-divergentă ca și a ajutorului geometric (fig. 3.14). Ca urmare, realizarea ajutorului de

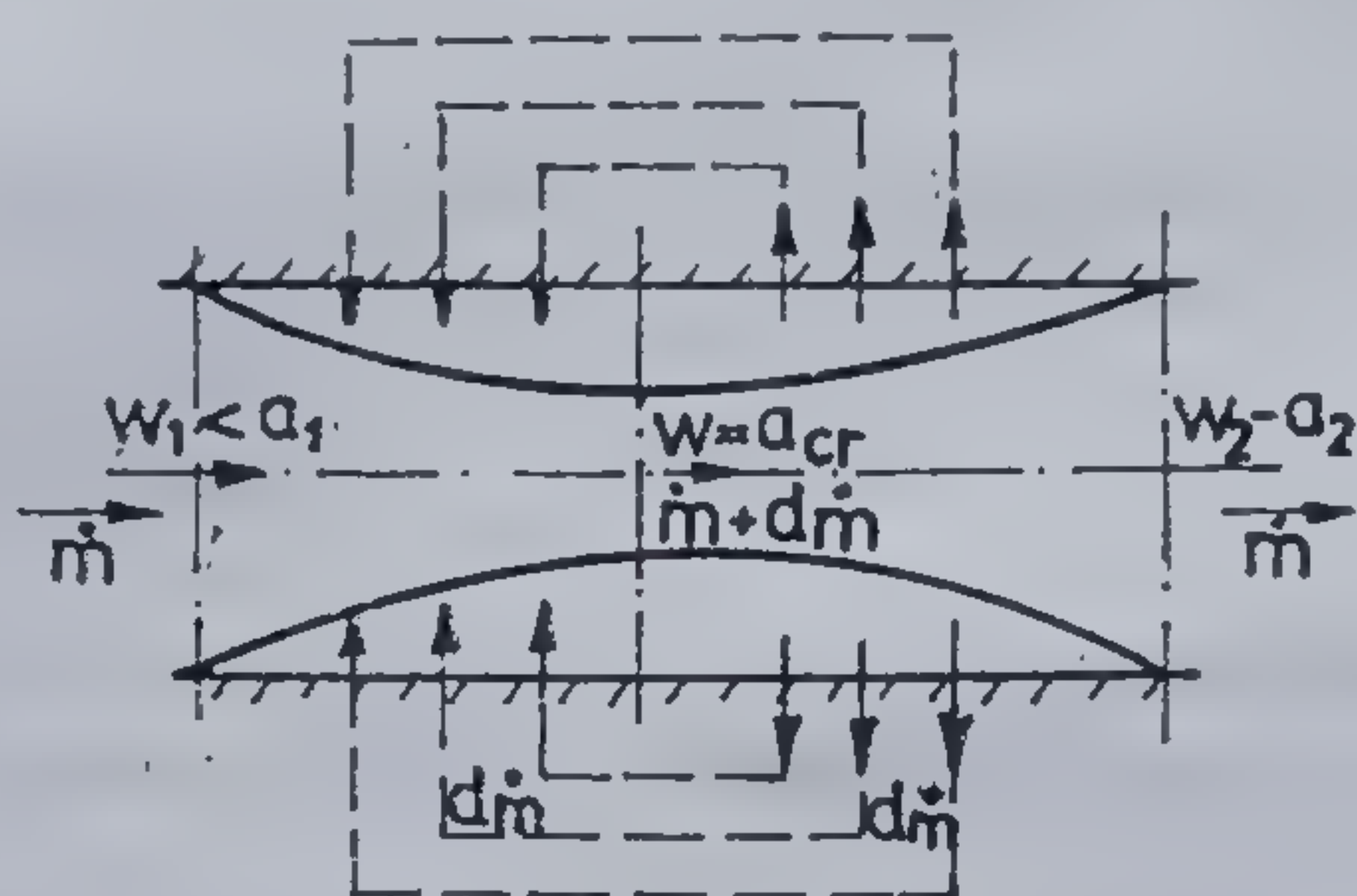


Fig. 3.14. Ajutaj de debit.

debit presupune recircularea unui debit de gaz $d\dot{m}$ din zona supersonică în cea subsonică.

Ajutajul mecanic. Ajutajul mecanic respectă și el ecuația generală a curgerii accelerate, în care $d\dot{m}/\dot{m} = 0$; $dA/A = 0$; $\delta q = 0$; deci ecuația de curgere are forma

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = - \frac{\delta l}{a^2} = \frac{dP}{a^2 \dot{m}} \quad (3.70)$$

în care cu P s-a notat puterea turbomașinii. Deci, ajutorul mecanic este un canal cu secțiune constantă. După cum rezultă din ecuație, pentru ca o curgere inițială subsonică $M < 1$ să fie accelerată pînă la $M = 1$, gazul trebuie să efectueze un lucru mecanic exterior, iar pentru ca o curgere inițială cu o viteză supersonică să fie accelerată trebuie să primească din exterior lucru mecanic. Schematic, ajutorul mecanic va fi deci un canal de secțiune constantă, în care în partea subsonică gazul se va destinde producînd lucru mecanic, de exemplu într-o turbină de gaze, iar în partea supersonică va evolua într-un turbocompresor, consumînd lucru mecanic. Sche-

matic, el este reprezentat în figura 3.15. Deoarece sa-a considerat $l_{fr} = 0$, ecuația ajutorului între secțiunea 1 și cea critică (cr) este :

$$h_{01} = h_{cr} + l$$

Deoarece în porțiunea subsonică $l > 0$, se obține $h_{0cr} = h_{01}$; deci gazul se destinde și ca urmare se răcește. Pentru porțiunea supersonică, de la (cr) la 2 :

$$h_2 = h_{cr} + |l|$$

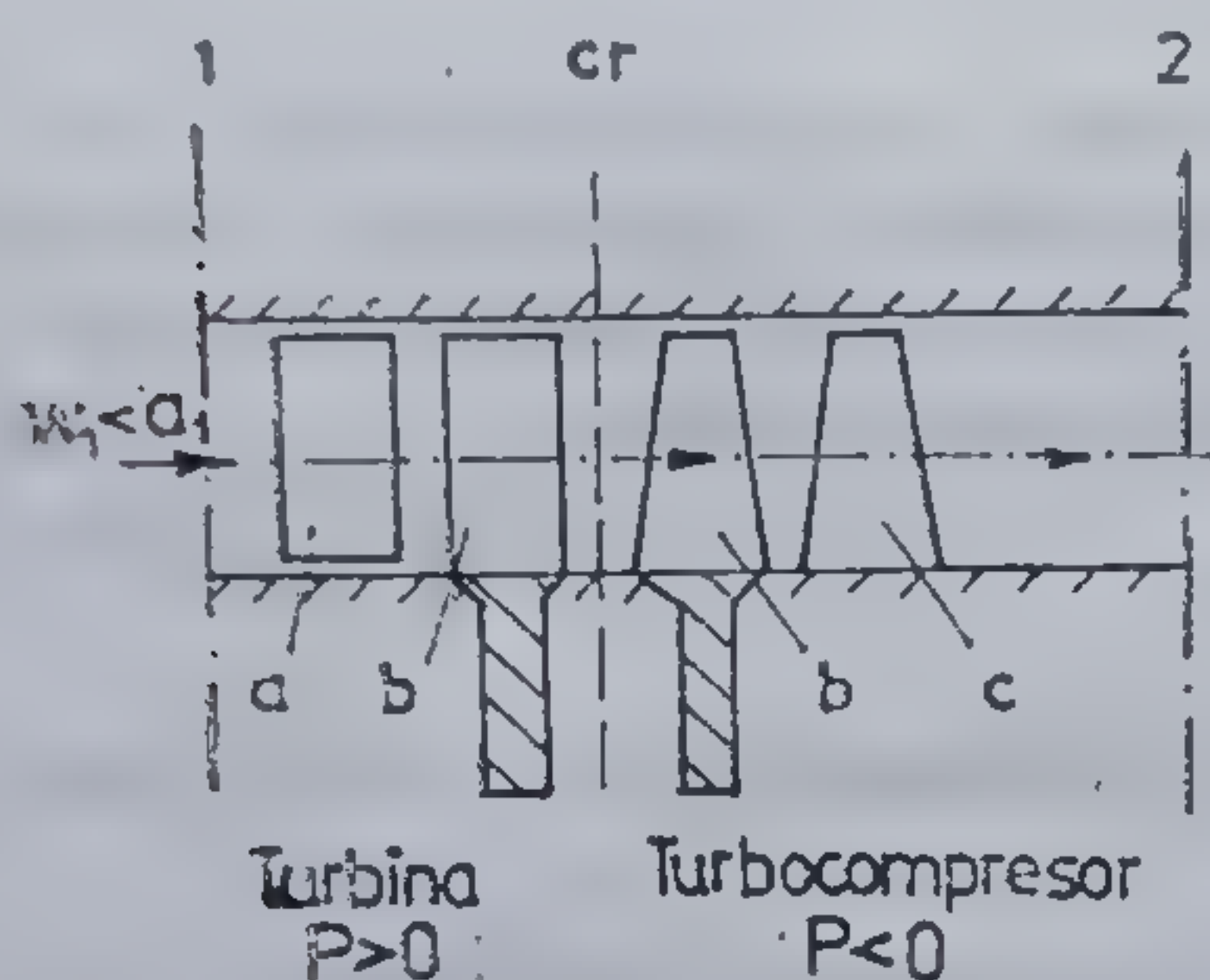


Fig. 3.15. Ajutaj mecanic: a - ajutoraj; b - canal palete; c - difuzor

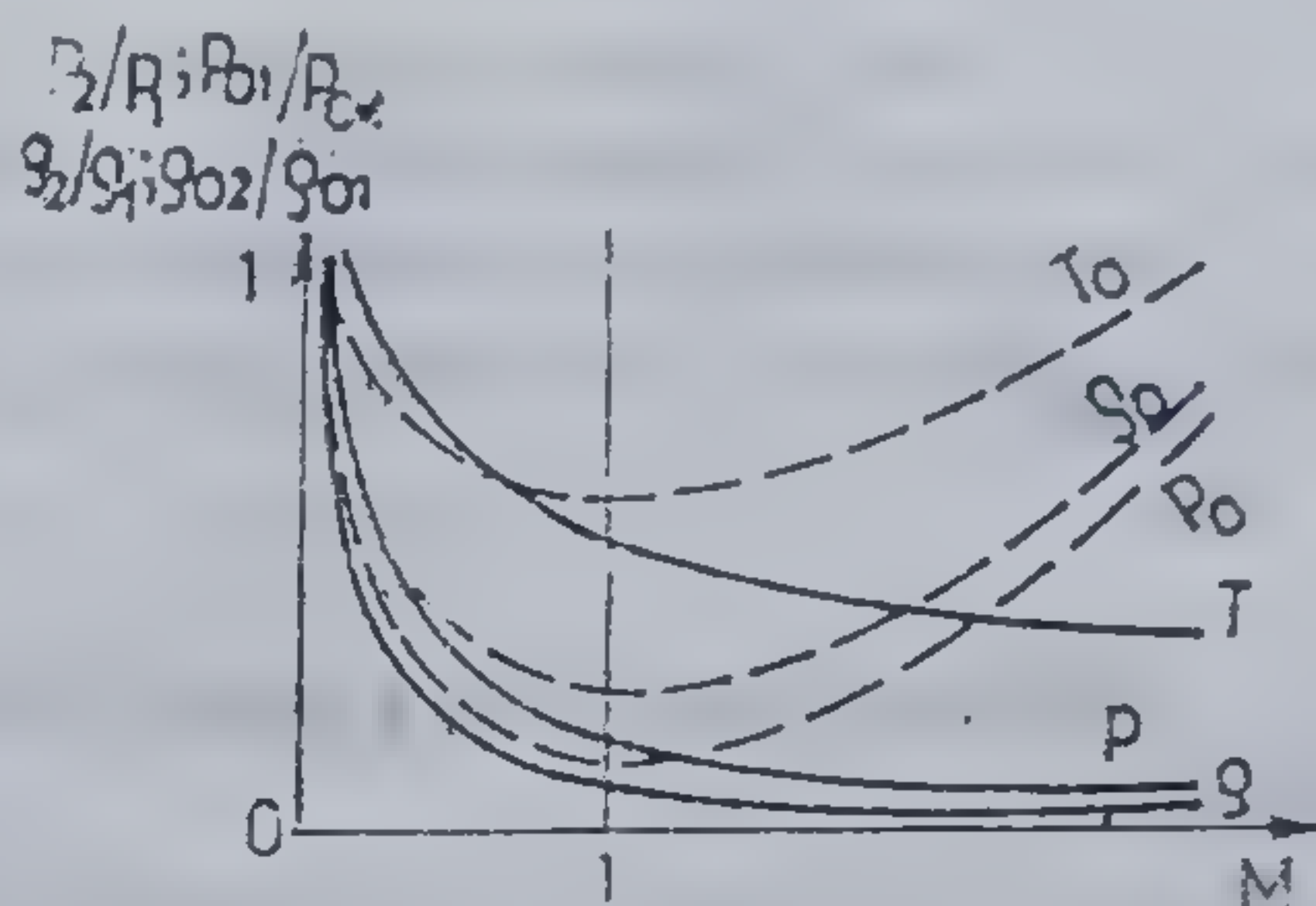


Fig. 3.16. Variația parametrilor gazului într-un ajutoraj mecanic.

Deci $h_2 > h_{cr}$ și ca urmare gazul se comprimă și se încălzește. Legătura între parametrii gazului în partea subsonică și supersonică este dată de ecuațiile adiabatei :

$$\frac{p_{cr}}{p_{01}} = \left(\frac{T_{cr}}{T_{01}} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{\rho_{cr}}{\rho_{01}} = \left(\frac{T_{cr}}{T_{01}} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

sau

$$\frac{p_2}{p_{cr}} = \left(\frac{T_2}{T_{cr}} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{\rho_2}{\rho_{cr}} = \left(\frac{T_2}{T_{cr}} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

În figura 3.16 se prezintă, calitativ, variația parametrilor frinați T_0 și ρ_0 și momentani T și ρ ai gazului într-un ajutoraj mecanic.

Ajutorajul termic. Constructiv, ajutorajul termic este și el o conductă sau canal de secțiune constantă, în care accelerarea curentului are loc numai pe seama schimbului de căldură al gazului cu mediul exterior.

Pe baza relației generale a curgerii accelerate, pentru $dA/A = 0$ și $\delta l = 0$; $d\dot{m}/\dot{m} = 0$, rezultă

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{k+1}{2} \frac{\delta q}{a^2} \quad (3.71)$$

Deci accelerarea curentului în domeniul vitezei subsonice are loc cu aport de căldură ($\delta q > 0$), iar la curgeri supersonice cu cedare de căldură

($\delta q < 0$). Ca efect al aportului de căldură, pe porțiunea subsonică și cedării de căldură pe porțiunea supersonică, în secțiunea critică (unde se atinge viteza sunetului) entalpia gazului va avea valoarea critică ($h_{01} < h_{cr} > h_{02}$).

3.10. INFLUENȚA FRECĂRII LA CURGEREA ADIABATĂ A GAZELOR PRIN CONDUCTE LUNGI

În cazul conductelor lungi, determinarea variației parametrilor gazului, între secțiunea inițială 1 și finală 2, constituie o problemă principală.

Se consideră o conductă de secțiune constantă, prin care curge în regim permanent un gaz perfect. Condițiile curgerii sînt :

$$\rho w = \text{const}; \quad p = \rho R T; \quad A = \text{const.}$$

Variația vitezei de curgere. Din ecuația de continuitate și de stare a gazului se obține

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dw}{w}; \quad dp = R(\rho dT + T d\rho)$$

Deci :

$$\frac{dp}{\rho} = R dT + R T \frac{d\rho}{\rho} = R dT - R T \frac{dw}{w}$$

Ecuația generală a primului principiu al termodinamicii pentru $\delta q = 0$ și $\delta l = 0$ devine

$$\frac{dp}{\rho} = w^2 \frac{dw}{w} + \delta l_{fr} = 0 \rightarrow \frac{dp}{\rho} = -w^2 \frac{dw}{w} - \delta l_{fr}$$

Rezultă :

$$-w^2 \frac{dw}{w} - \delta l_{fr} = R dT + R T \frac{dw}{w} \quad (3.72)$$

$$R dT + \left(w^2 - \frac{k R T}{k} \right) \frac{dw}{w} + \delta l_{fr} = R dT +$$

$$+ \left(w^2 - \frac{a^2}{k} \right) \frac{dw}{w} + \delta l_{fr} = 0 \quad (3.73)$$

Pentru două secțiuni (1) și (2), neglijînd frecarea ($l_{fr} = 0$) entalpia frînată în cele două secțiuni este egală. Ca urmare, $h_{01} = h_{02} = h_0$ și deci

$$h_0 = \text{const} = h + \frac{w^2}{2}; \quad T_0 = T + \frac{w^2}{2c_p} = \text{const.}$$

Deoarece $T_0 = \text{const.}$ se obține prin derivare

$$dT_0 = 0 = dT + \frac{w^2}{c_p} \frac{dw}{w} \rightarrow dT = -\frac{w^2}{c_p} \frac{dw}{w}$$

Prin multiplicare cu R și împărțire cu c_v se obține

$$\begin{aligned} R dT &= -\frac{c_p}{c_v} \frac{R}{c_p} \frac{w^2}{w} \frac{dw}{w} = -\frac{c_p - c_v}{c_v} \frac{w^2}{w} \frac{dw}{w} = \\ &= -\frac{k-1}{k} w^2 \frac{dw}{w} \end{aligned} \quad (3.74)$$

Deci ecuația primului principiu al termodinamicii, ținând seama și de frecare, capătă forma

$$-\frac{k-1}{k} w^2 \frac{dw}{w} + \left(w^2 - \frac{a^2}{k} \right) \frac{dw}{w} + \delta l_{fr} = 0$$

Prin multiplicare cu k/a^2 și aranjare convenabilă se obține relația ce exprimă variația vitezei în conductă:

$$-(k-1) M^2 \frac{dw}{w} + (k M^2 - 1) \frac{dw}{w} = -\frac{k}{a^2} \delta l_{fr} \quad (3.75)$$

De unde, variația vitezei în conducta prin care gazul curge cu o viteză corespunzătoare lui M , este dată de expresia

$$\frac{dw}{w} = \frac{k}{(M^2 - 1) a^2} \delta l_{fr} \quad (3.76)$$

Considerînd o curgere fără frecare ($\delta l_{fr} = 0$) derivata părții drepte a ecuației este zero deoarece ea este constantă și deci viteza în lungul conductei

va fi constantă ($\frac{dw}{w} = 0$) și egală cu cea inițială w_0 . Luînd în considerare curgerea cu frecare, prin integrarea ecuației între w_0 și w se obține viteza de curgere w în funcție de w_0 , l_{fr} și M :

$$\ln w = \frac{k}{(M^2 - 1) a^2} l_{fr} + \ln w_0 \quad (3.77)$$

Deci viteza w de curgere a unui gaz perfect pentru un lucru mecanic de frecare l_{fr} va fi

$$w = w_0 e^{\frac{k}{(M^2 - 1) a^2} l_{fr}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (3.78)$$

Valoarea lucrului mecanic de frecare l_{fr} este întotdeauna pozitivă și crește cu distanța parcursă de fluid. Se constată că odată cu creșterea lui l_{fr} pot

apărea două situații, în funcție de valoarea criteriului Mach al curgerii și anume

— la curgeri subsonice ($M < 1$) lucrul mecanic de frecare aduce după sine o creștere a vitezei de curgere a gazului ($dw/w > 0$);

— la curgeri supersonice ($M > 1$) lucrul mecanic de frecare aduce după sine o micșorare a vitezei de curgere a gazului ($dw/w < 0$).

Variația vitezei de curgere a gazului w în funcție de l_{fr} este prezentată în figura 3.17.

Deci lucrul mecanic de frecare într-un curent de gaz ce curge cu o viteză subsonică va avea ca efect accelerarea lui până la maximum viteza sunetului. De exemplu, curgerea cu frecare a unui gaz a cărui viteză inițială este $w_0 < a_0$ ($M_0 < 1$) printr-o conductă de secțiune constantă are loc cu creșterea vitezei, până ce se va atinge viteza sunetului ($M = 1$). În cazul cînd viteza inițială $w_0 > a_0$ ($M_0 > 1$), sub influența frecării viteza va scădea, până va ajunge la viteza sunetului ($M = 1$).

Deci lucrul mecanic de frecare aduce un curent subsonic la viteza sonică, iar unul supersonic tot la viteza sonică. Odată ajuns la $M = 1$ curgerea subsonică nu mai poate fi accelerată, iar cea supersonică nu mai poate fi frînată, ea continuînd cu $M = 1$. Această situație se definește drept criza curgerii cu frecare. În absența unui schimb de căldură cu mediul exterior, între două secțiuni 1 și 2, temperatura frînată a gazului perfect rămîne constantă ($T_{01} = T_{02} = T_0 = \text{const.}$). Într-o secțiune oarecare unde viteza de curgere este w , temperatura momentană în funcție de cifra $M_{cr} = w/a_{cr}$ este dată de expresia

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2.$$

Pentru două secțiuni oarecare, inițială 1 și finală 2, se obțin (pentru o secțiune $A_1 = A_2 = A$ și $\dot{m} = \text{const.}$) expresiile:

$$\frac{T_1}{T_{01}} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2; \quad \frac{T_2}{T_{02}} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2.$$

Deci raportul temperaturilor momentane ale gazului perfect va fi

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2} \quad (3.79)$$

Din ecuația de continuitate se obține raportul densităților gazului

$$\frac{M_{cr1}}{M_{cr2}} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{\dot{m}}{A \cdot \rho_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (3.80)$$

În care m este debitul de gaz în kg/s iar A secțiunea conductei, în m^2 . Raportul presiunilor momentane în secțiunile 1 și 2 este

$$\frac{p_2}{p_1} = \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^h \quad (3.81)$$

În figura 3.18 se prezintă variația temperaturii și densității unui gaz perfect la o curgere subsonică și supersonică cu frecare, printr-o conductă circulară

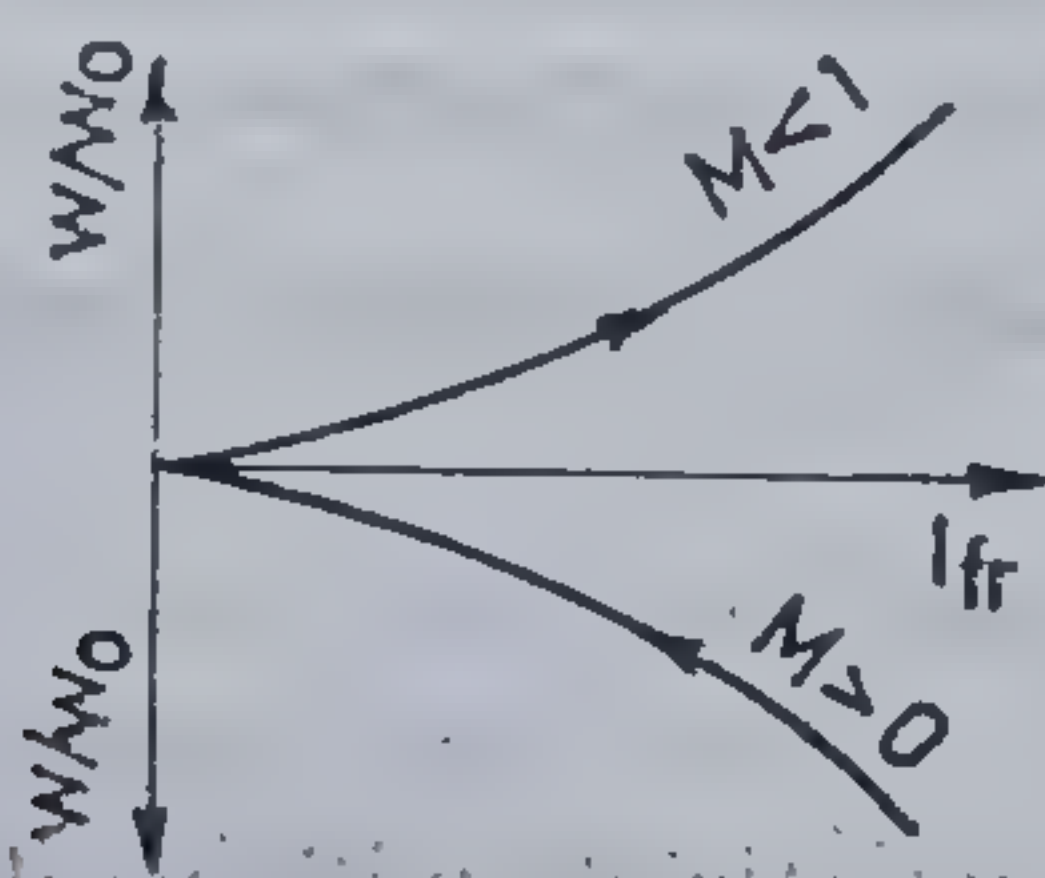


Fig. 3.17. Influența lucrului mecanic de frecare, asupra vitezei de curgere a gazelor prin conducte lungi.

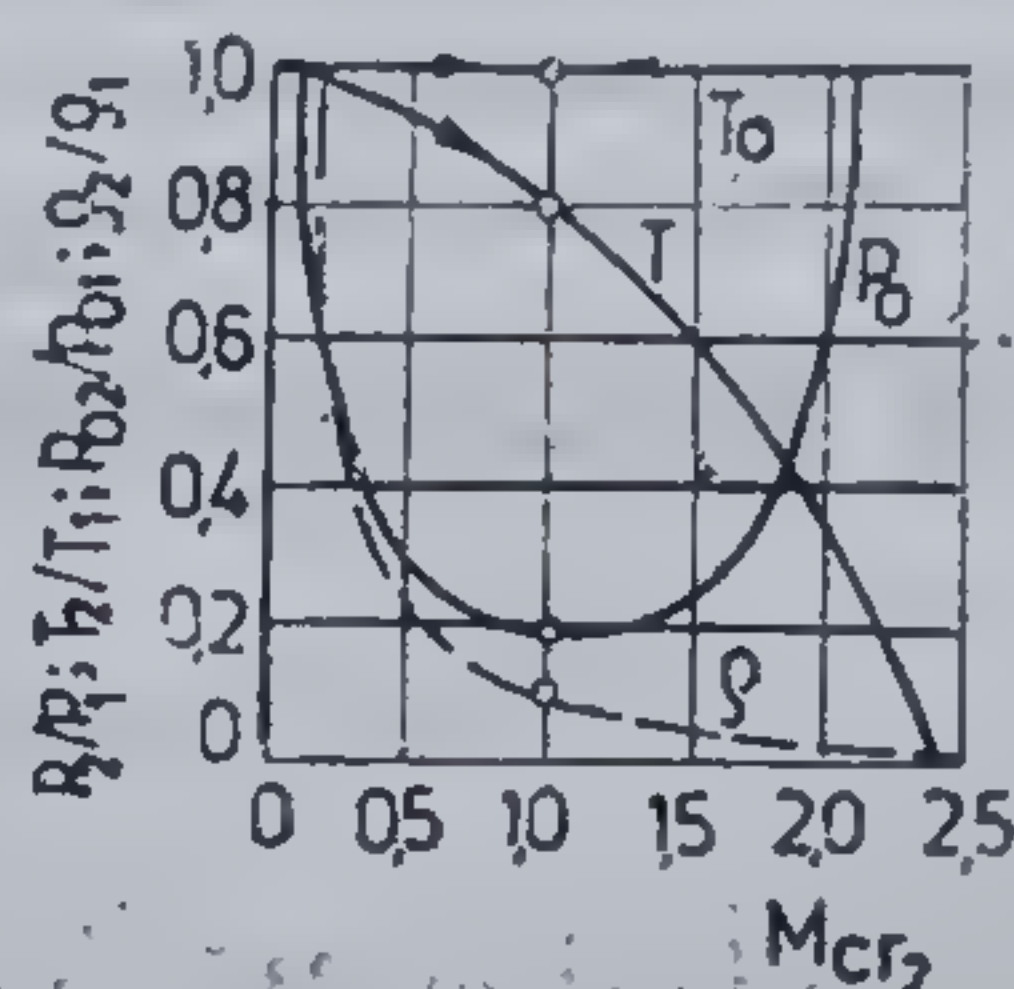


Fig. 3.18. Variația parametrilor gazului la curgere cu frecare printr-o conductă.

Săgețile de pe curbe indică direcția de variație a lui M_{cr2} (M_{cr1} fiind în secțiunea inițială o valoare dată).

Lucrul mecanic de frecare este

$$\delta l_{fr} = \lambda \frac{w^2}{2} \frac{dx}{D}, \quad (3.82)$$

în care λ este coeficientul de frecare, considerat independent de M sau M_{cr} , fiind funcție numai de criteriul Reynolds (considerat constant în lungul conductei) și x (lungimea conductei). În lungul conductei există identitatea

$$\frac{dw}{w} = \frac{dM_{cr}}{M_{cr}} \quad (3.83)$$

Ecuția curgerii printr-o conductă cu diametrul D , ținând seama de expresia lucrului mecanic de frecare, devine

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = - \lambda k \frac{M^2}{2} \frac{dx}{D} \quad (3.84)$$

sau, ținând seama de legătura dintre M și M_{cr} ,

$$\left(\frac{1}{M_{cr}^2} - 1 \right) \frac{dM_{cr}}{M_{cr}} = - \frac{k}{k+1} \lambda \frac{dx}{D} \quad (3.85)$$

Prin integrare între secțiunea 1 (secțiunea inițială) și curentă 2, se obține ecuația ce permite calculul lui M_{cr} :

$$\frac{1}{M_{cr1}} - \frac{1}{M_{cr2}} - \ln\left(\frac{M_{cr2}^2}{M_{cr1}^2}\right) = 2 \frac{k}{k+1} \lambda \frac{x}{D} \quad (3.86)$$

în care M_{cr1} corespunde la distanța $x = 0$ și M_{cr2} la distanța x . Cu ajutorul acestor relații, se obține viteza de curgere a gazului (M_{cr2}) la orice distanță de la intrare, dacă se cunoaște M_{cr1} , D și x .

Lungimea x a conductei, pentru o anumită valoare a vitezei inițiale, (subsonice sau supersonice, viteza în secțiunea inițială fiind M_{cr1}) nu poate fi la limită decât aceea (notată cu x_{max}) căreia îi corespunde o viteză pentru care $M_{cr2} = 1$.

Notând cu X lungimea adimensională a conductei, dată de relația

$$X = 2 \frac{k}{k+1} \lambda \frac{x}{D}, \quad (3.87)$$

prin derivare în raport cu M_{cr2} și anulare ecuația de mai sus devine

$$\frac{dX}{dM_{cr2}^2} = \frac{1}{M_{cr2}^4} - \frac{1}{M_{cr2}} = 0,$$

din care rezultă $M_{cr2} = 1$. Prin a doua derivare și înlocuirea $M_{cr2} = 1$, rezultă

$$\frac{d^2X}{(dM_{cr2}^2)^2} = \frac{2}{M_{cr2}^6} - \frac{1}{M_{cr2}^4} = -1.$$

Pentru $M_{cr2} = 1$ se obține $M_{cr1} = -1$, ceea ce este imposibil.

Lungimea maximă X_{max} a conductei pentru care în secțiunea de ieșire 2, ca urmare a frecării, gazul iese cu viteza sunetului ($M_{cr2} = 1$) în funcție de M_{cr1} cunoscut, va fi dată de relația generală în care se introduce $M_{cr2} = 1$. Ea are expresia

$$X_{max} = 2 \frac{k}{k+1} \lambda \frac{x_{max}}{D} = \frac{1}{M_{cr2}^2} - \frac{1}{M_{cr1}^2} - \ln \left(\frac{M_{cr2}^2}{M_{cr1}^2} \right) = \frac{1}{M_{cr1}^2} - 1 - \ln \frac{1}{M_{cr1}^2} \quad (3.88)$$

Pe figura 3.19 se prezintă valorile lui X_{max} în funcție de $M_{cr1} < 1$. Deci, lungimea maximă a conductei (x_{max}) va fi

$$x_{max} = \frac{(k+1)DX_{max}}{2k} \quad [m] \quad (3.89)$$

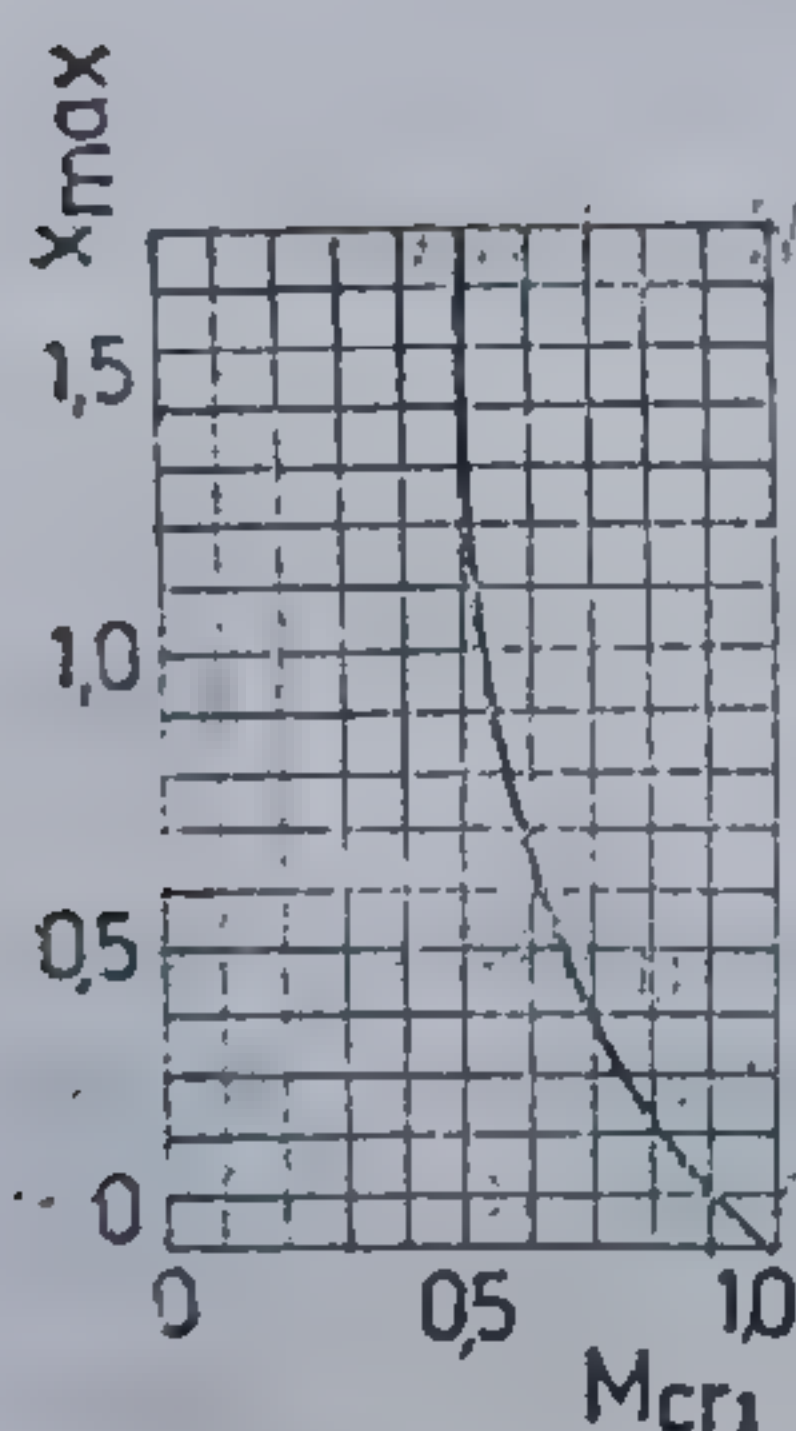


Fig. 3.19. Lungimea maximă a unei conducte până la apariția crizei curgerii, în funcție de M_{cr1}

Ca urmare, o conductă de lungimea L în care gazul intră cu o viteză inițială subsonică corespunzătoare lui M_{cr_1} se poate găsi în următoarele situații: dacă $L < x_{\max}$ la capătul conductei viteza w_2 va fi subsonică ($M_{cr_2} < 1$); dacă $L = x_{\max}$ la capătul conductei viteza w_2 va fi viteza sonică ($M_{cr_2} = 1$); dacă $L > x_{\max}$ viteza w_1 la intrare nu va putea fi cea corespunzătoare lui M_{cr_1} (și ca urmare nici debitul nu va fi cel reieșit din ecuația de continuitate pentru viteza w_1) ci va avea o altă valoare, M'_{cr_1} . Valoarea M'_{cr_1} se obține din relația:

$$L = \frac{1}{(M'_{cr_1})^2} - 1 - \ln \frac{1}{(M'_{cr_1})^2}. \quad (3.90)$$

Pentru M'_{cr_1} , viteza w_2 va fi viteza sunetului.

În cazul cînd în secțiunea inițială viteza w_1 este supersonică ($M_{cr_1} > 1$), sînt posibile următoarele situații: dacă $L < x_{\max}$ viteza în secțiunea de ieșire va fi supersonică ($M_{cr_2} > 1$); dacă $L = x_{\max}$ se va obține $M_{cr_2} = 1$; dacă $L > x_{\max}$ în secțiunea corespunzătoare unei lungimi $L' < L$ va apărea un salt de presiune (undă de șoc), după care viteza de curgere va deveni subsonică și ca urmare sub influența frecării se va accelera pînă la viteza sunetului. Lungimea L' se stabilește de la sine, astfel încît la ieșire viteza să fie sonică ($M_{cr_2} = 1$).

3.11. STUDIUL PROCESELOR DE CURGERE CU AJUTORUL FUNCȚIILOR GAZODINAMICE

Relațiile dintre parametrii gazului la curgerea unidirecțională sînt funcții de M_{cr} sau M . Astfel, temperatura momentană într-o secțiune în care viteza corespunde lui M_{cr} în funcție de temperatura frînată inițială, pentru o curgere adiabat-izentropă este

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2; \quad T(M_{cr}) = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \quad (3.91)$$

Deci temperatura momentană T în funcție de temperatura frînată în secțiunea inițială se poate exprima printr-o funcție $T(M_{cr})$ monoton descrescătoare, denumită *funcția gazodinamică de temperatură*. Valoarea ei variază între 1, ce corespunde lui $M_{cr}^2 = 0$, și zero pentru $M_{cr_{\max}}^2 = (k+1)/(k-1)$.

Curgerea fiind adiabat-izentropă, relațiile dintre presiunea și densitatea momentană p și ρ și presiunea și densitatea frînată în starea inițială p_0 și ρ_0 , sînt date de funcțiile gazodinamice $p(M_{cr})$ și $\rho(M_{cr})$:

$$\frac{p}{p_0} = p(M_{cr}) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2\right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad (3.92)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \rho(M_{cr}) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (3.93)$$

Pentru un gaz perfect ($p = \rho R T$) relațiile de legătură între funcțiile gazodinamice $T(M_{cr})$, $p(M_{cr})$ și $\rho(M_{cr})$ sînt

$$\rho(M_{cr}) = \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T} = \frac{p(M_{cr})}{T(M_{cr})} \quad (3.94)$$

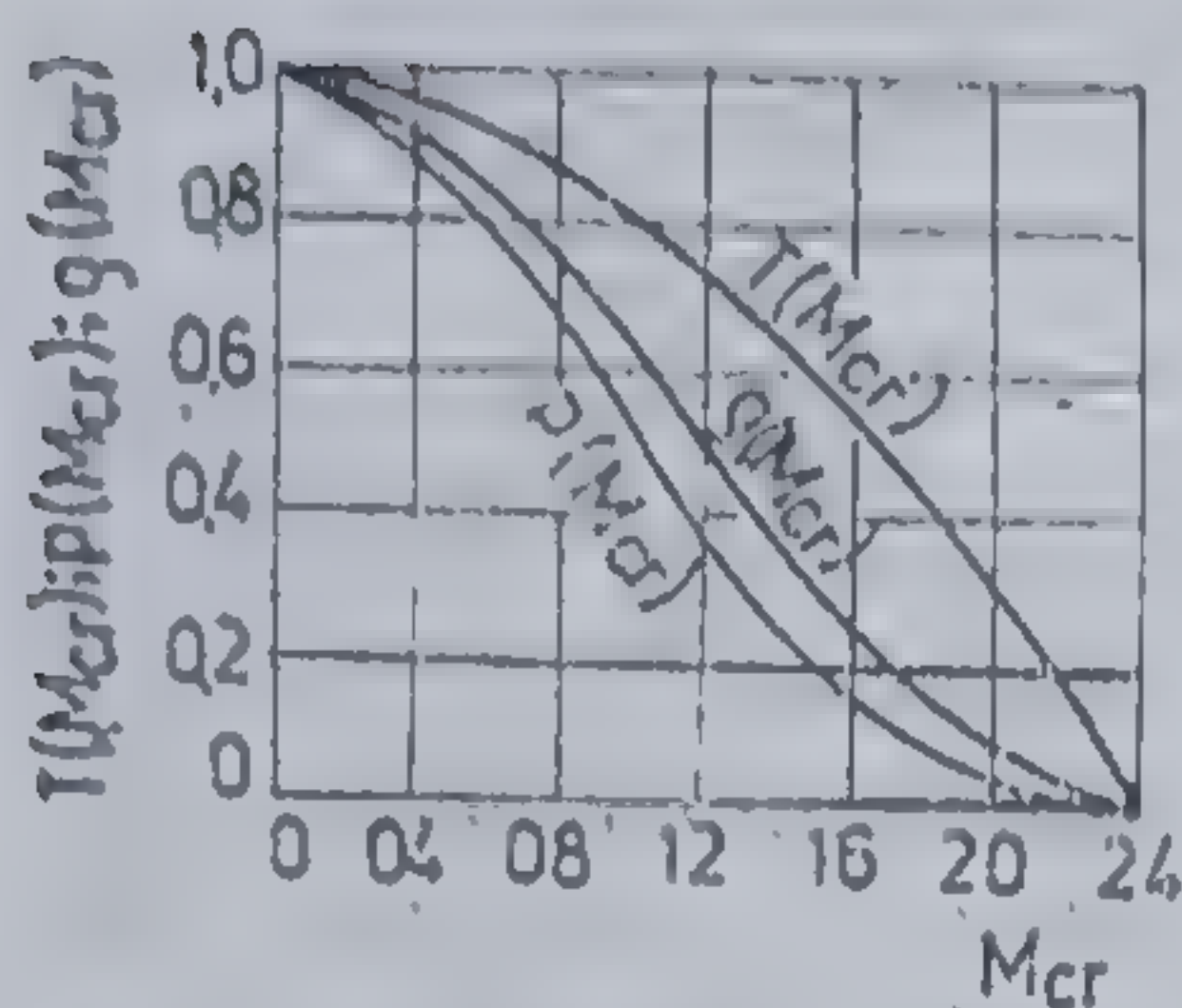


Fig. 3.20. Funcțiile gazodinamice $T(M_{cr})$, $p(M_{cr})$, $\rho(M_{cr})$ pentru un gaz perfect ($k=1,4$).

Valorile funcțiilor gazodinamice de temperatură $T(M_{cr})$ de presiune $p(M_{cr})$ și densitate $\rho(M_{cr})$ pentru $k=1,4$ sînt prezentate în figura 3.20 și în tabelul 6.2.

Pentru determinarea celorlalte mărimi caracteristice ale unui curent adiabatic de gaz, se mai utilizează și funcțiile gazodinamice de debit și de impuls.

Debitul masic de gaz \dot{m} ce curge în regim permanent printr-o conductă de secțiune A cu viteza w este dat de ecuația de continuitate $\dot{m} = \rho w A$. Densitatea momentană ρ a gazului în secțiunea unde viteza de curgere corespunde lui M_{cr} în funcție de valoarea frinată ρ_0 în secțiunea inițială este :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} = \frac{p_0}{R T_0} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.95)$$

iar viteza de curgere

$$w = M_{cr} a_{cr} = M_{cr} \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_0} \quad (3.96)$$

Ca urmare, pentru un gaz perfect ecuația de continuitate capătă forma

$$\dot{m} = \rho w A = \frac{p_0}{R T_0} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} A M_{cr} \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_0} \quad (3.97)$$

care, înmulțită cu viteza critică $a_{cr} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_0}$, devine

$$\dot{m} a_{cr} = \frac{p_0}{R T_0} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} A M_{cr} 2 \frac{k}{k+1} R T_0$$

$$\dot{m} a_{cr} = \rho_0 \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} A M_{cr} 2 \frac{k}{k+1} R T_0$$

Funcția gazodinamică de debit (numită prima funcție gazodinamică de debit) se notează cu $q(M_{cr})$ și are expresia

$$q(M_{cr}) = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} M_{cr} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.98)$$

care, înlocuită în expresia debitului \dot{m} , și ținând seama de expresia vitezei critice a_{cr} , și de constanta V

$$V = \sqrt{\frac{1}{R}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (3.99)$$

duce la relația

$$\dot{m} = V \frac{p_0 A q(M_{cr})}{\sqrt{T_0}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (3.100)$$

Funcția gazodinamică $q(M_{cr})$ se ia din tabele sau se calculează în funcție de M_{cr} și k . Ea este prezentată în figura 3.21. Făcînd apel la funcția de presiune $p(M_{cr})$, dată de expresia

$$p_0 = \frac{p}{p(M_{cr})} = \frac{p}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] \quad (3.101)$$

ecuația de debit capătă forma

$$\dot{m} = V \frac{A y(M_{cr})}{\sqrt{T_0}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right], \quad (3.102)$$

în care $y(M_{cr})$ este a doua funcție gazodinamică de debit, a cărei expresie este

$$y(M_{cr}) = \frac{q(M_{cr})}{p(M_{cr})} = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{M_{cr}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2} \quad (3.103)$$

Funcția $y(M_{cr})$ se obține de asemenea, din tabele, prin calcul, sau din fig. 3.22.

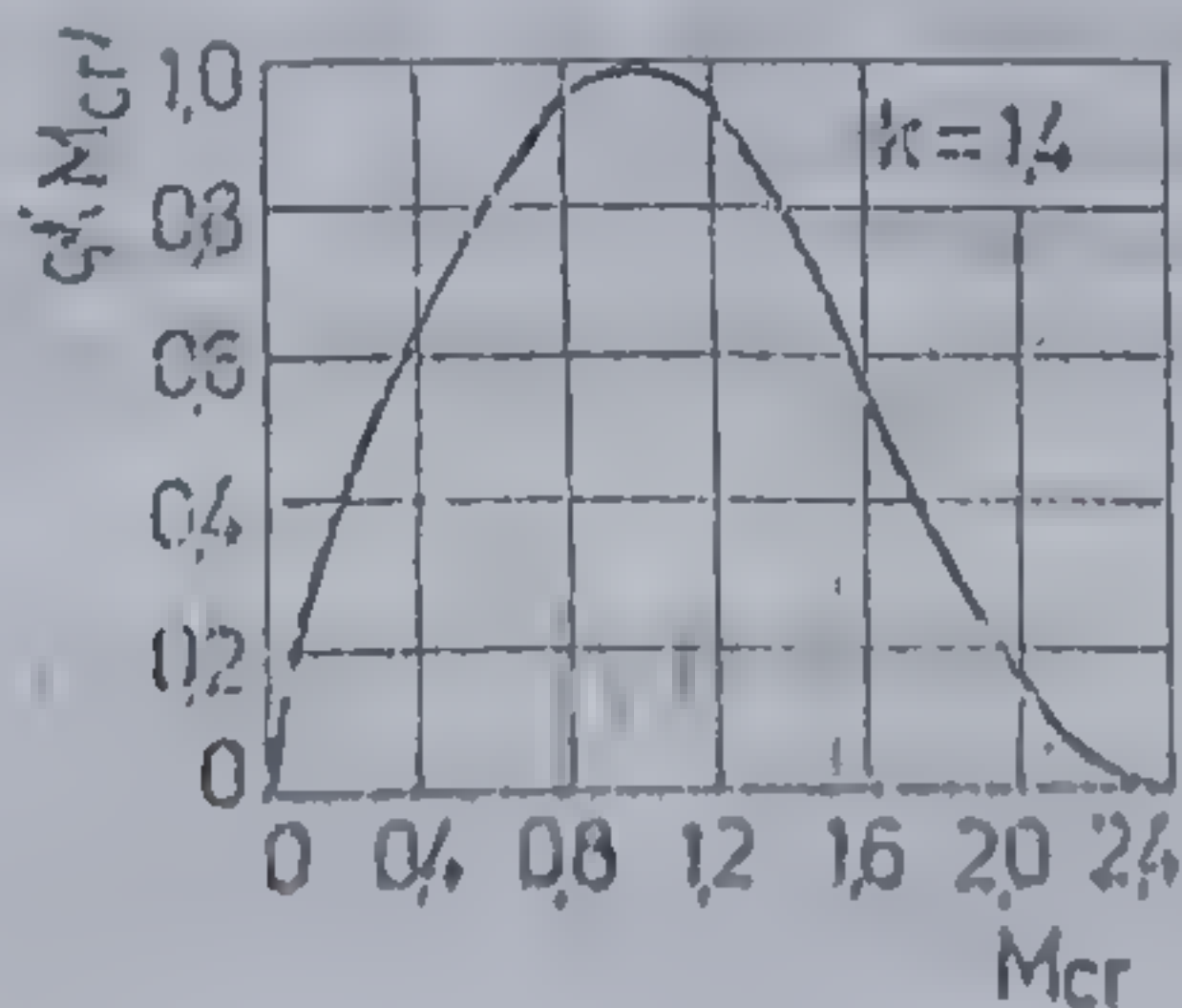


Fig. 3.21. Prima funcție gazodinamică $q(M_{cr})$ pentru un gaz perfect ($k=1,4$).

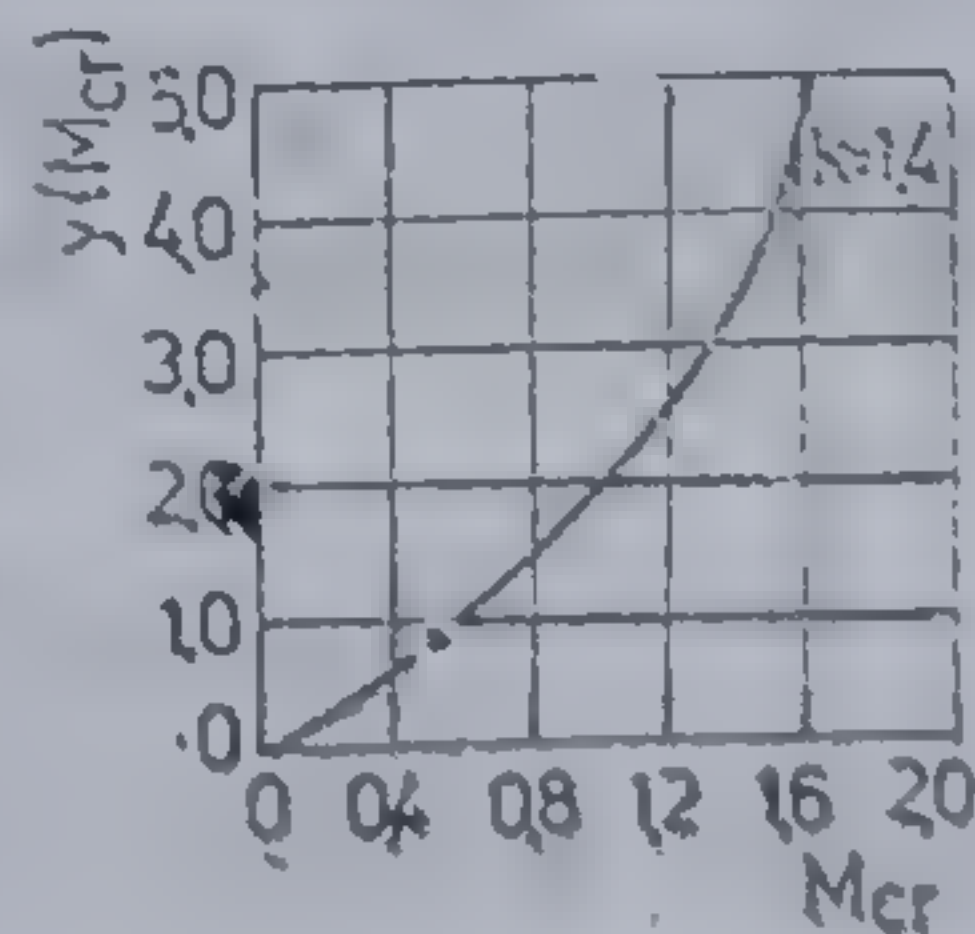


Fig. 3.22. A doua funcție gazodinamică $y(M_{cr})$ pentru un gaz perfect ($k=1,4$).

Prin integrarea ecuației cantității de mișcare rezultă

$$\dot{m} \cdot w_2 + p_2 \cdot A = \dot{m}_1 w_1 + p_1 A$$

sau, în general, $\dot{m} w + p A = \text{const.}$

Expresia constantei este

$$\dot{m} w + p A = \dot{m} \left(w + \frac{p}{\rho \cdot w} \right),$$

Deoarece pentru un gaz perfect

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho} &= R T = R T_0 \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right] = \\ &= \frac{k+1}{2k} a_{cr}^2 \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right] \end{aligned}$$

iar $w = M_{cr} \cdot a_{cr}$; relația capătă atunci forma

$$\dot{m} w + p A = \dot{m} \left[M_{cr} a_{cr} + \frac{k+1}{2k} \frac{a_{cr}}{M_{cr}} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right) \right]$$

sau

$$\dot{m} w + p A = \frac{k+1}{2k} \dot{m} a_{cr} z(M_{cr}),$$

în care funcția gazodinamică a impulsului $z(M_{cr})$ prezentată în figura 3.23 este dată de relația

$$z(M_{cr}) = M_{cr} + \frac{1}{M_{cr}} \quad (3.104)$$

Ea este utilizată în studiul curgerilor unde impulsul este fenomenul predominant (curgeri prin paletetele turbomașinilor, unda de șoc, calculul mecanic al conductelor etc.). În subsidiar se mai utilizează și alte două funcții gazodinamice de impuls, $f(M_{cr})$ și $r(M_{cr})$, care permit așezarea ecuației impulsului în funcție de presiunea frînata inițială p_0 . Plecînd de la relațiile

$$\dot{m} w + p A = p_0 A M_{cr} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot z(M_{cr})$$

sau :

$$\dot{m} w + p A = \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot p_0 A q(M_{cr}) z(M_{cr})$$

În funcție de presiunea momentană din secțiunea unde viteza de curgere corespunde lui M_{cr} , ea devine

$$\dot{m}w + pA = \frac{M_{cr}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2} z(M_{cr})$$

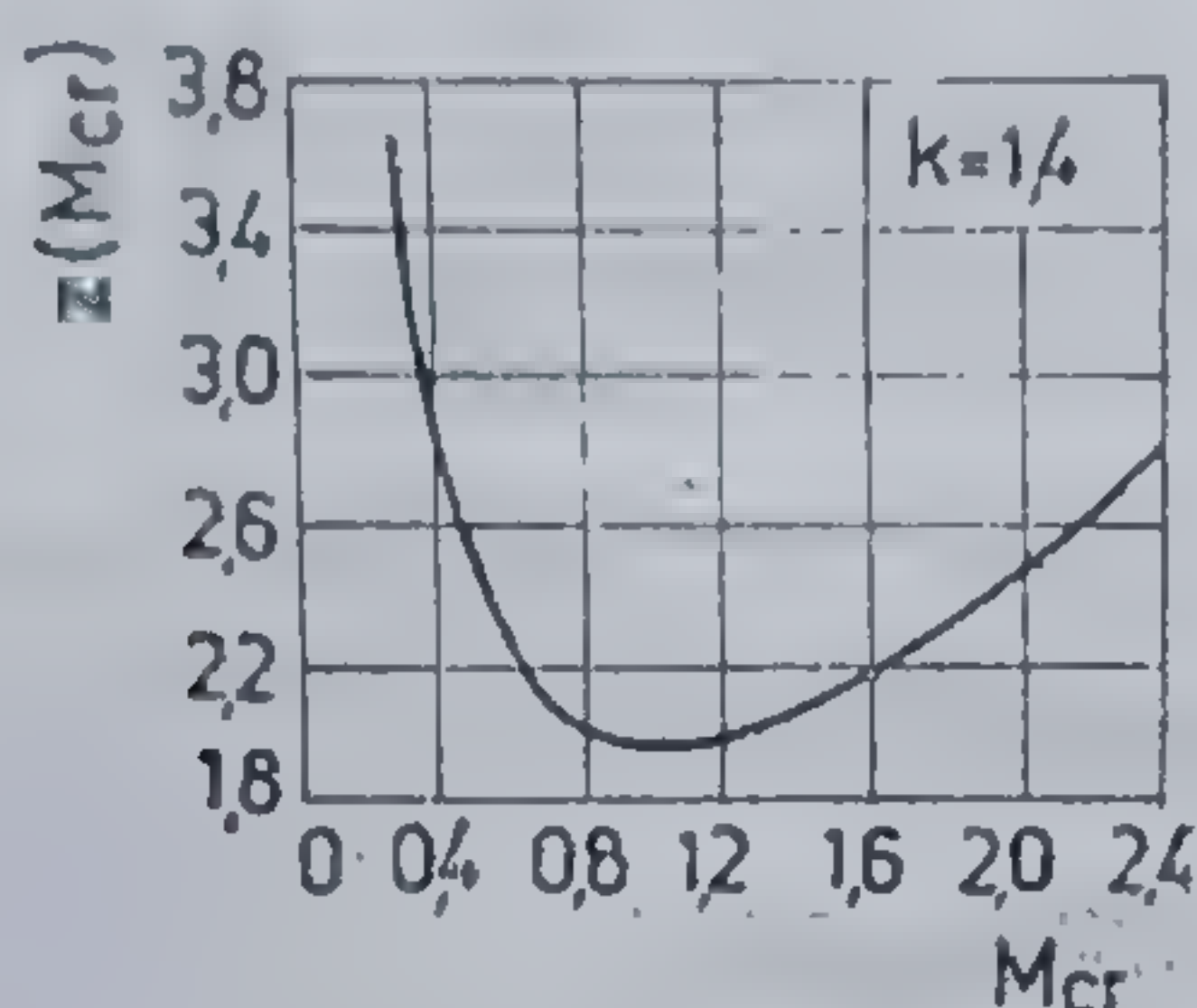


Fig. 3.23. Funcția gazodinamică $z(M_{cr})$ pentru un gaz perfect ($k=1,4$).

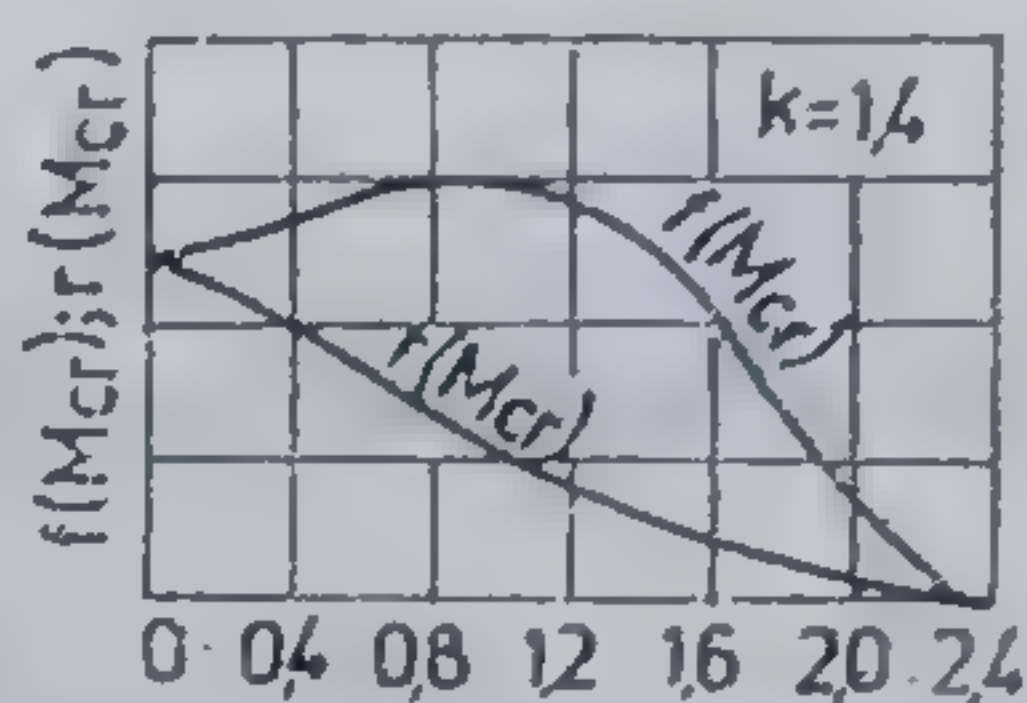


Fig. 3.24. Funcțiile gazodinamice $f(M_{cr})$ și $r(M_{cr})$ pentru un gaz perfect ($k=1,4$).

sau

$$\dot{m}w + pA = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} pA y(M_{cr}) z(M_{cr})$$

După gruparea convenabilă a ecuației impulsului, cele două funcții gazodinamice ale impulsului și anume $f(M_{cr})$ și $r(M_{cr})$, sînt date de relațiile

$$f(M_{cr}) = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} q(M_{cr}) z(M_{cr}) \quad (3.105)$$

$$r(M_{cr}) = \frac{k+1}{2} \frac{1}{y(M_{cr}) \cdot z(M_{cr})} \quad (3.106)$$

Funcțiile $f(M_{cr})$ și $r(M_{cr})$, date în tabele, se pot calcula și sînt prezentate în funcție de M_{cr} în figura 3.24. Folosind aceste funcții, ecuația impulsului capătă forma

$$\dot{m}w + pA = p_0 A f(M_{cr})$$

sau

$$\dot{m}w + pA = pA \frac{1}{r(M_{cr})}$$

3.12. CURGEREA UNUI GAZ PERFECT PRINTR-O CONDUCTĂ SCURTĂ, CU SCHIMB DE CĂLDURĂ CU PEREȚII.

Curgerea gazului perfect printr-o conductă de secțiune constantă, cu schimb de căldură cu pereții, datorită variației densității gazului are loc cu schimbarea vitezei de curgere și ca urmare cu pierderi de

presiune. Se consideră curgerea unui gaz perfect printr-o conductă circulară de secțiune A (fig. 3.25), cu aport de căldură de la pereți. Ecuația de continuitate pentru secțiunile 1 și 2 este

$$\dot{m} = w_1 \rho_1 A = w_2 \rho_2 A \rightarrow \frac{\dot{m}}{A} = \frac{w_1}{v_1} = \frac{w_2}{v_2} = \text{const.} \quad (3.108)$$

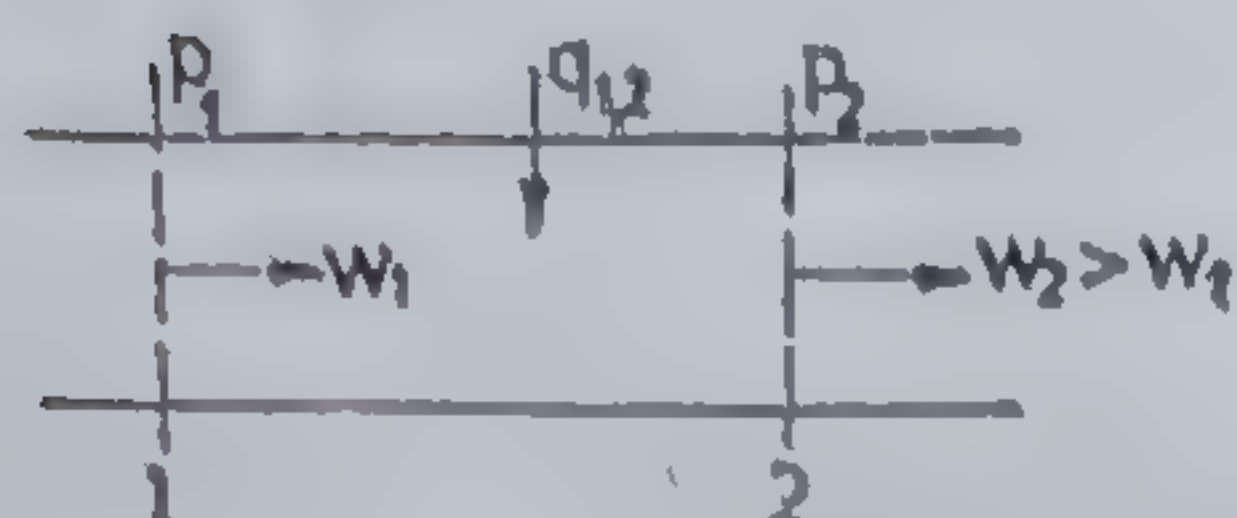


Fig. 3.25. Curgerea gazului prin conducte cu aport de căldură.

Ecuația impulsului pe direcția axială este

$$(p_1 - p_2)A = \dot{m}(w_2 - w_1) \quad (3.109)$$

care poate fi sub forma

$$p_1 - p_2 = \frac{\dot{m}}{A}(w_2 - w_1) = \frac{w_1 \dot{m}}{A} \left(\frac{w_2}{w_1} - 1 \right) =$$

$$= w_1 \frac{w_1}{v_1} \left(\frac{w_2}{w_1} - 1 \right) = \frac{w_1^2}{v_1} \left(\frac{w_2}{w_1} - 1 \right)$$

Pentru un gaz perfect

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \frac{w_2}{w_1} = \frac{v_2}{v_1} \rightarrow \frac{w_2}{w_1} = \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1}$$

Ca urmare, ecuația impulsului capătă forma

$$p_1 - p_2 = \frac{w_1^2}{v_1} \left[\frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} - 1 \right] = \frac{w_1^2 p_1}{R T_1} \left[\frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} - 1 \right] \quad (3.110)$$

sau

$$p_1 \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) = p_1 \frac{k w_1^2}{k R T_1} \left[\frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} - 1 \right]$$

De unde se obține

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 - k M_1^2 \left[\frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} - 1 \right] = 1 - k M_1^2 \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right). \quad (3.111)$$

Cunoscând variația temperaturii gazului între cele două secțiuni (ca urmare a căldurii primite de la pereți pe lungimea de conductă 1-2)

și notînd cu π raportul $\frac{p_2}{p_1}$ și cu φ raportul $\frac{T_2}{T_1}$ se obține

$$\pi = 1 - k M_1^2 \left(\frac{\varphi}{\pi} - 1 \right) \rightarrow \pi^2 - \pi(1 - k M_1^2) + k \varphi M_1^2 = 0,$$

de unde se obține pierderea de presiune statică :

$$\pi = \frac{1}{2} [(1 + k M_1^2) \pm \sqrt{(1 + k M_1^2)^2 - 4k M_1^2}] \quad (3.112)$$

3.13. PRINCIPIILE DE MĂSURARE A DEBITULUI UNUI GAZ ÎN CURGERE

Metodele de măsurare a debitului unui curent de gaz, folosesc în general ecuațiile de continuitate și Bernoulli. Aparatele de măsură cele mai uzuale sînt sondele de presiune, tubul Pitot, ajutorul Venturi, rotametrul și diafragma.

Se prezintă în continuare principiul pe care se bazează măsurarea debitului cu aparatele respective, fără a intra în detaliile constructive ale lor sau metodologia experimentului.

Sonda de presiune este compusă dintr-un tub cilindric, cu unul din capete deschis și așezat în direcția de curgere a gazului. Celălalt capăt al tubului este legat la un manometru. Ținînd seama de notațiile din figura 3.26 și aplicînd ecuația lui Bernoulli se obține :

$$\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{w_1^2}{2} = \frac{p_{01}}{\rho_2}$$

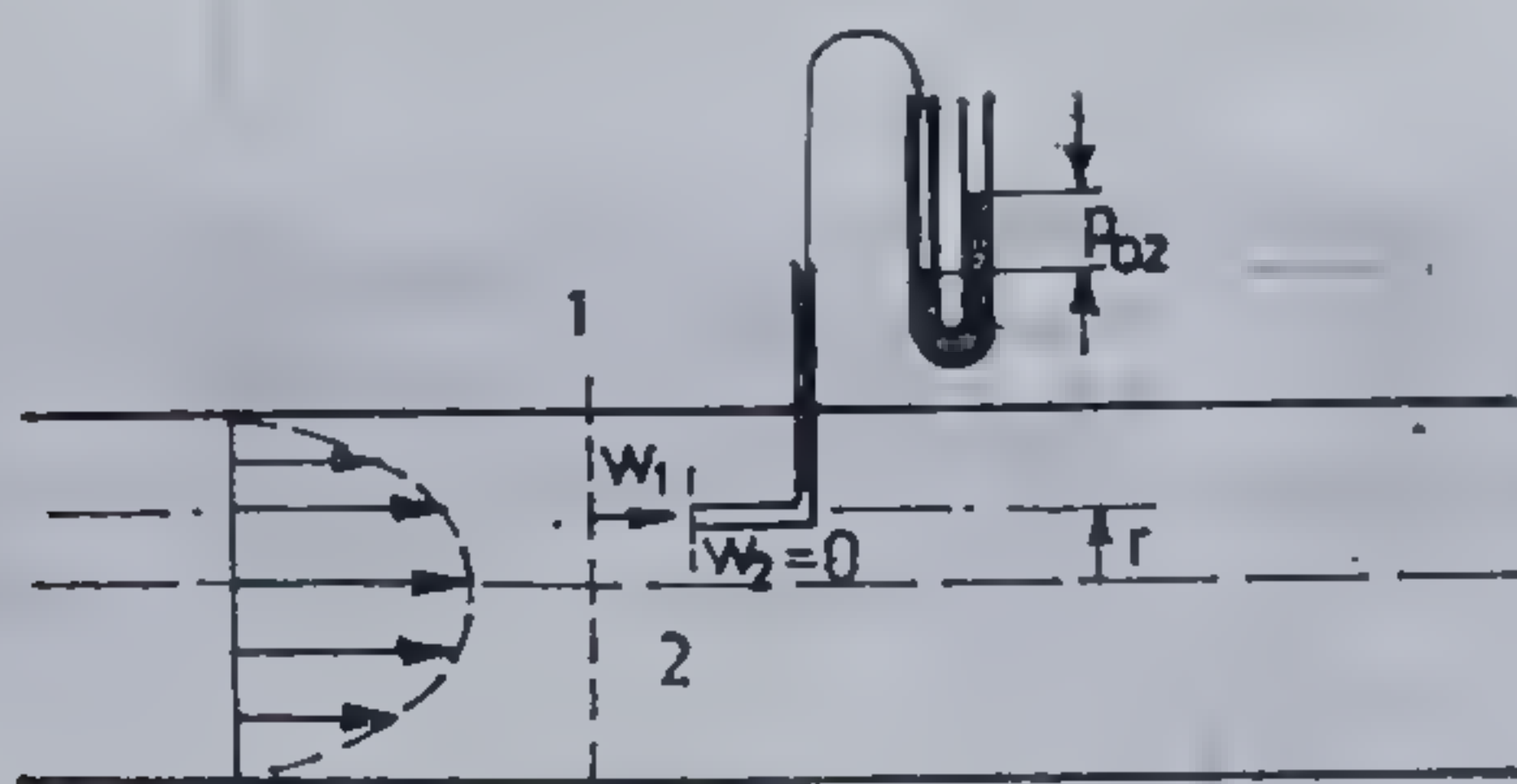


Fig. 3.26. Sondă de presiune.

Sonda de presiune măsoară presiunea frînată p_0 a unui gaz. Deoarece secțiunea orificiului sondei este foarte mică și în interiorul sondei gazul nu curge, ea măsoară presiunea frînată locală la ordonatele x și r . Măsurătorile făcute fiind locale, ea permite determinarea profilului variației vitezei în secțiune și apoi, prin calcul, a vitezei medii. Cunoșcînd viteza medie, se determină prin calcul și debitul de gaz ce trece prin conductă. Deoarece valoarea densității ρ_1 nu se cunoaște decît numai după ce se cunoaște presiunea p_1 și temperatura t_1 sonda de presiune se utilizează numai pentru determinarea debitelor la gazele reci, cu viteze de curgere cuprinse între

$0 < M \leq 0,4$. În aceste condiții, se acceptă aproximația $\rho_1 = \rho_2 = \rho = \text{const.}$ și ca urmare

$$p_{01} = p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

Tubul Pitot, prezentat schematic în figura 3.27, permite măsurarea presiunii frinate și momentane a unui gaz în curgere și prin calcul a presiunii dinamice. Orificiul îndreptat axial măsoară presiunea frinată locală, iar cel îndreptat perpendicular pe curent (orificiile laterale de pe tubul

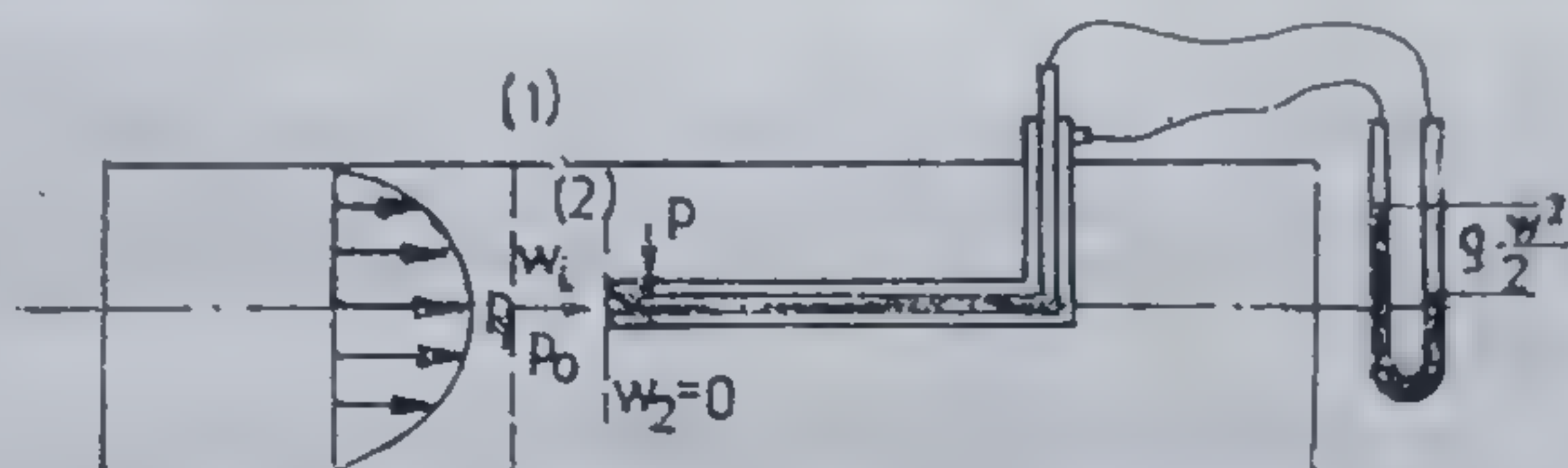


Fig. 3.27: Tub Pitot.

exterior), măsoară presiunea momentană locală. Indicația dată de un manometru diferențial este chiar presiunea dinamică. Considerînd că $\rho_1 = \rho = \text{const.}$, deci pentru viteze de curgere $0 < 1 \leq 0,4$, se obține din ecuația lui Bernoulli

$$p_{01} = p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

și ca urmare

$$w_1 = \frac{2(p_{01} - p_1)}{\rho} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

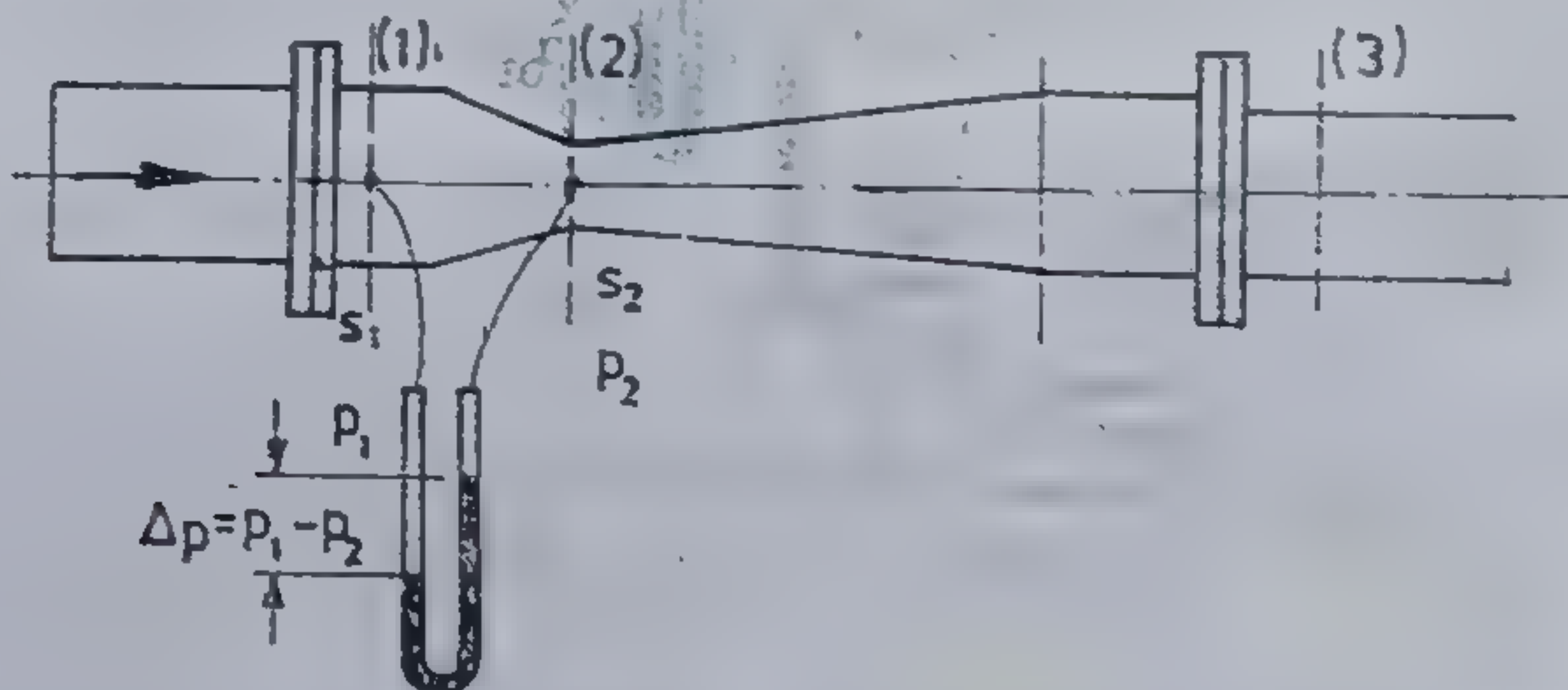


Fig. 3.28: Ajutaj Venturi.

Ajutajul Venturi este prezentat schematic în figura 3.28. Condueta prin care curge gazul capătă la un moment dat forma unui ajutaj convergent-divergent. Măsurîndu-se într-o secțiune (1), situată înainte de ajutaj, presiunea momentană medie p_1 și în secțiunea minimă (2) presiunea momentană medie p_2 , din ecuația de continuitate se obține pentru $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$A_1 w_1 = A_2 w_2 \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

în care A_1 și A_2 sînt arile secțiunilor (1) și (2).

Ecuația lui Bernoulli, neglijând lucrul mecanic de frecare, aplicată celor două secțiuni este

$$p_{01} = p_{02}; \quad \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{w_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{w_2^2}{2}.$$

Căderea de presiune statică pentru curgeri cu $0 < M \leq 0,2$ (domeniul în care se recomandă utilizarea tubului Venturi), nefiind prea mare, ea nu aduce după sine modificări importante ale densității gazului și ca urmare se acceptă ipoteza că $\rho_1 = \rho_2 = \rho$. Ca urmare între vitezele w_1 și w_2 va exista raportul dintre pătratele secțiunilor A_1 și A_2 , deci

$$p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2} = p_2 + \rho \frac{w_2^2}{2} \cdot \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} w_1^2 \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right) \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

De unde se obține viteza medie de curgere a gazului în secțiunea (1):

$$w_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right]}} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Debitul masic de gaz va fi

$$\dot{m} = A_1 \cdot w_1 \cdot \rho = \sqrt{\frac{\rho^2 A_1^2 2(p_1 - p_2)}{\rho \left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right]}} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

Deoarece repartitia vitezei în secțiune nu este lineară, presiunile măsurate nu sînt chiar valorile medii și ca urmare se introduce un coeficient de corecție φ , denumit „coeficient de contracție”, a cărui valoare variază pentru regimul laminar între 0,80 și 0,90, iar pentru cel turbulent între 0,96 și 0,98. Ca urmare debitul masic de gaz \dot{m} va fi în realitate

$$\dot{m} = A_1 \varphi w_1 \rho \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

Pentru ca pierderile în tubul Venturi să fie cît mai mici posibile, este necesar ca secțiunea divergentă, unde are loc decelerarea fluidului și unde pierderile prin turbulență sînt mari, să fie lent progresivă, iar partea convergentă unde are loc accelerarea lui și unde pierderile prin frecare sînt mari, să fie cît mai scurtă.

Diafragma este o variantă a ajutorului Venturi. În figura 3.29 se prezintă schematic elementele caracteristice ale unei diafragme de măsurare a debitului. Înainte de diafragmă, viteza gazului este w_1 iar secțiunea conductei A . Viteza de curgere în secțiunea A_d a orificiului diafragmei este w_2 . Presiunea momentană înaintea diafragmei (secțiunea 1), măsurată

la manometrul diferențial este p_1 , iar imediat după diafragmă (secțiunea 2), este p_2 .

Raportul secțiunilor la construcțiile curente de diafragme $S_d/S = 0,62 \dots 0,70$. Pierderile de presiune frînată (totală) Δp_0 între secțiunile

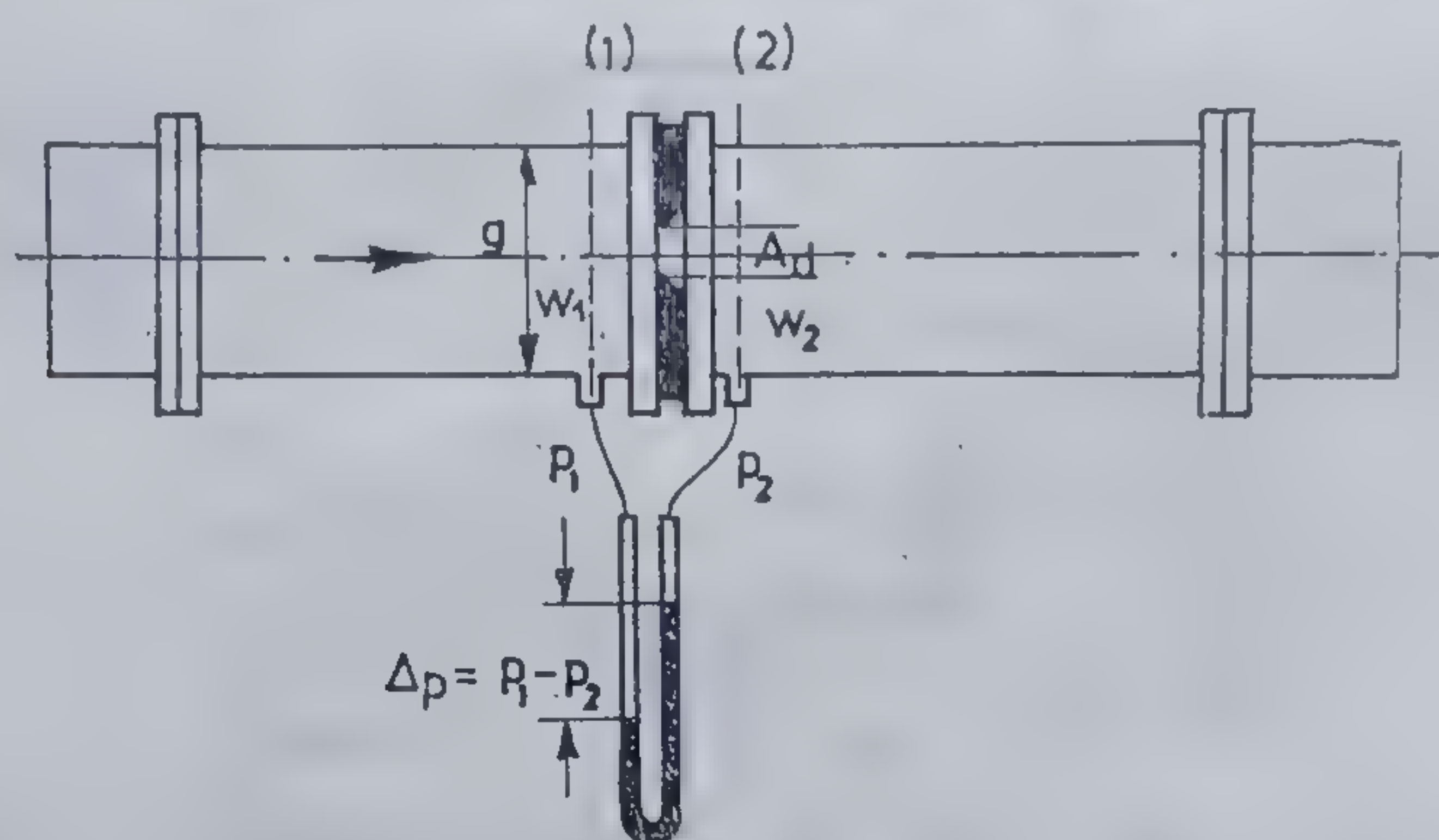


Fig. 3.29. Diafragmă.

1 și 2 nu mai pot fi neglijate ca în cazurile descrise pînă acum și ca urmare ecuația lui Bernoulli capătă forma $p_{01} = p_{02} + \Delta p_0$.

Deoarece pierderile de presiune Δp_0 depind de un număr mare de factori (tehnologici și gazodinamici, se recomandă utilizarea unui coeficient de contracție, similar celui folosit în cazul ajutajului Venturi și ale cărei valori, pentru rapoartele S_d/S uzuale, variază între $0,6 \leq \varphi \leq 0,62$. Calculul vitezei medii de curgere se face, ca în cazul precedent, cu relația

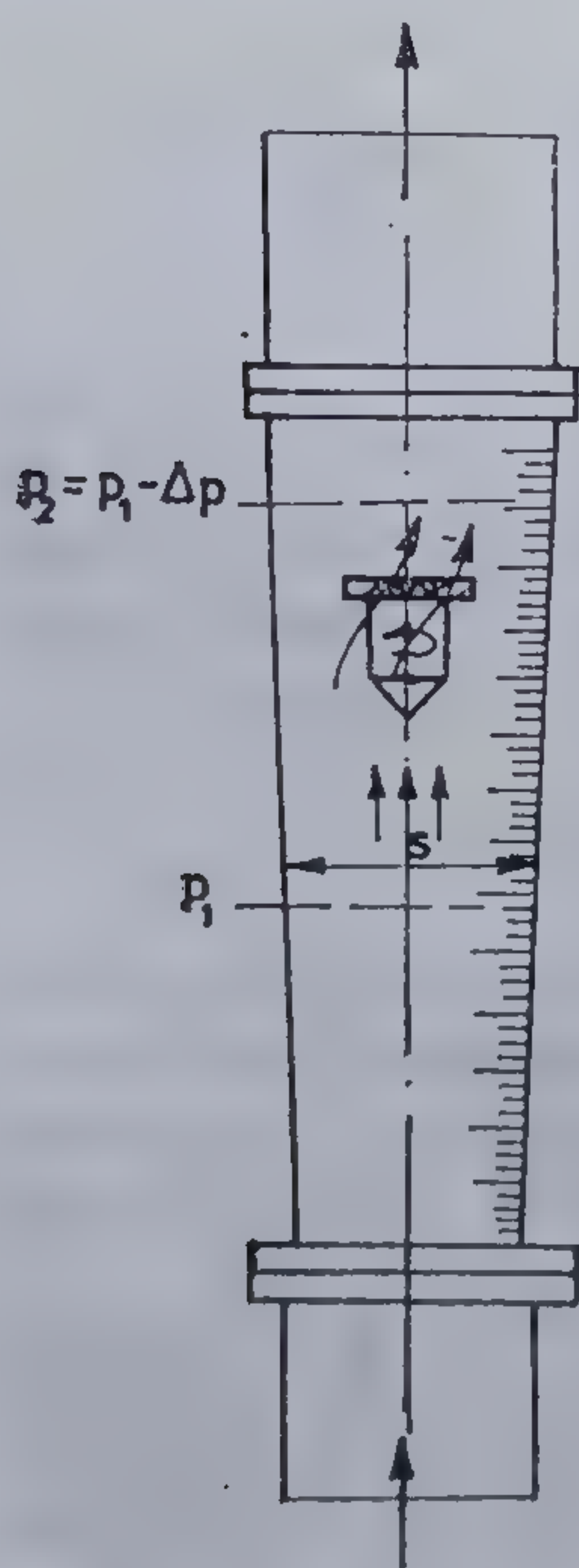


Fig. 3.30. Rotametrul.

$$w_1 = \varphi \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left[\frac{A^2}{A_d^2} - 1 \right]}} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

iar debitul masic

$$\dot{m} = A \cdot w_1 \cdot \rho \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right].$$

Pentru ca indicațiile diafragmei să fie cît mai exacte, este necesar ca muchia ascuțită la 45° să fie așezată spre amonte curgerii.

Rotametrul. Principiul dispozitivului se bazează pe trecerea gazului printr-o diafragmă a cărei secțiune de trecere este continuu variabilă. În figura 3.30. este prezentată o secțiune principală printr-un rotametrul. Rotametrul indică debitul de gaz prin citirea directă pe diviziunile gra-

date trasate pe un tub transparent, cu o conicitate redusă, în interiorul căruia se mișcă un corp solid în mișcare de rotație. Diferența de presiune $\Delta p = p_1 - p_2$ ce domnește între amonte (p_1) și avalul (p_2) corpului este în general constantă indiferent de poziția corpului plutitor în lungul tubului, ea fiind funcție de greutatea lui. Ca urmare, debitul poate fi exprimat prin aceeași relație ca în cazurile precedente și anume:

$$\dot{m} = \varphi A_1 \rho \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right]}} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

în care A_1 este secțiunea tubului cilindric transparent și A_2 secțiunea liberă de curgere a gazului prin spațiul dintre plutitor și tub. Ca urmare debitul este dat de înălțimea la care se află plutitorul, deoarece pentru $\Delta p = \text{const.}$, $\varphi = \text{const.}$; $\rho = \text{const.}$, debitul este dat de raportul A_1^2/A_2^2 care este continuu variabil. De obicei indicațiile debitului sînt trasate direct pe tubul transparent prin etalonare experimentală.

3.14. PIERDERILE DE PRESIUNE LA CURGEREA UNUI GAZ PRINTR-UN CANAL CU SECȚIUNE VARIABILĂ

Ecuția cantității de mișcare pentru curgerea unui gaz fără frecare și fără efectuare de lucru mecanic exterior are forma (2.28):

$$dp = -\rho w dw; \quad [p_2 - p_1 = \rho_1 w_1 (w_1 - w_2)]$$

sau forma generală

$$p + \rho w^2 = \text{const.}$$

Ca urmare, curgerea unui gaz printr-un canal cu secțiune variabilă va avea loc cu pierderi de presiune, chiar dacă se acceptă ipoteza că lucrul mecanic de frecare este nul. Aceste pierderi de presiune se datoresc faptului că în timpul curgerii au apărut accelerări sau decelerări ale curenților de gaz, care au dus la variația vitezei de curgere.

Variația vitezei de curgere a gazului în lungul canalului poate apare fie ca urmare a schimbului de căldură al lui cu mediul exterior (în acest caz curgerea este însoțită de o transformare termodinamică oarecare) fie ca urmare a variației secțiunii de curgere oferită gazului.

Ca exemplu se consideră curgerea unui gaz printr-un canal de secțiune constantă. Neglijînd lucrul mecanic de frecare și considerînd procesul izoterm ($\rho_1 = \rho_2 = \rho = \text{const.}$), presiunea frînată a gazului în curgere p_0 fiind constantă în orice secțiune, ($p_{01} = p_{02}$) se obține

$$p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2} = p_2 + \rho \frac{w_2^2}{2}$$

În cazul cînd curgerea are loc fără respectarea condiției $w_1 = w_2$, de exemplu în cazul încălzirii sau răcirii gazului densitatea lui se va modifica și, ca urmare, debitul masic fiind constant ($\rho_1 w_1 = \rho_2 w_2$), viteza w_2 va crește, devenind $w_2 > w_1$. După cum se vede din relația de mai sus p_1 va fi egal cu p_2 numai dacă $w_1 = w_2$. În acest caz, condiția nefiind satisfăcută, va apărea o pierdere de presiune statică.

Se explică astfel motivul pentru care curgerea gazelor prin canalele de palete ale turbomașinilor trebuie să se facă cu viteză constantă; ca urmare secțiunea de curgere oferită trebuie să fie astfel aleasă încît să satisfacă condiția egalității vitezei de curgere.

În cazul măririi sau micșorării secțiunii de curgere (prezenței de vane, ventile, camere colectoare, canale de admisie sau refulare cu secțiuni diferite etc.) va apărea o variație a vitezei de curgere și în consecință va apare o pierdere de presiune. De aceste pierderi trebuie să se țină seamă, deoarece ele reprezintă în fond o pierdere energetică, de exemplu un consum de lucru mecanic cerut de turbosuflantele ce asigură vehicularea gazelor, sau pierderi de energie potențială transformabilă în lucru mecanic în turbomașini, etc.

Pentru exemplificare se consideră cazul general al curgerii unui gaz printr-un canal oarecare, în care are loc la un moment dat o variație a vitezei de curgere între două secțiuni oarecare, fie ca urmare a unui schimb de căldură cu pereții canalului, fie ca urmare a variației de secțiune. În absența frecărilor, pierderea de presiune va fi dată de diferența presiunilor frînate:

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02}$$

$$\text{în care} \quad p_{01} = p_1 + \rho_1 \frac{w_1^2}{2}; \quad p_{02} = p_2 + \rho_2 \frac{w_2^2}{2}$$

$$\text{Deci:} \quad \Delta p_0 = \left(p_1 + \rho_1 \frac{w_1^2}{2} \right) - \left(p_2 + \rho_2 \frac{w_2^2}{2} \right) \quad (3.113)$$

Valorile presiunilor momentane (considerate valori medii în secțiune) nefiind cunoscute, relația conține două necunoscute.

A doua ecuație aplicabilă curgerii este ecuația cantității de mișcare, scrisă sub formă

$$p_1 - p_2 = \rho_1 w_2 (w_2 - w_1)$$

$$\text{Deci} \quad \Delta p_0 = (p_1 - p_2) + \left(\rho_1 \frac{w_1^2}{2} - \rho_2 \frac{w_2^2}{2} \right)$$

$$\Delta p_0 = \rho_1 w_2 (w_2 - w_1) + \left(\rho_1 \frac{w_1^2}{2} - \rho_2 \frac{w_2^2}{2} \right) \quad (3.114)$$

Cunoscându-se densitățile ρ_1 și ρ_2 , precum și vitezele w_1 și w_2 , din condiția $\rho w = \text{const.}$ în cazul cînd variația lui w are loc ca urmare a schimbului de căldură gaz-perete, fie din condiția $A_1 w_1 = A_2 w_2$ în cazul cînd variația de viteză se datorește variației secțiunii, se poate determina cu relația de mai sus pierderea de presiune între secțiunile 1 și 2.

De exemplu, în cazul unei curgeri adiabate printr-un canal cu secțiune variabilă, calculul pierderilor de presiune se efectuează în modul următor. Se consideră mărirea bruscă a secțiunii de curgere, așa cum se vede în figura 3.31. Secțiunea 2 se alege în imediata apropiere a conductei de secțiune A_1 și, ca urmare, se consideră că vîna de curent are aceeași secțiune, deci viteza de curgere $w_2 = w_1$ (evazarea liniilor de curent și umplerea secțiunii A_2 avînd loc în secțiunea 3).

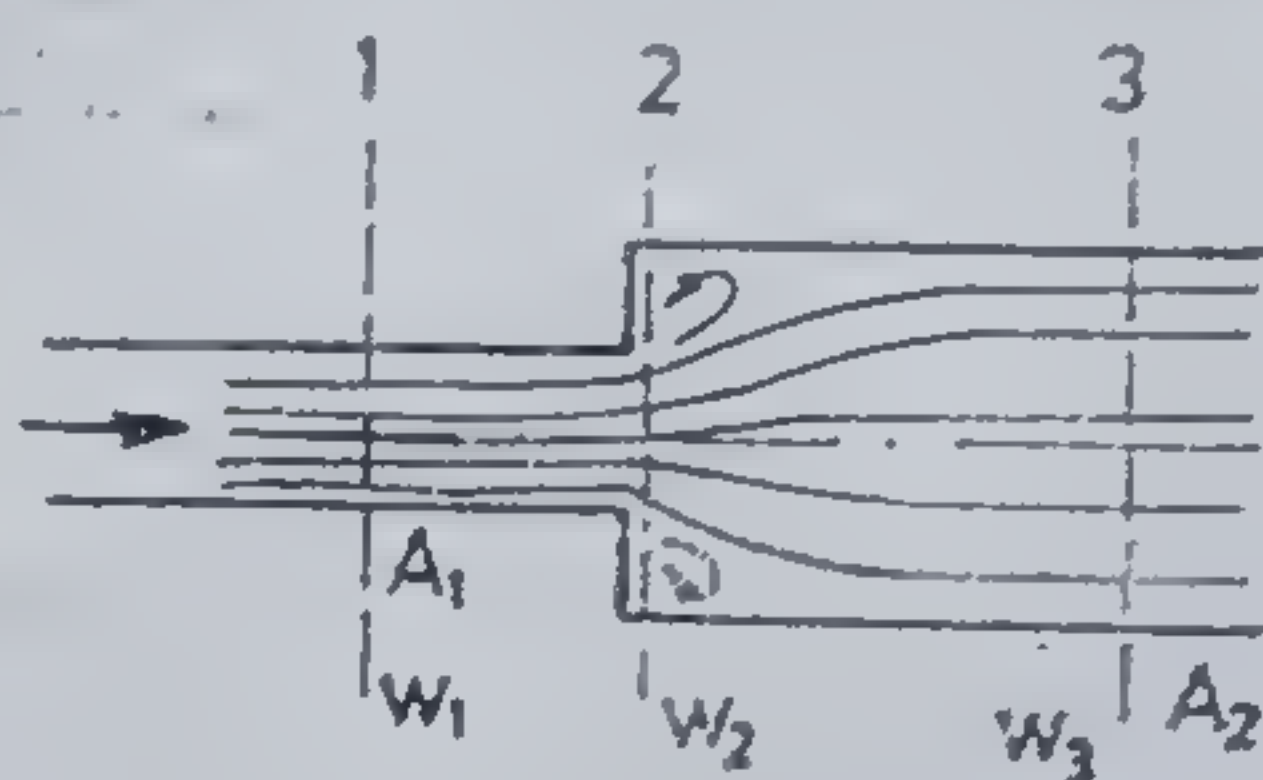


Fig. 3.31. Lărgire bruscă de secțiune la o conductă.

Deoarece procesul are loc adiabatic, iar A_2/A_1 nu are valori mari, variația de presiune momentană este mică și ca urmare se poate considera că $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$. Din ecuația de continuitate pentru $\rho = \text{const.}$ se obține

$$A_1 \cdot w_1 = A_1 \cdot w_2 = A_2 \cdot w_3$$

în care

$$w_1 = w_2; w_3 = \frac{A_1}{A_2} w_1$$

Deoarece $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$ și $w_1 = w_2$, se obține egalitatea presiunilor momentane $p_1 = p_2$ în ipoteza că lucrul mecanic de frecare este egal cu zero.

3.15 REACȚIUNILE ÎN COTURILE CONDUCTELOR PENTRU TRANSPORTUL GAZELOR

Se consideră o conductă de gaze (figura 3.32) care la un moment dat își schimbă direcția făcînd un cot. În el vor apărea eforturi mecanice datorate forțelor F_x și F_y care trebuie să fie preluate de reazeme. Reazemul conductei va trebui să fie astfel calculat încît să preia forțele dirijate în direcția x și y anume F_x și F_y . Se notează cu p_1 și p_2 presiunile momentane medii ale fluidului și cu w_1 și w_2 vitezele medii în secțiunile 1 și 2, ale căror suprafețe sînt A_1 și A_2 . Forțele F_x și F_y sînt componente ale forței exercitate de gazul în curgere asupra peretelui conductei. Se notează cu $R_x = -F_x$ și $R_y = -F_y$ reacțiunile conductei (respectiv a reazemului) asupra gazului. Considerînd curgerea adiabatică, iar secțiunile 1 și 2 în imediata vecinătate a cotului și neglijînd lucrul mecanic de frecare, se poate accepta egalitatea $\rho_1 = \rho_2 = \rho$.

Ca urmare, ecuația de continuitate și ecuația lui Bernoulli au formele

$$A_1 w_1 \rho = A_2 w_2 \rho; \quad p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2} = p_2 + \rho \frac{w_2^2}{2}$$

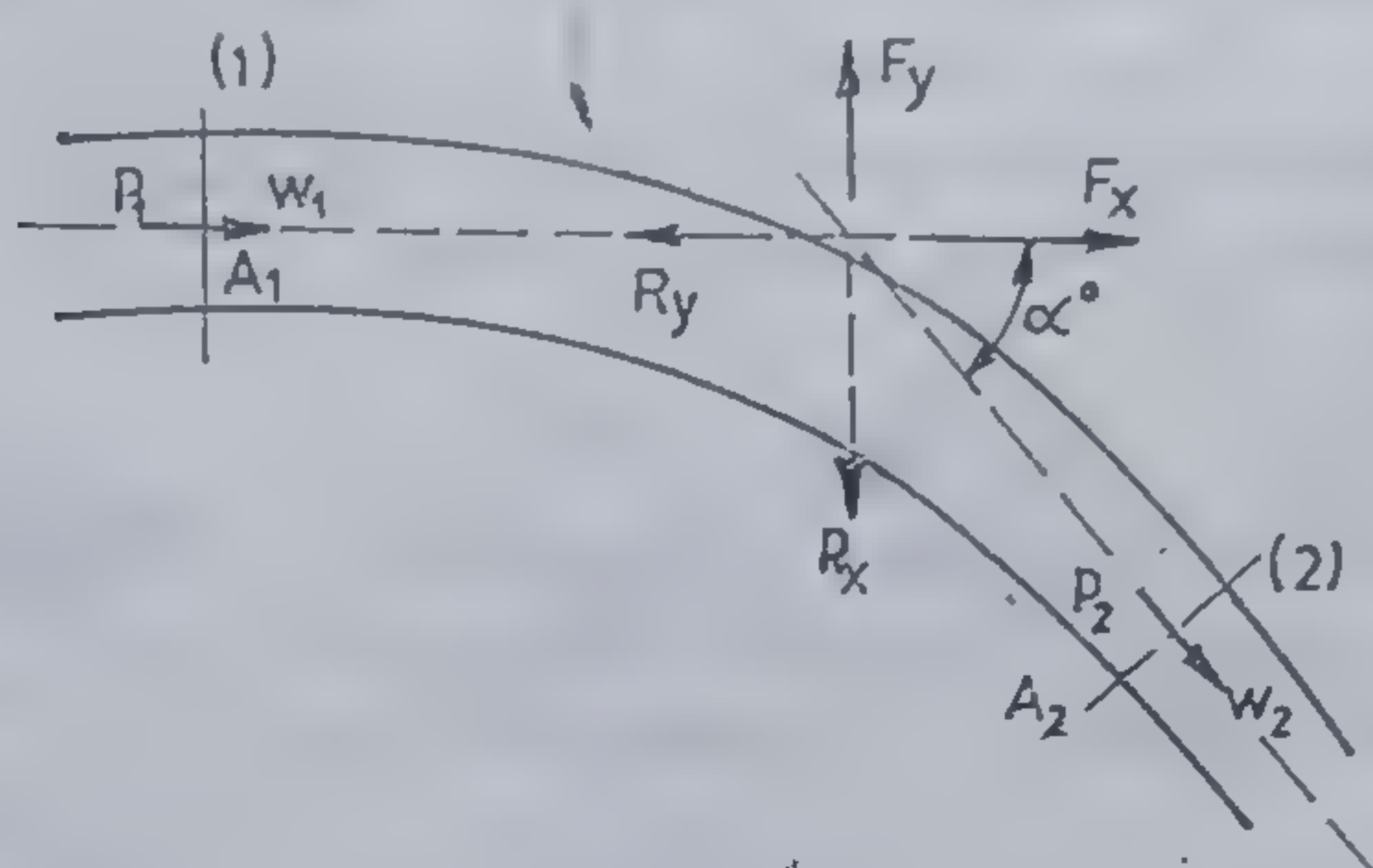


Fig. 3.32. Forțele ce apar într-o conductă curbă.

Ecuația cantității de mișcare permite determinarea componentelor forței ce acționează asupra peretelui conductei între secțiunile 1 și 2, după direcția x și y și anume:

$$F_x = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \alpha - R_x = \rho \dot{m} (w_2 \cos \alpha - w_1) \quad (3.115)$$

$$F_y = -p_2 A_2 \sin \alpha + R_y = \rho \dot{m} w_2 \sin \alpha \quad (3.116)$$

De unde se pot determina reacțiunile din reazeme:

$$R_x = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \alpha + \rho \dot{m} (w_1 - w_2 \cos \alpha)$$

$$R_y = p_2 A_2 \sin \alpha + \rho \dot{m} w_2 \sin \alpha$$

3.16. CALCULUL UNUI EJECTOR CU GAZE PERFECTE

În figura 3.33 este reprezentat schematic un ejector ce lucrează cu agenți motor și aspirat gaze perfecte. Se notează cu \dot{m}_1 debitul masic al gazului motor și cu $\dot{m}_2 - \dot{m}_1$ cel aspirat.

Impulsul fluidului motor între secțiunile 0 și 3 este $I_1 = \dot{m}_1 (w_3 - w_1)$

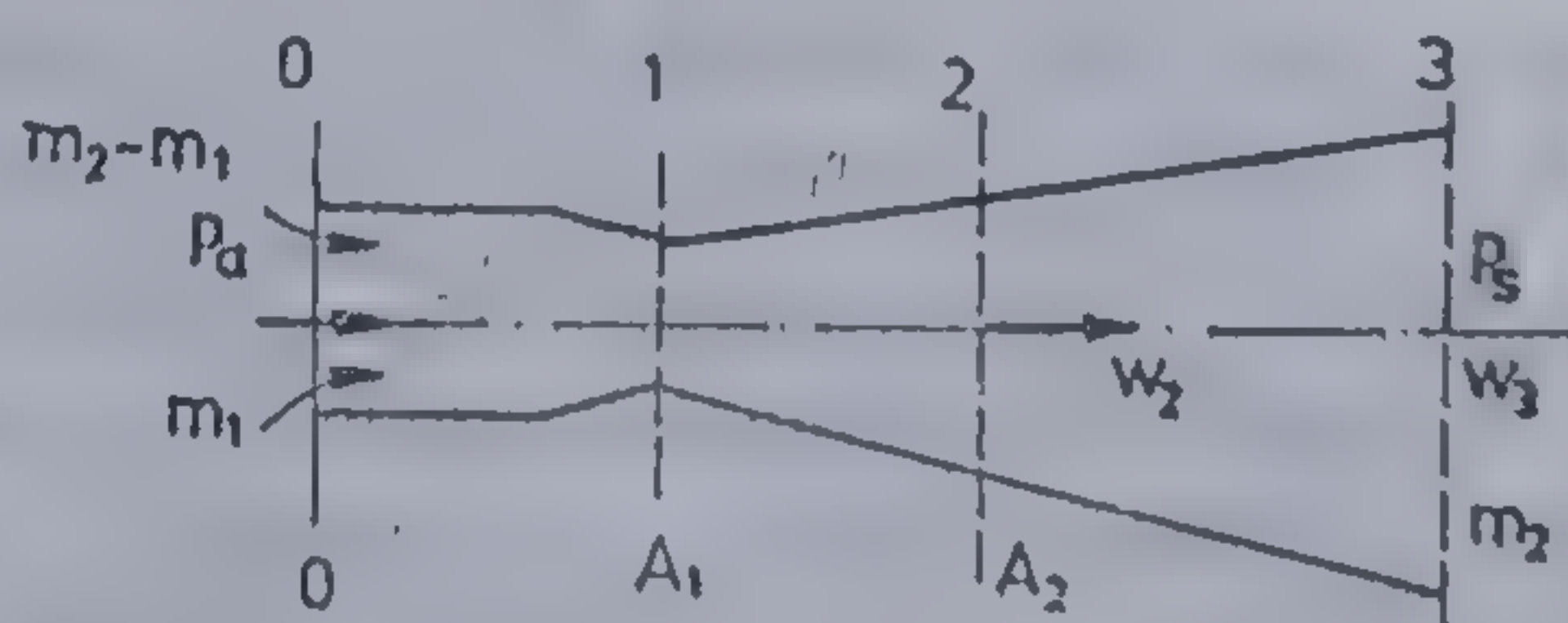


Fig. 3.33. Ejector de gaze.

Impulsul necesar pentru ca masa de gaz aspirat ($m_2 - m_1$) să treacă de la viteza zero la viteza w_3 va fi:

$$I_2 = -(\dot{m}_2 - \dot{m}_1)(w_3 - 0) = -(\dot{m}_2 - \dot{m}_1)w_3$$

Impulsul motor este consumat pentru impulsul de antrenare, deci $I_1 = I_2$ și, ca urmare

$$\dot{m}_2 w_3 = \dot{m}_1 w_1 \rightarrow \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{w_1}{w_3}$$

Din ecuația de continuitate se obține

$$\dot{m}_1 = A_1 w_1 \rho_1; \quad \dot{m}_2 = A_3 w_3 \rho_3$$

Deci :

$$\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{A_3 \cdot w_3 \cdot \rho_3}{A_1 \cdot w_1 \cdot \rho_1}$$

Dar

$$\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{w_1}{w_3}$$

și ca urmare

$$\frac{w_1}{w_3} = \frac{A_3 \cdot w_3 \cdot \rho_3}{A_1 \cdot w_1 \cdot \rho_1}$$

de unde se obține raportul

$$\frac{w_1}{w_3} = \sqrt{\frac{A_3 \rho_3}{A_1 \rho_1}}$$

Ca urmare

$$\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \sqrt{\frac{A_3 \cdot \rho_3}{A_1 \cdot \rho_1}}$$

sau pentru secțiuni cilindrice cu diametrele d_1 și d_3

$$\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{d_3}{d_1} \sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_1}}$$

Pentru determinarea pierderilor de presiune în ejector, se notează cu p_a presiunea gazului aspirat și cu p_1 presiunea gazului motor în secțiunea 0.

Ecuația presiunii frinate în secțiunea (0) este

— pentru gazul motor : $p_{01} = p_1 + \rho_1 \frac{w_1^2}{2}$ (3.117)

— pentru gazul aspirat : $p_{0a} = p_a + \rho_a \frac{w_a^2}{2}$ (3.118)

Se consideră că în secțiunea (2) cele două gaze sînt complet amestecate și ca urmare ecuația de continuitate scrisă pentru secțiunile (0) și (2) este

$$\rho_1 w_1 A_1 + \rho_a w_a A_a = \rho_m w_2 A_2$$

Considerînd natura gazului motor identică cu a celui aspirat (amîndouă considerate gaze perfecte) se acceptă (pentru simplificare) $\rho_1 = \rho_a = \rho_m$. Viteza w_2 este atunci

$$w_2 = w_1 \frac{A_1}{A_2} + w_a \frac{A_a}{A_2} \quad (3.119)$$

Ecuația variației cantității de mișcare între secțiunile (0) și (2) are forma :

$$(p_1 - p_2) A_2 = \rho_m w_2^2 A_2 - \rho_1 w_1^2 A_1 - \rho_a w_a^2 A_a$$

sau (pentru $\rho = \text{const.}$)

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = w_2^2 - w_1^2 \frac{A_1}{A_2} - w_a^2 \frac{A_a}{A_2} \quad (3.120)$$

iar ecuația conservării energiei scrisă între secțiunile (2) și (3) unde se consideră $w_3 = 0$ este

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + 0 + l_{2-3} = p_{03} + l_{2,3}$$

unde $l_{2,3}$ este pierderea de energie între secțiunile (2) și (3) (difuzorul ejectorului), iar p_{03} este presiunea frînată a amestecului la ieșirea din difuzor dat de

$$p_{03} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} - l_{2,3} \quad (3.121)$$

Dacă presiunile p_{03} , p_a , p_1 și cele trei suprafețe A_1 , A_a și A_2 sînt date prin condițiile de funcționare și constructive ale ejectorului, sau alese prin proiect, vor rămîne ca necunoscute vitezele w_a , w_1 , w_2 și presiunile p_1 și p_2 , de mai sus, deci 5 necunoscute pentru care se dispune de cele 5 ecuații notate (3.17)...(3.21).

... (3.21) ...

... (3.21) ...

4. METODE DE STUDIERE A PROCESELOR TERMO- GAZODINAMICE. ANALIZA DIMENSIONALĂ; SIMILITUDINEA; STRATUL LIMITĂ DINAMIC ȘI TERMIC

Analiza unui proces termogazodinamic se poate face fie analitico-experimental prin metoda similitudinii, fie numai analitic, prin metoda stratului limită dinamic și termic.

Analiza dimensională a rezultat prin extinderea noțiunilor de asemănare geometrică și de independență a valorilor unei funcții față de sistemul unităților de măsură adoptat. Această extindere a fost folosită de Newton și Mariotte, iar Fourier a formulat legea omogenității dimensionale a unei funcții și a fundamentat teoria analizei dimensionale.

Ca primă etapă în aplicarea analizei dimensionale se poate menționa stabilirea mărimilor fizice care intervin în fenomenul studiat. Dacă în funcția care descrie fenomenul se introduc și alte mărimi care nu intervin direct, complexitatea ecuației finale va crește mult, iar determinarea ulterioară a legăturii între valorile acestor mărimi va fi îngreuiată. Dacă, dimpotrivă, se omit mărimi care influențează fenomenul, rezultatul obținut este incomplet sau eronat.

Formularea rațională a unui fenomen fizic impune — din punctul de vedere al analizei dimensionale — cunoașterea mărimilor fizice care determină fenomenul. Conform *metodei Rayleigh* fenomenul fizic studiat se poate considera ca fiind proporțional cu un produs de putere al mărimilor determinante. Din condiția omogenității dimensionale a ambilor membri ai egalității rezultă un sistem de ecuații, ale cărui soluții reprezintă exponenții mărimilor fizice. Această metodă se aplică ușor când fenomenul fizic studiat cuprinde până la cinci sau șase mărimi fizice; în cazul când numărul mărimilor fizice de care depinde fenomenul este mai mare decât numărul mărimilor fundamentale, în expresia finală vor apărea o serie de mărimi complexe adimensionale, al căror număr este egal cu diferența între mărimile care definesc fenomenul și cele fundamentale.

4.1. TEOREMA π

Un fenomen fizic oarecare poate fi exprimat printr-o funcție implicită de mai multe mărimi :

$$f(A_1, A_2, \dots, A_k, B_{k+1}, \dots, B_n) = 0 \quad (4.1)$$

în care A_1, A_2, \dots, A_k reprezintă mărimile fundamentale, iar B_{k+1}, \dots, B_n — mărimi derivate.

Fenomenul fizic existînd independent de conștiința oamenilor, rezultă că forma funcției trebuie să fie dimensional omogenă, adică să nu depindă de sistemul de unități adoptat.

Adoptînd pentru mărimile fundamentale unitățile de măsură $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$, iar pentru cele derivate $\beta_{k+1}, \dots, \beta_n$, ecuația de mai sus se poate scrie sub forma :

$$f(a_1, a_2, \dots, a_k, b_{k+1}, \dots, b_n) = 0 \quad (4.2)$$

în care $a_1, a_2, \dots, a_k, b_{k+1}, \dots, b_n$ reprezintă valorile numerice ale mărimilor fizice $A_1, A_2, \dots, A_k, B_{k+1}, \dots, B_n$, date de relațiile

$$a_1 = \frac{A_1}{|\alpha_1|} ; a_2 = \frac{A_2}{|\alpha_2|} ; b_{k+1} = \frac{B_{k+1}}{|\beta_{k+1}|} ; b_n = \frac{B_n}{|\beta_n|}$$

Unitățile de măsură ale mărimilor derivate se exprimă dimensional prin produsul puterilor dimensiunilor unităților fundamentale, adică

$$\left. \begin{aligned} \beta_{k+1} &= \alpha_1^{m_1}, \dots, \alpha_k^{m_k} = \prod_{i=1}^k \alpha_i^{m_i} \\ &\vdots \\ \beta_n &= \alpha_1^{p_1}, \dots, \alpha_k^{p_k} = \prod_{i=1}^k \alpha_i^{p_i} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Ținînd seamă de relațiile (4.3), mărimile fizice derivate se pot scrie sub forma :

$$B_{k+1} = |b_{k+1}| \prod_{i=1}^k \alpha_i^{m_i} \quad (4.4)$$

Dacă unitățile de măsură pentru mărimile fundamentale sînt $\frac{\alpha_1}{c_1}, \dots, \frac{\alpha_k}{c_k}$, care sînt de c_1, \dots, c_k ori mai mici decît primele unități, expresia (4.4) devine

$$B_{k+1} = |b'_{k+1}| \prod_{i=1}^k \left(\frac{\alpha_i}{c_i} \right)^{m_i} \quad (4.5)$$

și prin egalarea expresiilor (4.4) și (4.5), rezultă

$$|b'_{k+1}| = |b_{k+1}| \prod_{i=1}^k c_i^{m_i} \quad (4.6)$$

Analog :

$$|b'_n| = |b_n| \prod_{i=1}^k c_i^{p_i} \quad (4.7)$$

Folosind aceste rezultate, ecuația (4.2) prezintă forma

$$f_1\left(c_1 a_1, \dots, c_k a_k, b_{k+1} \prod_{i=1}^k c_i^{m_i}, \dots, b_n \prod_{i=1}^k c_i^{p_i}\right) = 0 \quad (4.8)$$

Pentru ca funcția care exprimă fenomenul fizic să fie dimensional omogenă, trebuie eliminate constantele c_1, c_2, \dots, c_k ; în acest sens primele k argumente ale ecuației (4.8) se egalează fie cu câte o constantă, fie — pentru simplificarea calculelor — cu unitatea (dimensională), deci :

$$\left. \begin{aligned} c_1 a_1 &= 1 & c_1 &= \frac{1}{a_1} \\ &\vdots & & \\ c_k a_k &= 1 & c_k &= \frac{1}{a_k} \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Prin introducerea acestor rezultate în ecuația (4.8), se obține

$$f_1\left(1, \dots, 1, \frac{b_{k+1}}{\prod_{i=1}^k a_i^{m_i}}, \dots, \frac{b_n}{\prod_{i=1}^k a_i^{p_i}}\right) = 0 \quad (4.10)$$

sau cu notațiile

$$\pi_1 = \frac{b_{k+1}}{\prod_{i=1}^k a_i^{m_i}}, \dots, \pi_{n-k} = \frac{b_n}{\prod_{i=1}^k a_i^{p_i}} \quad (4.11)$$

rezultă

$$f_1(1, \dots, 1, \pi_1, \dots, \pi_{n-k}) = 0$$

sau

$$\varphi(\pi_1, \dots, \pi_{n-k}) = 0 \quad (4.12)$$

Rapoartele de forma π prezentate în expresia (4.11) sînt adimensionale, ceea ce arată că ecuația care exprimă un fenomen fizic oarecare poate fi adusă întotdeauna la o formă adimensională a unei funcții de mărimi complexe adimensionale.

Pe baza celor prezentate, rezultă că teorema π enunțată pentru prima dată de Buckingham arată că dacă o funcție de mai multe mărimi fizice este dimensional omogenă, ea poate fi redusă întotdeauna la o funcție de un număr mai mic de variabile adimensionale. După Buckingham numărul complexilor adimensionali este egal cu numărul n al variabilelor minus numărul k al mărimilor fundamentale. Bridgman a atras atenția, încă din anul 1922, că această regulă de calcul nu este generală, valabilitatea limitată rezultînd din acceptarea unui număr de mărimi fundamentale pentru

fenomen egal cu numărul mărimilor fundamentale ale sistemului de unități de măsură adoptat.

Mărimile fundamentale pentru fenomenul fizic studiat trebuie să îndeplinească următoarele condiții :

- să fie independente dimensional ;
- dimensiunile să fie exprimarea tuturor mărimilor derivate de care depinde fenomenul.

Pentru a arăta modul în care se dezvoltă acest calcul, se consideră un fenomen oarecare, de exemplu accelerarea unui fluid cu ajutorul unui ventilator.

Forța axială ce ia naștere în paletele rotorului F' este o funcție de viscozitatea dinamică a fluidului, densitate ρ , turație n , diametrul rotorului d , accelerația gravitațională g . Raportul adimensional π este

$$\pi = F'^{x_1} \eta^{x_2} \rho^{x_3} n^{x_4} d^{x_5} g^{x_6} \quad (4.13)$$

iar ecuația de dimensiuni

$$[\pi] = \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right)^{x_1} \cdot \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)^{x_3} \cdot \left(\frac{1}{\text{s}} \right)^{x_4} \cdot (\text{m})^{x_5} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)^{x_6} \quad (4.14)$$

sau

$$[\pi] = \text{kg}^{x_1+x_3} \text{m}^{x_1-x_3+x_5+x_6} \text{s}^{-2x_1-x_4-2x_6} \quad (4.15)$$

Deoarece raportul π este adimensional, rezultă

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_5 + x_6 &= 0 \\ -2x_1 - x_2 - x_4 - 2x_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

Disponem astfel de un sistem de 3 ecuații cu 6 necunoscute, astfel că rezolvarea acestor ecuații liniare omogene se face căutând în matricea dimensională a variabilelor

$$\begin{array}{c} \text{kg} \\ \text{m} \\ \text{s} \end{array} \left\| \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -3 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \end{array} \right\| \quad (4.17)$$

un minor de ordinul trei diferit de zero ; acesta este :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 2 \quad (4.18)$$

Necunoscutele principale sînt deci x_2 , x_3 și x_4 , astfel că dacă sistemul de ecuații se rescrie evidențiind aceste necunoscute, se obține :

$$\left. \begin{aligned} x_2 + x_3 &= -x_1 \\ x_2 + 3x_3 &= x_1 + x_5 + x_6 \\ x_2 + x_4 &= -2x_1 - 2x_6 \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

Prin rezolvarea acestui sistem de ecuații, rezultă

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= \frac{x_5 + x_6}{2} - 2x_1 \\ x_3 &= x_1 + \frac{x_5 + x_6}{2} \\ x_4 &= -\frac{5x_6 + x_5}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Adoptînd pentru necunoscutele x_1 , x_5 și x_6 , în raport cu care s-a făcut rezolvarea, valori arbitrare, se obține :

$$\left| \begin{array}{cccc} x_1 & 1 & 0 & 0 \\ x_5 & 0 & 1 & 0 \\ x_6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right| \quad (4.21)$$

Prin înlocuirea acestor valori rezultă :

$$\left| \begin{array}{ccc} x_2 & x_3 & x_4 \\ -2 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \end{array} \right| \quad (4.22)$$

iar matricea soluțiilor este

$$\left| \begin{array}{cccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & 0 & 1 \end{array} \right| \quad (4.23)$$

Adoptînd grupul de soluții $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 1$, $x_4 = x_5 = x_6 = 0$, singurul care permite calculul forței axiale de împingere a rotorului, se obține :

$$k = F\eta^{-2}\rho \quad \text{sau} \quad F = k\eta^2 \frac{1}{\rho}$$

unde constanta k se determină experimental.

4.2. CRITERII DE SIMILITUDINE

Fenomenele fizice pot fi studiate atît pe cale teoretică cît și experimentală. Experimentările pot fi făcute direct pe obiect — realizat în mărime naturală — sau în laborator, pe modele. Cercetările pe model sînt întreprinse numai în cazul cînd calculele teoretice nu sînt posibile sau cînd informațiile dorite nu pot fi obținute pe cale teoretică ; oricum înainte de a începe o experimentare pe model este absolut necesară cunoașterea bazelor teoretice ale fenomenului respectiv deoarece în caz contrar nu pot fi interpretate corect rezultatele studiului.

Scara modelului se alege în așa fel ca repartitia valorilor medii ale mărimilor macroscopice, care determină evoluția fenomenului real, să nu prezinte deosebiri importante față de repartitia corespunzătoare pe model și în plus raportul între fenomenul principal și efectele secundare să fie aceleași pe model și în realitate.

Pentru ca fenomenul reprodus pe model să fie identic cu cel din realitate, pe lîngă similitudinea geometrică mai este necesară realizarea similitudinii tuturor mărimilor fizice care intră în structura fenomenului studiat. Aceasta arată că pentru fiecare pereche de puncte omoloage, la momente egale, raportul între valoarea unei mărimi referitoare la model și realitate trebuie să fie constant, denumit *raport de similitudine* sau *scara mărimii fizice*.

Alături de aceste scări, similitudinea folosește și o serie de mărimi complexe adimensionale, denumite *criterii de similitudine*, ca de exemplu Re (Reynolds), Nu (Nusselt) Pr (Prandtl), Ne (Newton) etc.

Menținerea constantă a valorilor numerice ale acestor criterii pentru model și realitate constituie proprietatea fundamentală a criteriilor de similitudine. Conform teoremei π , orice funcție de mai multe mărimi fizice, dimensional omogenă, care determină un fenomen fizic oarecare, poate fi redusă totdeauna la o relație între mărimi complexe adimensionale, adică la o relație între criterii de forma $f(Re, Nu, Pr, Ne, \dots) = 0$; această expresie se numește *ecuație criterială*.

Similitudinea poate fi *completă* dacă toate criteriile corespunzătoare mărimilor fizice de pe model și din realitate sînt egale ca valoare, sau *parțială*, dacă numai o parte din valorile numerice ale criteriilor de similitudine se mențin constante. De obicei similitudinea completă a unui fenomen este greu de realizat și în consecință anumite criterii de similitudine —

corespunzătoare unor mărimi fizice cu o influență secundară asupra fenomenului studiat — pot avea valori diferite. În alte situații similitudinea parțială intervine datorită dimensiunilor reduse ale modelului, evoluția fenomenului putînd fi influențată de o serie de factori lipsiți de importanță pentru modelul real.

Teoria similitudinii prezintă în general două aspecte : unul care se referă la proprietățile fenomenelor asemenea și altul cu privire la stabilirea condițiilor pe care trebuie să le îndeplinească două fenomene pentru ca ele să fie asemenea.

Pentru ca două fenomene să fie asemenea, ele trebuie să prezinte condiții identice de unicitate prin care un proces devine univoc determinat. Condițiile de unicitate sînt determinate prin proprietățile de evoluție a fiecărui proces și se compun din :

- proprietăți geometrice, care caracterizează forma și dimensiunile corpului sau sistemului în care are loc procesul ;
- parametrii termofizici, care caracterizează proprietățile mediului și corpurilor care formează sistemul ;
- condiții la limită, care caracterizează particularitățile desfășurării procesului la interfața corp-mediu ;
- condiții inițiale, care caracterizează particularitățile desfășurării procesului în timp ;
- interacțiunea între corp și mediul ambiant.

4.3. ANALIZA PRINCIPALELOR CRITERII DE SIMILITUDINE FOLOSITE ÎN TERMOGAZODINAMICĂ

Criteriul de similitudine Reynolds. Acest criteriu, definit prin expresia $Re = \frac{wl}{\nu}$, are un rol important în termogazodinamică, evidențiind raportul dintre forțele de inerție și de viscozitate. Semnificațiile mărimilor care intervin sînt : w — viteza medie a fluidului, m/s ; l — lungimea caracteristică, m ; ν — viscozitatea cinematică a fluidului în m^2/s .

Forța de inerție, obținută din legea a doua a mecanicii, are expresia

$$F_i = m \frac{dy^2}{d\tau^2} = k \rho l^2 w^2$$

iar forța de viscozitate, conform ipotezei lui Newton, este

$$F_v = \eta A \frac{w}{l} = \nu \rho l w$$

Raportul între forța de inerție și forța de viscozitate este

$$\frac{F_i}{F_v} = \frac{k \rho l^2 w^2}{\nu \rho l w} = k \frac{wl}{\nu} = k \cdot Re$$

Această relație exprimă proporționalitatea raportului celor două forțe prin criteriul Reynolds. Pe măsură ce valoarea criteriului Re este mai mică, influența viscozității este mai mare, iar pentru numere Re mari, rolul preponderent îl au forțele de inerție.

Criteriul de similitudine Mach. La viteze mici orice fluid poate fi considerat incompresibil; cu creșterea vitezei, influența forțelor elastice se mărește, devenind preponderente la viteze sonice, când influența forțelor de viscozitate și de greutate devine neglijabilă.

Raportul forțelor de presiune pentru două elemente de volum cu latura Δl este

$$\frac{\Delta F_{p1}}{\Delta F_{p2}} = \frac{E_1 \Delta l_1^2}{E_2 \Delta l_2^2}$$

în care E reprezintă modulul de elasticitate al mediului, care potrivit legii lui Newton este determinat de produsul $E = a^2 \rho$, unde a reprezintă viteza sunetului.

Cum similitudinea forțelor de compresibilitate este realizată simultan cu similitudinea forțelor de inerție, rezultă:

$$\frac{\Delta F_{p1}}{\Delta F_{p2}} = \frac{\Delta F_{i1}}{\Delta F_{i2}} = \frac{a_1^2 \rho_1 \Delta l_1^2}{a_2^2 \rho_2 \Delta l_2^2} = \frac{\rho_1 \Delta l_1^3 \frac{d^2 y_1}{d \tau_1^2}}{\rho_2 \Delta l_2^3 \frac{d^2 y_2}{d \tau_2^2}}$$

sau $\frac{w_1}{a_1} = \frac{w_2}{a_2} = M$

în care w reprezintă viteza medie a fluidului, iar a — viteza sunetului, în fluid, în m/s.

Pentru numere Mach apropiate de zero ($w \ll a$), influența forțelor de compresibilitate este neglijabilă, fluidul putînd fi considerat incompresibil.

Criteriul de similitudine Nusselt. Caracterizează similitudinea transferului de căldură prin suprafața care se găsește la interfața cu un fluid; $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$. Criteriul Nusselt poate fi considerat ca raportul între fluxul

termic transferat prin convecție, caracterizat prin valoarea coeficientului de transfer de căldură convectiv α și fluxul termic transferat prin conducție printr-un strat de grosime l . Semnificațiile mărimilor menționate sînt: α — coeficientul de convecție termică a fluidului, $W/m^2 K$; l — lungimea determinată a schimbului de căldură, m; λ — conductivitatea termică a fluidului, $W/m.K$.

Criteriul de similitudine Péclet. Criteriul Péclet reflectă modul în care fenomenul de transfer de căldură este influențat de viteza de curgere a fluidului, dimensiunile corpului și viteza de variație a temperaturii în curent. Expresia criteriului Péclet este $Pe = \frac{wl}{a}$, în care w reprezintă

viteza medie a fluidului în m/s; l — dimensiunea determinantă, m; a — difuzivitatea termică a fluidului ($a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}$), în m²/s.

Ținând seama de semnificația termenilor din expresia criteriului Peclet rezultă că el este proporțional cu raportul între fluxul de căldură convectiv și cel conductiv. De altfel el rezultă din ecuația fundamentală a conducției pentru un fluid în mișcare nepermanentă.

Criteriul de similitudine Prandtl. Dacă se compară expresiile criteriilor de similitudine $Re = \frac{wl}{\nu}$ și $Pe = \frac{wl}{a}$, se constată o mare asemănare determinată de identitatea expresiilor de la numărător. Combinarea acestor criterii, conduce la obținerea criteriului Prandtl, $Pr = \frac{Pe}{Re} =$

$= \frac{\nu}{a}$ în care ν este viscozitatea cinematică a fluidului în m²/s, iar a — difu-

zivitatea termică, m²/s. Pentru gaze valoarea criteriului Prandtl este apropiată de unitate, iar pentru lichide ajunge la valori de 10³ sau mai mari. Criteriul de similitudine Prandtl constituie o mărime proporțională cu raportul între intensitatea transferului de substanță și de căldură.

Criteriul de similitudine Biot. Între criteriile prezentate, numai criteriul Nusselt constituie o condiție de asemănare extinsă la limita fluidului, fără însă ca el să aibă o legătură cu proprietățile fizice ale corpului care delimitează fluidul.

Analiza condițiilor termice la suprafața de separație între fluid și corp pune în evidență corespondența univocă între gradientul de temperatură al corpului solid și diferența de temperatură între fluid și corp, exprimată prin ecuația

$$\alpha \Delta t = \lambda \text{grad } t$$

în care:

α reprezintă coeficientul de convecție între fluid și corp, în W/(m²·K);

Δt — diferența de temperatură între fluid și corp, în K;

λ — conductivitatea termică a corpului solid, în W/(m²·K);

grad t — gradientul de temperatură, în K/m.

Se constată că această ecuație are aceeași structură ca și cea din care rezultă criteriul Nusselt, criteriul Biot prezentînd expresia

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}$$

Diferența între expresia criteriului Biot și Nusselt este aceea că în criteriul Biot intră conductivitatea termică a corpului solid și nu a fluidului, ca la criteriul Nusselt. De asemenea, este de menționat că valoarea coeficientului de convecție α din criteriul Biot intră ca o mărime cunoscută, care se determină cu ajutorul criteriului Nusselt.

Criteriul Biot este proporțional cu raportul între saltul (gradientul) de temperatură în corp și diferența de temperatură între fluid și corp, el fiind utilizat la determinarea distribuției temperaturii într-un corp solid.

Criteriul de similitudine Froude. În cazul unui fluid incompresibil în care rolul determinant îl au forțele de inerție și de greutate, expresia $\frac{w^2}{gl}$ este proporțională cu raportul între forțele de inerție $k\rho w^2 l^2$ și de

greutate $\rho l^3 g$, el purtând denumirea de criteriul Froude $Fr = \frac{w^2}{gl}$. Crite-

riul Froude este utilizat totdeauna când greutatea fluidului joacă un rol important asupra modului în care are loc mișcarea (de exemplu plutirea navelor, curgerea apei peste un baraj deversor).

Criteriul de similitudine Galilei. Mișcarea liberă a unui fluid se realizează cu o viteză de valoare necunoscută, astfel că criteriile Reynolds și Froude dependente de această viteză nu pot fi utilizate pentru descrierea acestei mișcări. Eliminarea vitezei rezultă din expresia $Re^2/Fr = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2}$,

care constituie criteriul Galilei, $Ga = \frac{gl^3}{\nu^2}$.

Criteriul de similitudine Arhimede. Pentru mișcarea liberă a unui fluid, densitatea este o mărime fizică cu rol esențial. Închiderea expresiei $\frac{\Delta\rho}{\rho}$, care exprimă neomogenitatea câmpului de densitate a fluidului, în

criteriul de similitudine Galilei duce la criteriul Arhimede, $Ar = \frac{gl^3}{\nu^2} \frac{\Delta\rho}{\rho}$, rezultând că exprimă raportul între forța ascensională $gl^3\Delta\rho$ și de inerție $\rho w^2 l^2$.

Criteriul de similitudine Grashof. Transportul de căldură prin convecție este legat de curenții de fluid, care în cazul mișcării libere a fluideilor se realizează numai datorită forțelor gravitaționale. În cazul când variația densității este determinată de temperatură, din expresia lineară de dependență a densității fluidului cu temperatura $\rho = \rho_0(1 + \beta\Delta t)$ rezultă că $\beta\Delta t = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}$ (în care β reprezintă coeficientul de dilatare volumică, iar Δt — diferența de temperatură).

Expresia criteriului Grashof, anume $Gr = \frac{gl^3}{\nu^2} \beta\Delta t$, este o modificare din punct de vedere termic a criteriului Arhimede.

Criteriul de similitudine Fourier. Criteriul de similitudine Fourier este singurul criteriu în alcătuirea căruia intră timpul, caracterizând, din acest punct de vedere, procesele de transfer de căldură în regim nepermanent.

Criteriul Fourier, $Fo = \frac{a\tau}{l^2}$, reprezintă deci o mărime proporțională cu raportul între timpul τ caracteristic variației condițiilor din me-

diul înconjurător și timpul $\frac{l^2}{a}$ care determină variația cîmpului termic

al corpului considerat. Din această expresie rezultă că timpul caracteristic variației cîmpului termic al corpului este proporțional cu pătratul dimensiunii determinante l a corpului și invers proporțional cu difuzivitatea termică a . În cazul unui regim permanent, noțiunea de timp dispare și deci criteriul Fourier își pierde importanța.

În tabelul 4.1 sînt prezentate cîteva din criteriile de similitudine, utilizate curent.

Criteriul de similitudine Schmidt. Acest criteriu intervine în cazul fenomenelor de difuzie, atunci cînd transportul de substanță este provocat exclusiv de diferența de concentrație și nu de presiune sau temperatură.

Cantitatea de substanță transportată prin difuzie este proporțională cu expresia $w \cdot l / \mathfrak{D}$ (unde \mathfrak{D} reprezintă coeficientul de difuzie în m^2/s) și raportul față de criteriul Reynolds poartă denumirea de criteriul Schmidt, dat de relația

$$\text{Sc} = \frac{wl}{\mathfrak{D}} = \frac{v}{\mathfrak{D}}$$

Criteriul de similitudine Euler. Atunci cînd forțele de presiune prezintă o valoare importantă față de forțele de inerție, se folosește criteriul Euler, definit ca raportul acestor forțe $\text{Eu} = \Delta p / \rho w^2$ în care Δp reprezintă căderea de presiune, ρ densitatea iar w viteza de deplasare a fluidului.

Stabilirea valorii criteriului Euler este condiționată deci de cunoașterea regimului de presiuni și viteze, deci el nu poate fi calculat decît după determinarea forțelor care acționează asupra curențului de fluid aflat în echilibru dinamic. Rezultă astfel că valoarea criteriului de similitudine Euler nu este independentă, el fiind funcție de criteriul Reynolds, Froude și Schmidt.

În cazul unei mișcări permanente sau atunci cînd forțele masice sînt neglijabile, expresia criteriului Euler se simplifică, el fiind dependent numai de criteriul Reynolds.

De o importanță deosebită este criteriul Euler în cazul proceselor de cavitație, unde Δp se înlocuiește prin diferența $p - p_v$ (unde p_v este presiunea de vaporizare respectivă), dublul criteriului Euler $2(p - p_v) / \rho w^2$ reprezentînd cifra de cavitație.

4.4. REALIZAREA UNUI MODEL SIMIL.

Realizarea unui model simil care să permită studiul experimental al fenomenelor termogazodinamice ce au loc în realitate este prima condiție ce trebuie îndeplinită de cercetător.

Deoarece fenomenele ce au loc pe model trebuie să fie identice calitativ și cantitativ cu cele ce au loc în realitate, modelul trebuie să respecte

Tabelul 4.1

Criterii de similitudine

| Denumirea criteriului | Simbol | Relația de calcul | Semnificația fizică (utilizare) |
|-----------------------|-----------------|--|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Arhimede | Ar | $\frac{gl^3(\rho_0 - \rho)}{\nu^2 \rho}$ | Forțele gravitaționale/forțele de vâscozitate (mișcare liberă) |
| Biot _m | Bi _m | $\frac{\alpha l}{D}$ | Viteza transferului de masă la interfață/viteza transferului de căldură în peretele solid (transfer de masă) |
| Bagnold | B | $\frac{3c\alpha\rho_g w^2}{4d\rho_p g}$ | Forțele ascensionale/forțele gravitaționale (curgere medii bifazice) ρ_p , ρ_g = densitate la temperatura peretelui, respectiv gazului. |
| Bingham | Bm | $\frac{\tau_y L}{\eta w}$ | Tensiunea de curgere/tensiunea datorată vâscozității (curgere de tip Bingham) L = lățimea canalului prin care curge fluidul |
| Biot | Bi | $\frac{\alpha l}{\lambda}$ | Rezistența termică internă/rezistența termică la suprafață (transfer de căldură) |
| Bond | Bo | $\frac{(\rho_g - \rho_l)l^2 \cdot g}{\sigma}$ | Forțele gravitaționale/forțele tensiunii superficiale (mișcarea bulelor gazoase în lichid) |
| Bouguer | Bu | $\frac{3C_p L_{rad}}{4\rho_p R_p}$ | (Transferul de căldură prin radiație în curenți de aer cu particule de praf). ρ_p = densitatea prafului R_p = raza medie a particulei de praf; C_p = cantitatea de praf/m ³ aer (kg/m ³) |
| Bridgman | Br | $\frac{\eta w^2}{\alpha \Delta t}$ | Căldura generată prin frecare/căldura transferată prin convecție (curgeri laminare) |
| Carbol | Ca | $\frac{T_2 - T_1}{T_2}$ | (Cicluri termodinamice) T_1 , T_2 temperatura a două surse de căldură |
| Clausius | Cl | $\frac{w^3 l \rho}{\lambda \Delta t}$ | (Transferul de căldură în curgere forțată) |
| Croco | Cr | $\left[1 + \frac{2}{(k-1)M^2}\right]^{-\frac{1}{2}}$ | Viteza de curgere/viteza maximă de curgere (curgerea fluidelor compresibile) |
| Dulong | Du | $\frac{w^2}{gc_p \Delta T}$ | |
| Deborah | D | $\frac{\tau_r}{\tau_0}$ | Timpul de relaxare/timpul de observare (reologie) τ_r = timpul de relaxare; τ_0 = timpul observare |

Tabelul 4.1 (continuare)

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|--|------------------|--|--|
| Eckert (Dulong) | Ec (Du) | $\frac{w^2}{c_p \Delta T}$ | (Curgerea fluidelor compresibile) |
| Euler | Eu | $\frac{p}{\rho w}$ | Forțele de presiune/forțele de inerție (frecarea fluidelor la curgerea prin conducte) |
| Fourier | Fo | $\frac{\alpha \tau}{l^2}$ | (transfer de căldură în regim tranzitoriu) |
| Fourier (de masă) | Fo _m | $\frac{\rho \tau}{l^2}$ | (transfer de masă în regim tranzitoriu) |
| Froude (Boussinesq) (Vedernikov) | Fr (B) (V) | $\frac{w^2}{gl}$ | Forțele de inerție/forțele gravitaționale (curgerea fluidelor compresibile) |
| Galileu | Ga | $\frac{gl^3}{\nu^3}$ | Forțele gravitaționale /forțele de viscozitate (curgerea fluidelor viscoase) |
| Gay-Lussac | Ga | $\frac{1}{\beta \Delta T}$ | (dilatarea gazelor) |
| Grashoff | Gr | $\frac{g \beta l^3 \Delta T}{\nu^2}$ | Forțele de perturbație/forțele de viscozitate (schimb de căldură prin convecție liberă) |
| Graetz | Gz | $\frac{\dot{m} c_p}{\lambda l}$ | Capacitatea termică a unui fluid/transferul de căldură prin convecție (curgerea forțată) |
| Gukhman | Gu | $\frac{l_g - l_{pu}}{l_g}$ | (transfer de căldură convectiv prin evaporare în procese izobare-izoterme) |
| Hooke (Cauchy) | Ho (C) | $\frac{\rho w^2}{E}$ | Forțele de inerție/forțele de compresibilitate (curgerea fluidelor compresibile-elasticitatea mediilor în curgere) |
| Hedstrom | He | $\frac{\tau_y l}{\eta w} \frac{w l \rho}{\mu}$ (Bm · Re) | Curgerea fluidelor de tip Bingham (curgere plastică) |
| Homocronicitate | Ho | $\frac{w \cdot \tau}{l}$ | Durata procesului/timpul necesar ca fluidul să parcurgă distanța l, (alegerea rapoartelor de similitudine pentru timp) |
| Jakob | Ja | $\frac{c_p \rho_l \Delta l}{r \rho_v}$ | Raza maximă a bulei de vapori/grosimea filmului de lichid supraîncălzit (fierbere) |
| Karman | K | $\frac{\rho d^3 \Delta p / \Delta l}{\eta^2}$ | (Curgerea fluidelor prin conducte) |
| Knudsen | Kn | $\frac{l_0}{l}$ | Lungimea drumului liber mijlociu lungimea caracteristică (curgerea gazelor la presiuni scăzute) |
| Kirpichev | Ki | $\frac{\alpha l}{\lambda \cdot w} \frac{\alpha l}{\lambda}$ (Bi · Nu) | Intensitatea schimbului de căldură cu exteriorul/schimbul de căldură intern (transferul de căldură) |

Tabelul 4.1 (continuare)

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------------------------|--------------------|--|---|
| Kosivici | Ko | $\frac{rm}{c\Delta t}$ | Căldura necesară pentru vaporizare/căldură necesară încălzirii (transferul de căldură convectiv în timpul vaporizării unui lichid). |
| Kutateladze | K | $\frac{r}{c_p(t_l - t_p)}$ | (transfer de căldură și masă în timpul vaporizării unui lichid) t_l, t_p = temperatura lichidului și a peretelui |
| Kapița | Ka ₁ | $\frac{\sigma}{g\rho^2\nu^3}$ | (curgerea fluidelor viscoase cu frecare) |
| Kondratiev | Ko | $Nu \cdot Pr_l \frac{Pr_p}{Pr_l}$ | (Schimbul de căldură convectiv Pr_p = criteriul Prandtl la temperatura peretelui; Pr_l = idem la temperatura lichidului) |
| Lagrange | La | $\frac{\nu}{D} \frac{\partial + E \partial}{\partial}$ | Viteza (transferului molecular și difuziv)/viteza transferului molecular (transferul de masă în mișcarea turbulentă) |
| Lewis | Le | $\frac{\alpha}{\sigma c_p}$ | (transfer de căldură și masă) |
| Mach (Maiewski) (Sarrau) | Mo (Ma) (Sa) | $\frac{w}{a}$ | Viteza de curgere/viteza de propagare a sunetului (curgerea fluidelor compresibile) |
| Mondt | Mo | $\frac{\alpha \delta \Delta t_f}{\lambda \Delta t_p}$ | Căldura transmisă prin convecție/căldura transmisă prin conducție (transfer de căldură) $\Delta t_f, \Delta t_p$ = căderea de temperatură perete-fluid, respectiv interfață-perete |
| Newton | Ne | $\frac{R_f}{\rho w^2 l^2}$ | Forțele de frecare/forțele de inerție (frecare în canale) |
| Nusselt | Nu | $\frac{\alpha l}{\lambda}$ | Căldura transmisă prin convecție/căldură transmisă prin conducție (transfer de căldură) |
| Nusselt (de masă) | Nu _m | $\frac{ml}{\Delta C}$ | Fluxul de masă total/fluxul specific al difuziei moleculare pentru un strat de grosime 1 (transferul de masă) |
| Peclet | Pe | $\frac{\rho c_p w l}{\lambda}$ (RePr) | Transferul de căldură total/transferul de căldură conductiv (transferul de căldură) |
| Peclet (de masă) | Pe _m | $\frac{wl}{D}$ | Transferul de căldură total/transferul de masă difuziv (transferul de masă) |
| Poiseuille | P | $\frac{d\Delta p/\Delta l}{\eta w}$ | (Curgerea fluidelor în mișcare laminară) $\Delta p/\Delta l$ = pierdere de presiune specifică |

Tabelul 4.1 (continuare)

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------|----|--|--|
| Prandtl | Pr | $\frac{c_p \rho \nu}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$ | Difuzivitatea momentană/difuzivitate termică (transferul de căldură convectiv la mișcarea forțată a fluidului) |
| Rayleigh | Ra | $\frac{g \beta l^3 \Delta t^3 c_p \rho^2}{\eta \tau}$ (Gr · Pr) | Forțele de inerție/forțele de tensiune interfață (convecție combinat-liberă și forțată). |
| Reech | R | $\frac{1}{Fr}$ | Forțele gravitaționale/forțele de inerție (curgerea fluidelor compresibile) |
| Reynolds | Re | $\frac{w \cdot l}{\nu}$ | Forțele de inerție/forțele de viscozitate (curgerea fluidelor) |
| Smidt | Sc | $\frac{\nu}{D}$ | Viscozitate cinematică/difuzivitate moleculară (transferul de masă) |
| Stanton | St | $\frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{a}{\rho c_p w}$ | Fluxul termic/capacitatea calorică a fluidului (transferul de căldură prin convecție forțată) |
| Strouhal | Sh | $\frac{l}{w \tau}$ | (Curgere în regim nestabilizat) |
| Scherwood | Sh | $\frac{al}{D}$ | Difuzivitatea masei/difuzivitatea moleculară (transfer de masă) |
| Suratman | Su | $\frac{Re^2}{We}$ | (dinamica particulelor în suspensie într-un gaz în curgere) |
| Weber | We | $\frac{w^2 l \rho}{\sigma}$ | |

Simboluri utilizate:

a = coeficient de difuzibilitate termică; \bar{a} = viteza de propagare a sunetului în fluide; c_{pe} = căldura specifică a picăturilor de lichid; c = căldura specifică; C_p = cantitatea de praf în aer, kg/m³; D = coeficient de difuzie moleculară; E = modul de elasticitate; E_D = coeficient de transfer de masă/difuziv; g = accelerația gravitației; \dot{m} = debit masic în kg/h sau kg/s; l_0 = drumul liber mijlociu molecular; l = lungime curentă (caracteristică); L_{rad} = lungimea medie a radiației; m = masă de fluid (kg); Δp = pierderi de presiune; p = presiunea; q = flux termic specific; r = căldura de vaporizare; R_f = forța de frecare; t = temperatura °C; T = temperatura în K; t_g = temperatura gazului; w = viteza curentă; α = coeficientul de convecție; β = coeficientul de dilatare cubică; Δt = diferența de temperatură; δ = grosimea peretelui; λ = conducție termică; η = viscozitatea dinamică; ν = viscozitate cinematică; ρ_v = densitatea vaporilor; ρ_l = densitatea lichidului; ρ = densitatea mediu omogen; σ = tensiune superficială; τ = timp; τ_y = tensiune de frecare în planul y .

toate legile similitudinii. Pentru construirea unui model simil se procedează în felul următor :

1. Se identifică toate ecuațiile ce guvernează fenomenul din realitate, din punct de vedere gazodinamic, geometric, mecanic, termic etc. Pentru exemplificare se presupune un proces de curgere unidirecțional. Se consideră că ecuațiile identificate sînt :

- ecuația de mișcare Navier-Stokes,
- ecuația de transfer a căldurii Newton-Fourier,
- ecuația Fourier-Kirchoff.

Deci :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = \rho \cdot g(1 - \beta \cdot \Delta t) - \\ - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\alpha \cdot \Delta t = - \lambda \frac{dt}{dx}$$

$$\rho c_p \frac{dt}{d\tau} + \rho c_p w \text{ grad } t - \frac{Dp}{d\tau} = \lambda \cdot \nabla^2 t + l_{fr} \quad (4.25)$$

2. Din aceste ecuații se obțin criteriile :

— din ecuația de mișcare :

$$\begin{aligned} Sh = \frac{l}{w\tau}; \quad Fr = \frac{gl}{w^2}; \quad Eu = \frac{p}{\rho w^2}; \quad Re = \frac{wl}{\nu}; \quad Ga = \frac{l^3 g}{\nu^2} \\ Gr = \frac{l^3 g \beta \Delta t}{\nu^2}; \quad Ar = \frac{l^3 g \Delta \rho}{\rho \nu^2} \end{aligned}$$

Din egalitatea ecuațiilor Newton-Fourier (convecție-conducție) se obține criteriul Nusselt :

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$$

Din ecuația Fourier-Kirchoff, dacă se neglijează termenii $Dp/d\tau$ și l_{fr} , primul avînd o valoare egală cu zero pentru un regim de curgere permanent stabilizat, iar al doilea o valoare infinit mică, dar iau în schimb în considerare sursele interne de căldură, exprimate de relația

$$\begin{aligned} \dot{m} = \frac{dq_t}{dV}; \quad dq_t = \frac{\partial}{\partial \tau} (\vec{r} \rho dV) \\ \dot{m} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\rho \vec{r} dV}{dV} \right) = \frac{\partial}{\partial \tau} (\vec{r} \rho) \end{aligned} \quad (4.26)$$

în care \vec{r} este poziția punctului considerat. Ecuația Fourier-Kirchoff pentru model și realitate capătă atunci forma

$$\frac{\partial}{\partial \tau_1} (\rho_1 c_{p1} t_1) + \vec{w}_1 \frac{\partial}{\partial l_1} (\rho_1 c_{p1} t_1) \vec{n}_1^0 = \frac{\partial}{\partial l_1} \left(\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial l_1} \right) + \frac{\partial}{\partial l_1} (\rho_1 \cdot r_1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_2} (\rho_2 c_{p2} t_2) + \vec{w}_2 \frac{\partial}{\partial l_2} (\rho_2 c_{p2} t_2) \vec{n}_2^0 = \frac{\partial}{\partial l_2} \left(\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial l_2} \right) + \frac{\partial}{\partial l_2} (\rho_2 r_2)$$

unde \vec{n}_1^0 și \vec{n}_2^0 sînt direcțiile caracteristice. Ținînd seama de constantele de similitudine și de legea II-a a similitudinii, din relația de mai sus se obțin rapoartele

$$\frac{K_p K_{c_p} K_t}{K_\tau} = \frac{K_w K_\rho \cdot K_{c_p} K_t}{K_l} = \frac{K_\lambda K_t}{K_l^2} = \frac{K_r K_\rho}{K_\tau} = 1$$

Din aceste rapoarte se obțin criteriile:

$$\text{Newton} - \text{Ne} = \frac{w \tau}{l}; \quad \text{Fourier} - \text{Fo} = \frac{a \tau}{l^2} = \frac{\lambda \tau}{\rho c_p l^2}$$

$$\text{Péclet} - \text{Pe} = \frac{wl}{a}; \quad \text{Prandtl} - \text{Pr} = \frac{\nu}{a}$$

$$\text{Kutateladze} - \text{K} = \frac{r}{c_p \cdot \Delta t} \quad (r - \text{căldura de vaporizare})$$

3. Pentru ca două fenomene să fie similare este necesar ca toate criteriile ce au fost obținute din ecuațiile fenomenului să aibă aceeași valoare pe model și în realitate.

Pentru exemplificare se consideră că fenomenul studiat este curgerea gazului prin canalele formate de palete mobile ale unei turbine cu gaze. Se cunosc pentru turbina de gaze toate mărimile geometrice ale canalului format de palete, cele termofizice ale gazului, precum și cele dinamice și cinematice ale curgerii.

Modelul trebuie să fie astfel construit, iar curgerea și transferul de căldură să aibă loc pe model în așa fel încît toate fenomenele termogazodinamice să fie identice cu cele ce au loc în realitate. Această condiție se îndeplinește numai dacă valoarea tuturor criteriilor determinate pentru cazul respectiv au aceleași valori pe model ca în realitate.

Realizarea modelului sub forma unei machete, numai cu respectarea similitudinii geometrice, va crea imaginea mărită sau micșorată a canalului, dar nu va fi un model simil. Spre exemplu: canalul are în realitate lățimea/înălțimea = 25/250 mm; viteza medie de curgere a gazelor corespunzătoare unui $M_1 = 0,8$; temperatura medie a gazelor $t_{g1} = 300^\circ\text{C}$. Dacă s-ar recurge la o machetă și pentru model constanta de similitudine a lungimilor ar fi $K_l = 10$, canalul model va avea dimensiunile de 250/2500 mm. Dacă s-ar păstra aceeași constantă de similitudine și pentru celelalte mărimi, termice, dinamice etc., va rezulta pe model o

viteză de curgere corespunzătoare lui $M_2 = 8$ și o temperatură a gazelor $t_{g_1} = 3000^\circ\text{C}$. Dar nici chiar în aceste condiții fenomenele ce vor avea loc pe machetă nu vor fi identice cantitativ și calitativ cu cele ce au loc în turbină, deoarece fenomenele gazodinamice și termice nu sînt exprimate prin ecuații liniare de simplă proporționalitate.

Modelul simil trebuie să îndeplinească însă condiția egalității tuturor criteriilor determinante ale proceselor, adică să fie satisfăcute relațiile :

$$\text{Sh}_1 = \text{Sh}_2; \quad \text{Fr}_1 = \text{Fr}_2; \quad \text{Eu}_1 = \text{Eu}_2; \quad \text{Re}_1 = \text{Re}_2;$$

$$\text{Ga}_1 = \text{Ga}_2; \quad \text{Gr}_1 = \text{Gr}_2; \quad \text{Ar}_1 = \text{Ar}_2; \quad \text{Nu}_1 = \text{Nu}_2;$$

$$\text{M}_1 = \text{M}_2; \quad \text{Ne}_1 = \text{Ne}_2; \quad \text{Fe}_1 = \text{Fe}_2; \quad \text{etc.}$$

Condiția de egalitate de mai sus se respectă de la sine prin construcția corectă a modelului, alegerea corespunzătoare a constantelor termofizice ale gazului și a mărimilor caracteristice a curgerii, bazată pe următorul raționament.

Se scriu identitățile criteriale exprimate mai sus în funcție de constantele de asemănare, obținîndu-se identitățile :

$$\text{Sh}_1 = \frac{l_1}{w_1 \cdot \sigma_1} = \text{Sh}_2 = \frac{l_2}{w_2 \cdot \sigma_2}, \text{ deci } \frac{K_l}{K_w \cdot K_\tau} = 1$$

$$\text{Fr}_1 = \text{Fr}_2, \text{ deci } \frac{K_g \cdot K_l}{K_w} = 1; \quad \text{Eu}_1 = \text{Eu}_2, \text{ deci } \frac{K_p}{K_\rho \cdot K_w} = 1$$

.....

Deci pentru ca un criteriu de asemănare să aibă aceeași valoare pe model și în realitate este necesar și suficient ca rapoartele constantelor de asemănare corespunzătoare criteriului respectiv să fie egal cu 1. Ca urmare, pentru cele două procese (1) și (2), Re_1 va fi egal cu Re_2 , dacă $K_w \cdot K_l / K_v = 1$.

Din exemplul prezentat se obțin următoarele 11 constante de asemănare $K_l, K_w, K_\tau, K_p, K_\rho, K_v, K_\beta, K_\lambda, K_\alpha, K_{c_p}, K_t$. Ele trebuie să fie rezolvate simultan astfel încît să satisfacă toate cele 12 criterii.

Pentru rezolvare se face apel la tehnica electronică de calcul.

În concluzie, se poate întîmpla ca un model simil care să permită studierea procesului termogazodinamic din canalele de paletă ale unei turbine cu gaze să nu aibă nimic comun cu o machetă, deoarece spre exemplu K_ρ poate să aibă o valoare care să ceară curgerea prin canale al unui alt gaz sau fluid decît gazele de ardere, iar K_w poate să aibă o valoare care să ducă la o viteză medie care corespunde lui $M = 0,01$.

Deci similitudinea a două fenomene se rezolvă automat prin construirea corectă a modelului, adică prin determinarea corectă a constantelor de asemănare.

4.5. INTERPRETAREA REZULTATELOR CERCETĂRIILOR EXPERIMENTALE PE UN MODEL SIMIL, PRIN ANALIZA DIMENSIONALĂ

După realizarea modelului simil, se efectuează cercetări experimentale care au drept scop punerea în evidență a parametrilor ce influențează procesul studiat. Rezultatele obținute trebuind să aibă o valabilitate generală pentru grupul de fenomene studiate, este necesar ca să poată fi puse sub forma unei ecuații criteriale de tipul

$$f(\text{Re}, \text{Fr}, \text{Nu}, \text{Ar}, \text{Sh}, \dots) = 0$$

Pentru aceasta se face apel la analiza dimensională. După cum s-a văzut, principiul analizei dimensionale se bazează pe considerentul că toate mărimile cantitative ale unui proces se pot exprima în funcție de un număr limitat de mărimi fundamentale. Se consideră de exemplu că aceste mărimi fundamentale sînt masa M lungimea L și timpul τ . Celelalte mărimi, ca de exemplu viteza, accelerația, forța, cantitatea de mișcare, etc, pot fi considerate mărimi derivate, exprimabile în funcție de acestea. De exemplu dimensiunea unei forțe este $ML\tau^{-2}$, deci este exprimabilă prin mărimile fundamentale. Se pot de asemenea considera de exemplu ca unități fundamentale și forța, lungimea și timpul (F, L, τ), masa fiind pentru acest sistem o mărime derivată cu dimensiunea $F \cdot L^{-1} \cdot \tau^2$. În tabelul 4.2 sînt date spre exemplificare unitățile de măsură ale unor

Tabelul 4.2.

Unitățile de măsură ale unor mărimi uzuale

| Mărimea derivată | Dimensiunea în sistemul | |
|----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|
| | $M \cdot L \cdot \tau$ | $F \cdot L \cdot \tau$ |
| Viteza | $L \cdot \tau^{-1}$ | — |
| Viteza unghiulară | τ^{-1} | — |
| Accelerația | $L \cdot \tau^{-2}$ | — |
| Masa | M | $F \cdot \tau^2 \cdot L^{-1}$ |
| Forța | $M \cdot L \cdot \tau^{-2}$ | F |
| Presiunea | $M \cdot L^{-1} \cdot \tau^{-2}$ | $F \cdot L$ |
| Lucrul mecanic | $M \cdot L^2 \cdot \tau^{-2}$ | $F \cdot L$ |
| Cantitatea de mișcare | $M \cdot L \cdot \tau^{-1}$ | $F \cdot L$ |
| Densitatea (ρ) | $M \cdot L^{-3}$ | $F \cdot \tau^2 \cdot L^{-4}$ |
| Masă specifică | $M \cdot L^{-2} \cdot \tau^{-2}$ | $F \cdot L^{-3}$ |
| Viscozitate dinamică (μ) | $ML^{-1} \cdot \tau^{-1}$ | $F \cdot \tau \cdot L^{-2}$ |
| Viscozitate cinematică (ν) | $L^2 \cdot \tau^{-1}$ | — |

mărimi în cele două sisteme de unități de măsură. La baza analizei dimensionale stă teorema a II-a a similitudinei (teorema π), bazată pe omogenitatea dimensională.

Pentru explicitarea metodei descrise în paragraful 4.2, se dau mai jos câteva exemple simple.

(a) Studiul pe un model simil a căldurii schimbate de un gaz în curgerea subsonică, cu pereții canalului (determinarea lui α).

Se determină experimental pe modelul simil că fluxul termic schimbat de gaz cu pereții canalului depinde de viteza medie de curgere a fluidului prin canal w ; diferența dintre temperatura peretelui și a gazului Δt ; proprietățile termofizice ale fluidului; diametrul conductei. Deci calitativ se poate scrie funcția

$$q = f(\Delta t, \lambda, c_p, \rho, \mu, d, w)$$

Se face apel la teorema π . Se aleg 3 unități fundamentale și anume M, L, τ , alegându-se 5 mărimi primare, ale căror dimensiuni sînt :

$$\Delta t \rightarrow (\theta); \quad \lambda \rightarrow \left(\frac{q}{L \cdot \tau \cdot \theta} \right); \quad \rho \rightarrow \left(\frac{M}{L^3} \right); \quad d \rightarrow (m); \quad w \rightarrow \left(\frac{L}{\tau} \right)$$

Drept mărimi secundare se aleg q, c_p și μ , deci se obțin 3 rapoarte adimensionale π_1, π_2, π_3 care vor fi

$$\pi_1 = \frac{q}{\Delta t^{a_1} \lambda^{b_1} \rho^{c_1} d^{d_1} w^{e_1}}$$

$$\pi_2 = \frac{c_p}{\Delta t^{a_2} \lambda^{b_2} \rho^{c_2} d^{d_2} w^{e_2}}$$

$$\pi_3 = \frac{\mu}{\Delta t^{a_3} \lambda^{b_3} \rho^{c_3} d^{d_3} w^{e_3}}$$

Se rezolvă raportul adimensional π_1 pe baza principiului omogenității dimensionale care spune că dimensiunea numărătorului lui π_1 va trebui să fie egală cu aceea a numitorului lui. Ca urmare trebuie să fie satisfăcută ecuația de dimensiuni :

$$\left[\frac{q}{L^2 \cdot \tau} \right] = [\theta]^{a_1} \cdot \left[\frac{q}{L \cdot \tau \cdot \theta} \right]^{b_1} \left[\frac{M}{L^3} \right]^{c_1} \cdot [L]^{d_1} \cdot \left[\frac{L}{\tau} \right]^{e_1}$$

Suma exponenților pentru fiecare unitate de măsură ale celor două părți ale ecuației trebuie să fie egală. Se obține atunci

- pentru masă $[M] \dots a_1 = 0$
- pentru cantitatea de căldură $[q] \dots b_1 = 1$
- pentru temperatură $[\theta] \dots a_1 - b_1 = 0; a_1 = b_1 = 1$
- pentru timp $[\tau] \dots -b - e_1 = -1; e_1 = 0$
- pentru lungime $[L] \dots -b_1 - 3c_1 + d_1 + e_1 = -2; d_1 = -1$

Introducând valorile obținute mai sus în expresia lui π_1 se obține

$$\pi_1 = \frac{q}{\Delta t^1 \lambda^1 \rho^0 d^{-1} w^0} = \frac{qd}{\Delta t \lambda} = \frac{\alpha \Delta t d}{\Delta t \lambda} = \frac{\alpha d}{\lambda} = Nu$$

S-a considerat că fluxul termic este schimbat de gaz cu peretelo numai prin convecție ($q = \alpha \cdot \Delta t$), ceea ce a permis să se obțină expresia lui π_1 ca fiind criteriul Nusselt. Prin aceeași metodă se obțin și mărimile adimensionale π_2 și π_3 :

$$\pi_2 = \frac{c_p \rho w d}{\lambda} = Pe = Re \cdot Pr$$

$$\pi_3 = \frac{\mu}{\rho w d} = \frac{\nu}{wd} = \frac{1}{Re}$$

Deci funcția ce exprimă fenomenul va deveni ecuația criterială

$$f(Nu, Re, Pr) = 0$$

Apoi, prin încercări experimentale efectuate pe modelul simil, se va determina forma explicită a funcției.

(b) Se cercetează forța F ce se exercită de un gaz în mișcare asupra unui corp solid înecat în el.

Se constată experimental pe modelul simil că forța F depinde de: mărimile termofizice ale gazului în curgere; viteza medie de curgere; suprafața corpului înecat în gaz. Ecuația ce exprimă fenomenul va avea forma:

$$f(F, \rho, \mu, L^2, w) = 0$$

Dimensiunile mărimilor sînt

$$F[ML/\tau^2]; \rho[M/L^3]; \mu[M/L\tau]; L[L]; w[L/\tau]$$

Trebuie alese 3 mărimi principale ($K = 3$) în funcție de care se va exprima forța F . Deoarece există mai multe posibilități de alegere, vor exista mai multe variante de rezolvare:

Varianta 1. Se aleg mărimile ρ, L, w și ca urmare se obțin numerele adimensionale

$$\pi_1 = \frac{F}{\rho^a w^{b_1} L^{c_1}}; \pi_2 = \frac{\mu}{\rho^a w^{b_2} L^{c_2}}$$

Pe baza aceluiași principiu al omogenității dimensionale care a fost aplicat în exemplul (1) prezentat mai sus, se obține: $a_1 = 1$; $b_1 = 2$; $c_1 = 2$; $a_2 = b_2 = c_2 = 1$. Ca urmare π_1 și π_2 capătă expresiile

$$\pi_1 = \frac{F}{\rho w^2 L^2}; \pi_2 = \frac{\mu}{\rho w L}$$

Expresia π_1 este cunoscută în hidrostatică sub denumirea de *coeficientul forței de imersiune*, deci:

$$\pi_1 = \frac{F}{\rho w^2 L^2} = f\left(\frac{\rho w L}{\mu}\right) = f(Re)$$

iar π_2 :

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho w L} = \frac{1}{\text{Re}}$$

Deci se obține

$$f(\pi_1, \pi_2) = f\left(\frac{F}{\rho w^2 L^2}, \frac{\mu}{\rho w L}\right) = f(\text{Re}^m) = 0$$

Varianta 2. Se aleg mărimile μ , L , w ca mărimi principale, iar ca secundare F și ρ . Se obține prin metoda analizei dimensionale :

$$\pi_1 = \frac{F}{\mu^{a_1} w^{b_1} L^{c_1}} = \frac{F}{\mu w L} ; \quad \pi_2 = \frac{\rho}{\mu^{a_2} w^{b_2} L^{c_2}} = \frac{\rho w L}{\mu}$$

Deci ecuația criterială obținută și în acest caz este tot o funcție numai de criteriul Reynolds.

(c) Determinarea pierderii de presiune la curgerea unui gaz printr-o conductă circulară. Se cunoaște din mecanica fluidelor că pierderile de presiune la curgerea unui gaz printr-o conductă circulară definită precis geometric și tehnologic depinde în cea mai mare măsură de valoarea criteriului Re al curgerii respective.

După cum se știe produsul $\rho \cdot w^2$ al curgerii reprezintă variația cantității de mișcare la curgerea unui gaz în regim permanent printr-un canal de secțiune constantă egală cu unitatea. Deci acest produs reprezintă fizic forța de inerție pe unitatea de suprafață. În cazul când curentul de gaz se frânează și ca urmare cantitatea de mișcare pe direcția de curgere devine nulă, forța ce se exercită de curent pe unitatea de suprafață ce a frânat curentul este chiar produsul $\rho \cdot w^2$ adică $\rho w(w-0) = \rho w^2$.

Pe de altă parte raportul w/L indică gradientul de viteză ce apare în curentul de gaz. De exemplu, la curgerea gazului printr-un canal circular viteza variază în secțiune de la 0, lângă perete, la o valoare maximă în axa conductei. Ca urmare, raportul w/R (în care R = raza conductei) va indica gradientul de viteză pe axa y , iar raportul $\mu \cdot w/R$ forțele de frecare internă (de viscozitate).

Criteriul Reynolds sub forma

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot w \cdot l}{\mu} = \frac{\rho \cdot w^2}{\frac{\mu w}{l}}$$

sugerează că el reprezintă fizic raportul dintre forțele de inerție (numără-torul) și forțele de viscozitate (numitorul) în secțiunea considerată. Ca o mare, o creștere a valorii criteriului Re reprezintă fizic o creștere a efectului influenței inerției asupra curgerii, iar o micșorare a lui indică o creștere a influenței forțelor de viscozitate. Se consideră curgerea unui gaz printr-o conductă cilindrică și se caută să se determine ecuația criterială care să pună în evidență pierderea de presiune Δp .

Se constată experimental, pe modelul simil, că pierderea de presiune este o funcție de ρ, μ, w_m, D, L , în care w_m este viteza medie de curgere în secțiune, D diametrul conductei și L lungimea ei. Ecuația fenomenului va avea forma

$$f(\Delta p, \rho, \mu, w_m, D, L) = 0$$

Se aleg drept parametri principali ρ, w, D iar secundari Δp și L . Mărimile adimensionale π_1, π_2, π_3 vor fi determinate ca mai sus, obținând

$$\pi_1 = \frac{\Delta p}{\rho^{a_1} \cdot w_m^{b_1} \cdot D^{c_1}}$$

Din condiția omogenității dimensionale se obține:

$$\left[\frac{M}{L \cdot \tau^2} \right] = \left[\frac{M}{L^3} \right]^{a_1} \cdot \left[\frac{L}{\tau} \right]^{b_1} \cdot [L]^{c_1}$$

Se obține $a_1 = 1, b_1 = 2, c_1 = 0$ și, ca urmare, ecuația care reprezintă pierderea de presiune raportată la forțele de inerție este

$$\pi_1 = \frac{\Delta p}{\rho w_m^2}$$

π_2 capătă forma care reprezintă inversul criteriului Re:

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho^{a_2} w_m^{b_2} D^{c_2}}$$

$$\left[\frac{M}{L \cdot \tau} \right] = \left[\frac{M}{L^3} \right]^{a_2} \cdot \left[\frac{L}{\tau} \right]^{b_2} \cdot [L]^{c_2} \rightarrow a_2 = 1; b_2 = 1; c_2 = 1$$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho \cdot w_m \cdot D}$$

Pentru π_3 se obține

$$\pi_3 = \frac{L}{\rho^{a_3} w_m^{b_3} D^{c_3}} \rightarrow a_3 = b_3 = 0; c_3 = 1$$

$$\pi_3 = \frac{L}{D}$$

Deci ecuația devine

$$f\left(\frac{\Delta p}{\rho w_m^2}, \frac{\mu}{\rho w_m D}, \frac{L}{D}\right) = 0$$

$$\frac{\Delta p}{\rho w_m^2} = \frac{L}{D} f(\text{Re}) = c_f \cdot \frac{L}{D}$$

în care c_f este coeficientul de frecare și este funcție numai de criteriul Reynolds [$c_f = f(\text{Re})$]

(d) Determinarea parametrilor de care depinde puterea cerută pentru antrenarea unui ventilator. Se consideră o serie de ventilatoare de construcție geometrică identică. Se notează cu : N — viteza de rotație a rotorului ; D = diametrul rotorului ; \dot{V} = debitul volumetric al lui ; P = puterea cerută de la motorul de antrenare ; ρ și μ = densitatea și viscozitatea gazului vehiculat de ventilator. Se studiază factorii ce influențează asupra puterii cerute de ventilator, făcând apel la metoda analizei dimensionale.

Se consideră experimental că puterea cerută de ventilator depinde de

$$f(P, \rho, \mu, N, D, \dot{V}) = 0$$

Ca mărimi fundamentale se aleg 3 din cele 6 variabile și anume ρ , N și D

Mărimile adimensionale π_1 , π_2 , și π_3 se obțin prin metoda analizei dimensionale și anume

$$\pi_1 = \frac{P}{\rho^{a_1} N^{b_1} D^{c_1}} = \frac{P}{\rho N^3 D^5} \rightarrow [a_1 = 1; b_1 = 3; c_1 = 5]$$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho^{a_2} N^{b_2} D^{c_2}} = \frac{\mu}{\rho N D^2} \rightarrow [a_2 = b_2 = 1; c_2 = 2]$$

$$\pi_3 = \frac{\dot{V}}{\rho^{a_3} N^{b_3} D^{c_3}} = \frac{\dot{V}}{N D^3} \rightarrow [a_3 = 0; b_3 = 1; c_3 = 3]$$

Deci funcția capătă forma

$$f\left(\frac{P}{\rho N^3 D^5}, \frac{\mu}{\rho N D^2}, \frac{\dot{V}}{N D^3}\right) = 0$$

$$\frac{P}{\rho N^3 D^5} = f\left(\frac{\dot{V}}{N D^3}, \frac{\mu}{\rho N D^2}\right)$$

Deoarece curgerea gazului prin rotorul ventilatorului are loc cu o turbulență mare, influența viscozității față de aceea a forțelor de inerție este foarte mică și ca urmare se poate neglija parametrul al doilea al funcției (care reprezintă criteriul Re); ca urmare ea devine :

$$\frac{P}{\rho N^3 D^5} = f\left(\frac{\dot{V}}{N D^3}\right)$$

4.6. CRITERII DE SIMILITUDINE FOLOSITE PENTRU MEDIUL BIFAZIC MONOCOMPONENT

În cazul mediilor bifazice monocomponente, studiul experimental pe modele prin metoda similitudinii, avînd în vedere prezența simultană a celor două faze și interacțiunea dintre ele, este mai dificil decît în cazul gazelor perfecte.

Prima problemă dificilă constă în determinarea valorilor numerice ale criteriilor adimensionale ale proceselor ce au loc în medii bifazice. Dificultatea apare deoarece în timpul curgerii are loc trecerea continuă a unei faze în cealaltă. Dacă s-a reușit să se determine valoarea criteriilor de similitudine ale amestecului bifazic, mersul calculului experimental și analitic este identic cu cel al unui gaz perfect.

În cazul mediilor bifazice, unele din criteriile discutate mai înainte nu au aceeași importanță ca aceea pe care o au în cazul mediului gazos monocomponent. De exemplu, criteriul Mach, pentru valori $M < 3$, se calculează în funcție de participarea celor două faze în amestec, dar pentru $M > 3$ el se calculează considerînd că amestecul bifazic este compus numai din faza gazoasă.

Pentru determinarea criteriilor caracteristice ale mediului bifazic, se face apel (în primul rînd) la ecuația continuității și ecuația impulsului:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho \vec{w}) = 0 \quad (4.27)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} = \operatorname{div} \Sigma + \vec{B} \rho \quad (4.28)$$

Se admite că tensorul forțelor superficiale E din interiorul fazei lichide se poate exprima în funcție de tensorul de deformare J_1 al ei și de presiunea p , prin relația

$$E = 2\mu_l J_1 - \left(p_l + \frac{2}{3} \mu_l \operatorname{div} \vec{w}_l \right) g_l$$

în care $J_1 = \frac{\partial w_{lx}}{\partial x} = \frac{\partial w_{ly}}{\partial y} = \dots$; $P = -p_l \cdot g_l$

Deoarece

$$g_{xx} = g_{xz} = g_{yx} = \dots = 0$$

și:

$$J_{xx} = \frac{\partial w_x}{\partial x}; J_{yy} = \frac{\partial w_y}{\partial y}; J_{zz} = \frac{\partial w_z}{\partial z}; J_{xy} = J_{yx} = \dots$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial x} \right); J_{zx} = J_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_x}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial x} \right); \dots$$

ecuațiile continuității și impulsului pentru mediul bifazic capătă formele

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho \vec{w}) = 0 \quad (4.29)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} = -\operatorname{grad} p + \operatorname{grad} \left[\varphi_l \mu_l \left(2J_1 - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{w}_l \right) \right] +$$

$$+ \rho \vec{B} + \operatorname{div}(\vec{D}_l - \vec{D}_v) \varphi_v \quad (4.30)$$

în care $p = \varphi_l \cdot p_l + \varphi_v \cdot p_v$. Se folosesc constantele de similitudine $w_2 = K_w \cdot w_1$; $\varphi_2 = K_\varphi \varphi_1$; $\mu_2 = K_\mu \cdot \mu_1$; $B_2 = K_B B_1$, etc.

Scriind ecuația continuității pentru fenomenul din realitate (indicele 1) și pentru cel de pe modelul simil (indicele 2) se obține

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \sigma_1} + \operatorname{div}(\rho \vec{w})_1 = 0; \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial \sigma_2} + \operatorname{div}(\rho \vec{w})_2 = 0$$

Ținând seama de constantele de similitudine și de legea a doua a ei, ecuația de pe model capătă forma

$$\frac{K_\rho}{K_\tau} \frac{\partial \rho_1}{\partial \sigma_1} + K_\rho K_w \operatorname{div}(\rho \vec{w})_1 = 0$$

de unde se obține

$$\frac{K_\rho}{K_\tau} = K_\rho K_w; \quad \frac{K_\rho}{K_\tau K_w} = 1; \quad \frac{\rho}{\tau w} = \operatorname{Sh}$$

Sh este criteriul Struhal, care este caracteristic curgerilor mediului bifazic. El pune în evidență periodicitatea unui fenomen ce apare în timpul curgerii. Deci pentru ca să se realizeze un model simil este necesar ca $\operatorname{Sh}_2 = \operatorname{Sh}_1$.

Ecuația continuității, scrisă pentru cele două faze ale mediului bifazic, are forma de mai jos — în care l se referă la faza lichidă, iar v la faza de vapori:

$$\frac{\partial(\rho_l \varphi_l)}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho_l \varphi_l \vec{w}_l) = -\chi \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial(\rho_v \varphi_v)}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho_v \varphi_v \vec{w}_v) = \chi \quad (4.32)$$

În care χ este cantitatea de lichid ce trece în stare de vapori. Folosind constantele de similitudine, se obține criteriul de similitudine al trecerii unei faze în alta, sub forma

$$\frac{\chi \cdot l}{\rho \varphi w} = \operatorname{Const.}; \quad \frac{K_\chi K_l}{K_\rho K_\varphi K_w} = 1 \quad (4.33)$$

Desigur, că pentru obținerea similitudinii proceselor ce au loc în fiecare fază a mediului bifazic va trebui să existe egalitatea:

$$\frac{\chi l_{l_1}}{\rho_{l_1} \varphi_{l_1} w_{l_1}} = \frac{\chi l_{l_2}}{\rho_{l_2} \varphi_{l_2} w_{l_2}}; \quad \frac{\chi l_{v_1}}{\rho_{v_1} \varphi_{v_1} w_{v_1}} = \frac{\chi l_{v_2}}{\rho_{v_2} \varphi_{v_2} w_{v_2}}$$

Din ecuația cantității de mișcare se obține

$$\begin{aligned} \frac{K_\rho \cdot K_w}{K_\tau} \rho \frac{\partial w}{\partial \tau} = & -\frac{K_p}{K_l} \operatorname{grad} p + K_\rho K_B \rho \vec{B} + \\ & + K_{\varphi_l} K_{\mu_l} \frac{K_{w_l}}{K_{l_l}} \operatorname{grad} \left[\varphi_l \mu_l (2J_l - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{w}_l) \right] + \\ & + \frac{K_{\varphi_v} K_{\Delta p}}{K_l} \operatorname{div} (\vec{D}_l - \vec{D}_v) \varphi_v \end{aligned}$$

de unde, pentru $\tau=1$ se obțin relațiile criteriale :

$$\frac{K_p}{K_p \cdot K_w} = 1; \quad \frac{p}{\rho \cdot w} = Eu \quad (4.34)$$

$$\frac{K_{\varphi_l} \cdot K_{\mu_l} \cdot K_{w_l}}{K_l \cdot K_p \cdot K_w^2} = 1; \quad \frac{\varphi_l \cdot \mu_l w_l}{l \cdot \rho \cdot w^2} = Re_{bf_l} \quad (4.35)$$

$$\frac{K_B \cdot K_l}{K_w^2} = 1; \quad \frac{B \cdot L}{w^2} = Fr_{bf_l} \quad (4.36)$$

După cum se vede, se obțin unele criterii a căror expresie este identică atât pentru mediul lichid cât și pentru cel gazos, deci va avea aceeași formă și pentru cel bifazic, de exemplu Eu ; altele ca de exemplu Re_{bf_l} și Fr_{bf_l} , a căror expresie pentru faza lichidă este diferită de cea gazoasă, au expresii diferite pentru bifazic față de gazul monofazic. Motivul pentru care ele poartă totuși aceeași denumire (la mediul bifazic ca la cel monofazic), deși expresia este diferită constă în faptul că ele reprezintă aceleași rapoarte de forțe. De exemplu atât Re cât și Re_{bf} , exprimă același raport dintre forțele de inerție și cele de presiune.

Deoarece metoda de obținere a criteriilor de similitudine caracteristice mediilor bifazice este aceeași cu cea folosită la obținerea criteriilor caracteristice gazelor perfecte, ele nu se vor mai relua ci numai specifica. Astfel pentru ca fenomenele ce au loc pe modelul experimental să fie simil cu cel ce are loc în realitate pentru un mediu bifazic este necesar ca valoarea criteriilor determinante ale lui să fie egală.

Cele mai des întâlnite criterii de similitudine în studiul termogazodinamicii mediilor bifazice sînt :

(1) Pentru ca impulsul să aibă valoarea egală pe model și în realitate este necesar să fie satisfăcută egalitatea

$$\frac{l_1}{\tau_{l_1} w_{l_1}} = \frac{l_2}{\tau_{l_2} w_{l_2}}; \quad \frac{l_1}{\tau_{v_1} w_{v_1}} = \frac{l_2}{\tau_{v_2} w_{v_2}}; \quad Sh_{l_1} = Sh_{l_2}; \quad \dots \quad Sh_{v_1} = Sh_{v_2} \quad (4.37)$$

(2) Pentru ca procesul de schimb de căldură convectiv interfazic să fie simil, este necesară satisfacerea egalităților

$$\frac{\chi w_l l}{\rho_v \varphi_v w_v^2} = \text{Const.}; \quad \frac{\chi l}{\rho_v \varphi_v w_v} = \text{Const.}$$

$$\frac{\chi w_l l}{\rho_l \varphi_l w_l^2} = \text{Const.}; \quad \frac{\chi l}{\rho_l \varphi_l w_l} = \text{Const.} \quad (4.38)$$

în care w_l este viteza de trecere a unei faze în alta; iar χ -cantitatea de lichid ce trece în fază de vapori. Dacă viteza de curgere este identică pe model și în realitate, relația capătă o formă mai simplă și anume :

$$\frac{\rho_l \varphi_l}{\rho_v \varphi_v} = \frac{\rho \chi_l}{\rho \chi_v} = \frac{\chi_l}{\chi_v} = \text{Const.}$$

(3) Pentru ca raportul forțelor de presiune și de inerție să fie egal, trebuie satisfăcută relația

$$\frac{p_l}{\rho_l w_l^2} = Eu_l = \frac{p_v}{\rho_v w_v^2} = Eu_v \quad (4.39)$$

Această relație presupune egalitatea energiei de deplasare a celor două faze, ceea ce înseamnă că trebuie să fie satisfăcută simultan și egalitatea

$$\frac{p_{l1} \rho_{v1}}{p_{v1} \rho_{l1}} = \frac{p_{l2} \rho_{v2}}{p_{v2} \rho_{l2}}$$

(4) Pentru a avea o curgere cu același caracter, atât pentru faza lichidă cât și pentru cea de vapori (laminar, turbulent, etc) este necesar să existe egalitatea

$$Re_{l1} = \frac{\rho_{l1} w_{l1} l_1}{\mu_{l1}} = \frac{\rho_{l2} w_{l2} l_2}{\mu_{l2}} = Re_{l2} \text{ iar } Re_{v1} = Re_{v2} \quad (4.30)$$

(5) De asemenea criteriul Froude trebuie să aibă aceeași valoare :

$$\frac{w_l^2}{gl} = Fr_l; Fr_{l1} = Fr_{l2}; Fr_{v1} = Fr_{v2} \quad (4.31)$$

(6) Criteriul Weber trebuie să aibă și el aceeași valoare, deci

$$\frac{\varphi_v}{\varphi_l} \cdot \frac{\sigma}{r \rho_l w_l^2} = We_l; \frac{\sigma}{r \rho_v w_v^2} = We_v \quad (4.32)$$

în care r este raza picăturii de lichid în suspensie în faza gazoasă.

(7) Pentru ca raportul dintre forțele tangențiale și impuls pe suprafața de separație a celor două faze să fie egal pe model și în realitate trebuie satisfăcută egalitatea

$$\frac{\gamma w_v \varphi_v}{l \rho_l \varphi_l w_l^2} = Const_1; \frac{\gamma \cdot w_l \varphi_l}{l \rho_v \varphi_v w_v^2} = Const_2 \quad (4.33)$$

în care γ este coeficientul de frecare viscoasă interfazică.

4.7. CRITERII DE SIMILITUDINE ENERGETICĂ FOLOSITE PENTRU MEDIU BIFAZIC MONOCOMPONENT

Criteriile de similitudine dinamică denumite și energetice ale mediilor bifazice se obțin din ecuația conservării energiei. Tehnica de terminare a lor este simplă, așa încît se vor prezenta numai criteriile cele mai des întîlnite.

Pentru ca două procese termogazodinamice ale unui mediu bifazic să fie simile din punct de vedere dinamic, este necesar să fie egale următoarele criterii:

(1) Criteriul Mach maxim (M_{\max}) exprimat pentru cele două faze sub forma:

$$\frac{w_l^2}{2h_{0l}} = M_{\max l}^2; \quad \frac{w_v^2}{2h_{0v}} = M_{\max v}^2 \quad (4.34)$$

(2) Raportul dintre energia cinetică și entalpia totală în raport cu viteza de curgere:

$$\frac{w_l^3 \tau}{lh_{0l}} = \text{Const}_l; \quad \frac{w_v^3 \tau}{lh_{0v}} = \text{Const}_v;$$

Relația este de fapt raportul dintre criteriul Mach și criteriul Strouhal. Ca urmare relația se mai poate scrie sub forma

$$\frac{w_l^3 \tau}{l \cdot h_{0l}} = \frac{M_{\max l}^2}{\text{Sh}_l}; \quad \frac{w_v^3 \tau}{l \cdot h_{0v}} = \frac{M_{\max v}^2}{\text{Sh}_v} \quad (4.35)$$

(3) Criteriul de similitudine al trecerii unei faze în cealaltă, dat de relația

$$\frac{w_l^3 \rho_l \varphi_l}{l \cdot \chi w_l} = \text{Const}_l; \quad \frac{w_v^3 \rho_v \varphi_v}{l \chi w_v} = \text{Const}_v \quad (4.36)$$

(4) Criteriile Reynolds, Péclet și Prandtl trebuie de asemenea să fie egale pentru cele două faze:

$$\frac{\rho_l w_l c_p l}{\lambda_l} = \frac{w_l l}{a_l} = \text{Pe}_l; \quad \frac{w_v l}{a_v} = \text{Pe}_v \quad (4.37)$$

în care a este coeficientul de difuzibilitate termică: $a = \lambda / c_p \cdot \rho$.

$$\frac{\varphi_l \mu_l w_l}{l \rho_l w^2} = \text{Re}_l; \quad \frac{\varphi_v \mu_v w_v}{l \rho_v w^2} = \text{Re}_v$$

$$\frac{\text{Pe}_l}{\text{Re}_l} = \text{Pr}_l; \quad \frac{\text{Pe}_v}{\text{Re}_v} = \text{Pr}_v. \quad (4.38)$$

(5) Iar criteriul Nusselt pentru schimbul de căldură interfazic:

$$\frac{\alpha_{lv} l}{\lambda_l} = \text{Nu}_l; \quad \frac{\alpha_{lv} l}{\lambda_v} = \text{Nu}_v \quad (4.39)$$

Cunoscînd criteriile dinamice energetice ale mediului bifazic, prin teoria similitudinii se pot obține constantele de asemănare K_p, K_w, K_q , etc. și se va putea construi modelul pe care se vor efectua încercările experimentale. Apoi cu ajutorul analizei dimensionale se va putea determina funcția criterială ce caracterizează procesul studiat. În tabelul 4.3 sînt prezentate criteriile utilizate în modelarea proceselor ce au loc în mediile bifazice monocomponente în curgere.

Tabelul 4.3

Criteriile de similitudine a mediilor bifazice monocomponente

| nr. crt. | Denumirea criteriului | Simbol | Relația de calcul | Obs. |
|----------|-------------------------|------------------|---|------|
| 1 | Constante adimensionale | — | $\frac{\chi_l \cdot l}{\rho_l \cdot \rho_l \cdot w_l} = \text{const}_l.$ $\frac{\chi_v \cdot l}{\rho_v \cdot \rho_v \cdot w_v} = \text{const}_v.$ | |
| 2 | Euler | Eu | $\frac{p_l}{\rho_l \cdot w_l} = \text{Eu}_l; \quad \frac{p_v}{\rho_v \cdot w_v} = \text{Eu}_v$ | |
| 3 | Reynolds bifazic | Re _{bf} | $\frac{\varphi_l \cdot \mu_l \cdot w_l}{l \cdot \rho \cdot w^2} = \text{Re}_{bf_l}$ $\frac{\varphi_v \cdot \mu_v \cdot w_v}{l \cdot \rho \cdot w^2} = \text{Re}_{bf_v}$ | |
| 4 | Froud | Fr | $\frac{B \cdot l}{w_l} = \text{Fr}_{bf_l};$ $\frac{B \cdot l}{w_v} = \text{Fr}_{bf_v}$ | |
| 5 | Strouhal | Sh | $\frac{l}{\tau_v \cdot w_v} = \text{Sh}_v;$ $\frac{l}{\tau_l \cdot w_l} = \text{Sh}_l$ | |
| 6 | Raport de similitudine | — | $\frac{\rho_l \cdot \varphi_l}{\rho_v \cdot \varphi_v} = \frac{\rho \cdot x_l}{\rho \cdot x_v} = \frac{x_l}{x_v}$ | |
| 7 | Euler | Eu | $\frac{p_l}{\rho_l \cdot w_l} = \text{Eu}_l;$ $\frac{p_v}{\rho_v \cdot w_v} = \text{Eu}_v$ | |
| 8 | Constantă | — | $\frac{\rho_l \cdot \rho_v}{\rho_v \cdot \rho_l} = \text{const.}$ | |
| 9 | Reynolds | Re | $\frac{\rho_l \cdot w_l \cdot l}{\mu_l} = \text{Re}_l$ $\frac{\rho_v w_v l}{\mu_v} = \text{Re}_v$ | |
| 10 | Webber | We | $\frac{\varphi_v}{\varphi_l} \frac{\sigma}{r \cdot \rho_l \cdot w_l^2} = \text{We}_l$ $\frac{\sigma}{r \cdot \rho_v \cdot w_v^2} = \text{We}_v$ | |

Tabelul 4.3 (continuare)

| | | | | |
|----|------------------------------|----|---|--|
| 11 | Constante de similitudine | — | $\frac{\gamma \cdot w_v \cdot \varphi_v}{l \cdot \rho_l \cdot \varphi_l \cdot w_l^2} = \text{const}_l$ $\frac{\gamma \cdot w_l}{l \cdot \rho_v \cdot w_v^2} = \text{const}_v$ | $\gamma = \text{coeficientul de vîscozitate interfazic}$ |
| 12 | Mach_{\max} bifazic | M | $\frac{w_l^2}{a_l^2} = M_{\max l}^2;$ $\frac{w_v^2}{a_l^2} = M_{\max v}^2$ | |
| 13 | Constante de similitudine | — | $\frac{w_l^3 \cdot \tau}{l \cdot h_l} = \frac{M_{\max l}^2}{\text{Sh}_l} = \text{const}_l$ $\frac{w_v^3 \cdot \tau}{l \cdot h_v} = \frac{M_{\max v}^2}{\text{Sh}_v} = \text{const}_v$ | |
| 14 | constante | | $\frac{w_l^3 \cdot \rho_l \cdot \varphi_l}{l \cdot \chi \cdot \mu_l} = \text{const}_l$ $\frac{w_v^3 \cdot \rho_v \cdot \varphi_v}{l \cdot \chi \cdot \mu_l} = \text{const}_v$ | |
| 15 | Prandtl | Pr | $\frac{\text{Pe}_v}{\text{Re}_v} = \text{Pr}_v; \quad \frac{\text{Pe}_l}{\text{Re}_l} = \text{Pr}_l$ | |

4.8. STRATUL LIMITĂ DINAMIC

A doua metodă de studiere a proceselor termogazodinamice se bazează pe teoria stratului limită dinamic și termic.

La studiul macroscopic al curgerilor, ecuațiile Navier-Stokes nu permit lămurirea fenomenelor ce au loc în stratul de gaz adiacent la peretele solid. În acest strat denumit *strat limită dinamic*, influența reciprocă a forțelor de inerție și de vîscozitate trebuie să fie explicitată prin ecuații complementare.

Se consideră, pentru exemplificare, curgerea unui gaz printr-un canal de o secțiune oarecare, cu o valoare a criteriului Reynolds $0,1 \leq \text{Re} \leq 0,8$.

Mișcarea gazului se poate împărți în două zone distincte și anume : (1) o zonă de lângă peretele canalui sau lângă peretele oricărui corp solid aflat în curentul de gaz, denumită „strat limită dinamic” în care forțele de vîscozitate au aceeași pondere cu celelalte forțe ce acționează asupra masei de gaz : (2) o zonă de deasupra stratului limită dinamic, denumită zona de curgere liberă a fluidului, unde influența forțelor de vîscozitate este neglijabilă față de celelalte forțe.

Pentru determinarea caracteristicilor curgerii în zona liberă a fluidului se face apel la ecuațiile de mișcare a gazului. Pentru stratul limită dinamic, ecuațiile au însă o altă formă, de obicei mai simplă decât pentru zona liberă. Studiul stratului limită dinamic constă în precizarea acestor ecuații.

Grosimea stratului limită depinde de raportul dintre forțele de inerție și de cele de viscozitate. Când în curgerea respectivă forțele de inerție sînt mai mari decât cele de viscozitate, deci valoarea criteriului Re este mare, grosimea stratului limită dinamic este mică, și invers. Deci criteriul Re joacă un rol hotărîtor în determinarea grosimii stratului limită. Între caracterul mișcării gazului în stratul limită și în zona liberă există desigur o strînsă dependență, ce poate fi explicată teoretic în diferite moduri, de exemplu prin așa-numita teorie a stratului limită a lui Prandtl. Această teorie are la bază ipoteza existenței zonei libere de curgere, indiferent de existența sau absența stratului limită dinamic. De asemenea se consideră cunoscute legile de mișcare a gazului în zona liberă. Teoria lui Prandtl consideră că stratul limită este determinat numai de legile de mișcare din zona liberă, deci consideră o influență unilaterală între cele două zone ale curgerii. Dezvoltarea ulterioară a cercetărilor a arătat că teoria lui Prandtl asupra stratului limită nu este suficientă pentru toate cazurile posibile de curgere în special pentru curgerile transsonice și supersonice.

Completarea teoriei lui Prandtl asupra stratului limită a devenit posibilă odată cu perfecționarea metodelor de cercetare experimentală. Acestea au pus în evidență influența pe care o are și stratul limită asupra zonei libere de curgere a gazului. Una din constatările importante a arătat că datorită frînării gazului în stratul limită, liniile de curent ale fluidului în curgere se deplasează spre zona liberă și, ca urmare, va apărea o viteză de deplasare transversală în el.

În cazul curgerii gazului în jurul unui corp imobil, așa cum se arată în fig. 4.1, viteza de curgere pe direcție perpendiculară pe suprafață va

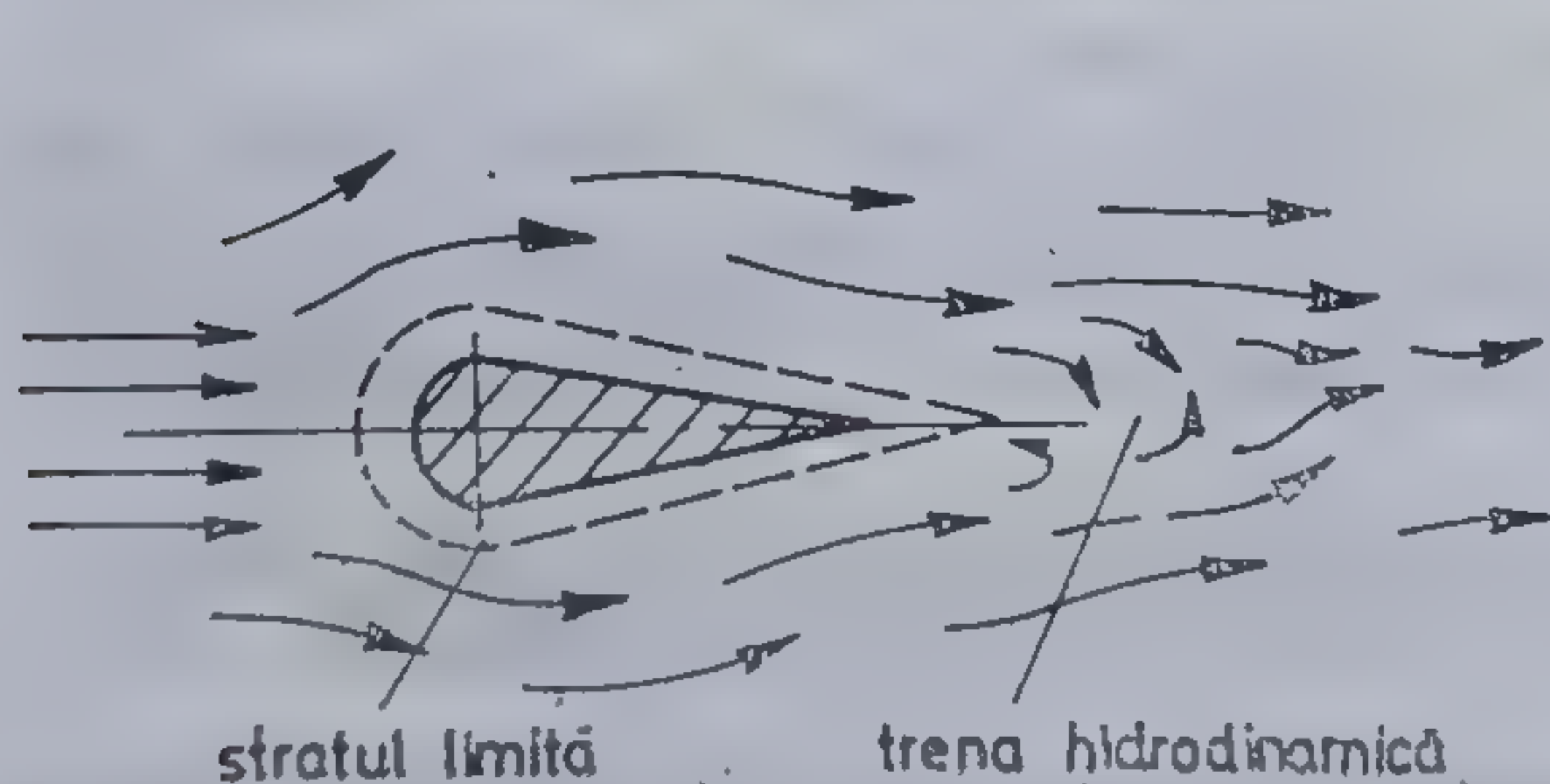


Fig. 4.1. Curgere unidirecțională a unui gaz în jurul unui corp.

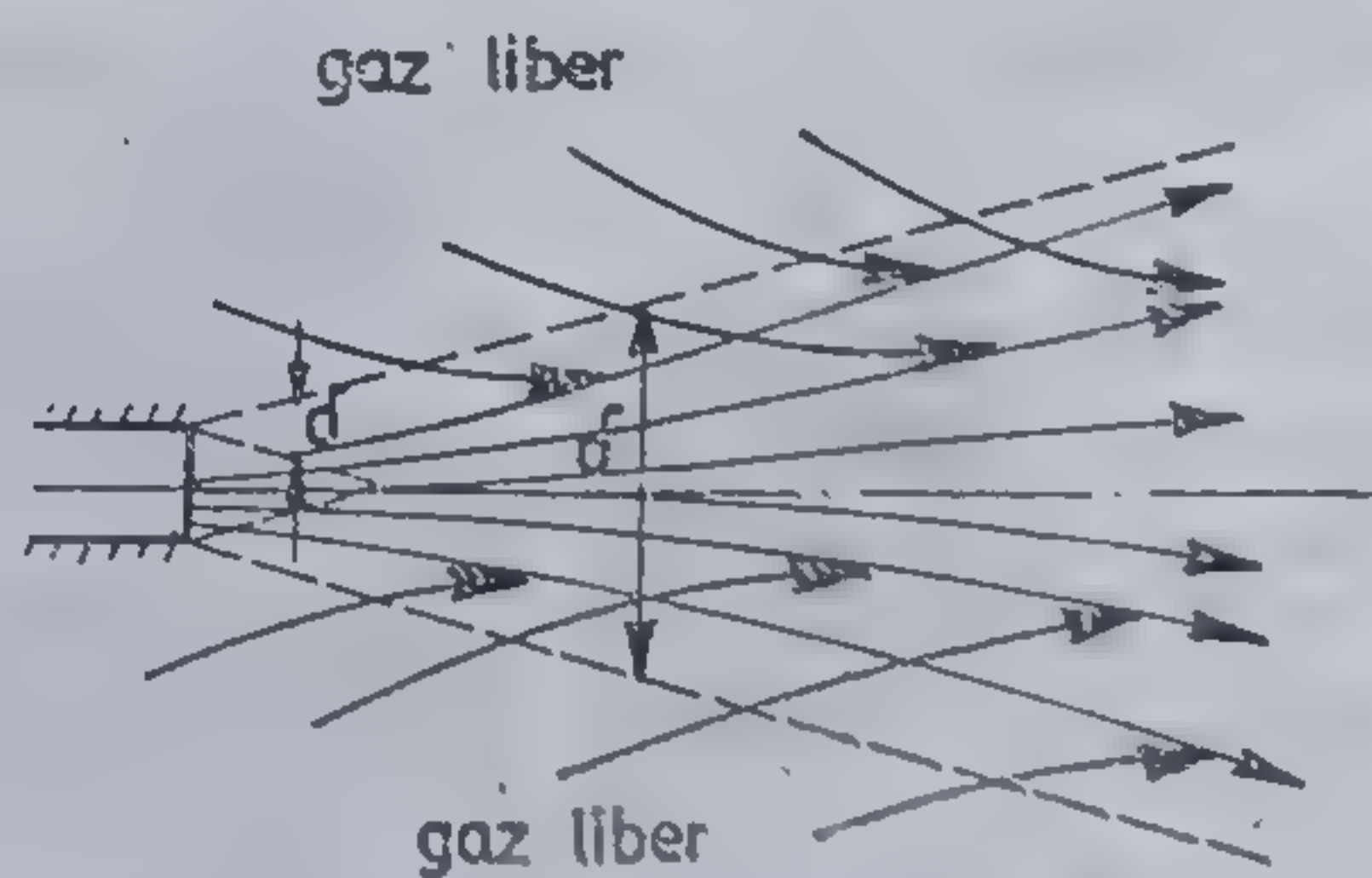


Fig. 4.2. Stratul limită dinamic al unui jet liber de gaz.

trece de la valoarea zero, pe care o are la suprafața de contact cu corpul, la viteza de curgere din zona liberă. Deci într-un strat adiacent peretelui va avea loc o variație a vitezei de curgere. Ca urmare a vitezei diferite a liniilor de curent în direcția y (perpendiculară pe x), între ele vor apărea

forțe de frecare internă datorită viscozității fluidului, de intensitate comparabilă celor de inerție.

În spatele corpului solid au loc modificări ale traiectoriei liniilor de curent, deci ale regimului de curgere, care se datoresc tocmai existenței stratului limită dinamic. Această „umbră hidrodinamică” a corpului poartă denumirea de „trenă hidrodinamică” sau „silaj” și pune în evidență influența pe care o are stratul limită asupra zonei libere (neturburate) a curentului de gaz.

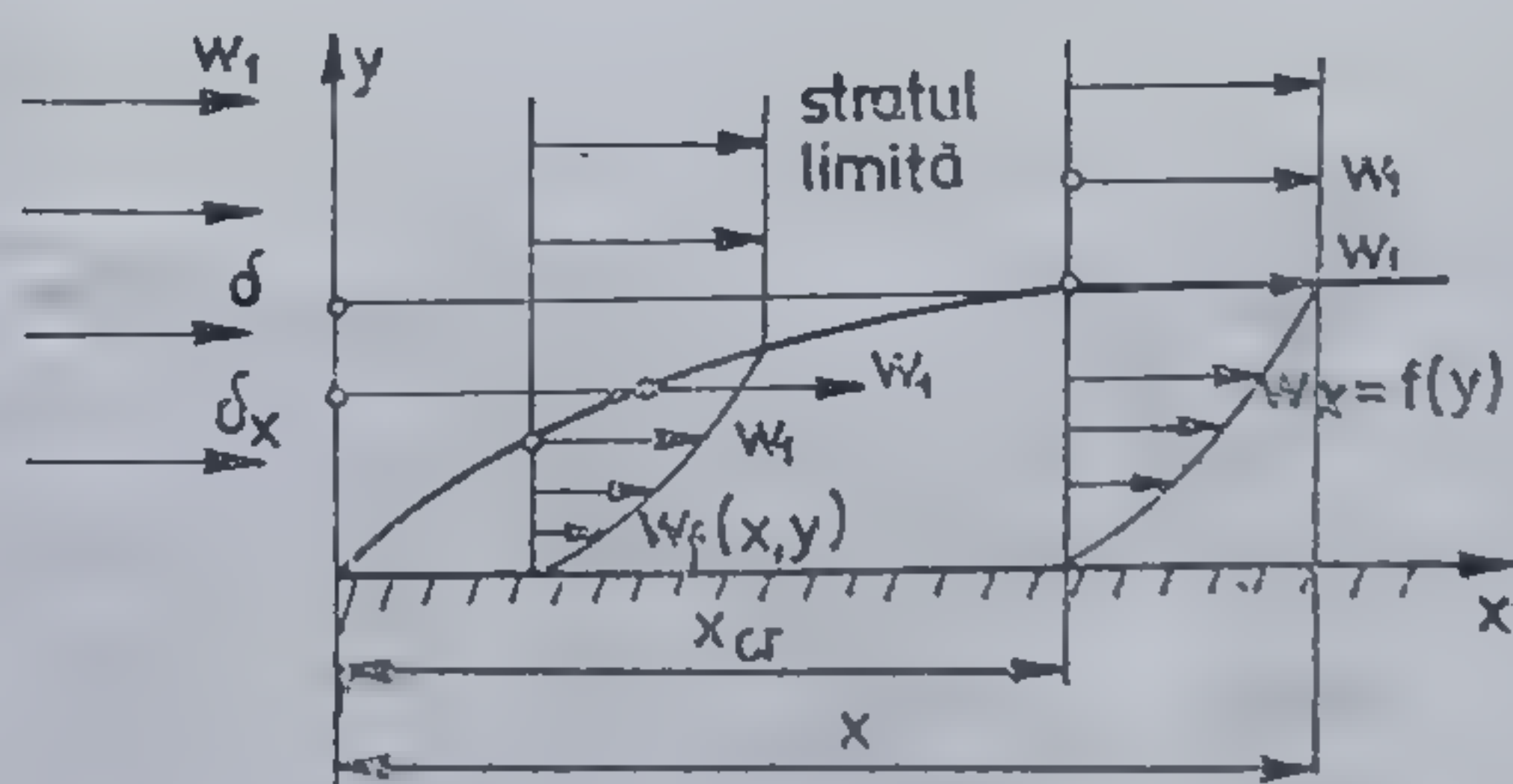
Un alt exemplu al influenței stratului limită asupra zonei libere de curgere a gazului îl constituie spectrul gazodinamic al unui jet de gaz ce pătrunde într-o masă de gaz imobilă, cu proprietăți termofizice identice cu cele ale gazului din jet (fig. 4.2). Liniile de curent externe ale jetului (ce pătrunde în gazul liber în repaos), ca urmare a frecării interne (viscozității) îl vor antrena pe acesta, creînd un strat limită a cărei grosime este notată cu δ . La orificiul de formare a jetului, grosimea δ va fi egală cu zero, însă în direcția de curgere forțele de viscozitate vor antrena gazul imobil, ceea ce va face ca grosimea lui δ să devină din ce în ce mai mare (pe măsură ce locul măsurătorii este mai depărtat de orificiul de formare al jetului).

După o distanță oarecare de la gura jetului, forțele de frecare viscoasă vor acționa în toată secțiunea jetului, astfel încît grosimea stratului limită dinamic δ va umple toată secțiunea de curgere a jetului.

Caracterul mișcării în stratul limită dinamic poate fi laminar, transitional sau turbulent. În figura 4.3 se prezintă schematic procesul de formare a stratului limită dinamic laminar, la curgerea unui gaz cu viteza $w_1 < a$ ($0,1 a \leq w_1 \leq 0,8 a$) ce întâlnește la un moment dat o suprafață solidă plană paralelă cu direcția de curgere.

Pentru $0 \leq x < x_{cr}$ grosimea stratului limită notată cu δ_x variază de la 0 la δ_x . Această distanță x_{cr} poartă denumirea de „lungime critică”

Fig. 4.3. Stratul limită dinamic laminar.



sau „lungime de stabilizare a stratului limită dinamic”. Variația vitezei w_x la o distanță y de la perete și anume $y < \delta_x$ și $x < x_{cr}$ are o pantă mai mare decît pentru $x \geq x_{cr}$. După parcurgerea distanței x_{cr} , în cazul unei curgeri potențiale, grosimea stratului limită rămîne constantă, pentru orice valoare a lui x . În cazul curgerii limitate de două suprafețe paralele (canale de secțiune constantă, conducte, etc.) fenomenul de formare a

stratului limită laminar este identic pentru amândouă suprafețele, ceea ce duce la o curbă de variație a vitezei într-o secțiune a canalului, cu profil simetric, așa cum este prezentat în fig. 4.4. În funcție de caracterul mișcării în stratul limită dinamic, el poartă denumirea de strat limită dinamic *tranzitoriu* sau *turbulent*.

Pentru $x < x_{cr}$ viteza de curgere într-o secțiune oarecare x și la cota y depinde de viteză inițială w_1 și de coordonatele x și y ale punctului,

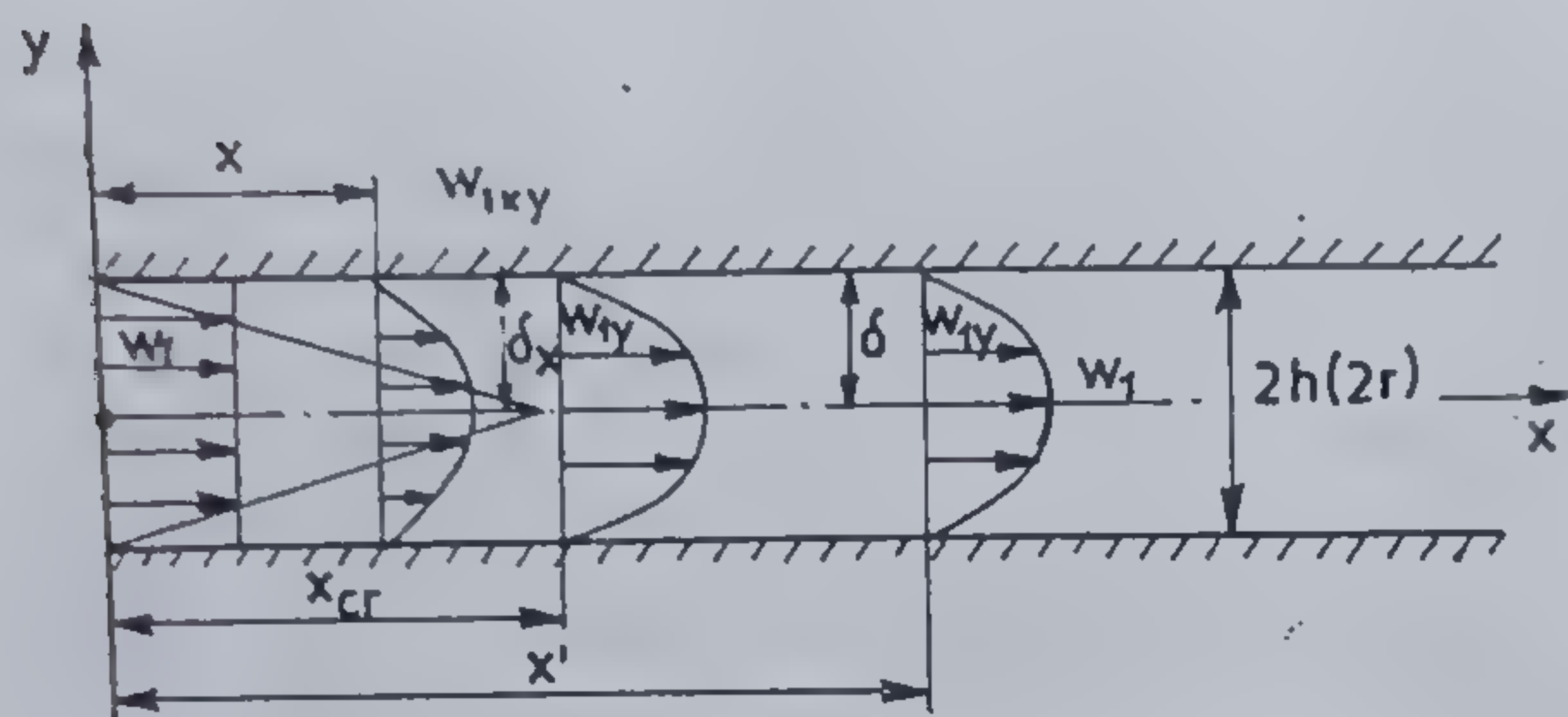


Fig. 4.4. Stratul limită dinamic laminar la curgerea unui gaz printr-o conductă.

iar pentru $x > x_{cr}$ ea nu mai depinde decât de ordonata y . Grosimea stratului limită δ_x pentru $x < x_{cr}$ depinde de abscisa x a secțiunii, avînd $\delta_x < \delta$.

Curgerea în stratul limită are un caracter laminar dacă și curgerea gazului în zona liberă este laminară.

În cazul cînd curgerea în zona liberă este turbulentă, ($Re > 10^4$ pentru conducte circulare sau $Re > Re_{cr}$ pentru alte situații), dar este subsonică ($w_1 < a$) mișcarea în stratul limită are un caracter laminar lîngă perete și turbulent deasupra acestuia. În figura 4.5 se prezintă schematic procesul de formare a stratului limită dinamic turbulent.

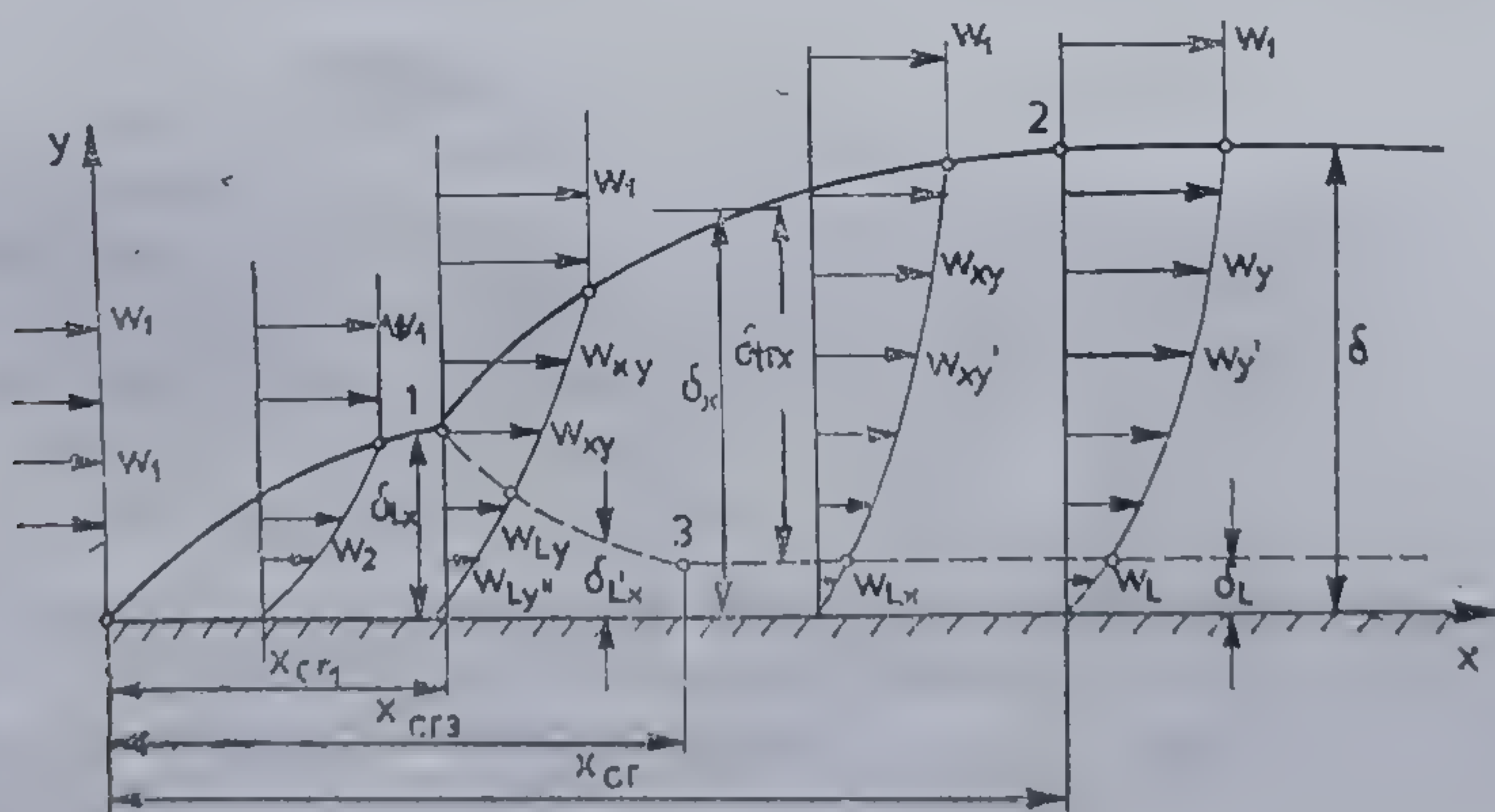


Fig. 4.5. Formarea stratului limită dinamic turbulent.

Pe distanța x_{cr1} de la muchia de intrare a peretelui, se formează stratul limită laminar, a cărei grosime δ_{Lx} este funcție de x pînă la $x \leq x_{cr1}$.

Curba 0—1 din figura 4.5 reprezintă grosimea stratului limită laminar δ_{Lx} . După $x = x_{cr1}$ pînă la $x \leq x_{cr3}$ stratul limită laminar se micșorează, fiind reprezentat pe figura 4.5 prin linia punctată de lîngă perete. De la $x = x_{cr3}$ înainte, deci de la punctul 3 înainte, în direcția de curgere, grosimea stratului limită dinamic laminar devine δ_L și rămîne la valoarea constantă pentru orice valoare $x > x_{cr3}$.

Începînd de la $x = x_{cr1}$ înainte începe să se formeze stratul limită dinamic cu mișcare tranzitorie, a cărei grosime δ_{tr} variază odată cu micșorarea lui δ_{Lx} și cu creșterea lui L_x .

Distanța Δx_{tr1} pe care are loc mișcarea tranzitorie nu poate fi determinată teoretic cu precizie, ea depinzînd de intensitatea forțelor de viscozitate din gaz. Experimental s-a constatat că Δx_{tr} este relativ mică, deoarece la o distanță mică după $x = x_{cr1}$ apare în stratul limită mișcarea turbulentă. Ca urmare de la x_{cr1} la x_{cr} grosimea stratului limită dinamic turbulent va crește continuu, pînă cînd la $x = x_{cr3}$ grosimea lui s-a stabilizat și pentru orice $x > x_{cr3}$ va rămîne constantă și egală cu δ . Deci stratul limită δ va fi compus dintr-un strat δ_L în care mișcarea rămîne laminară și unul $\delta - \delta_L$ unde mișcarea este turbulentă. În tabelul 4.4 sînt prezentate mărimile caracteristice ale stratului limită dinamic determinate analitic sau experimental. Existența celor două feluri de curgeri, laminar și turbulent, în stratul limită dinamic se explică prin variația raportului dintre forțele ce acționează în masa gazului. Existența unui strat limită dinamic este deci posibilă numai în cazul fluidelor (gazelor) vîscoase. Pentru gazele în stare de suprafluiditate, de exemplu izotopul He singurul gaz natural ce prezintă caracterul natural de suprafluiditate sau pentru gaze aduse artificial în această stare (plasmă) curgerea are loc fără existența unui strat limită.

4.9. STRATUL LIMITĂ DINAMIC LAMINAR

Pentru determinarea ecuațiilor de curgere în stratul limită laminar se consideră curgerea bidirecțională a unui fluid în lungul unei suprafețe plane, în regim permanent stabilizat. Nețînînd seama de forțele ascensionale și gravitaționale, ecuațiile de mișcare sînt ecuațiile Navier-Stokes :

$$\left. \begin{aligned} w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right] \\ w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \right\} (4.40)$$

iar ecuația de continuitate, considerînd fluidul incompresibil :

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0 \quad (4.41)$$

Tabelul 4.4.

| Mărimi caracteristice a stratului limită dinamic | | |
|--|--|---|
| Mărimea caracteristică | Expresia de calcul | Metoda de determinare |
| 1 | 2 | 3 |
| Re_{cr} = valoarea Re la care se schimbă natura curgerii $Re < Re_{cr}$ – laminar $Re > Re_{cr}$ – turbulent | Pentru suprafețe plane : $Re_{cr} = \frac{l \cdot w_m}{\nu} \approx 3 \cdot 10^5$ Pentru tuburi circulare : $Re = \frac{w_m \cdot d}{\nu} \approx 2360$ unde : w_m = viteza medie ; ν = viscozitatea cinematică a fluidului | Experimental |
| Stratul limită laminar | | |
| L = grosimea stratului limită laminar la distanța x în cazul curgerii pe suprafețe plane | $\delta_L = 5,83 \frac{x}{Re^{1/2}}$ | Analitic și verificată experimental |
| Legea de variație a vitezei în stratul limită, la distanța x de la origine, pentru stratul limită laminar | Suprafață plană : $\frac{w_x}{w_1} = 1,5 \frac{y}{\delta} - 0,5 \frac{y^3}{\delta^3} + \frac{y^4}{\delta^4}$ | Empiric (soluția Pohlhausen) |
| | Pentru tuburi circulare : $w_x = w_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ unde : $-R < r < +R$ ($r=0$ în axă) $w_x \Big _{r=0} = w_{max}$ viteza medie : $w_m = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R w_{max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) 2\pi \cdot r \, dr$ $w_m = \frac{1}{2} w_{max}$ | Expresia w_∞ stabilită analitic pe bază ecuației Navier-Stokes |
| | Pentru canale cu secțiune rectangulară de lățime $2 \cdot h$: $w_x = w_{max} \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right)$ – viteza medie : $w_m = \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} w_{max} \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) dy$ $w_m = \frac{2}{3} w_{max}$ | Analitic |

Tabelul 4.4 (continuare)

| 1 | 2 | 3 |
|---|--|--------------------|
| Lungimea de stabilizare (x_{or}) în cazul unei curgeri laminare printr-o conductă | $x_{or} = 0,0575 \cdot d \cdot Re_1$ $d = \text{diametrul conductei};$ Re_1 în zona de intrare. | Soluția Langhaar |
| Stratul limită turbulent | | |
| Grosimea stratului limită turbulent δ_x (fig. 4.5) la distanța x | Suprafață plană $\delta_x = 0,376 \frac{x}{Re^{3/5}}$ | Experimental |
| Grosimea substratului laminar δ_L (fig. 4.5) | Tub circular: $\delta_L = \frac{37,2 \cdot d}{Re^{0,912}}$ | Experimental |
| Legea de variație a vitezei pe direcția x în stratul limită turbulent | Suprafață plană $w_x = w_1 \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7}$ Conductă circulară: $\delta = R; w_1 = w_{max}$ $y = R - r$ $w_x = w_{max} \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/7}$ viteza medie: $w_m = \frac{1}{\pi \cdot R^2} \int_0^R w_{max} \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/7} \times$ $\times 2\pi r dr$ $w_m = \frac{49}{60} w_{max} = 0,17 \cdot w_{max}$ Canal rectangular de lățime $2 \cdot h$: $w_x = w_{max} \left(\frac{y}{h} \right)^{1/7}$ viteza medie: $w_m = \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} w_x \cdot dy$ $w_m = \frac{1}{2} w_{max} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{y}{h} \right) d\left(\frac{y}{h} \right)$ $w_m = \frac{7}{8} w_{max}$ | Soluția van Karman |
| x_{or} — lungimea critică în curgerea turbulentă (lungimea de stabilizare) | Suprafață plană: $x_{or} = 4,85 \cdot 10^5 \frac{\nu}{w_m}$ Conductă circulară: $x_{or} \approx 50 \cdot d$ | |

Ținând seama de notațiile din figura 4.3, condițiile la limită ale stratului limită sînt

— pentru $y = 0$; $w_x = 0$; $w_y = 0$

-- pentru $y = \delta$; $w_x = w_1$

Ca urmare a forțelor de frecare internă (de viscozitate) viteza w_x variază (funcție de y) între 0 și w_1 pentru $0 \leq y \leq \delta$.

Deci $w_x = 0 \dots w_1$ sau $w_x/x = 0 \dots 1$ pentru $x = 0 \dots 1$. Ca urmare a valorilor lui w_x termenii din ecuația Navier-Stokes la limită capătă formele

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_x}{\partial y} &= 0\left(\frac{w_1}{\delta}\right); & \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} &= 0\left(\frac{w_1}{\delta^2}\right) \\ \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} &= 0\left(\frac{w_1}{l^2}\right); & \frac{\partial w_x}{\partial x} &= 0\left(\frac{w_1}{l}\right) \end{aligned}$$

Curgerea avînd loc în regim permanent stabilizat, ordinul de mărime a lui $\partial w_x / \partial x$ va fi egal cu $\partial w_y / \partial y$, deci ecuația se poate integra obținîndu-se pentru w_y :

$$w_y = \int_0^\delta \frac{\partial w_x}{\partial x} dy = 0\left(\frac{w_1}{l}, \delta\right) = 0(\delta)$$

De asemenea

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_y}{\partial x} &= 0\left(\frac{w_1}{l^2}, \delta\right) = 0\left(\frac{\delta}{l}\right); & \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} &= 0\left(\frac{w_1}{l^3}, \delta\right) = 0\left(\frac{\delta}{l^2}\right) \\ \frac{\partial w_y}{\partial y} &= 0\left(\frac{w_1}{l}\right) = 0(1); & \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} &= 0\left(\frac{w_1}{l, \delta}\right) = 0\left(\frac{1}{\delta}\right) \end{aligned}$$

Prin definiție, grosimea stratului limită δ este mai mică decît x și ca urmare

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2}.$$

Variația vitezei de curgere în decelerarea liberă a unui gaz, deci și în stratul limită, se datorește faptului că forțele de inerție devin egale sau chiar mai mici decît forțele de viscozitate. Ca urmare se pot scrie relațiile ce exprimă aceste forțe:

— forțele de viscozitate:

$$\nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} = 0\left(\nu, \frac{w_1}{\delta^2}\right) \quad (4.42)$$

— forțele de inerție:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = 0\left(w_1, \frac{w_1}{l}\right) + 0\left(\frac{w_1}{l}, \delta, \frac{w_1}{\delta}\right) \quad (4.43)$$

Din ultima relație se obține ecuația ce permite calculul grosimii stratului limită și anume :

$$\nu \frac{w_1}{\delta^2} \approx \frac{w_1^2}{l} ; \quad \frac{\delta}{l} = \frac{1}{\sqrt{\frac{w_1 l}{\nu}}} = \frac{1}{\sqrt{Re}}$$

Ca urmare, grosimea stratului limită la o distanță oarecare x va fi

$$\frac{\delta}{x} = \frac{1}{\sqrt{Re_x}} ; \quad \left[Re_x = \frac{w_1 x}{\nu} \right] \quad (4.44)$$

Grosimea stratului limită depinzând de raportul dintre forțele de inerție și a celor de vîscozitate va fi exprimată de criteriul ce exprimă acest raport și anume de criteriul Reynolds. Odată cu micșorarea forțelor de vîscozitate, crește valoarea criteriului Re și ca urmare grosimea stratului limită va scădea.

Deoarece w_1/x este de ordinul întâi, prin egalarea forțelor de vîscozitate cu cele de inerție, se obține $\nu \approx \delta^2$. Atunci ecuațiile Navier-Stokes capătă forma

$$w_1 \frac{w_1 \cdot \delta}{l^2} + \frac{w_1}{l} \delta \frac{w_1}{l} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{w_1}{l \delta}$$

Dacă se consideră $\nu \approx \delta^2$ și $w_1/l = 0(1)$ se obține

$$\delta + \delta = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \delta \quad (4.45)$$

Pentru ca relația să fie onogenă, ordinul de mărime al lui $\partial p/\partial y$ trebuie să fie egal cu cel al lui δ și ca urmare primul termen din partea dreaptă a ecuației se poate neglija. Ca urmare pe direcția y , diferențiala $\partial p/\partial y = 0$, adică variația de presiune pe direcția y trebuie să fie practic nulă. Ca urmare, ecuațiile de mișcare în stratul limită laminar vor fi date de relațiile

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w \frac{\partial w_x}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 ; \quad \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_x}{\partial y} = 0. \quad (4.47)$$

În cazul cînd se consideră o curgere ce ar avea loc în jurul unui corp cu un profil oarecare, relațiile de mai sus își păstrează valabilitatea, cu singura deosebire că axa y va fi considerată ca fiind perpendiculară pe tangenta la suprafața corpului în punctul considerat.

Integrarea acestor ecuații pentru un caz general este foarte dificilă, avînd în vedere complexitatea condițiilor la limită, ea fiind posibilă numai pentru curgeri potențiale, în care caz $\partial p/\partial x = 0$, ceea ce înseamnă că

$p = \text{const.}$ în lungul axei x și profilul vitezei pe direcția y este funcție numai de y , adică este satisfăcută condiția

$$w_x = w_1 f\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

Pentru determinarea analitică a grosimii δ a stratului limită dinamic laminar se face apel la ecuația cantității de mișcare și a momentului cantității de mișcare.

Telul final al studiului teoretic al grosimii δ este determinarea legăturii ce există între mărimile caracteristice ale curgerii și forțelor ce acționează în stratul limită. Se consideră cu notațiile din figura 4.6 un element

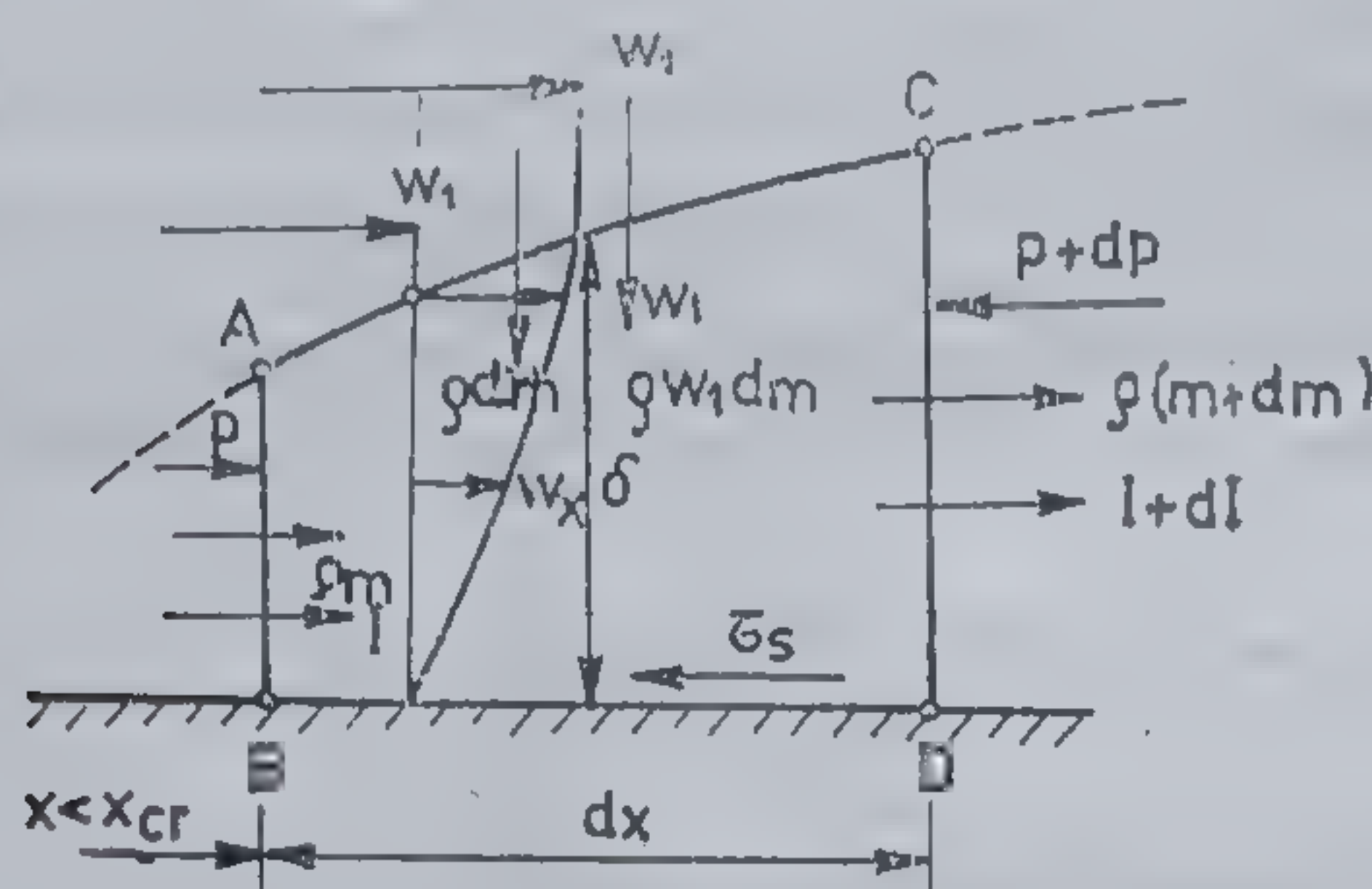


Fig. 4.6. Element de volum din stratul limită dinamic turbulent.

de volum $dV = \delta \cdot dx \cdot 1$ din stratul limită, situat la distanța x de la bordul de atac al suprafeței plane peste care curge un gaz cu o viteză medie în zona netulburată $w_1 < a$. Se notează cu: \dot{m} — debitul volumic ce străbate suprafața AB ; I — cantitatea de mișcare (impulsul pe aceeași suprafață); ρ — densitatea gazului; τ — forța de frecare (tensiunea) între gaz și suprafața BD a peretelui; p — presiunea specifică la perete.

Debitul volumic $d\dot{m}$ ce străbate suprafața AC crește cu dx , ceea ce explică mărimea grosimii δ a stratului limită în perioada de stabilizare ($x \leq x_{cr}$). Viteza w_x în stratul limită crește de la 0 la w_1 dar tinde asimptotic către ea. Se consideră că $w_x = w_1$ cu o aproximație de 1%, ipoteză necesară pentru a se putea defini granița stratului limită.

Variația impulsului în elementul de volum considerat pe distanța dx este

$$(I + dI) - I = dI = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho w_x^2 dy \quad (4.48)$$

iar variația impulsului ca urmare a variației masei este dată de relația

$$w_1 \rho d\dot{m} = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho w_1 w_x dy$$

în care

$$\dot{m} = \int_0^\delta w_x \cdot dy; \quad I = \int_0^\delta \rho \cdot w_x^2 \cdot dy$$

Variația totală a impulsului elementului de volum dV în timpul $d\tau$ va fi

$$d\tau \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho w_x^2 dy - d\tau \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho w_1 w_x dy \quad (4.49)$$

Relația trebuie să fie aproximativ egală cu suma impulsurilor forțelor exterioare de presiune ce acționează pe direcția x date de relația

$$p(\delta + d\delta) - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) (\delta + d\delta) \cong -\delta \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

Proiecțiile lor pe axa y (fețele AC și BD) sînt nule.

Forțele de frecare τ_s ce acționează pe direcția x pe cele 4 fețe ale elementului de volum considerat se reduc la cele ce acționează pe suprafața BD , deoarece cele de pe suprafața AC sînt neglijabile, avînd în vedere ipoteza că $w_x \Big|_{AC} \approx w_1$ deci $\partial w_x / \partial y \Big|_{y=\delta} = 0$, iar proiecțiile celor de pe suprafețele AB și CD sînt nule prin perpendicularitatea lor pe direcția x .

Deci variația cantității de mișcare pe direcția x în timpul $d\tau$ este dată de relația :

$$d\tau \frac{dI}{dx} dx - d\tau \rho w_1 \frac{d\dot{m}}{dx} dx = -\tau_s dx d\tau - \delta \frac{\partial p}{\partial x} dx d\tau$$

care duce la

$$-\tau_s - \delta \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho w_x^2 dy - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho w_1 w_x dy$$

Împărțind relația cu ρw_1^2 și efectuînd integrările se obține

$$\frac{\tau_s}{\rho w_1^2} = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{w_x}{w_1} \right) dy - \frac{\delta}{\rho w_1^2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.50)$$

Relația astfel obținută este ecuația integrală de mișcare a gazului în stratul limită dinamic laminar, valabilă atît pentru zona inițială ($x \leq x_{cr}$) cînd δ variază în funcție de x cît și pentru zona $x > x_{cr}$.

Din această ecuație se obțin, pentru diferite cazuri, relațiile

— pentru $x > x_{cr}$, cînd aportul de masă $d\dot{m} = 0$, se obține

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho w_x^2 dy = -\tau_s - \int_0^{\delta} \frac{dp}{dx} dy \quad (4.51)$$

— în cazul curgerii fluidului prin stratul limită în regim tranzitoriu, relația devine

$$\int_0^{\delta} \rho \frac{\partial w}{\partial \tau} dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho w_x^2 dy - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho w_1 w_x \cdot dy = -\tau_s - \int_0^{\delta} \frac{dp}{dx} dy \quad (4.52)$$

— în cazul curgerii libere, deci cînd forțele de presiune nu generează mișcarea gazului (sînt nule) se înlocuiește termenul dp/dx cu expresia forțelor ascensionale ce generează mișcarea, $\rho \cdot g(1 - \beta \cdot \Delta t)$ obținîndu-se relația

$$\int_0^{\delta} \rho \frac{\partial w}{\partial \tau} dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho w_x^2 dy - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho w_1 w_x \cdot dy = -\tau_s - \int_0^{\delta} \rho g(1 - \beta \cdot \Delta t) dy \quad (4.53)$$

Ecuatia generală conține trei necunoscute și anume τ_s , w_x și δ , deci pentru rezolvarea ei mai sînt necesare încă două ecuații. De obicei se face apel la ecuația de repartiție a vitezei pe direcția y în stratul limită de forma $w_x/w_1 = f(y/\delta)$ și la expresia tensiunii tangențiale $\tau_s = f(\delta)$.

Problema tehnică ce trebuie să fie rezolvată pentru stratul limită dinamic laminar constă în determinarea grosimii δ a lui. Avînd în vedere că w_x tinde către w_1 asimptotic, egalitatea $w_x = w_1$ se va obține la infinit. Ca urmare, teoretic, grosimea stratului limită va avea valoarea δ numai la ∞ , indiferent de valoarea vitezei w_1 .

Pentru a obține o relație practică de calcul a grosimii δ a stratului limită, se introduc două noțiuni fictive și anume „grosimea de deplasare a stratului limită” notată cu δ^* denumit și „deficitul de debit al stratului limită” și „grosimea cantității de mișcare a stratului limită” notat cu δ^{**} denumit și „deficitul de impuls al stratului limită”.

Modelul fizic al grosimii de deplasare δ^* este o grosime de fluid de debit \dot{m} ce ar reprezenta distanța cu care se deplasează liniile de curent față de suprafața solidă (fig. 4.7), în cazul unui curent de gaz de viteză w_1 .

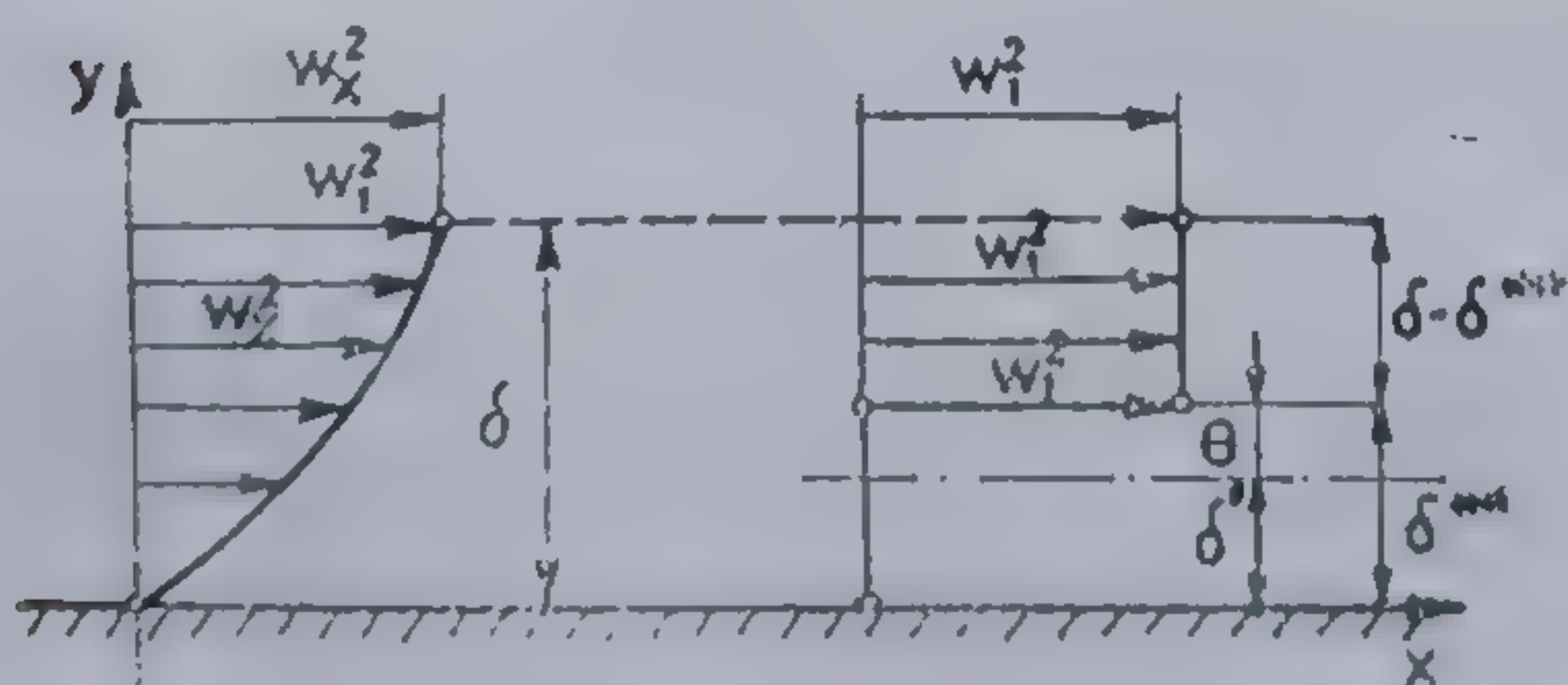


Fig. 4.7. Modelul fizic al „grosimii de deplasare δ^* ”.

Deci $(\delta - \delta^*)l$ reprezintă o secțiune echivalentă prin care ar trece un debit \dot{m} egal cu cel ce trece prin secțiunea oferită de elementul de volum dl și anume: $\delta l \cdot dy$ cu o viteză constantă w_1 . Calculul grosimii de deplasare δ^* se obține din expresia ce exprimă legea conservării debitului \dot{m} și anume

$$\dot{m} = \int_0^\delta w_x dy = w_1(\delta - \delta^*) \quad (4.54)$$

din care se obține expresia lui δ^* sub forma :

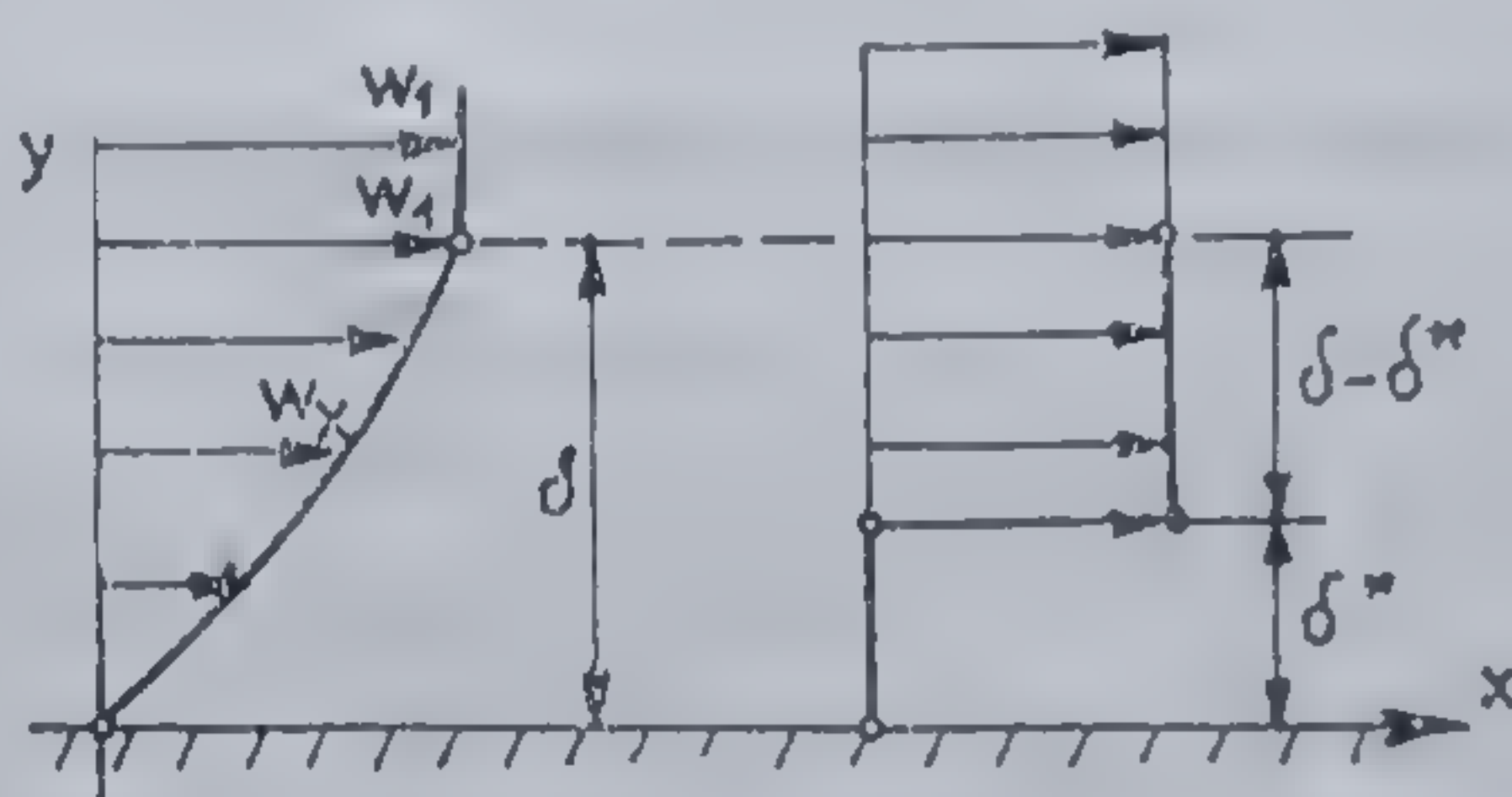
$$\delta^* = \delta - \frac{1}{w_1} \int_0^\delta w_x dy = \int_0^\delta \left(1 - \frac{w_x}{w_1}\right) dy \quad (4.55)$$

Deci cunoscînd sau impunînd legea de variație a vitezei în stratul limită sub forma $w_x/w_1 = f(y/\delta)$, se obține valoarea lui δ^* și implicit grosimea stratului limită δ .

Prin grosimea cantității de mișcare δ^{**} se înțelege grosimea unui strat $(\delta - \delta^{**})l$ echivalentă din punct de vedere al impulsului cu aceea a stratului limită. Ținînd seama de notațiile din figura 4.8, impulsul masei de gaz în stratul limită δ va fi

$$I = \int_0^\delta \rho w_x dy = \rho w_1^2 (\delta - \delta^{**}) \quad (4.56)$$

Fig. 4.8. Modelul fizic al grosimii cantității de mișcare δ^{**}



de unde se obține δ^{**} sau diferența $\theta = \delta^{**} - \delta^*$:

$$\delta^{**} = \int_0^\delta \left(1 - \frac{w_x^2}{w_1^2}\right) dy \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned} \theta = \delta^{**} - \delta^* &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{w_x^2}{w_1^2}\right) dy - \int_0^\delta \left(1 - \frac{w_x}{w_1}\right) dy \\ &= \int_0^\delta \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{w_x}{w_1}\right) dy \end{aligned} \quad (4.58)$$

Pentru determinarea lui δ^* se pleacă de la ecuația ce exprimă variația cantității de mișcare pe direcția x , care pentru unitatea de timp ($d\tau = 1$) devine :

$$\frac{dI}{dx} = \rho w_1 \frac{d\dot{m}}{dx} = -\tau_s - \delta \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.59)$$

Pentru simplificarea calculelor, care nu afectează exactitatea rezultatului final, s-a considerat că pe distanța dx nu au loc schimburi energetice între gazul în curgere și perete și ca urmare se poate considera că $\rho = \text{const.}$

Ținând seama de expresia legii conservării masei și de aceea a impulsului (figura 4.8), ecuația capătă forma

$$\begin{aligned} -\frac{\tau_s}{\rho} - \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{d}{dx} [w_1^2(\delta - \delta^* - \theta)] - w_1 \frac{d}{dx} [w_1(\delta - \delta^*)] = \\ &= w_1 \frac{d}{dx} (\delta - \delta^* - \theta) + 2(\delta - \delta^* - \theta) + \\ &+ 2(\delta - \delta^* - \theta) w_1 \frac{dw_1}{dx} - w_1 \frac{d}{dx} (\delta - \delta^*) - \\ &- (\delta - \delta^*) w_1 \frac{dw_1}{dx} \end{aligned}$$

sau
$$-\frac{\tau_s}{\rho} - \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -w_1 \frac{d\theta}{dx} + (\delta - \delta^* - 2\theta) w_1 \frac{dw_1}{dx}$$

Din ecuația de mișcare, pentru $y \geq \delta$, se obține

$$w_x = w_1; \quad \frac{\partial w_x}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} = 0$$

$$w_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

și ca urmare, ecuația cantității de mișcare capătă forma

$$-\frac{\tau_s}{\rho} = -w_1^2 \frac{d\theta}{dx} - (\delta^* - 2\theta) w_1 \frac{dw_1}{dx}$$

$$\frac{\tau_s}{\rho w_1^2} = \frac{d\theta}{dx} + (2\theta + \delta^*) \frac{1}{w_1} \frac{dw_1}{dx}$$

Presiunea exterioară pe elementul de strat limită considerat fiind constantă, desigur că $\partial p / \partial x = 0$ și $dw_1 / dx = 0$. Ca urmare, relația capătă forma finală

$$\frac{\tau_s}{\rho w_1^2} = \frac{d\theta}{dx} \quad (4.60)$$

Ca exemplu de metodologie de rezolvare a ecuațiilor stratului limită laminar se prezintă mai jos așa-numita soluție Pohlhausen, aplicabilă la determinarea grosimii lui în cazul curgerii unui gaz peste o placă plană. Ipotezele simplificatoare ce stau la baza acestei soluții sînt:

— curgerea are loc în regim laminar și fără variație de presiune în lungul ei, deci $dp/dx = 0$;

— se consideră cunoscută variația tensiunii tangențiale τ_s între gaz și perete, și anume aceea dată de relația

$$\frac{\tau_s}{\rho} = \nu \frac{\partial w_x}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

— se consideră cunoscută legea de variație a vitezei w_x în stratul limită laminar și anume de forma

$$\frac{w_x}{w_1} = f\left(\frac{y}{\delta}\right); \quad \delta = \delta(x)$$

— curgerea în zona liberă (neturburată) a gazului este potențială;
— liniile de curent ale gazului sînt aderente atît la placă, cît și la zona de curgere liberă exprimată prin relațiile:

$$\text{— aderenta la placă } \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = 0$$

— aderenta la zona liberă

$$\frac{\partial w_x}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = 0 \text{ și } \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \Big|_{y=\delta} = 0$$

Ecuațiile ce definesc variația vitezei w_x în stratul limită în funcție de y sînt numeroase, astfel că prezentăm cîteva din cele uzuale:

$$(a) \frac{w_x}{w_1} = \frac{y}{\delta}; \quad (b) \frac{w_x}{w_1} = a_0 + a_1 \frac{y}{\delta} + a_2 \frac{y^2}{\delta^2} + a_3 \frac{y^3}{\delta^3} + \dots$$

$$(c) \frac{w_x}{w_1} = \sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{\delta}; \quad (d) \frac{w_x}{w_1} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta^3}$$

Pohlhausen adoptă ecuația (b), care pentru condițiile la limită capătă formele

$$\left. \begin{aligned} w_x \Big|_{y=0} &= 0; \quad \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = 0 \\ w_x \Big|_{y=\delta} &= w_1; \quad \frac{\partial w_x}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = 0; \quad \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \Big|_{y=\delta} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.61)$$

Pentru cazurile la limită, se obțin valorile constantelor: $a_0 = 0$; $a_1 = 2$; $a_2 = 0$; $a_3 = -2$; $a_4 = 1$. Deci ecuația Polhausen capătă forma

$$\frac{w_x}{w_1} = 2 \frac{y}{\delta} - 2 \frac{y^3}{\delta^3} + \frac{y^4}{\delta^4}; \quad (4.62)$$

notînd cu $\eta = \frac{y}{\delta}$ (pentru $0 < y < \delta$) și ținînd seama că

$$\theta = \int_0^\delta \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{w_x}{w_1}\right) dy; \quad \delta^{**} = \int_0^\delta \left(1 - \frac{w_x^2}{w_1^2}\right) dy$$

se obțin pentru soluția Pohlhausen ecuațiile

$$\frac{\theta}{\delta} = \int_0^\delta \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{w_x}{w_1}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) = \int_0^1 [2\eta - 2\eta^3 + \eta^4] [1 - 2\eta + 2\eta^3 - \eta^4] d\eta = \frac{37}{315} \quad (4.63)$$

$$\frac{\delta^*}{\delta} = \int_0^1 \left(1 - \frac{w_x^2}{w_1^2}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) = \int_0^1 [1 - 2\eta + 2\eta^3 - \eta^4] d\eta = \frac{3}{10} \quad (4.64)$$

Pentru determinarea tensiunii tangențiale τ_s dintre gaz și perete pentru soluția Pohlhausen

$$\frac{\tau_s}{\rho} = \nu \frac{\partial w_x}{\partial y} \Big|_{y=0} = \nu w_1 \frac{2}{\delta} \quad (4.65)$$

iar ecuația cantității de mișcare

$$\frac{\tau_s}{\rho \cdot w_1^2} = \frac{d\theta}{dx}; \quad \frac{2\nu w_1}{w_1^2 \delta} = \frac{\partial(\delta)}{\partial x} \cdot \frac{\theta}{\delta}$$

$$\frac{37}{315} \cdot \frac{\partial(\delta)}{\partial x} = \frac{2\nu}{w_1 \delta} \quad (4.66)$$

Integrînd relația între θ și x se obține expresia grosimii stratului limită δ pentru soluția Pohlhausen:

$$\delta^2 = 34 \frac{\nu x}{w_1}; \quad \delta = 5,83 \sqrt{\frac{\nu x}{w_1}} \quad (4.67)$$

Împărțind această relație cu x , se obține expresia lui δ în funcție de criteriul local, Re_x al curgerii în secțiunea x :

$$\frac{\delta}{x} = 5,73 \sqrt{\frac{\nu}{w_1 x}} = \frac{5,83}{Re_x^{1/2}} = 5,83 \cdot Re_x^{-1/2} \quad (4.68)$$

Introducînd valoarea lui δ în expresia lui 0, se obțin mărimile caracteristice ale stratului limită laminar :

$$\theta = 0,685 \left(\frac{\nu x}{w_1} \right)^{\frac{1}{2}} ; \quad \delta^* = 1,75 \left(\frac{\nu x}{w_1} \right)^{\frac{1}{2}} ; \quad \tau_s = 0,346 \rho w_1^2 Re_x^{-\frac{1}{2}} \quad (4.69)$$

4.10. STRATUL LIMITĂ DINAMIC TRANZITORIU

Liniile de curent ale unui gaz în curgere laminară sînt paralele între ele și paralele cu suprafața în lungul căreia curgerea are loc numai pînă la o anumită valoare a criteriului Reynolds, denumit *criteriul Reynolds critic* (Re_{cr}). La curgeri cu valori $Re > Re_{cr}$ are loc trecerea de la regimul de curgere laminar la cel turbulent, ceea ce se materializează prin schimbarea legii de variație a vitezei de curgere în funcție de y . Valoarea lui Re_{cr} depinde de intensitatea perturbațiilor ce acționează asupra curgerii.

Trecerea de la regimul de curgere laminar la cel turbulent se datorește, din punct de vedere fizic, instabilității curgerii laminare. Pierderea stabilității curgerii laminare se datorește influenței perturbațiilor asupra cîmpului de viteză și de presiune din curent. Dacă aceste perturbații se amortizează în timp, curentul se stabilizează devenind din nou laminar iar dacă, din contră, ele se amplifică, turbulența va crește. Trecerea de la regimul laminar la cel turbulent nu are loc instantaneu, ci într-o perioadă oarecare de timp, ceea ce corespunde unei plaje de valori ale lui Re_{cr} și anume $Re_{cr_{min}} \leq Re_{cr} \leq Re_{cr_{max}}$.

Cum valoarea criteriului Reynolds, pentru o curgere izotermă crește cu distanța (pentru o placă plană $Re = wx/\nu$) înseamnă că o curgere laminară devine teoretic, la o distanță oarecare, tranzitorie și apoi turbulentă. Dacă se ține seama că în termogazodinamică curgerea gazelor este însoțită și de schimb de căldură cu pereții canalului, ceea ce va avea ca efect modificarea lui w și ν , înseamnă că va exista întotdeauna posibilitatea trecerii într-un sens sau altu al caracterului curgerii, anume laminar în turbulent sau invers.

Ținînd seamă că viscozitatea unui gaz este funcție de temperatură, există următoarele posibilități :

(1) În cazul unui aport de căldură de la pereți la gaz ($\Delta \nu > 0 ; \Delta x > 0$) pot apare următoarele posibilități în funcție de intensitatea fluxului termic primit de gaz :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x}{\Delta \nu} &> 0 ; Re_x \text{ crește} ; \frac{\Delta \delta}{\Delta x} > 0 \\ \frac{\Delta x}{\Delta \nu} &= 0 ; Re_x = \text{Const.} ; \frac{\Delta \delta}{\Delta x} = 0 \\ \frac{\Delta x}{\Delta \nu} &< 0 ; Re_x \text{ scade} ; \frac{\Delta \delta}{\Delta x} < 0 \end{aligned}$$

(2) la cedare de căldură de la gaz la pereți ($\Delta v < 0$; $\Delta x > 0$) pot apare următoarele posibilități :

$$\frac{\Delta x}{\Delta v} \gg 0; Re_x \text{ crește rapid}; \frac{\Delta \delta}{\Delta x} \gg 0$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta v} > 0; Re_x \text{ crește lent}; \frac{\Delta \delta}{\Delta x} > 0$$

(3) în cazul unei curgeri adiabate ($\Delta v = 0$; $\Delta x > 0$)

$$\frac{\Delta x}{\Delta v} > 0; Re_x \text{ crește}; \frac{\Delta \delta}{\Delta x} > 0$$

În figura 4.9 se prezintă variația criteriului Reynolds local la curgere-rea unui gaz perfect în trei ipoteze și anume : fig. 4.9 a cazul unei curgeri

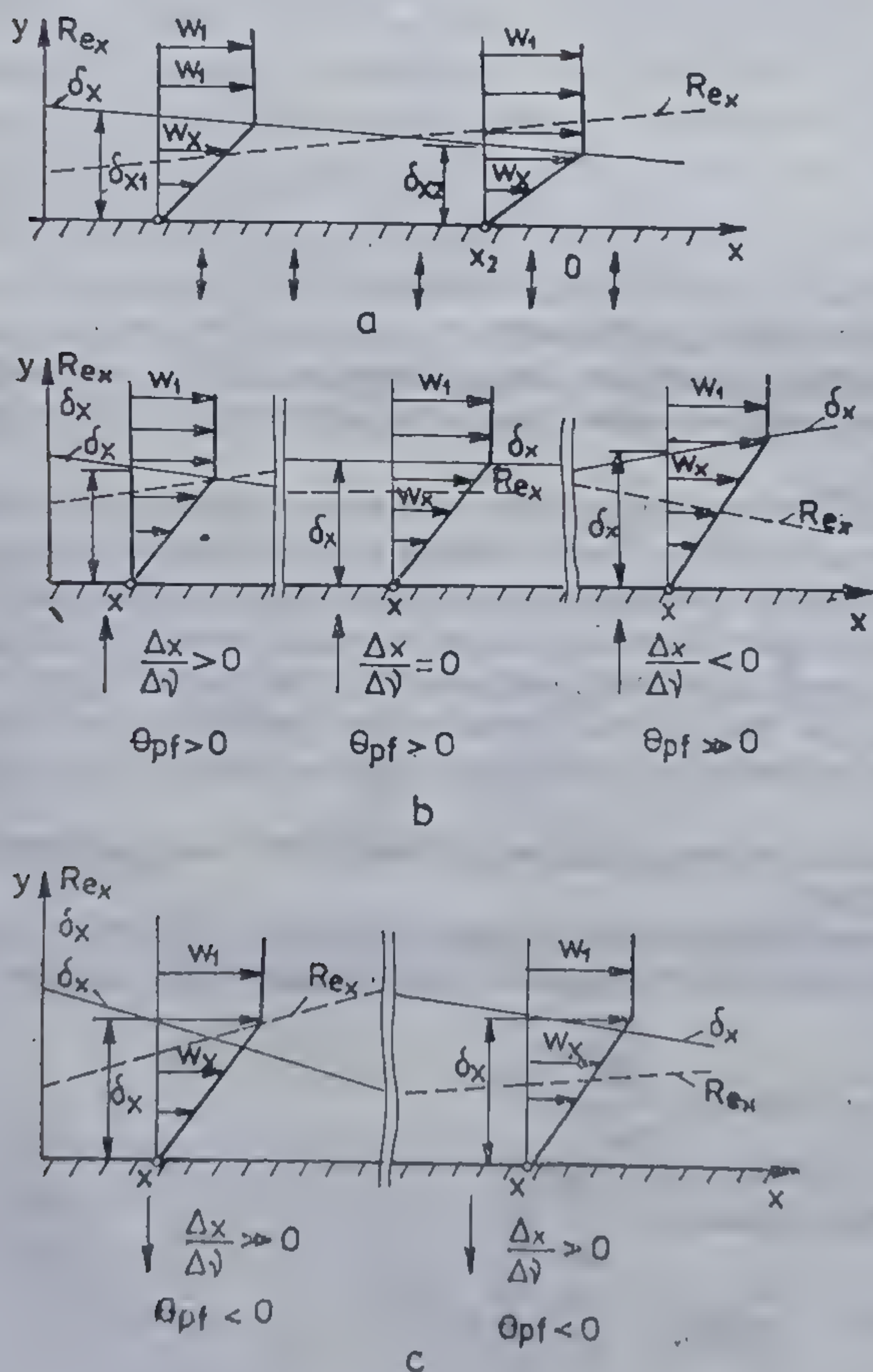


Fig. 4.9. Variația criteriului Re_x în lungul curgerii :
a — curgere adiabată ; b — curgere cu aport de căldură ; c — curgere cu cedare de căldură.

adiabate; fig. 4.9b cazul unei curgeri în care gazul este încălzit în timpul curgerii; fig. 4.9 c-cazul curgerii cu cedare de căldură la pereți.

Pentru toate cele trei cazuri s-a neglijat lucrul mecanic de frecare a gazului de pereți

Din cele prezentate mai sus și din figura 4.9 se constată că numai în cazul cînd în timpul curgerii gazul primește căldură de la pereți există posibilitatea de a se stabiliza un anumit regim de curgere și anume în cazul cînd $\Delta x / \Delta y = 0$. În celelalte cazuri, regimul laminar va trece în regim turbulent, prin regimul tranzitoriu sau invers.

Se introduce, prin analogie cu criteriul Reynolds, noțiunea de „criteriul Reynolds al grosimii δ^* ” notat cu Re_{δ^*} dat de relația $Re_{\delta^*} = w_1 \cdot \delta^* / \nu$ care se poate exprima în funcție de Re_x prin ecuația

$$\frac{Re_{\delta^*}}{Re_x} = \frac{\delta^*}{x}$$

Ținînd seama de expresia lui δ^* relația se poate scrie sub forma :

$$Re_{\delta^*} = Re_x 1,75 \left(\frac{\nu}{w_1 x} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{x}$$

$$Re_{\delta^*} = 1,75 \frac{Re_x^{-1/2}}{x} \quad (4.70)$$

Ecuația Navier-Stokes aplicate curgerii unidirecționale a unui gaz a cărei viteză de curgere în zona liberă, notată cu w_1 , și care variază în lungul curgerii, deci pe direcția x , are forma

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \quad (4.71)$$

Pentru zona liberă ($y \geq \delta$) sînt îndeplinite condițiile :

$$w_x = w_1; \quad \left. \frac{\partial w_x}{\partial y} \right|_{y=\delta} = 0 \text{ și } \left. \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right|_{y=\delta} = 0$$

Ca urmare ecuația Navier-Stokes de mai sus (pentru zona liberă) capătă forma

$$w_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.72)$$

care prin integrare devine :

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} = \text{const.} \quad (4.73)$$

Expresia obținută este chiar ecuația Bernoulli, ceea ce arată că în exteriorul stratului limită, presiunea statică în gazul de curgere este depen-

dentă numai de viteza de curgere. Deci presiunea statică a gazului se transmite la peretele canalului traversînd stratul limită dinamic.

La $y = 0$ (la perete) $w_x = 0$ și $w_y = 0$. Ca urmare, ecuația curgerii unidirectionale devine

$$\left| \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{y=0}$$

Curgerea unui gaz peste un perete plan poate avea loc în două situații și anume :

a) curgerea are loc fără variație de presiune;

b) curgerea are loc cu variație de presiune.

Pentru cazul (a) deci cînd $\partial p / \partial x = 0$, ecuația capătă forma

$$\left. \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial w_x}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

Ca urmare, tangenta la curba $w_x = w_x(y)$ devine verticală pentru $y \geq \delta$, iar profilul de variație a vitezei în stratul limită este convex, așa cum este prezentat în figura 4.10.

Pentru cazul (b) cînd $\partial p / \partial x \geq 0$, ecuația devine

$$\left. \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right|_{y=0} \geq 0$$

Deci curba de variație a vitezei pentru cazul (b) prezintă un punct de inflexiune (linia punctată), în prima parte fiind concavă, apoi devenind convexă pe măsură ce $y \rightarrow \delta$. Ca urmare, apare o deformare a profilului de

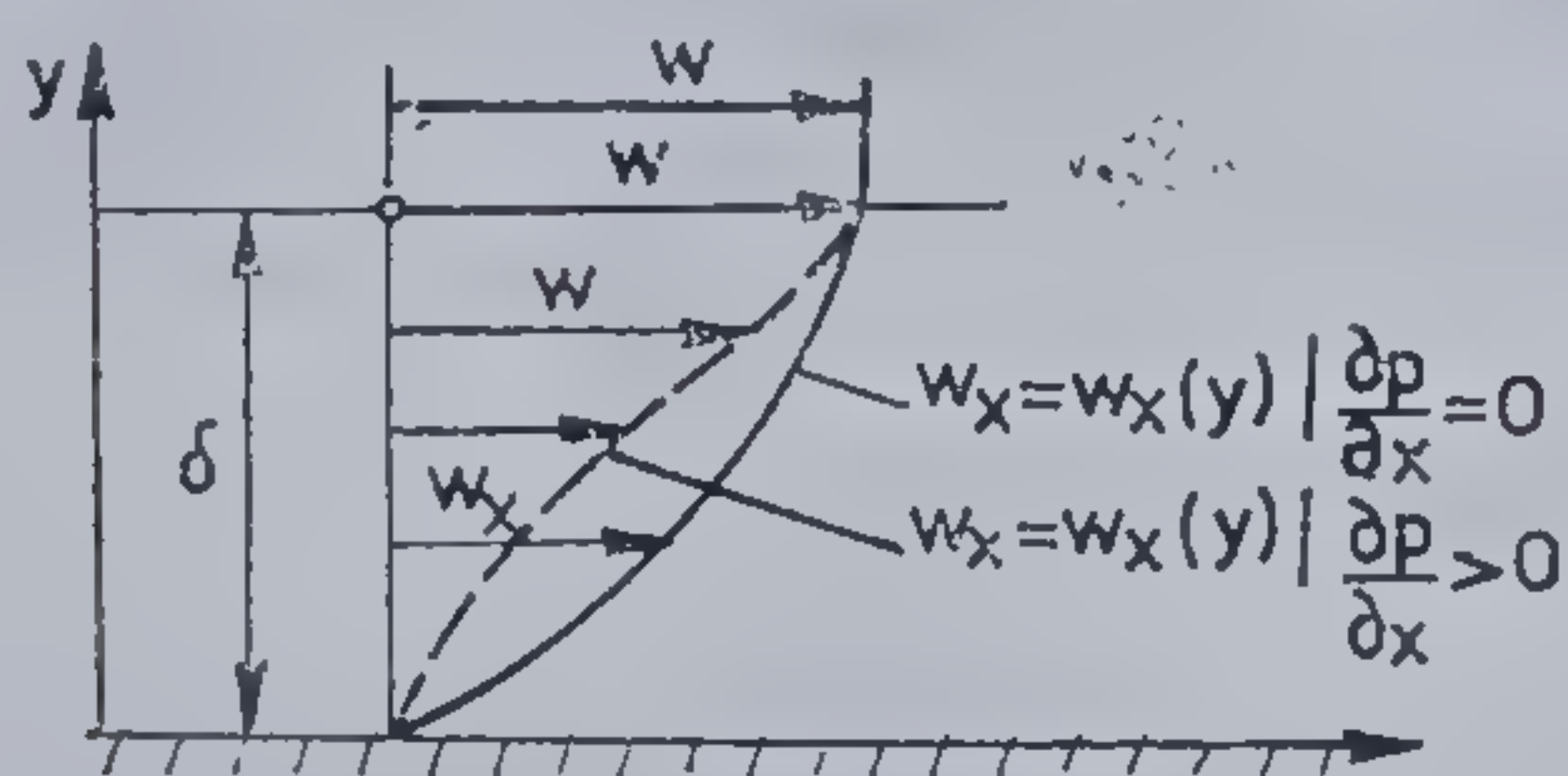


Fig. 4.10. Variația vitezei în stratul limită : — curgere fără variație de presiune ; - - - curgere cu variație de presiune.

viteză, iar viteza w_1 la limită devine $w_x \Big|_{y=0} = 0$. Deci lângă perete viteza

de curgere fiind egală cu zero înseamnă că lângă el se va forma un strat de fluid imobil denumit „apă moartă” și a cărei grosime va depinde de mărimea gradientului de presiune al curgerii în lungul plăcii.

Consecința fizică a acestei situații va fi apariția unei instabilități a stratului limită ce va duce la desprinderea curentului de gaz de pe suprafața de contact, în zona concavă viteza de curgere putînd deveni chiar de sens contrar direcției medii de curgere, așa cum se arată în figura 4.11. Această instabilitate, ce are drept consecință o desprindere a curentului, apare la valori ale lui Re_{δ^*} mici, de exemplu pentru o placă plană la $Re_{\delta^*} = 420$. Caracterul de instabilitate al stratului limită,

în cazul unei curgeri cu gradient de presiune longitudinal, a fost pus în evidență experimental. S-a constatat că această instabilitate are un caracter periodic, desprinderea liniilor de curent de pe suprafața de curgere avînd chiar o anumită frecvență, a cărei valoare depinde însă de criteriul Re_{δ^*} .

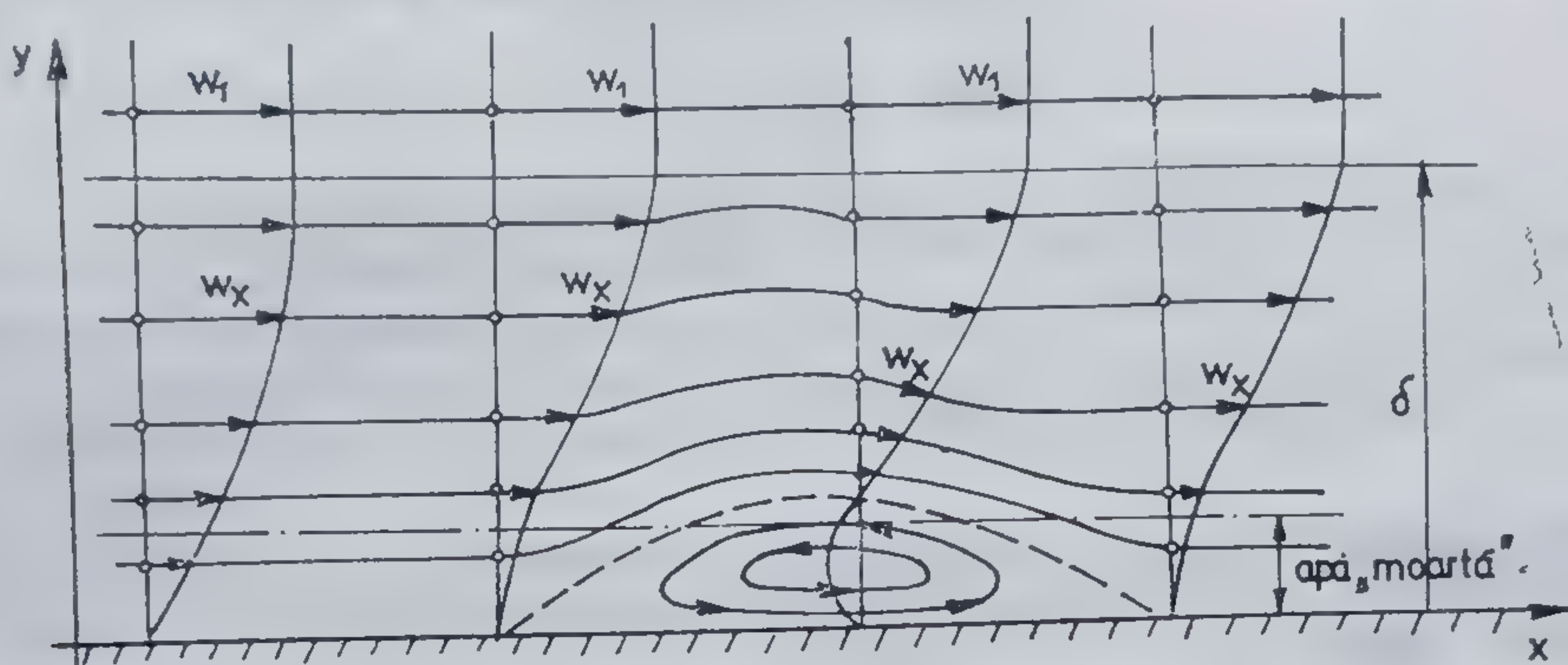


Fig. 4.11. Instabilitatea curgerii în stratul limită.

În cazul unei curgeri cu gradient de presiune negativ, cercetările experimentale au arătat că nu apar fenomene de instabilitate, deci de desprindere a stratului limită. Ca exemplu, în cazul curgerii gazului printr-un ajutor la care $dp/dx < 0$, instabilitatea nu apare, deci forma secțiunii canalului nu joacă nici un rol, în opoziție cu curgerea printr-un difuzor, unde $dp/dx > 0$ și unde s-a constatat apariția ei, deci dependența procesului gazodinamic de forma secțiunii canalului de curgere.

În cazul curgerii unui gaz în jurul unui corp oarecare, poziția zonei în care presiunea statică are valoarea minimă joacă un rol hotărîtor în determinarea secțiunii de unde începe desprinderea stratului limită de pe suprafață.

În zona unde presiunea statică are pe un profil oarecare valoarea minimă, în acel loc va apare desprinderea curentului și ca urmare perturbarea regimului de curgere.

O altă metodă de a împiedica desprinderea curentului de gaz de un profil constă în practicarea unei fante pentru absorbția unei cantități mici de gaz. Ca urmare, presiunea pe suprafața profilului în secțiunea fantei devine negativă și liniile de curent ce ar fi avut tendința de desprindere se lipsesc de profil.

4.11. STRATUL LIMITĂ DINAMIC TURBULENT LA CURGERE CU VITEZĂ MICĂ ($M < 0,5$)

În cazul curgerii turbulente, în curentul de gaz apar atît deplasări ale particulelor de gaz pe direcția perpendiculară celei de curgere, cît și mișcări pulsatorii. Se notează cu \bar{w} viteza medie de deplasare, cu compo-

nentele \bar{w}_x , \bar{w}_y și w_z și cu Δw componenta vitezelor Δw_x , Δw_y și Δw_z a mișcării de pulsație, denumită și fluctuație.

La suprafața de contact cu peretele, componentele mișcării pulsatorii ale particulelor de gaz sînt egale cu zero, iar tensiunile datorate turbulenței au valori foarte mici. Ca urmare mișcarea gazului într-un plan apropiat de perete are loc în regim laminar. Deci chiar dacă în stratul

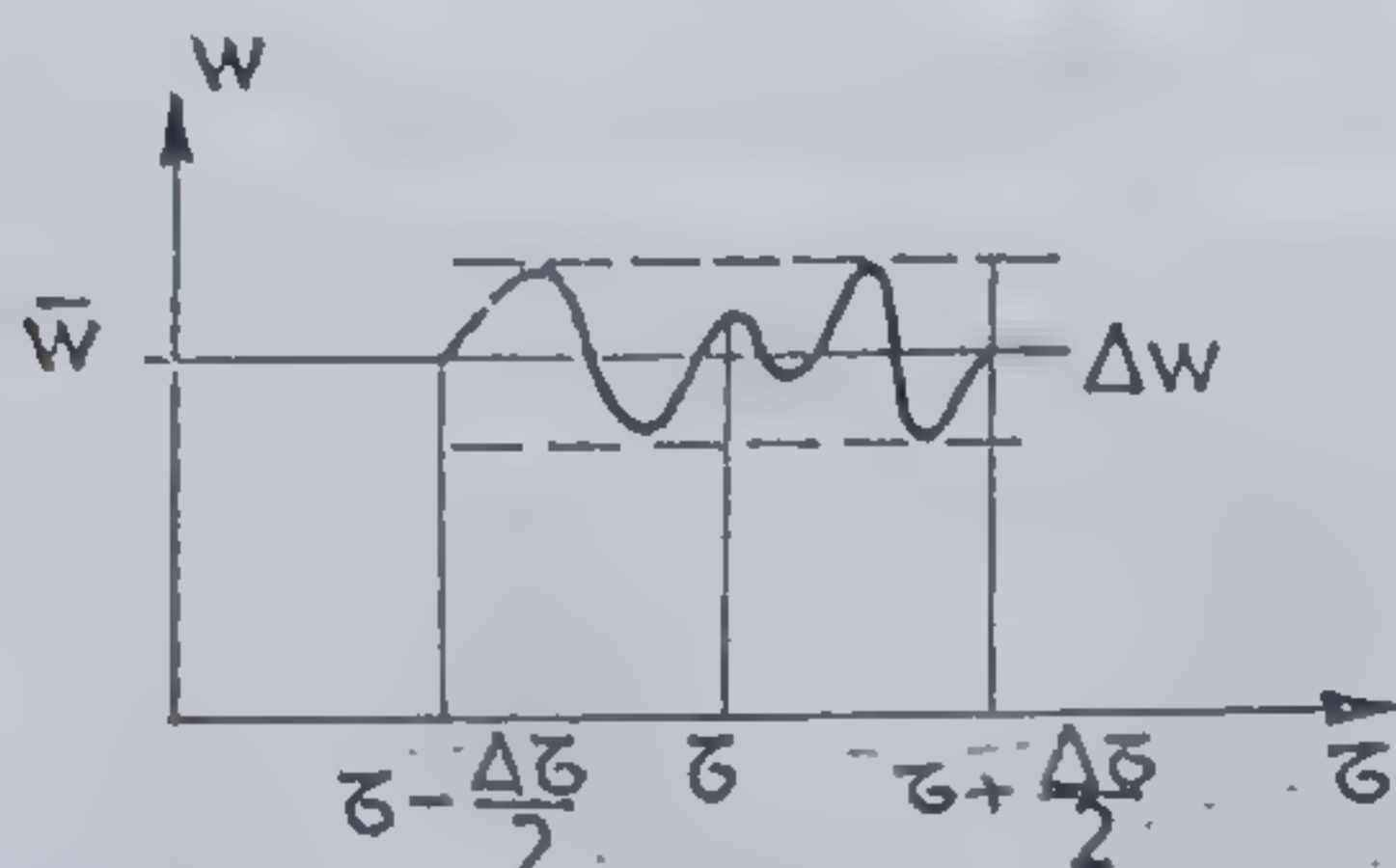


Fig. 4.12. Mărimile caracteristice ale mișcării pulsatorii a unui curent de gaz.

limită regimul de curgere este turbulent va exista întotdeauna și un substrat limită laminar de grosime mică, în zona de lângă perete, așa cum s-a arătat în figura 4.5.

Ecuatiile de mișcare a gazului în stratul limită turbulent vor trebui să fie exprimate în funcție de viteza și presiunea medie din curent, medierea fiind făcută pe intervale scurte de timp și notate cu $\Delta\tau$. Această condiție este necesară pentru ca relațiile să poată prinde și fluctuațiile particulelor. Ținînd seama de notațiile mărimilor caracteristice ale mișcărilor pulsatorii prezentate în figura 4.12, componenta medie a vitezei pe o direcție oarecare va fi:

$$\bar{w}_x = \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau-\frac{\Delta\tau}{2}}^{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}} w_{xi} \cdot d\tau \left[\frac{m}{s} \right] \quad (4.74)$$

în care w_{xi} este viteza instantanee dată de expresia

$$w_{xi} = \bar{w}_x + \Delta\bar{w}_x \left[\frac{m}{s} \right] \quad (4.75)$$

În mod identic se determină componentele w_y și w_z .

Presiunea va fi de asemenea valoarea medie pe același interval de timp, dată de relația

$$\bar{p} = \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau-\frac{\Delta\tau}{2}}^{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}} p_i \cdot d\tau; \quad p_i = p + \Delta p \quad (4.76)$$

Rezolvarea problemelor ridicate de stratul limită turbulent în care au loc și fenomene pulsatorii se face prin metode statistice. Este necesar,

în primul rînd, a se admite prin ipoteză existența unei corelații între componentele pulsației Δw_x , Δw_y , Δw_z .

Se notează cu R funcția de corelație între componentele Δw_x și Δw_y , dată de relația :

$$R = \frac{\overline{\Delta w_x \cdot \Delta w_y}}{\sqrt{\overline{(\Delta w_x^2)}} \cdot \sqrt{\overline{(\Delta w_y^2)}}} \quad (4.77)$$

Valorile limită ale funcției R sînt $R = 0$ cînd între Δw_x și Δw_y nu există nici o legătură și ca urmare $\overline{\Delta w_x \cdot \Delta w_y} = 0$ și $R = 1$ cînd există o corelație totală între cele două componente și anume $\overline{\Delta w_x \Delta w_y} = \overline{\Delta w_x^2} = \overline{\Delta w_y^2}$.

Corelația de timp R_τ este aceea ce există între pulsația în momentul τ notată cu Δw_{x_τ} și pulsația după timpul $\Delta \tau$ și anume $\Delta w_{x_{\tau+\Delta \tau}}$, dată de relația

$$R_\tau = \frac{\overline{\Delta w_{x_\tau} \cdot \Delta w_{x_{\tau+\Delta \tau}}}}{\overline{\Delta w_{x_\tau}^2}} \quad (4.78)$$

Prin coerealația R_y dată de expresia următoare se înțelege aceea ce există între Δw_x (pulsația la abscisa x) și Δw_{xy} (pulsația la abscisa x și ordonata y) deci în alt punct al planului xy :

$$R_y = \frac{\overline{\Delta w_x \cdot \Delta w_{xy}}}{\overline{\Delta w_x^2}} \quad (4.79)$$

Fenomenele ce au loc în stratul limită turbulent nu pot fi rezolvate în totalitate pe baza teoriei statistice, din care cauză se face apel fie la metodele bazate pe teoria lungimii de amestec, a analogiilor Reynolds sau Taylor-Prandtl, fie la ecuațiile de mișcare a gazului, presupunînd cunoscut profilul de viteză în zona turbulentă a stratului limită. Valorile instantanee ale componentelor vitezei de curgere pentru regimul turbulent sînt :

$$w_x = \bar{w}_x + \Delta w_x; \quad w_y = \bar{w}_y + \Delta w_y; \quad w_z = \bar{w}_z + \Delta w_z$$

Ecuația Navier-Stokes și a continuității (înmulțită cu $\rho \cdot w_x$) pentru regimul permanent stabilizat și direcția x este

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + \rho w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} = \\ = \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \end{aligned} \quad (4.80)$$

$$\left| \rho \cdot w_x \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) \right|_{\rho = \text{Const.}} \quad (4.81)$$

Prin adunare membru cu membru a relațiilor de mai sus se obțin relațiile :

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho \frac{\partial (w_x^2)}{\partial x} + \rho \frac{\partial (w_x w_y)}{\partial y} + \rho \frac{\partial (w_x w_z)}{\partial z} &= \\
 &= \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \\
 \rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x} (p_{xx} - \rho w_x^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau - \rho w_x w_y) + \\
 &+ \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx} - \rho w_x \cdot w_z) \quad (4.82)
 \end{aligned}$$

Ținînd seama de pulsații, relația capătă forma

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial}{\partial \tau} (\bar{w}_x + \Delta w_x) &= \frac{\partial}{\partial x} (p_{xx} - \rho \bar{w}_x^2 - \rho \cdot \Delta w_x^2 - 2\rho \bar{w}_x \cdot \Delta w_x) + \\
 &+ \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx} - \rho \bar{w}_x \bar{w}_y - \rho \cdot \Delta w_x \Delta w_y - \rho \bar{w}_x \Delta w_y - \rho \Delta w_x \cdot \bar{w}_y) + \\
 &+ \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx} - \rho \bar{w}_x \cdot w_z - \rho \Delta w_x \Delta w_z - \rho \bar{w}_x \Delta w_z - \rho \Delta w_x \bar{w}_z). \quad (4.83)
 \end{aligned}$$

Deoarece termenii acestei relații reprezintă valorile medii ale mărimilor respective în intervalul de timp $\Delta \tau$, pulsațiile medii vor deveni egale cu zero ($\overline{\Delta w_x} = 0$; $\overline{\Delta w_y} = 0$ etc.) și ca urmare relația se simplifică căpătînd forma :

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x} (p_{xx} - \rho \bar{w}_x^2 - \rho \overline{\Delta w_x^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx} - \rho \bar{w}_x \bar{w}_y - \\
 &- \rho \overline{\Delta w_x \Delta w_y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx} - \rho \cdot \bar{w}_x \bar{w}_z - \rho \overline{\Delta w_x \Delta w_z}) \quad (4.84)
 \end{aligned}$$

Dacă se înlocuiesc componentele instantanee ale vitezei prin valorile lor medii, iar forțele și tensiunile p_{xx} , τ_{yx} , τ_{zx} cu expresiile date mai jos, se constată că ecuațiile Navier-Stokes ale curgerii în regim laminar se pot aplica și în cazul unei curgeri în regim turbulent :

$$\begin{aligned}
 p_{xx} &\rightarrow (p_{xx} - \rho \overline{\Delta w_x^2}); \quad \tau_{yx} \rightarrow (\tau_{yx} - \rho \cdot \overline{\Delta w_x \Delta w_y}) \\
 \tau_{zx} &\rightarrow (\tau_{zx} - \rho \overline{\Delta w_x \Delta w_z})
 \end{aligned}$$

în care : $-\rho \overline{\Delta w_z^2}$; $-\rho \overline{\Delta w_x \Delta w_y}$ și $-\rho \overline{\Delta w_x \Delta w_z}$ sînt componentele forțelor Reynolds (transferul cantității de mișcare datorită turbulenței, iar p_{zx} ; τ_{xz} și τ_{zx} reprezintă transferul cantității de mișcare la nivel molecular.

Ecuația continuității se scrie pentru regimul turbulent sub aceeași formă ca pentru cel laminar, cu condiția ca în locul vitezelor instantanee să se introducă componentele vitezelor medii în funcție de valorile medii ale pulsațiilor în intervalul de timp $\Delta \tau$. În aceste condiții ecuația continuității capătă forma

$$\left| \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right|_{\Delta w_x = \Delta w_y = \Delta w_z} = 0$$

Ecuația cantității de mișcare a stratului limită turbulent are aceeași formă ca în cazul stratului limită laminar, cu diferența că tensiunea superficială la perete τ_s și legea de distribuție a vitezelor în substratul laminar și stratul turbulent vor fi date de alte expresii. Rezolvarea ecuațiilor se face folosind aceeași metodă ca la stratul limită dinamic laminar.

Se dă un exemplu de metodă de rezolvare a ecuațiilor. Se consideră :

a) este cunoscută legea de distribuție a vitezei în zona turbulentă a stratului limită turbulent și tensiunea superficială τ_s pentru curgerea printr-o conductă circulară dată de expresia

$$\frac{w_x}{w_1} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} ; \tau_s = 0,0395 \rho \bar{w}^2 \text{Re}^{-1/4}$$

b) este cunoscută legea de distribuție a vitezei în zona laminară a stratului limită turbulent și tensiunea superficială τ_s dată de expresiile :

$$\frac{w_x}{w_{\text{lam}}} = \frac{y}{\delta_{\text{lam}}} ; \tau_s = \mu \frac{w_{\text{lam}}}{\tau_{\text{lam}}}$$

În aceste condiții, integrarea ecuațiilor de curgere, continuității, etc. pentru stratul limită turbulent se poate face, dacă se admit ipoteze simplificatoare, sau cu soluția Pohlhausen. Rezolvarea problemei cu soluția Pohlhausen presupune un gradient de presiune nul în direcția de curgere ($dp/dx = 0$), dar rezultatele sînt valabile (cu o eroare acceptabilă) și în cazul unei curgeri cu gradient de presiune ($dp/dx \geq 0$) însă pentru valori ale criteriului Reynolds mai mici de $6 \cdot 10^6$.

Ca exemplu de rezolvare se acceptă soluția Pohlhausen care admite prin ipoteză

$$\frac{\tau_s}{\rho \cdot w_1^2} = \frac{d\theta}{dx} ; \frac{w_x}{w_1} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7}$$

Atunci

$$\tau_s = 0,0233 \rho w_1^2 \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{-1/4}$$

În aceste condiții, folosind relațiile găsite la stratul limită dinamic laminar, se obține :

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{w_x}{w_1} \right) dy = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{7}} dy = \frac{\delta}{8}$$

de unde se obține θ :

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{w_x}{w_1} \right) dy = \int_0^{\delta} \left[\frac{w_x}{w_1} - \left(\frac{w_x}{w_1} \right)^2 \right] dy$$

$$\theta = \int_0^{\delta} \left[\left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{7}} - \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{2}{7}} \right] dy = \frac{7}{12} \delta$$

Integrînd de la 0 la x , se obține grosimea stratului limită turbulent :

$$\frac{\tau_s}{\rho w_1^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{7}{12} \frac{d\delta}{dx}; \quad 0,0233 \left(\frac{w_1 \cdot \delta}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}} = \frac{\tau_s}{\rho \cdot w_1^2} = \frac{7}{12} \frac{d\delta}{dx}$$

Deci :

$$\frac{d\delta}{dx} = 0,239 \left(\frac{\nu}{w_1 \delta} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\int_0^{\delta} \delta^{\frac{1}{4}} d\delta = \int_0^x 0,239 \left(\frac{\nu}{w_1} \right)^{\frac{1}{4}} dx$$

$$\delta^{\frac{5}{4}} = 0,239 \left(\frac{\nu}{w_1} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot x$$

$$\frac{\delta}{x} = 0,379 \left(\frac{\nu}{w_1 x} \right)^{\frac{4}{5}} = 0,379 \cdot \text{Re}_x^{-\frac{4}{5}}$$

Grosimea substratului limită laminar pentru un regim turbulent, notată cu δ_L și prezentat în figura 4.5, se determină admițînd că relațiile folosite mai sus pentru substratul turbulent, referitoare la variația lui w_x și a lui τ_s , sînt valabile și pentru el. Astfel, notînd cu w_L viteza de curgere a gazului în substratul laminar, se obține :

$$\text{— pentru } 0 < y \leq \delta_L \quad \frac{w_x}{w_L} = \frac{y}{\delta_L}; \quad \tau = \frac{w_L}{\delta_L}$$

$$- \text{ pentru } \delta_L < y < \delta: \frac{w_x}{w_1} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{7}}; \tau_s = 0,0233 \rho w_1^2 \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}}$$

$$- \text{ pentru } y = \delta_L: w_x = w_L; \frac{w_L}{w_1} = \left(\frac{\delta_L}{\delta} \right)^{\frac{1}{4}};$$

$$\mu \frac{w_L}{\delta_L} = 0,0233 \cdot \rho w_1^2 \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}}$$

Deci:

$$\frac{w_L}{w_1} = 0,0233 \frac{\delta_L}{\delta} \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{\frac{3}{4}} = 0,0233 \left(\frac{w_L}{w_1} \right)^{\frac{1}{7}} \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{\frac{3}{4}}$$

$$\left(\frac{w_L}{w_1} \right)^{\frac{1}{7}} = 0,0233 \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{\frac{3}{4}}; \frac{w_L}{w_1} = 1,87 \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{-\frac{1}{8}}$$

$$\frac{\delta_L}{\delta} = \left(\frac{w_L}{w_1} \right)^7 = 1,80 \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{-\frac{7}{8}}$$

și:

$$\sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}} = 0,152 \cdot w_1 \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{-\frac{1}{8}}$$

$$\frac{\delta_L}{\delta} \left(\frac{\tau_s}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} = 80 \times 0,152 \cdot w_1 \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{-\frac{1}{8}}$$

$$\delta_L \left(\frac{\tau_s}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} = 12 w_1 \delta \left(\frac{w_1 \delta}{\nu} \right)^{-1}$$

$$\delta_L = \frac{12 \cdot \nu}{\left(\frac{\tau_s}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

4.12. STRATUL LIMITĂ DINAMIC TURBULENT LA CURGERE SUBSONICĂ CU VITEZĂ MARE ($1 > M > 0,5$)

În cazul curgerii gazelor cu viteze ce corespund unei cifre Mach $> 0,5$, odată cu micșorarea vitezei de curgere în stratul limită, datorită fenomenului de frînare a curentului, apar modificări esențiale ale mărimilor termofizice ale gazului de care nu s-a ținut seama până acum.

De exemplu, expresia tensiunii superficiale τ , dată de Newton $\tau_s = \mu(\partial w / \partial y)$ arată că ea este o funcție de viscozitate și în ultimă analiză de temperatură. Cum temperatura momentană a unui gaz depinde de viteza de curgere, valoarea lui τ în stratul limită va fi variabilă.

Expresia viscozității dinamice a unui gaz este

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{5}} \frac{T_0 + C}{T + C} \quad (4.85)$$

în care constanta C depinde și ea de temperatură. De exemplu, pentru aer, între temperaturile de 293 și 393 K valoarea constantei este $C = 0,75$, iar între 573 și 673 K ea este $C = 0,65$.

Deci influența frînării gazului în stratul limită dinamic este mult simțită de parametrii termofizici ai lui.

Caracteristica vitezelor mari de curgere este atît criteriul Mach, cît și cele două expresii complementare ale lui și anume M_{cr} și M_{max} . Ca urmare și mărimile caracteristice ale stratului limită, în cazul curgerilor cu viteză mare, trebuie să fie explicitate în funcție de aceste criterii.

Ecuția impulsului pentru stratul limită dinamic turbulent este

$$\tau_s + \delta \frac{dp}{dx} = - \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho_x w_x dy + w_1 \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho_x w_x dy \quad (4.86)$$

$$\text{iar ecuația lui Bernoulli } \frac{dp}{dx} = - \rho_1 w_1 \frac{dw_1}{dx} \quad (4.87)$$

Introducînd expresia Bernoulli în aceea a impulsului, ea capătă forma

$$w_1 \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho_x w_x dy = \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho_x w_1 w_x dy - \frac{dw_1}{dx} \int_0^\delta \rho_x \cdot w_x \cdot dx,$$

care se poate aranja convenabil, devenind

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho_x \cdot w_x (w_1 - w_x) dy + \frac{dw_1}{dx} \int_0^\delta (\rho_1 w_1 - \rho_x w_x) dy = \tau_s \quad (4.88)$$

în care ρ_1 este densitatea medie a gazului în zona liberă a curentului, iar ρ_x densitatea în stratul limită turbulent. Se consideră, pentru simplificare, variația densității dată de aceeași lege cu variația temperaturii în stratul limită termic.

Ținând seama de expresiile lui δ^* și 0 date în relațiile de mai sus și anume

$$\delta^* = \int_0^y \left(1 - \frac{\rho_x \cdot w_x}{\rho_1 \cdot w_1} \right) dy \text{ și } 0 = \int_0^y \frac{\rho_x w_x}{\rho_1 w_1} \left(1 - \frac{w_x}{w_1} \right) dy$$

se obține forma generală a ecuației impulsului :

$$\frac{d}{dx} (0 \rho_1 w_1^2) + \delta^* \rho_1 w_1 \frac{dw_1}{dx} = \tau_s$$

$$\frac{d0}{dx} + (\delta^* + 20) + \frac{1}{w_1} \frac{dw_1}{dx} + \frac{0}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dx} = \frac{\tau_s}{\rho_1 w_1^2}$$

Ținând seama de expresia criteriului Mach maxim

$$M_{\max} = \frac{w_1}{w_{\max}} = \frac{w_1}{\sqrt{k R T_0}}$$

în care T_0 este temperatura frînată a curentului de gaz, iar ρ_1 are expresia

$$\rho_1 = \rho_0 (1 - M_{\max}^2)^{\frac{1}{k-1}}$$

relația impulsului, scrisă în funcție de criteriul Mach maxim, capătă forma

$$\frac{d0}{dx} + \left[\delta^* + 20 \left(1 - \frac{1}{k-1} \frac{M_{\max}^2}{1 - M_{\max}^2} \right) \right] \frac{1}{M_{\max}} \frac{dM}{dx} = \frac{\tau_s}{\rho_1 w_1} \quad (4.89)$$

care se poate exprima și în funcție de criteriul Mach, știind că :

$$M_{\max} = \frac{M}{\sqrt{\frac{2}{k-1} + M^2}}$$

În cazul curgerilor supersonice sau transonice cu $M \geq 1$, în stratul limită dinamic va apare unda de șoc. În stratul limită și în unda de șoc au loc interacțiuni reciproce care duc la modificarea formei și poziției acestuia.

După cum s-a arătat, în cazul cînd curgerea unui gaz peste o suprafață are loc cu gradient de presiune axial pozitiv ($dp/dx > 0$) apare un

fenomen de instabilitate a stratului limită ce aduce după sine o desprindere a lui de perete. În frontul unei unde de șoc apare un gradient important de presiune, care se transmite în curentul subsonic de gaz din stratul limită.

Ca urmare δ (respectiv δ^* și θ) crește brusc în regiunea saltului de compresie, care are ca efect fizic o deviere a liniilor de curent din zona liberă a curgerii, precum și o desprindere a stratului limită dinamic de pe perete. Cercetările experimentale au arătat că pentru curgeri supersonice dar cu valori mici ale cifrei Mach, de exemplu pentru $M = 1,1$ grosimea stratului δ^* devine în frontul unei unde de șoc de 5 ori mai mare decît cel ce ar apare în absența unei unde de șoc.

4.13. STRATUL LIMITĂ DINAMIC LA CURGEREA GAZELOR PRIN CONDUCTE CIRCULARE

Se consideră pentru exemplificare curgerea unui gaz printr-o conductă circulară, așa cum se vede în figura 4.13. Mărimile frînate ale gazului sînt notate cu ρ_0 , T_0 , p_0 etc., iar cele din secțiunea de intrare cu w_a , ρ_a , p_a , T_a etc. După cum se știe

$$M_{\max} = \frac{w}{w_{\max}} = M_{cr} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}}$$

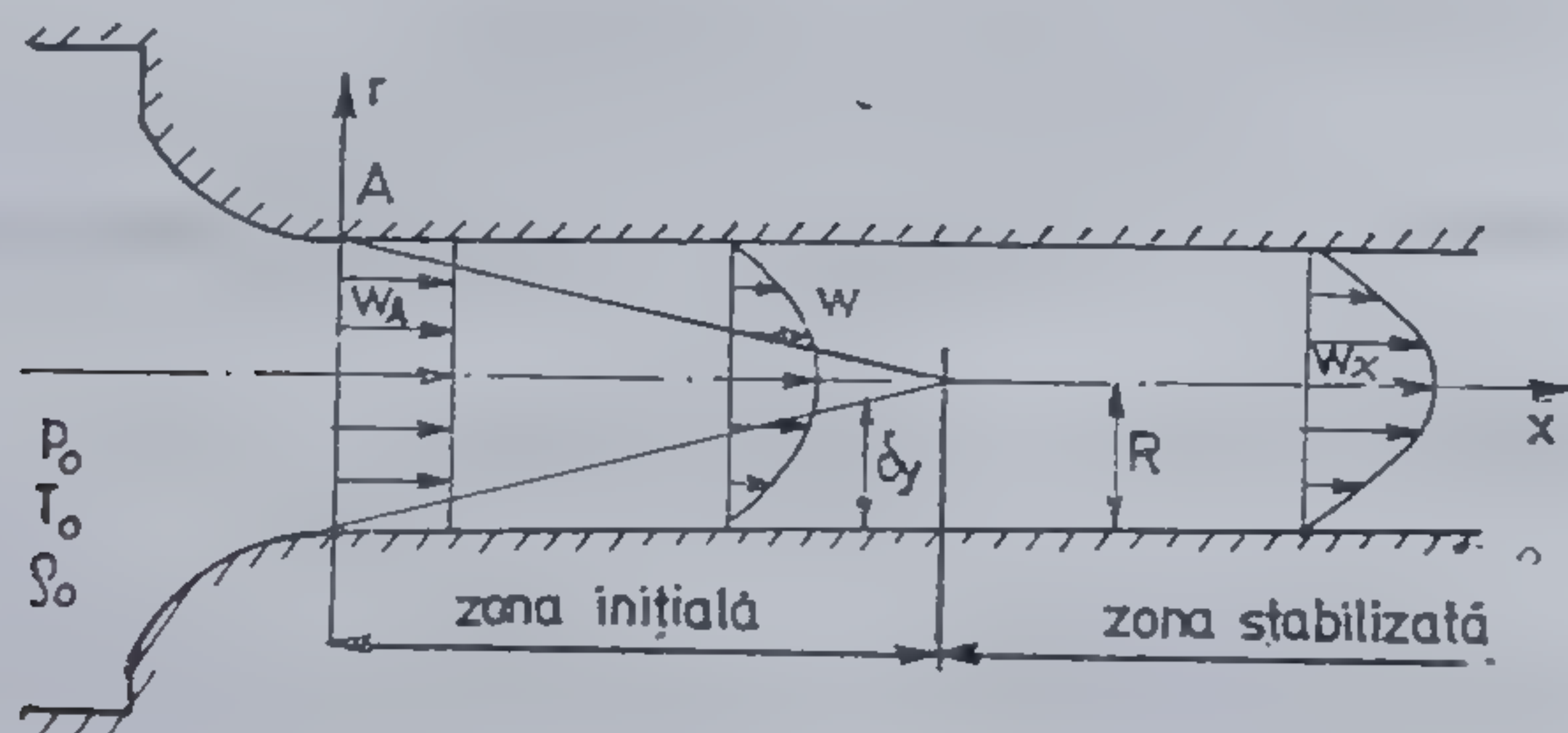


Fig. 4.13. Stratul limită la curgerea gazelor prin conducte circulare.

Valorile mărimilor caracteristice ale gazului la intrarea în conductă vor fi dat de relațiile cunoscute

$$M_{\max_a} = \frac{w_a}{w_{\max_a}} ; \quad p_a = p_0 (1 - M_{\max_a}^2)^{\frac{\delta}{k-1}}$$

$$\rho_a = \rho_0 (1 - M_{\max_a}^2)^{\frac{1}{k-1}} ; \quad T_a = T_0 (1 - M_{\max_a}^2)$$

Pînă la stabilizarea regimului de curgere a gazului, care are loc pe o lungime inițială egală cu x_{cr} , grosimea stratului limită δ_v crește. Se consideră că în timpul curgerii, între gaz și perete nu are loc schimb de căldură și se neglijează lucrul mecanic de frecare. Ca urmare temperatura frînată a gazului are aceeași valoare în oricare secțiune. Deci se poate scrie :

$$T_0 = T + \frac{w^2}{2c_p} = \text{const.}$$

Ecuațiile impulsului și a continuității, aplicate secțiunii inițiale A (în care R este raza conductei, iar r raza curentă), sînt

$$d(2\pi) \int_0^R (\rho w^2 r dr + \pi R p) = 2\pi R \tau_p dx$$

$$\dot{m} = \pi R^2 \rho_a w_a = 2\pi \int_0^R \rho w r dr$$

Considerînd că prin conducta circulară curge un gaz perfect, sînt valabile relațiile :

$$p = \rho \cdot R_g \cdot T; \mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^q; \frac{T}{T_0} = 1 - M_{\max}^2 \left(\frac{a}{a_{\max}} \right)^2 \quad (b)$$

în care R_g este constanta generală a gazului iar q coeficientul de frecare, care pentru gazul perfect se poate lua egală cu 0,2.

Ținînd seama de aceste relații, ecuațiile impulsului și continuității se pot scrie sub forma adimensională, și anume :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{4k}{k-1} M_{\max}^2 \int_0^1 \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{w}{w_{ax}} \right)^2 \bar{r} \cdot d\bar{r} + \frac{p}{\rho_0} \right) = \tau_p \quad (c)$$

$$\frac{\dot{m}}{\pi R^2 \rho_0 w_{\max}} = M_{\max}^2 (1 - M_{\max}^2)^{\frac{k-1}{2}} = 2M_{\max}^2 \int_0^1 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{w}{w_{ax}} \bar{r} \cdot d\bar{r} \quad (d)$$

în care : $\bar{r} = \frac{r}{R}$; $\bar{x} = \frac{x}{R}$; $\frac{p_0}{\rho_0 w_{\max}^2} = \frac{k-1}{2k}$

S-au obținut patru ecuații (a), (b), (c) și (d) cu cinci mărimi adimensionale necunoscute: $M_{\max} T/T_0$, ρ/ρ_0 , p/p_0 și δ . Cea de a cincea ecuație este

$$\frac{p}{p_0} = (1 - M_{\max}^2)^{\frac{k}{k-1}}$$

în care $M_{\max} = w_a/w_{\max}$, [iar $M_{\max} = w/w_{ax}$] (unde w_{ax} este viteza gazului în axa conductei).

4.14. STRATUL LIMITĂ DINAMIC AL MEDIULUI BIFAZIC MONOCOMPONENT

În cazul curgerii unui mediu bifazic printr-un canal, trebuie să se țină seama de schimburile energetice interfazice ce au loc în stratul limită dinamic.

Pe de altă parte diferența dintre viteza de deplasare (de curgere) a picăturilor de lichid și a vaporilor, atât în zona liberă, cât și în stratul limită, duce la interacțiuni mecanice între cele două faze.

Picăturile de lichid din stratul limită, ca urmare a apariției unui gradient de viteză în faza gazoasă de antrenare, își micșorează viteza și ca urmare o parte din energia cinetică a picăturilor este cedată vaporilor.

Schimburile energetice interfazice sub formă de căldură și de energie cinetică aduc după sine atât o creștere a vitezei de curgere a fazei gazoase, cât și o instabilitate a stratului limită dinamic.

Ca urmare a măririi vitezei de curgere a fazei de vapori, apar două fenomene și anume:

- picăturile de lichid, ca urmare a forțelor de frecare interfazice capătă o mișcare de rotație ce duce și la apariția unor mișcări perpendiculare pe direcția de curgere;

- ca urmare a acestei mișcări a picăturilor de lichid ce se găsesc în stratul limită, vor apărea zone de concentrație diferită a lor în amestecul bifazic în lungul curgerii.

Problema cea mai dificilă a stratului limită dinamic în mediu bifazic este determinarea cantitativă a proceselor interfazice de schimb de căldură și de masă ce au loc în el. S-a constatat, experimental, că în diferite puncte ale unei secțiuni de curgere apar în stratul limită variații ale parametrilor termofizici ai celor două faze (ca, de exemplu, viteza, temperatura momentană, presiunea, temperatura frînată etc.), ceea ce arată că în el apar zone în care mediul bifazic se găsește în stare de dezechilibru.

Toate schimburile energetice interfazice, de exemplu cele de energie cinetică, de căldură, de masă etc, au loc la diferențe finite ale parametrilor caracteristici ai formei de energie respective, deci sînt procese ireversibile

ce duc la pierderi suplimentare față de cele ce au loc la curgerea gazelor perfecte.

Ca urmare a existenței acestor procese de dezechilibru, nu se pot obține ecuații care să descrie cu exactitate variația vitezei în stratul limită. Rezolvarea experimentală a problemei este și mai dificilă, având în vedere că neexistând ecuații analitice, realizarea similitudinii schimbărilor de fază ce au loc în stratul limită nu este posibilă.

Problema se simplifică și se identifică cu cea prezentată la gaze, numai dacă se admit următoarele ipoteze:

1. Temperaturile momentane rămân constante și egale cu temperatura de saturație pe toată grosimea stratului limită.
2. Presiunea statică are o valoare constantă în stratul limită.
3. Se neglijează schimbul energetic interfazic sub formă de căldură, energie cinetică sau lucru mecanic.

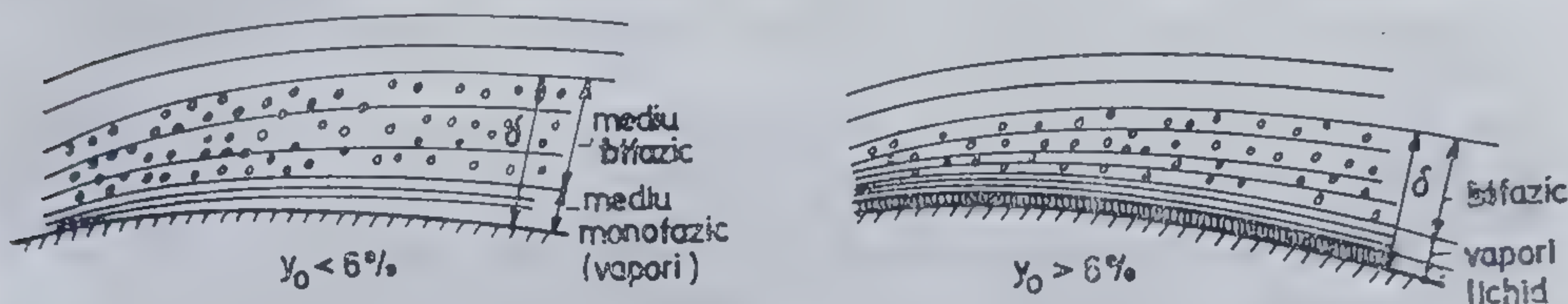


Fig. 4.14. Modelul fizic al stratului limită dinamic al mediilor bifazice monocomponente.

În figura 4.14 sînt prezentate modelele fizice adoptate pentru studiul straturilor limită ale amestecurilor bifazice, pentru o umiditate $y_0 < 6\%$ și $y_0 > 6\%$.

Pentru umidități $y_0 < 6\%$, pe suprafața peretelui solid se formează un substrat monofazic și anume numai de vapori saturați, deoarece picăturile de lichid ce au existat inițial în el s-au vaporizat ca urmare a procesului de frînare a curentului în stratul limită și deci de ridicare a temperaturii lui. Deasupra acestui substrat se găsește stratul limită de mediu bifazic (la stare de saturație) și cum picăturile de lichid au dimensiuni diferite și vitezele de deplasare a lor vor fi diferite, atît ca mărime cît și ca direcție. Ca urmare a celor prezentate mai înainte, concentrația mediului în fază lichidă variază pe direcția normală la direcția de curgere. Deci în stratul limită al unui mediu bifazic apare atît o variație de viteză cît și una de concentrație. Cu cît linia de curent este mai aproape de perete, cu atît concentrația mediului în lichid este mai mică, ajungînd la valoarea normală numai în zona liberă. Se poate trage deci concluzia că între variația vitezei în stratul limită și variația concentrației trebuie să existe o analogie. S-a constatat experimental că în zonele unde se produce fenomenul de desprindere a stratului limită de pe perete apare o peliculă instabilă de lichid lipită de el, dar care se evaporă imediat ce dispăre fenomenul de desprindere.

Pentru umidități $y_0 > 6\%$ stratul limită este format din trei substraturi și anume unul monofazic lichid, aderent la perete și care se depla-

seacă lent în direcția de mișcare a mediului, apoi unul monofazic numai de vapori, și apoi al treilea, bifazic. Ultimele două au aceleași caracteristici ca și cele văzute în cazul când $y_0 < 6\%$.

Mărimea caracteristică a procesului de trecere a unei faze în cealaltă este coeficientul de echilibru r , dat de relația

$$r = \frac{h_p - h}{h_0 - h} \quad (4.90)$$

în care h_p este entalpia mediului la perete; h_0 — entalpia frînată în zona liberă a curențului; h — entalpia momentană a curențului în stratul limită.

Cînd temperatura mediului bifazic la perete devine egală cu aceea de saturație, $r \rightarrow 0$, deci apare fenomenul de condensare a fazei de vapori, iar dacă $r \rightarrow 1$, faza lichidă dispăre, ea trecînd în fază gazoasă.

Problema cea mai importantă a stratului limită bifazic în mașinile termice unde de regulă $y_0 < 6\%$ este comportarea peliculei de lichid ce aderă pe suprafața solidă.

Un exemplu de caz unde apare acest substrat lichid este la curgerea vaporilor de apă saturați prin rețeaua de palete a turbinelor cu abur; un altul apare la răcirea aerului comprimat în difuzoarele dintre treptele turbocompressoarelor prin pulverizare de apă.

După cum s-a arătat mai înainte fenomenul de separare a fazelor apare la suprafața solidă, unde picăturile de lichid se aglomerează sub forma unei pelicule continui. Viteza de creștere a grosimii peliculei de lichid este direct proporțională cu viteza de formare a centrelor de condensare, adică depinde de nuclee lichide ce apar în unitatea de volum de vapori.

Masa de lichid dm_1 , ce se formează în timp pe suprafața încălzită de mediul bifazic, al cărui volum este $V = \delta_1 l x$, se obține cu expresia

$$\frac{dm_1}{d\tau} = \rho_l \frac{dV}{d\tau} = \rho_l l x \frac{d\delta_1}{d\tau} \quad (4.91)$$

în care δ_1 este grosimea stratului de lichid; l — lățimea lui; ρ = densitatea lichidului. Prin condensarea vaporilor, ce vor forma stratul de lichid de grosime δ_1 , se degajă o cantitate de căldură Q_1 , dată de relația

$$r \frac{dm_1}{d\tau} = - l x \lambda_v \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=\delta_1} \quad (4.92)$$

în care λ_v este conductivitatea termică a vaporilor; r — căldura de vaporizare; y = ordonata pe normală la suprafața peliculei de lichid. Se admite că temperatura în peliculă variază liniar între temperatura de saturație T_s , egală cu temperatura mediului bifazic și temperatura T a peretelui pe care s-a format pelicula de lichid. Deci se poate scrie relația

$$\frac{dT}{dy} = - \frac{T_s - T}{\delta_1}$$

Ca urmare relația ce exprimă masa de lichid ce se formează la perete capătă forma

$$\frac{dm_l}{d\tau} = \rho_l l \omega \frac{d\delta_l}{d\tau} = \frac{1}{r} l \omega \lambda_v \frac{T_s - T}{\delta_l}$$

$$\frac{d(\delta_l^2)}{d\tau} = \frac{2\lambda(T_s - T)}{\rho_l r} \quad (4.93)$$

Pentru o curgere în regim permanent stabilizat, $d\tau = dx/w_l$. Ca urmare, creșterea grosimii stratului limită bifazic este dată de relația

$$\frac{d(\delta_l^2)}{dx} = \frac{2\lambda_v(T_s - T)}{\rho_l r w_l} \quad (4.94)$$

în care w_l este viteza de curgere a peliculei lichide.

Relația exprimă totodată și creșterea grosimii peliculei lichide în condiții de imobilitate a mediului bifazic. În condiții de curgere a lui, datorită tensiunilor tangențiale interfazice, forțele gravitaționale, frecării interne și frînării curentului, fenomene ce au loc în stratul limită, apare un schimb de căldură între faza lichidă și cea de vapori, care modifică substanțial rezultatele obținute cu relația de mai sus.

Particulele lichide ce se află în contact cu peretele solid fiind antrenate de mediul bifazic vor consuma din energia cinetică a acestuia și ca urmare teoria stratului limită va fi la rîndul ei influențată de acest proces mecanic. Aceste interacțiuni mecanice depind atît de natura mediului cît și a peretelui.

S-a constatat experimental că la curgerea unui mediu bifazic peste o placă plană, în prima parte a ei curgerea este laminară, iar pelicula de lichid ce se formează este foarte subțire. Cu creșterea vitezei medii de curgere a mediului bifazic, apare o mișcare ondulatorie în pelicula de lichid, deci un regim tranzitoriu, care trece destul de ușor în regim turbulent.

Natura curgerii peliculei lichide este dictată de valoarea criteriului Reynolds al ei și anume: curgerea laminară pentru $Re_l < 30 \dots 50$; curgerea tranzitorie $30 \dots 50 < Re_l < 160 \dots 400$; curgerea turbulentă $Re > 160 \dots 400$. Calculul lui Re_l se face cu relațiile

$$Re_l = \frac{\bar{w}_l \delta_l}{\nu_l}; \quad \dot{m}_l = \rho_l \bar{w}_l \delta_l; \quad Re_l = \frac{\dot{m}_l}{\mu_l}; \quad \mu_l = \nu_l \rho_l \quad (4.95)$$

4.15. STRATUL LIMITĂ DINAMIC LAMINAR AL MEDIULUI BIFAZIC MONOCOMPONENT CU O UMIDITATE $y_0 > 6\%$

Însemnînd cu δ_l grosimea peliculei de lichid (a substratului lichid) și cu l lungimea, se admite că variația vitezei după axa y apare la distanța δ_l , iar după lungimea ω , la distanța l ; componenta vitezei după direcția ω este foarte mare față de cea după direcția y , (adică $w_{lx} \gg w_{ly}$), și, ca urmare

pentru o distanță l mare în comparație cu grosimea δ_l , curgerea poate fi considerată plană. Ca urmare pentru o distanță x mică față de l se poate neglija gradientul de viteză pe direcția y , curgerea fiind deci unidirecțională. Se admite că nu există variație de presiune după direcția y , deci $dp/dy = 0$ și ca urmare ecuația de mișcare și continuitate a peliculei de lichid poate fi exprimată prin formulele cunoscute:

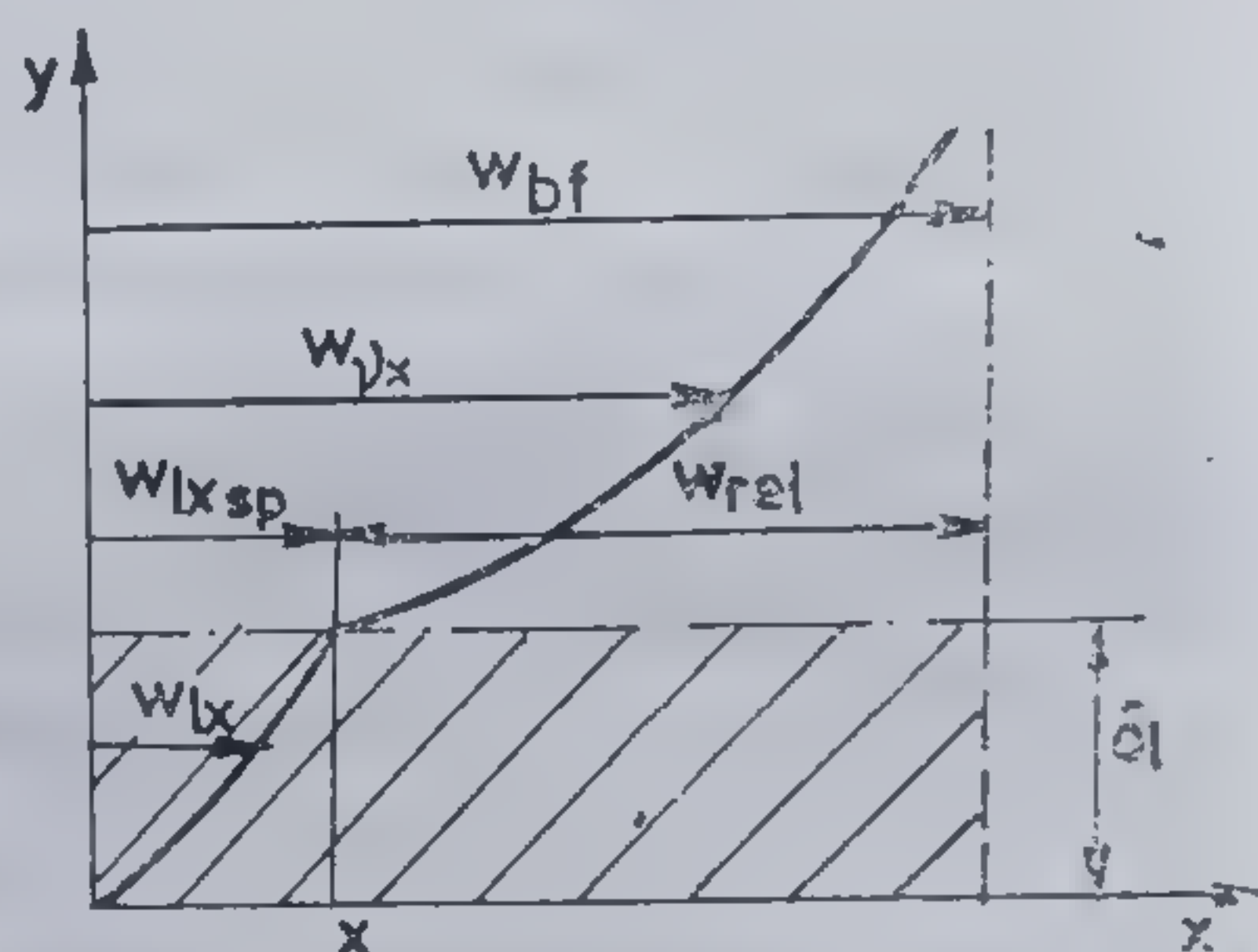
$$\cos \alpha \cdot g \rho_l - \frac{\partial p_l}{\partial x} + \mu_l \frac{\partial^2 w_{lx}}{\partial x^2} = \rho_l \left[\frac{\partial w_{lx}}{\partial \tau} + w_{lx} \frac{\partial w_{lx}}{\partial x} + w_{ly} \frac{\partial w_{lx}}{\partial y} \right] \quad (4.96)$$

$$\frac{\partial w_{lx}}{\partial x} + \frac{\partial w_{ly}}{\partial y} = 0 \quad (4.97)$$

în care α este unghiul făcut de vectorii accelerației gravitaționale \vec{g} și cel al vitezei \vec{w}_{lx} . La limită (suprafața peretelui) se consideră că sînt satisfăcute condițiile

$$w_{lx} = 0; \quad w_{ly} = 0$$

Fig. 4.15. Pelicula de lichid în stratul limită dinamic al unui mediu bifazic, cu $y > 6\%$.



Ținînd seama de notațiile din figura 4.15, la zona de separație $y = \delta_l$, sînt îndeplinite condițiile de mai sus, valabile pentru o circulație a peliculei de lichid gravitațională pentru care sînt satisfăcute condițiile:

$$p_l - p_v = p_\sigma; \quad \mu_l = \frac{dw_{lx}}{dy} = 0$$

În cazul cînd mișcarea are loc forțat (sub acțiunea forțelor de presiune) sînt îndeplinite condițiile

$$p_l - p_v = p_\sigma; \quad \mu_l = \frac{dw_{lx}}{dy} = \tau_w = \xi \frac{\rho_v w_{rel}^2}{2}$$

în care ξ este coeficientul de frecare interfazică (dintre vapori și suprafața peliculei lichide); w_{rel} — viteza relativă de deplasare a vaporilor față de lichid; p_σ — presiunea interfazică dată de relația (4.98);

τ_w — tensiunea tangențială dintre peliculă lichidă și curentul de vapori.

$$p_o = - \sigma_l \frac{d^2 \delta_l}{dx^2} = \frac{\sigma_l}{B} \quad (4.98)$$

$$\text{în care: } B = \left[1 + \left(\frac{d\delta_l}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} \frac{1}{\frac{d^2 \delta_l}{dx^2}} \quad (4.99)$$

Ținînd seama de valoarea presiunii lichidului p_l în funcție de p_o și de ecuația continuității, ecuația de mișcare devine:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{lx}}{\partial \tau} + w_{lx} \frac{\partial w_{lx}}{\partial x} - \int \frac{\partial w_{lx}}{\partial x} dy \frac{\partial w_{lx}}{\partial y} = & - \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_o}{\partial x} + \\ & + \frac{\sigma_l}{\rho_l} \frac{\partial^3 \delta_l}{\partial x^3} + \frac{\mu_l}{\rho_l} \frac{\partial^2 w_{lx}}{\partial y^2} + g \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (4.100)$$

În cazul mișcării gravitaționale a peliculei de lichid, fără schimb de căldură interfazic, cînd $\rho_l = \text{const.}$, relația capătă forma simplă:

$$\frac{\mu_l}{\rho_l} \cdot \frac{\partial^2 w_{lx}}{\partial y^2} + g \cos \alpha = 0.$$

Considerînd $\cos \alpha = 1$ (perete vertical), prin integrare se obține legea de variație a vitezei în pelicula de lichid de grosime δ_l :

$$w_{lx} = \frac{g \rho_l}{\mu_l} \left(\delta_l y - \frac{y^2}{2} \right)$$

Din această expresie se obține viteza media \bar{w}_{lx} de curgere a peliculei de lichid sau viteza curentă w_{lx} în funcție de viteza medie sau de debitul de lichid \dot{m}_l :

$$\bar{w}_{lx} = \frac{1}{\delta_l} \int_0^{\delta_l} w_{lx} \cdot dy = \frac{g \delta_l^2 \rho_l}{3 \mu_l} \quad (4.101)$$

$$w_{lx} = 3 \bar{w}_{lx} \frac{y}{\delta_l} \left(1 - \frac{y}{2 \delta_l} \right)$$

$$w_{lx} = 3 \frac{\dot{m}_l y}{\rho_l \delta_l^2} \left(1 - \frac{y}{2 \delta_l} \right) \quad (4.102)$$

În cazul cînd curgerea are loc forțat, sub acțiunea forțelor de presiune, la suprafața peliculei lichide, deci la $y = \delta_l$, apare forța tangențială τ_w . Deoarece

$$\frac{\mu_l}{\rho_l} \frac{\delta^2 w_l}{dy^2} = 0$$

expresia capătă forma ce reprezintă ecuația de mișcare particularizată pentru condițiile la limită $y = \delta_l$:

$$w_{lx} = \frac{\tau_w}{\mu_l} y \quad (4.103)$$

$$\text{în care: } \tau_w = \xi \frac{\rho_v \cdot w_{v0}^2}{2}$$

Din această expresie, ținând seama de notațiile din figura 4.15, se obține viteza de curgere a lichidului, egală cu aceea a mediului bifazic, la $y = \delta_l$, notată cu $w_{lx_{sp}}$ în funcție de viteza medie a mediului bifazic în zona liberă, notată cu \bar{w}_{bf} .

$$w_{lx_{sp}} = \frac{\xi \rho_v \delta_l}{2 \mu_l} (\bar{w}_{bf} - w_{lx_{sp}}) \quad (4.104)$$

$$\text{Deci: } w_{lx_{sp}} = \frac{2 \bar{w}_{bf} \cdot A + 1 \pm \sqrt{4 \cdot \bar{w}_{bf} \cdot A + 1}}{2 \cdot A} \quad (4.105)$$

$$\text{în care } A = \frac{\xi \rho_v \delta_l}{2 \mu_l}$$

4.16. STRATUL LIMITĂ DINAMIC TRANZITORIU AL MEDIULUI BIFAZIC MONOCOMPONENT CU O UMIDITATE $y_0 > 6\%$

Apariția regimului de curgere tranzitoriu a peliculei de lichid în stratul limită al mediilor bifazice are loc atunci când $Re_l > 30-50$. Peste această valoare a lui Re începe să apară în stratul limită de lichid mișcări ondulatorii. Datorită forței de frecare vîscoasă ce acționează la suprafața despărțitoare a peliculei de lichid de pelicula bifazică a stratului limită, aceste unde sînt amortizate. Deci la curgerea diabată a mediului bifazic, regimul tranzitoriu are întotdeauna tendința de a trece în regim laminar.

Ecuatiile de mișcare a stratului limită tranzitoriu țin seama de următoarele ipoteze simplificatoare:

(a) se consideră că pelicula de lichid este plană, iar legea de repartiție a vitezelor este aceeași ca la curgerea laminară;

(b) presiunea în secțiunea peliculei de lichid este constantă;

(c) viteza medie de curgere a zonei libere a mediului bifazic $w_{bf} = \text{Const.}$

Ținând seama de ipotezele restrictive de mai sus, în cazul cînd mișcarea peliculei de lichid are loc sub acțiunea forțelor gravitaționale, ecuația de mișcare a peliculei în regim tranzitoriu este identică cu aceea folosită

la mișcarea laminară, iar legea de variație a vitezei este dată de relația

$$\frac{\partial w_{lx}}{\partial \tau} + \frac{9}{10} \bar{w}_{lx} \frac{\partial w_{lx}}{\partial x} = \frac{\sigma_l}{\rho_l} \frac{\partial^3 \delta_l}{\partial x^3} - \frac{3 \nu_l \bar{w}_{l0}}{\delta_l^2} + g \cos \alpha \quad (4.106)$$

în care \bar{w}_{l0} este viteza medie a peliculei de lichid în punctul x și la timpul τ . Ținând seamă de notațiile din figura 4.16 în care se reprezintă fenomenul ondulator ce apare în pelicula de lichid la regimul de curgere tranzitoriu și considerînd că lungimea de undă l_λ este mare în raport cu amplitudinea undei, se poate scrie expresia

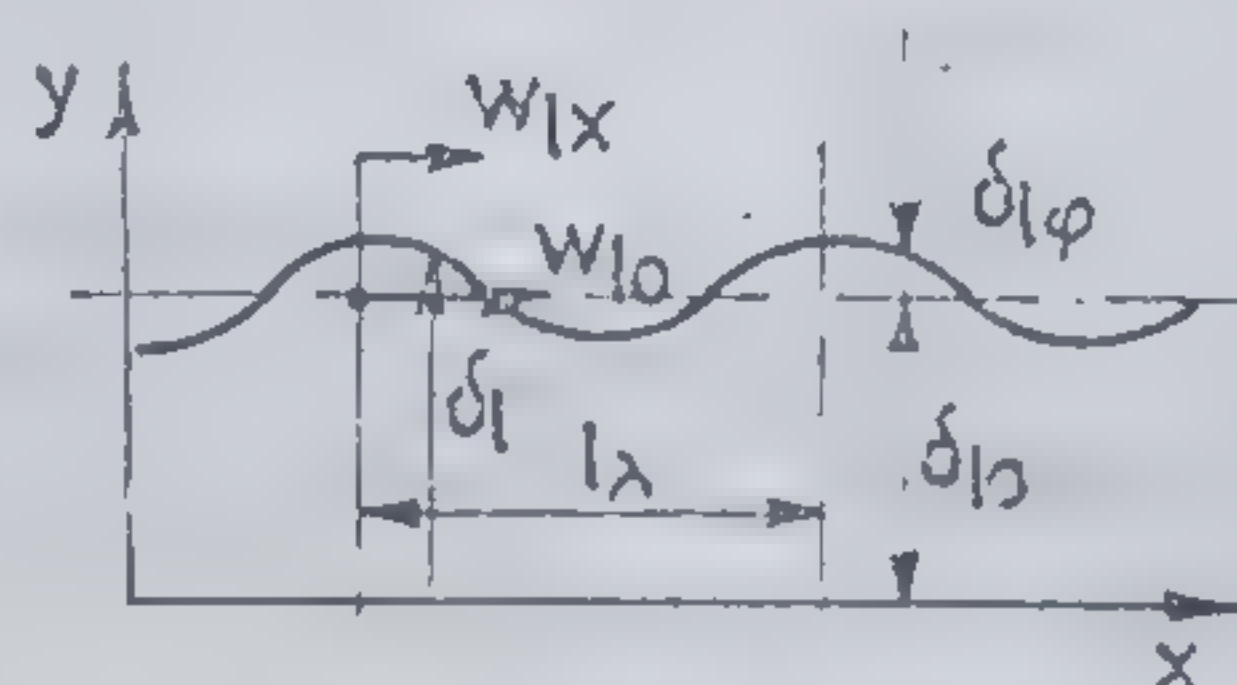


Fig. 4.16. Fenomenul ondulatoriu al peliculei de lichid din stratul limită dinamic.

$$\delta_l = \delta_{l0} + \delta_{l\phi} \quad (4.107)$$

În cazul mișcărilor ondulatorii, grosimea δ_l și viteza w_{lx} vor fi funcție de x . Se notează cu w_x viteza fazică a undei și ca urmare se poate scrie

$$\frac{\partial \delta_l}{\partial \tau} = \frac{\partial (w_{lx} \delta_l)}{\partial x} \quad (4.108)$$

Deci :

$$\frac{\partial \delta_l}{\partial \tau} = -\delta_{l0} \cdot w_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial w_{lx}}{\partial \tau} = w_\phi \frac{\partial w_{lx}}{\partial x}$$

Deoarece s-a constatat experimental că undele de perturbație se amortizează în lungul suprafeței, este obligatoriu ca energia dispersată de mișcarea ondulatorie a lichidului să fie compensată de energia gravitațională. Pierderea de energie E_l a peliculei de lichid raportată la unitatea de lungime de undă și energia forțelor gravitaționale W sînt date de relațiile :

$$\left[\frac{dE_l}{d\tau} \right] = \mu_l \int_0^{\delta_l} \left(\frac{\partial w_{lx}}{\partial y} \right)^2 dy = 3 \mu_l \frac{\bar{w}_{lx}}{\delta_l} \quad (4.109)$$

$$\bar{w}'_l = \rho_l g w_{lx} \delta_l = \rho_l g \delta_{l0} \bar{w}_{l0} = \rho_l g \dot{m}_l \quad (4.109)$$

Regimul de curgere se stabilizează cînd energia W tinde către zero. Cercetările experimentale au arătat că grosimea peliculei de lichid din stratul limită în regim de curgere tranzitoriu este cu circa 3% mai mică decît aceea a regimului laminar ($\delta_{l0} = 0,97 \delta_{l\text{lam}}$) iar amplitudinea undei are o valoare maximă de $0,46 \delta_{l0}$. Viteza fazică a undei are valori medii

$w_\phi = 2,4 \cdot \bar{w}_{10}$ în care $w_{10} = V_l / \delta_{10}$ (V_l = debitul volumetric al peliculei lichide). Grosimea medie a peliculei de lichid a stratului limită în regim tranzitoriu și lungimea de undă l_λ se pot calcula cu relațiile

$$\delta_{10} = \left(\frac{\nu_l V_l}{g} \right)^{1/3} ; \quad l_\lambda = 7,5 \left(\frac{\nu_l \cdot \sigma_l}{\rho_l \cdot V_l \cdot g} \right)^{1/2} \quad (4.110)$$

În cazul deplasării mediului bifazic cu viteza w_{b1} mare, grosimea δ_{10} se micșorează cu circa 15% ÷ 25% (valoare găsită experimental) iar lungimea de undă l_λ se micșorează cu circa 20% față de valoarea dată de relația de mai sus.

4.17. STRATUL LIMITĂ DINAMIC TURBULENT AL MEDIULUI BIFAZIC MONOCOMPONENT CU O UMIDITATE $y_0 > 6\%$

S-a constatat experimental că pentru curgeri cu $Re_l > 160 \div 400$, perturbațiile ce apar în pelicula lichidă a stratului limită a unui mediu bifazic încep să se amplifice în timp (deci odată cu creșterea lui τ), aducînd după sine trecerea de la un regim de curgere laminar, la unul turbulent stabilizat. S-a admis ca valoare a stabilității o lungime de undă l_λ dată de relația de mai jos, în care σ_l este tensiunea la suprafața de separație a peliculei de lichid de mediul bifazic:

$$l_\lambda = \frac{\sigma_l}{\rho_l w_{10} \delta_l}$$

În cazul cînd l_λ dat de relație este mai mic ca 1, trecerea din regimul laminar la cel turbulent are loc fără ca să mai apară regimul tranzitoriu.

O relație experimentală care permite calculul stabilității mișcării ondulatorii notată cu $\alpha(\tau)$ care reprezintă în fond amplitudinea undei și în care $n = 2 \pi / l_\lambda$, iar ρ_l — densitatea lichidului este

$$\alpha(\tau) = \exp \left[\frac{n \cdot Re_l}{3} \left(\frac{2}{5} n \cdot Re_l - \frac{n^3 \cdot \rho_v}{Re_l^{2/3}} \right) \right] \quad (4.111)$$

Limita de stabilitate a perturbației ondulatorii este dată de relația

$$\frac{2}{5} n_{cr} \cdot Re_l = \frac{n_{cr}^3 \cdot \rho_l}{Re_l^{2/3}}$$

din care se obține limita de stabilitate:

$$n_{cr} = \left[\frac{2}{5} \frac{Re_l^{5/3}}{\rho_l} \right]^{1/2} \quad (4.112)$$

Se trage deci concluzia că pentru $n > n_{cr}$ amplitudinea undelor $\alpha(\tau)$ scade cu timpul și, invers, deci curgerea peliculei lichide ar fi insta-

bilă pentru orice valoare a lui Re_l , ceea ce, așa cum era normal, nu a fost confirmat de rezultatele experimentale.

Considerind o repartiție lineară a vitezei în pelicula lichidă, dată de relația $w_{lx} = w_{lx_{cr}} \cdot y/\delta_l$, la suprafața de separație a peliculei lichide de mediul bifazic trebuie să existe egalitatea vitezelor, deci să fie satisfăcută relația

$$w_{vx}(\delta) = w_{lx_{cr}}; \quad \mu_v \frac{dw_{vx}}{dy} = \mu_l \frac{w_{lx_{cr}}}{\delta_l}$$

Se consideră că perturbația peliculei lichide duce la apariția unei variații a vitezei deci la o viteză w'_{lx} și implicit la o modificare a forțelor tangențiale și normale (p_s și p_n), care la zona de separație lichid-vapori trebuie să respecte egalitățile

$$w'_{lx} = w'_{vx}; \quad w'_{ly} = w'_{vy}; \quad p'_{\tau l} = p'_{\tau v}$$

$$w'_{ly} = \frac{\partial \delta'_l}{\partial \tau} = w_{lx_{cr}} \frac{\partial \delta'_l}{\partial x}; \quad p_{ln} - p_{lv} = \sigma_l \frac{\partial^2 \delta'_l}{\partial x^2}$$

în care σ_l este tensiunea superficială la suprafața despărțitoare a peliculei lichide de mediul bifazic.

S-a obținut pe această cale valoarea criteriului $Re_{l_{cr}}$ ce definește apariția regimului turbulent de curgere a peliculei de lichid, în funcție de mărimile adimensionale N și T date de relația

$$Re_{l_{cr}} = f(N, T)$$

$$\text{în care } N = \frac{\mu_v}{\mu_l} \frac{\rho_l}{\rho_v}; \quad \text{iar } T = \frac{\sigma_l \rho_l \delta_l}{\mu_l^2}$$

Valorile lui $Re_{l_{cr}}$ în funcție de T și N sînt prezentate în figura 4.17 pentru vaporii de apă.

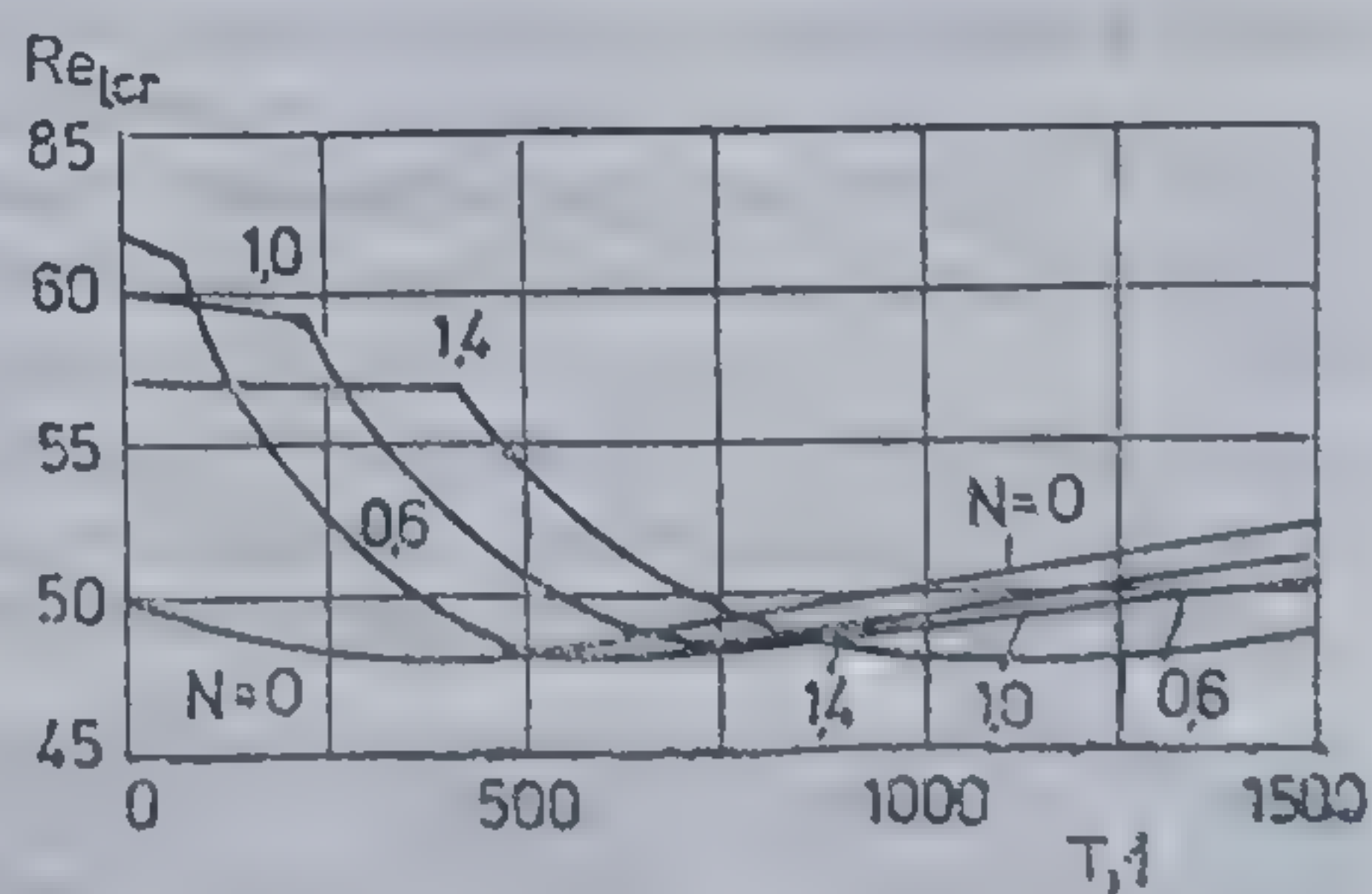


Fig. 4.17. Valorile lui $Re_{l_{cr}}$ în funcție de mărimile T și N .

O relație criterială obținută pe cale experimentală pentru determinarea vitezei critice w_{cr} la care apare regimul turbulent este

$$\frac{w_{cr} \sqrt{\rho_v}}{\sqrt[4]{g^2 \sigma_l (\rho_l - \rho_v)}} = A \left(Re_l, Ga, \frac{\nu_v}{\nu_l}, We, \frac{\rho_l + \rho_v}{\rho_l}, \frac{l_l}{l} \right)$$

în care :

l este lungimea caracteristică a suprafeței peste care are loc curgerea ;

l_l — lungimea pe care are loc curgerea peliculei de lichid ;

Expresiile criteriilor Galileu și Weber sînt

$$Ga = \frac{g \cdot \sigma_l^{3/2}}{\nu_l (\rho_l - \rho_v)^{3/2}} ; We = \frac{\sigma_l}{(\rho_l - \rho_v) l^2}$$

Criteriul Galileu caracterizează raportul dintre forțele gravitaționale și cele de vîscozitate, iar criteriul Weber raportul dintre tensiunea superficială și forțele de inerție.

Pentru diferite modele de curgere, pe baza metodei analizei dimensionale, se obțin expresii ale vitezei critice de curgere w_{cr} . Astfel :

(1) Pentru o curgere în stratul limită numai cu picături de lichid în masa de vapori (fără peliculă aderentă la perete) deci pentru $y_0 < 6\%$:

$$\frac{w_{cr} \cdot \sqrt{\rho_v}}{\sqrt[4]{g^2 \cdot \sigma_l (\sigma_l - \sigma_v)}} = 12,4 \left[\frac{\sigma_l}{(\rho_l - \rho_v) d_l} \right]^{1/4} \quad (4.113)$$

în care viteza se exprimă în m/s ; ρ în kgf/m³ ; g în m/s² ; σ_l în kgf/m ; d_l = diametrul picăturilor de lichid ce se găsesc în suspensie în amestecul bifazic.

(2) Pentru o curgere în stratul limită cu peliculă separată de lichid aderentă la suprafața solidă

$$\frac{w_{cr} \cdot \sqrt{\rho_v}}{\sqrt[4]{g^2 \cdot \sigma_l (\rho_l - \rho_v)}} = 1,41 \left(\frac{\rho_l + \rho_v}{\rho_l} \right)^{1/2} \quad (4.114)$$

Relațiile de mai sus sînt valabile pentru o viteză de curgere a mediului bifazic w_{bf} în zona liberă, mai mică de 100 m/s. Pentru viteze $w_{bf} < 100$ m/s stratul limită al curentului bifazic este format fie dintr-un substrat numai de vapori aderent la perete și apoi peste el un strat limită bifazic, situație ce corespunde unei umidități $y_0 < 6\%$, așa cum se vede în figura 4.14, fie dintr-un substrat de lichid aderent la perete, urmat de un substrat numai de vapori și apoi de unul bifazic. Experimental s-a constatat că în acest caz nu are loc o antrenare a peliculei de lichid aderentă la perete de către zona de vapori, indiferent de grosimea δ_l .

Pentru o viteză $w_{bf} > 100$ m/s, s-a constatat însă o antrenare a unei părți din pelicula de lichid a substratului δ_l sub formă de picături, de către curentul de vapori, deci apariția unei tendințe de smulgere (de des-

prindere) a peliculei de pe perete. De exemplu, pentru vaporii de apă umezi, la $w_{bf} = 300$ m/s s-a constatat că aproape 70 % din lichid este luat din pelicula lichidă și antrenat sub formă de picături în masa de vapori a stratului limită. În figura 4.18 se prezintă raportul dintre debitul masic al peliculei de lichid \dot{m}_l și cel antrenat sub formă de picături \dot{m}_{lp} , în funcție de viteza de curgere w_{bf} . Acest lucru duce la o subțiere a stratului limită de lichid δ_l de la perete și ca urmare la micșorarea energiei cinetice consumate de mediul bifazic pentru antrenarea picăturilor. S-a constatat experimental că desprinderea totală a peliculei de lichid de pe suprafață nu a fost realizată nici chiar la viteze cu $M > 2,5$.

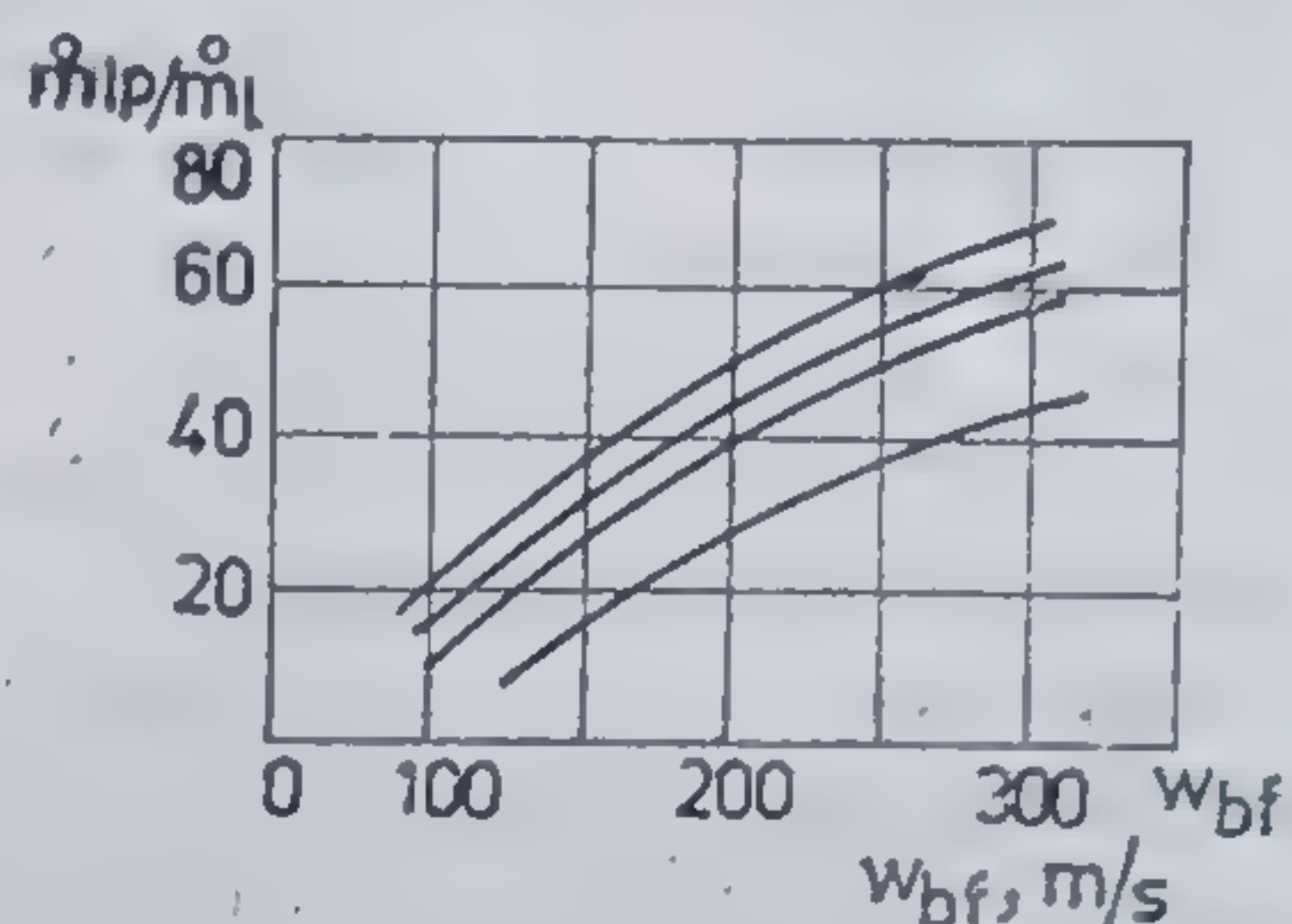


Fig. 4.18. Raportul dintre masa de picături de lichid antrenată de masa peliculei de lichid.

Relația lui w_{cr} pentru o curgere a mediului bifazic cu viteza mai mari de 100 m/s, capătă forma

$$\frac{w_{v,cr} \cdot \sqrt{\rho_v}}{\sqrt[4]{g^2 \cdot \sigma_l (\rho_l - \rho_v)}} = 36 \left(\frac{V_l}{\rho_l} \right)^{-1/3} \quad (4.115)$$

în care V_l este debitul volumetric al lichidului în peliculă în $\text{kg/m} \cdot \text{h}$ dacă viteza w_v este exprimată în m/h, sau $\text{kg/m} \cdot \text{s}$, dacă w_v este experimentată în m/s.

Ca urmare pentru curgeri cu o viteză $w_v > w_{v,cr}$, regimul de curgere a peliculei de lichid este turbulent, iar pentru $w_v < w_{v,cr}$ el este laminar, sau tranzitoriu dacă $w_v = w_{v,cr}$.

4.18. STRATUL LIMITĂ TERMIC AL GAZELOR PERFECTE PENTRU VITEZE DE CURGERE FOARTE MICI ($0 < M \leq 0,3$)

Termogazodinamica se ocupă de curgerea gazelor calde sau reci prin canale, ceea ce implică admiterea unei diferențe de temperatură între aceea a peretelui canalului și cea medie a gazului. Deci va exista o diferență de temperatură $t_p - t_f$ (sau $t_f - t_p$).

Pe de altă parte, ca urmare a variației vitezei de curgere a gazului în stratul limită dinamic, temperatura momentană a lui va fi de asemenea variabilă.

Deci în vecinătatea peretelui, într-o grosime oarecare de fluid, va apărea o variație a temperaturii gazului, similară cu variația de viteză în stratul limită dinamic, dînd naștere unui strat denumit prin analogie „strat limită termic”.

Ca urmare a variației temperaturii gazului perfect în stratul limită termic va avea loc un schimb de căldură atît între liniile de curent cît și între el și perete.

În cazul gazului bifazic, variația temperaturii în stratul limită dinamic va duce la un schimb de căldură interfazic, avînd în vedere că temperatura fazei lichide nu se modifică în funcție de viteza de curgere, în timp ce aceea a fazei gazoase suferă modificări importante. Acest schimb de căldură va duce la modificarea grosimii peliculei de lichid aderente la perete sau la modificarea participației fazei lichide în amestecul bifazic.

Ținînd seama de variația diferită a vitezei și temperaturii în stratul limită dinamic și în stratul limită termic, gradientul temperaturii în stratul limită va fi diferit de cel al vitezei.

Prin analogie cu stratul limită dinamic, stratul limită termic se notează cu δ_T și reprezintă grosimea stratului de gaz de lîngă perete în care temperatura variază de la valoarea pe care o are în zona liberă la valoarea frînată în cazul cînd curgerea este adiabată, sau la aceea a peretelui cînd curgerea este însoțită de un schimb de căldură cu pereții canalului.

În cazul gazelor perfecte, în care există aproape o egalitate între viscozitatea și coeficientul de difuzivitate termică a lor, $\nu \approx a$, grosimea stratului limită termic δ_T va fi aproximativ egală cu aceea a stratului limită dinamic adică $\delta = \delta_T$.

În cazul în care $\nu \neq a$, și $\delta_T \geq \delta$. Prin analogie cu noțiunile folosite la stratul limită dinamic, se folosește și pentru cel termic termenul de strat limită termic laminar, tranzitoriu și turbulent.

În cazul curgerii izotermice a gazului cu $M \leq 0,3$, și fără schimb de căldură cu pereții canalului se poate accepta ipoteza că temperatura gazului la perete este egală cu temperatura peretelui, ca urmare a faptului că frînarea curentului modifică foarte puțin temperatura momentană.

În figura 4.19 se prezintă fenomenologic curgerea unui gaz cu temperatura t_f pe lîngă un perete a cărui temperatură (de exemplu) este $t_p < t_f$, dar apropiată de t_f . Pentru curgeri cu $M \leq 0,3$ se consideră că în stratul limită termic regimul de curgere este laminar, iar efectul produs de procesul de frînare a curentului asupra temperaturilor momentane este neglijabil față de cel al schimbului de căldură, dintre gaz și perete.

Ca urmare, diferența de temperatură $t_f - t_p$ în stratul limită termic va exista atunci cînd $t_p < t < t_f$ pentru $0 < y < \delta_T$.

Considerînd un curent de gaz perfect, ecuația conservării energiei în prezența termoconductivei și neglijînd lucrul mecanic de frecare este

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \left[\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right] \quad (4.116)$$

în care $a = \lambda / c_p \rho$ este coeficientul de difuzibilitate termică al gazului.

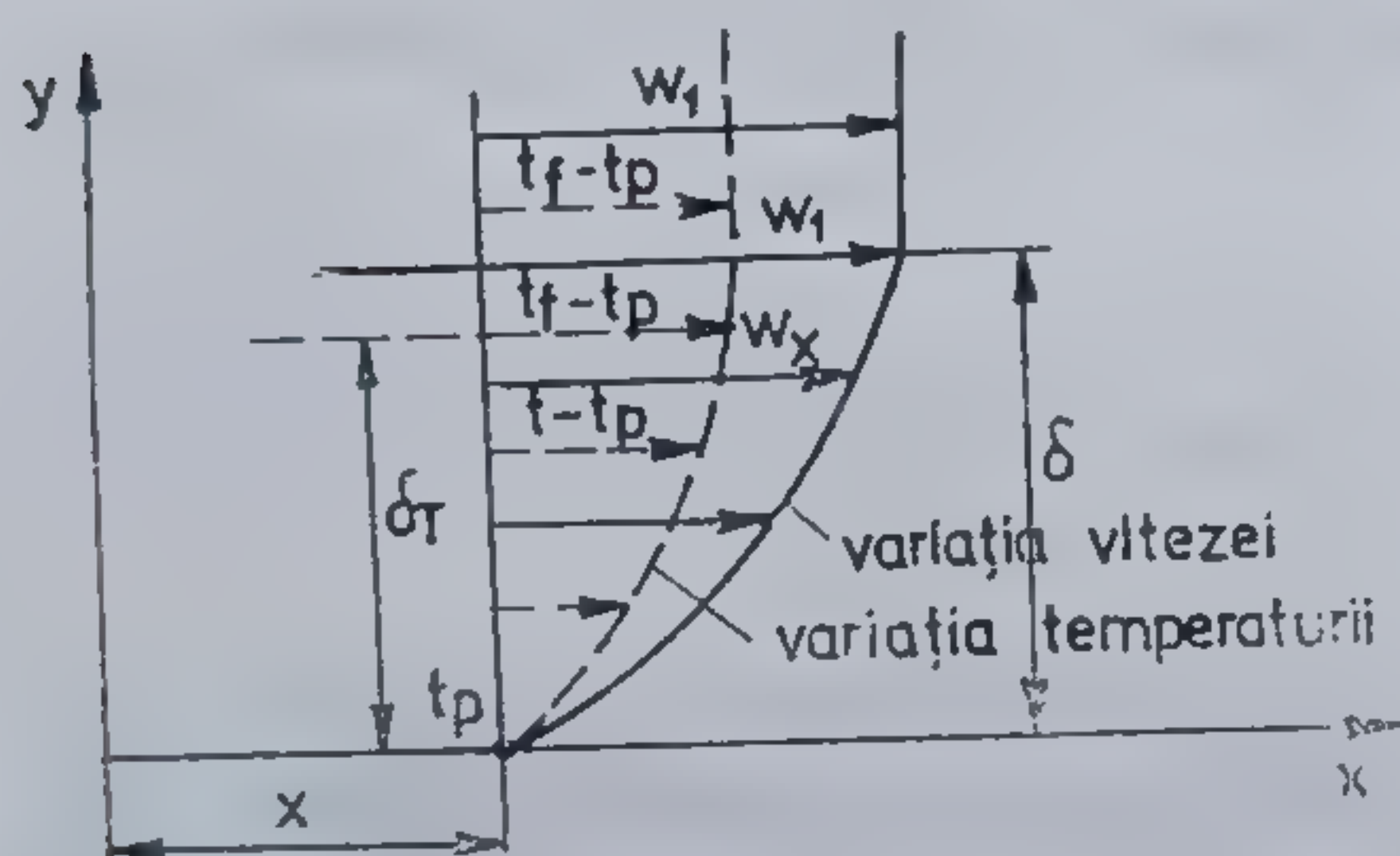


Fig. 4.19. Variația vitezei în stratul limită dinamic și a temperaturii în stratul limită termic.

Admițând pentru grosimea stratului limită termic laminar δ_T același ordin de mărime ca și pentru δ și admițând de asemenea că $w_y = w_1 \cdot \frac{\delta}{l}$, se obțin relații analoage cu cele obținute pentru stratul limită dinamic, laminar. Pentru condițiile la limită

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} = 0 \left(w_1, \frac{t_f}{l} \right); \quad w_y \frac{\partial t}{\partial y} = 0 \left(w_1, \frac{t_f}{l} \right)$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0 \left(\frac{t_f}{l^2} \right); \quad \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \left(\frac{t_f}{\delta_T^2} \right)$$

Deoarece $\partial^2 t / \partial x^2 \ll \partial^2 t / \partial y^2$ se poate neglija și ca urmare relația devine :

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (4.117)$$

Notînd cu $\theta = t - t_p$ (în care t reprezintă temperatura curentă pe direcția perpendiculară în stratul limită termic laminar, iar t_p — aceea a peretelui) se obține

$$w_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \theta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (4.118)$$

Pentru condițiile la limită ($y = 0$ și $y = \delta_T$) se obține :

- pentru $y = 0$: $w_x = w_y = 0$; $t = t_p$; $\theta = 0$; $\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0$;
- pentru $y = \delta_T$: $t = t_f$; $\theta = t_f - t_p = \theta_m$; $\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$; $\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0$.

Ca urmare, ecuațiile de definiție a stratului limită termic laminar vor fi ecuația energiei, ecuația Navier-Stokes și ecuația de continuitate. Ele sînt suficiente pentru curgerea unui gaz fără gradient de presiune pe direcția y admițînd prin ipoteză că $\delta \theta / \partial y = 0$. Ecuația Navier-Stokes și de continuitate vor fi

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \quad (4.119)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0. \quad (4.120)$$

Ecuația entalpiei, a conservării masei și termococonducției, ținînd seama de notațiile din fig. 4.20 capătă formele de mai jos. Ele se aplică unui

element de volum $ABCD$ și de masă m așezat la distanța x de la bordul de atac al suprafeței cu o lățime egală cu unitatea :

— ecuația entalpiei : $H = \int_0^{\delta_T} \rho c_p t w_x dy$

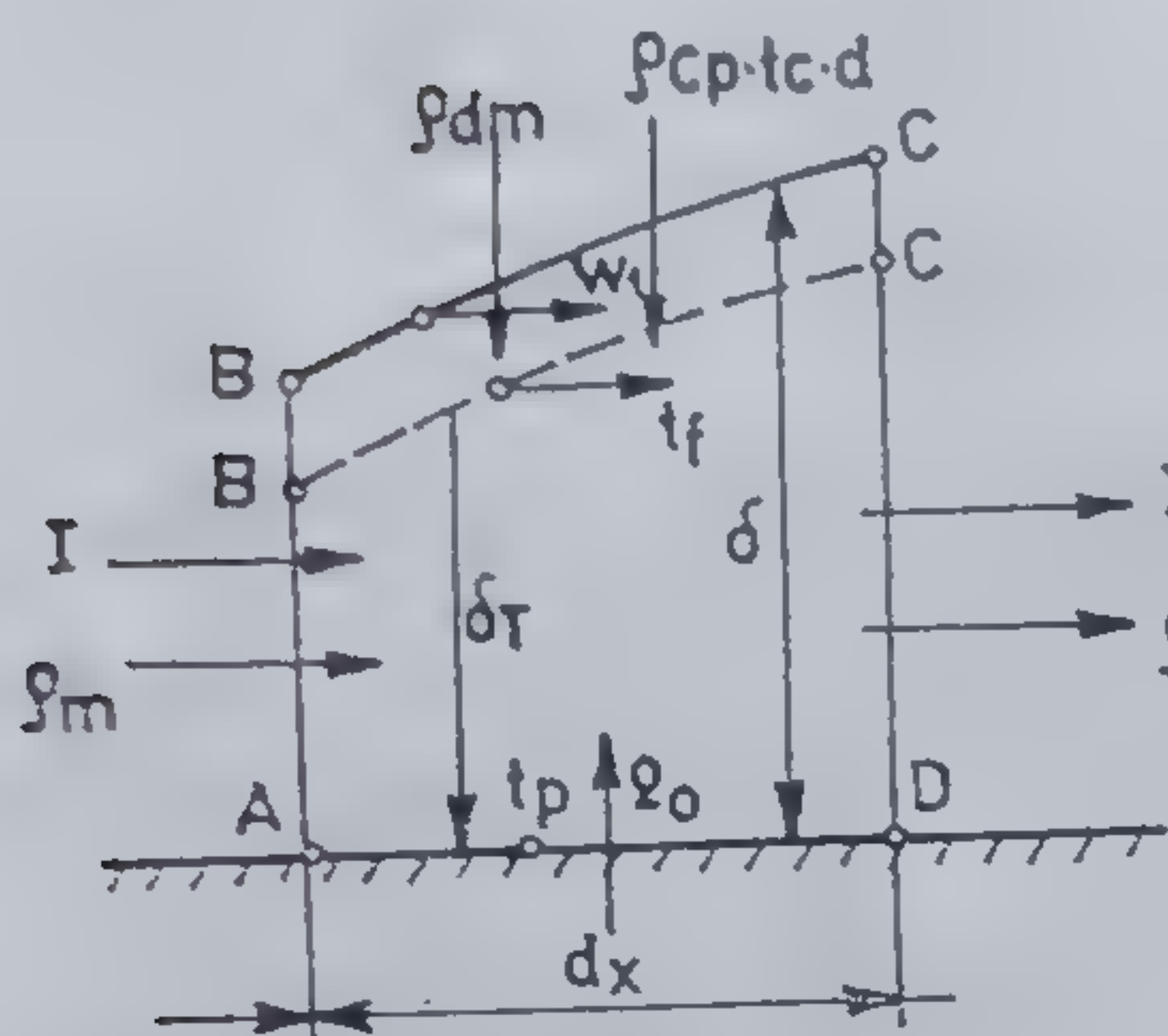


Fig. 4.20. Mărimile caracteristice ale stratului limită termic.

— ecuația conservării masei : $\rho m = \int_0^{\delta_T} \rho w_x dy$

— ecuația termoconducției : $q_0 dx = - \lambda \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0} dx$

Ecuația conservării energiei capătă forma :

$$\frac{\partial H}{\partial x} dx - \rho c t_f \frac{\partial m}{\partial x} dx = - \lambda \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0} dx$$

Ținînd seama și de expresiile entalpiei și conservării masei se obține :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_T} \rho c_p t w_x dy - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_T} \rho c_p t_f w_x dy = - \lambda \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_T} w_x (t - t_f) dy = \alpha \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (4.121)$$

Ecuația poartă denumirea de „ecuația integrală a stratului limită termic laminar”. Ținînd seamă că $\theta = t - t_p$, care devine $\theta = 0$ pentru $t = t_p$ și $\theta = \theta_m = t_f - t_p$ pentru $t = t_f$, pentru condițiile la limită, ea

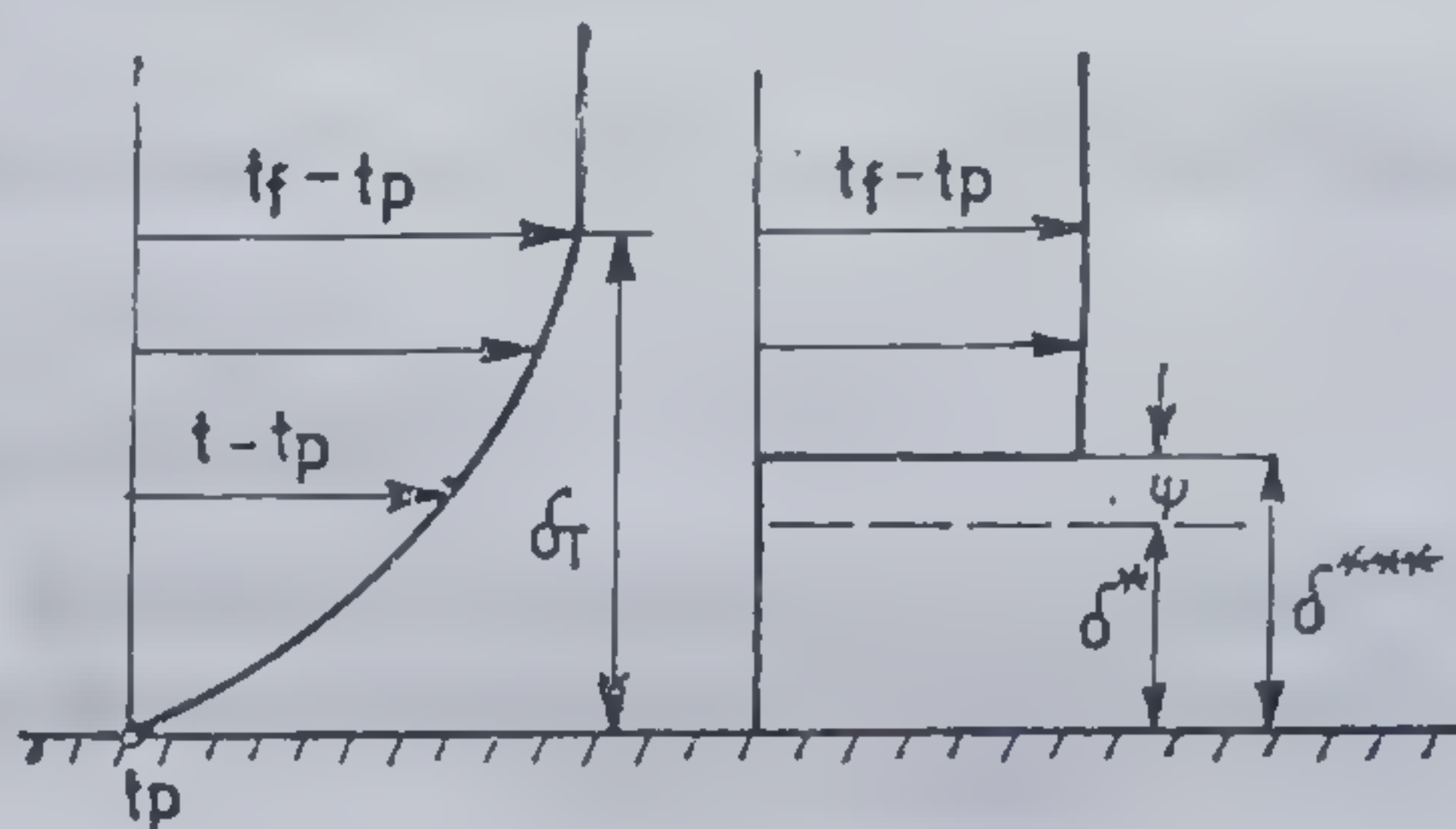
capătă formele :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_T} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{t}{t_f} \right) dy = \frac{a}{w_1 t_f} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_T} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m} \right) dy = \frac{a}{w_1 \theta_m} \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (4.122)$$

Ținînd seama de relațiile din figura 4.21 se introduc prin analogie cu δ^* și δ^{**} ale stratului limită dinamic mărimile : δ^{***} denumit „grosime

Fig. 4.21. δ^* și δ^{**} în stratul limită termic.



termică” și ψ denumit „deficit de energie” a stratului limită termic, date de expresiile :

$$\delta^{***} = \int_0^{\delta_T} \left(1 - \frac{w_x}{w_1} \frac{t}{t_f} \right) dy$$

Introducînd notația $\psi = \delta^{***} - \delta^*$ se obține :

$$\psi = \delta^{***} - \delta^* = \int_0^{\delta_T} \left(1 - \frac{w_x}{w_1} \frac{t}{t_f} \right) dy - \int_0^{\delta_T} \left(1 - \frac{w_x}{w_1} \right) dy$$

$$\psi = \int_0^{\delta_T} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{t}{t_f} \right) dy,$$

sau, în funcție de θ :

$$\psi = \int_0^{\delta_T} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m} \right) dy \quad (5.123)$$

Ținând seama de expresia conservării debitului masic (ρm) și a entalpiei H , puse sub formele

$$\rho \dot{m} = \rho w_1 (\delta - \delta^*) \quad (4.124)$$

$$H = \rho w_1 c_p t_f (\delta - \delta^{**}) = \rho c_p w_1 t_f (\delta - \delta^* - \psi), \quad (4.125)$$

se obține ecuația stratului limită termic laminar

$$\rho w_1 c_p t_f \frac{\delta}{\partial x} (\delta - \delta^* - \psi) dx - \rho w_1 c_p t_f \frac{\partial}{\partial x} (\delta - \delta^*) dx = - \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} \cdot dx$$

care aranjată convenabil capătă forma :

$$- \rho w_1 c_p t_f \frac{\partial \psi}{\partial x} dx = - \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} \cdot dx \quad (4.126)$$

Introducînd $t - t_p = \theta$ și $a = \lambda / c_p \rho$ se obține :

$$\frac{a}{w_1 \theta_m} \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4.127)$$

Ca exemplu de determinare a grosimii δ_T a stratului limită termic laminar, se adoptă soluția Pohlhausen ca expresie a variației temperaturii în stratul limită și se obține relația

$$\frac{\theta}{\theta_m} = b_0 + b_1 \frac{y}{\delta_T} + b_2 \frac{y^2}{\delta_T^2} + b_3 \frac{y^3}{\delta_T^3} + b_4 \frac{y^4}{\delta_T^4}$$

Pentru condițiile la limită ale stratului limită termic, anume $y = 0$ și $y = \delta_T$, se obține :

$$\text{Pentru } y = 0 : \theta = 0 ; t = t_p ; \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0.$$

$$\text{Pentru } y = \delta_T : t = t_f ; \theta = t_f - t_p = \theta_m ; \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 ; \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$$

Ca urmare, valoarea coeficienților din ecuația Pohlhausen este

$$b_0 = 0 ; \quad b_1 = -2 ; \quad b_2 = 0 ; \quad b_3 = -2 ; \quad b_4 = 1.$$

Deci soluția Pohlhausen pentru variația temperaturii în stratul limită termic este

$$\frac{\theta}{\theta_m} = 2 \frac{y}{\delta_T} - 2 \frac{y^3}{\delta_T^3} + \frac{y^4}{\delta_T^4}$$

Ținând seama de expresia adoptată de soluția Pohlhausen pentru variația vitezei în stratul limită dinamic se obține expresia lui ψ . Rezolvarea funcției ce permite determinarea lui ψ depinde de raportul dintre grosimea δ_L

a stratului limită dinamic laminar și grosimea δ_T a stratului limită termic laminar. Există bineînțeles trei posibilități și anume: $\delta_L \ll \delta_T$; $\delta_L \approx \delta_T$; $\delta_L \gg \delta_T$. Se prezintă mai jos rezolvarea problemei pentru toate cazurile de mai sus.

(a) Stratul limită termic laminar pentru $\delta_L \ll \delta_T$. Funcția ψ capătă forma

$$\psi = \int_0^{\delta_T} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m}\right) dy = \int_0^{\delta_L} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m}\right) dy + \int_0^{\delta_T} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m}\right) \cdot dy$$

$$\psi = \int_0^{\delta_T} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m}\right) dy = \delta_T \int_0^{\delta_T} \left[1 - 2 \frac{y}{\delta_T} + 2 \frac{y^3}{\delta_T^3} - \frac{y^4}{\delta_T^4}\right] d\left(\frac{y}{\delta_T}\right)$$

Notînd cu $\eta_T = y/\delta_T$ se obține

$$\psi = \delta_T \int_0^1 (1 - 2 \eta_T + 2 \eta_T^3 - \eta_T^4) d\eta_T = \frac{3}{10} \delta_T$$

Introducînd această relație în ecuația stratului limită termic laminar obținută și anume

$$\frac{a}{w_1 \cdot \theta_m} \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

și integrînd între 0 și δ_T , se obține

$$\frac{3}{10} \frac{\partial \delta_T}{\partial x} = \frac{a}{w_1 \cdot \theta_m} \frac{2}{\delta_T}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \theta_m \frac{2}{\delta_T}; \quad \delta_T^2 = \frac{40}{3} \frac{a \cdot x}{w_1}$$

Pentru stratul limită dinamic laminar, s-au obținut valorile

$$\delta_L^2 = 34 \frac{\nu \cdot x}{w_1}; \quad \delta_L = 5,83 \sqrt{\frac{\nu \cdot x}{w_1}}$$

și ca urmare :

$$\frac{\delta_L^2}{\delta_T^2} = 3 \frac{34}{40} \frac{a}{\nu} = 2,55 \text{ Pr}; \quad \frac{\delta_L}{\delta_T} = 1,6 \text{ Pr}^{1/2} \quad (4.128)$$

Deoarece această soluție a fost obținută în ipoteza că $\delta_T \gg \delta_L$ înseamnă că ea nu este satisfăcută decît pentru fluide la care criteriul Pr are valori foarte mici, (cifra Pr mică este specifică metalelor topite).

(b) Stratul limită termic laminar pentru $\delta_T \approx \delta_L$.

În ecuația lui ψ se introduce relațiile soluției Pohlhausen și notînd cu $\eta_L = y/\delta_L$ și $\eta_T = y/\delta_T$ se obține relația

$$\begin{aligned}\psi &= \int_0^{\delta_T} \frac{w_x}{w_1} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m}\right) dy = \int_0^{\delta_T} \left(2 \frac{y}{\delta_L} - 2 \frac{y^3}{\delta_L^3} + \frac{y^4}{\delta_L^4}\right) \cdot \\ &\quad \cdot \left(1 - 2 \frac{y}{\delta_T} + 2 \frac{y^3}{\delta_T^3} - \frac{y^4}{\delta_T^4}\right) dy \\ \psi &= \delta_T \int_0^{\delta_T} (2 \eta_L - 2 \eta_L^3 + \eta_L^4) (1 - 2 \eta_T + 2 \eta_T^3 - \eta_T^4) d\eta_T = \frac{37}{315} \delta_T.\end{aligned}$$

Introducînd expresia lui ψ în ecuația stratului limită termic laminar și integrînd-o se obține

$$\frac{37}{315} \frac{\partial \delta_T}{\partial x} = \frac{2a}{w_1 \delta_T}; \quad \delta_T d\delta_T = \frac{2 \cdot 315}{37} \frac{a}{w_1} dx; \quad \delta_T = 5,83 \sqrt{\frac{ax}{w_1}}$$

$$\text{Ca urmare } \frac{\delta_L}{\delta_T} = \frac{5,83 \sqrt{\frac{\nu \cdot x}{w_1}}}{5,83 \sqrt{\frac{a \cdot x}{w_1}}} = \sqrt{\frac{\nu}{a}} = \text{Pr}^{1/2} \quad (4.129)$$

Deci $\delta_L \approx \delta_T$ corespunde fluidelor cu $\text{Pr} \approx 1$, deci gazelor perfecte.

(c) Stratul limită termic laminar pentru $\delta_T \ll \delta_L$

Urmînd aceeași metodă de calcul se obține:

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{\partial_T^2}{\partial_L} \int_0^{\delta_T} 2 \frac{y}{\delta_T} \left(1 - \frac{y}{\delta_T} + 2 \frac{y^3}{\delta_T^3} - \frac{y^4}{\delta_T^4}\right) d\left(\frac{y}{\delta_T}\right) \\ \psi &= \frac{\delta_T^2}{\delta_L} \int_0^1 2 \eta_T (1 - \eta_T + 2 \eta_T^3 - \eta_T^4) d\eta_T = \frac{\delta_T^2}{\delta_L} \frac{2}{15}\end{aligned}$$

și

$$\frac{\partial \delta_T}{\partial x} \frac{\delta_T}{\delta_L} \frac{2}{15} = \frac{2a}{w_1 \delta_T}; \quad \frac{\delta_T}{\delta_L} = \xi; \quad \frac{2}{15} \xi \frac{\partial \delta_T}{\partial x} = 2 \frac{a}{w_1 \delta_T}$$

$$\delta_T d\delta_T = 2 \frac{15}{2} \frac{a}{\xi w_1} dx$$

$$\delta_T^3 = 30 \frac{ax}{\xi w_1} = 30 \frac{\delta_L}{\delta_T} \frac{ax}{w_1} + \delta_T^3 = 30 \delta_L \frac{ax}{w_1}$$

$$\frac{\delta_L^3}{\delta_T^3} = \frac{34}{30} \frac{v}{a} = \frac{34}{30} \text{Pr}; \quad \frac{\delta_L}{\delta_T} = 1,04 \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \quad (4.130)$$

Deci cazul este aplicabil fluidelor cu Pr mare, adică lichidelor.

În cazul stratului limită dinamic turbulent, în curentul de gaz apar pulsații de viteză. Prin analogie în stratul limită termic turbulent vor apărea pulsații de temperatură. Așa cum pentru viteză există pulsația Δw , pentru temperatură va exista pulsația Δt .

Pentru a extinde valabilitatea ecuației conservării energiei a stratului limită termic laminar și la stratul turbulent, se înlocuiesc valorile instantanee ale vitezei și temperaturii cu

$$w_x = \bar{w}_x + \Delta w_x; \quad w_y = \bar{w}_y + \Delta w_y; \quad \dots, \quad t = \bar{t} + \Delta t$$

valorile medii ale abaterilor de viteză și temperatură într-un interval scurt de timp, sînt :

$$\overline{\Delta w_x} = 0; \quad \overline{\Delta w_y} = 0; \quad \dots \quad \overline{\Delta t} = 0$$

Atunci ecuația energiei

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \cdot \nabla^2 t$$

sau

$$\frac{\partial \bar{t}}{\partial \tau} + \bar{w}_x \frac{\partial \bar{t}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\Delta w_x \Delta t}) + \dots = a \cdot \nabla^2 \bar{t}$$

devine :

$$\frac{D\bar{t}}{d\tau} = a \nabla^2 \bar{t} - \left[\frac{\partial}{\partial x} (\overline{\Delta w_x \Delta t}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\Delta w_y \Delta t}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\Delta w_z \Delta t}) \right] \quad (4.131)$$

Termenul din paranteză dreaptă este o funcție de pulsațiile de viteză și de temperatură și reprezintă transferul de căldură convectiv.

În cazul curgerii gazului peste o suprafață plană, cu o viteză medie w_x funcție numai de y și un transfer de căldură numai pe direcția y , ecuația capătă formele simplificate.

$$\frac{D\bar{t}}{d\tau} = a \frac{\partial^2 \bar{t}}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\Delta w_y \Delta t}) \quad (4.132)$$

$$\frac{D\bar{t}}{d\tau} = \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \frac{\partial \bar{t}}{\partial y} - \rho c_p (\overline{\Delta w \Delta t}) \right] \quad (4.133)$$

Primul termen din paranteza mare reprezintă transferul de căldură conductiv, iar al doilea cel convectiv datorat difuziei (turbulent) care poate fi exprimat și prin relația

$$\rho c_p (\overline{\Delta w \Delta t}) = q_{\text{turb}} = - \rho c_p l' \sqrt{\overline{\Delta w_y^2}} \frac{\partial t}{\partial y}$$

în care l' este lungimea de amestec, iar Δw_y^2 -valoarea medie pătratică a pulsației de viteză pe direcția y . Deci fluxul termic total va fi

$$q = q_{\text{cond}} + q_{\text{turb}} = - \left[\lambda \frac{\partial t}{\partial y} + \rho c_p l' \sqrt{\overline{\Delta w_y^2}} \frac{\partial t}{\partial y} \right] \quad (4.134)$$

Însemnând cu $a = \lambda / c_p \rho$ și $\nu_{\text{turb}} = l' \sqrt{\overline{\Delta w_y^2}}$ (viscozitatea cinematică datorată turbulenței) se obține

$$q = - \rho c_p (a + \nu_{\text{turb}}) \frac{\partial t}{\partial y}$$

Deci

$$\frac{\overline{Dt}}{d\tau} = \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial}{\partial y} \left[- \rho c_p (a + \nu_{\text{turb}}) \frac{\partial t}{\partial y} \right] \quad (4.135)$$

4.19. STRATUL LIMITĂ TERMIC AL GAZELOR PERFECTE PENTRU VITEZE DE CURGERE SUBSONICĂ (cu $M > 0,3$) ȘI SUPERSONICĂ

În cazul curgerii unui gaz cu o viteză subsonică dar cu $M > 0,3$, va apare în stratul limită, ca urmare a scăderii vitezei concomitent cu schimbul de căldură cu pereții, o creștere a presiunii și temperaturii momentane a lui. Ecuația energiei trebuind să țină seama de schimburile energetice ce au loc în stratul limită termic (în special cele ale termodifuziei) va avea forma:

$$\rho c_p \frac{Dt}{d\tau} - \frac{Dp}{d\tau} = \lambda \nabla^2 t + \mu D_{\text{iss}} [L \cdot k \cdot t(\vec{w})] \quad (4.136)$$

în care:

$$\begin{aligned} D_{\text{iss}} [L \cdot k \cdot t(\vec{w})] = & 2 \left[\left(\frac{\partial w_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \\ & + \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_y}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial y} \right)^2 + \\ & + \left(\frac{\partial w_z}{\partial x} + \frac{\partial w_x}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} (\text{div } \vec{w})^2. \end{aligned}$$

Acest termen reprezintă „funcția de disipare a energiei”.

Ecuatia de mișcare este :

$$\rho \frac{D\vec{w}}{d\tau} = \rho g - \Delta p + \mu \nabla^2 \vec{w} + \frac{1}{3} \mu \text{grad div } \vec{w} \quad (4.137)$$

Considerind că între două secțiuni oarecare 1 și 2, gazul în debit \dot{m} schimbă cu peretele un flux Q , entalpiile frânate h_0 în 1 și 2 vor fi

$$h_{01} - h_{02} = \frac{Q}{\dot{m}} = \left(h_1 + \frac{w_1^2}{2} \right) - \left(h_2 + \frac{w_2^2}{2} \right)$$

În cazul curgerii unui debit mare de gaz, cu o viteză mare peste o suprafață de lungime mică în direcția de curgere, (de exemplu paletă de turbină, ajutoraj, difuzor, etc.) se poate considera din punct de vedere termic că procesul de curgere are loc adiabatic (avînd în vedere valoarea Q/\dot{m} care tinde către zero pentru \dot{m} mare).

Entalpia frînată și temperatura frînată au formele cunoscute

$$h_0 = h + \frac{w^2}{2}; \quad T_0 = T + \frac{w^2}{2c_p}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{w^2}{2c_p T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2$$

După cum se vede, pentru o curgere adiabatică temperatura momentană a gazului în stratul limită depinde de viteza de curgere w . Pentru exemplificare se consideră curgerea unui gaz peste o suprafață solidă, avînd la intrarea peste suprafață o temperatură momentană $T = 288 \text{ K}$ și o viteză medie de curgere w corespunzătoare criteriului Mach cuprins între 0,1 și 20. În stratul limită, la $y = 0$ (la perete) viteza scade la $w = 0$. Ca urmare gazul la perete va avea temperatura frînată :

$$T_p = T_0 = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right).$$

Valorile temperaturii frînată a gazului la perete, pentru $k = 1,4$ și $T = 288 \text{ K}$, în funcție de criteriul Mach al curgerii sînt prezentate în tabelul 4.5.

După cum se vede din tabelul 4.5 pentru o viteză pentru care $0 < M < 0,3$ temperatura frînată a gazului la perete este cu maxim 5 grade mai ridicată decît temperatura momentană medie din zona liberă; deci frînarea se poate neglija.

Din cele expuse pînă acum se constată o diferență fundamentală între noțiunea de strat limită termic în cazul curgerii gazelor cu $M < 0,3$, față de noțiunea de strat limită termic pentru $M > 0,3$.

Această diferență are la bază ipoteza fundamentală a apariției stratului limită termic și anume :

— în cazul curgerilor cu $M < 0,3$ stratul limită termic apare ca urmare a diferenței dintre temperatura medie momentană a gazului în

Tabelul 4.5

Temperatura T_0 a gazului la perete pentru $k = 1,4$ și $T = 288$ K și o viteză de curgere w

| Temperatura gazului în zona liberă T [K] | $k = \frac{c_p}{c_v}$ | Viteza medie de curgere $M = \frac{w}{a}$ | Viteza de curgere la perete w_p [m/s] | Temperatura gazului la perete T_0 [K] | Creșterea de temperatură în stratul limită ΔT |
|---|-----------------------|--|--|--|--|
| 288 | 1,4 | 0,1 | 0 | 288,57 | 0,57 |
| 288 | 1,4 | 0,2 | 0 | 290,30 | 2,30 |
| 288 | 1,4 | 0,3 | 0 | 293,20 | 5,20 |
| 288 | 1,4 | 0,5 | 0 | 302,4 | 20,4 |
| 288 | 1,4 | 0,75 | 0 | 320,25 | 32,25 |
| 288 | 1,4 | 1 | 0 | 345,6 | 57,6 |
| 288 | 1,4 | 2 | 0 | 518,4 | 230,4 |
| 288 | 1,4 | 3 | 0 | 806,4 | 518,4 |
| 288 | 1,4 | 4 | 0 | 1209,6 | 921,6 |
| 288 | 1,4 | 5 | 0 | 1728 | 1440 |
| 288 | 1,4 | 6 | 0 | 2361,6 | 2073,6 |
| 288 | 1,4 | 7 | 0 | 3110,4 | 2822,4 |
| 288 | 1,4 | 10 | 0 | 6048 | 5760 |
| 288 | 1,4 | 15 | 0 | 13248 | 12960 |
| 288 | 1,4 | 20 | 0 | 23328 | 23040 |

zona liberă și temperatura peretelui. După cum se vede din tabelul 4.5 temperatura momentană a gazului diferă foarte puțin de temperatura frînată a lui la perete pentru curgeri cu $M < 1$. Deci stratul limită termic există numai atunci cînd $T_p \neq T$. Dacă $T_p = T$ curgerea prezintă un strat limită dinamic, dar cel termic este inexistent. S-a notat cu T temperatura momentană a gazului în zona liberă și cu T_0 temperatura frînată a lui, deci la contactul cu peretele unde $w = 0$.

— în cazul curgerilor cu $M > 1$ diferența dintre temperatura momentană a gazului în zona liberă și temperatura frînată la perete este mare. Deci stratul limită termic există chiar dacă $T_p = T_0$.

Problema se ilustrează printr-un exemplu, făcînd apel la datele din tabelul 4.5. Se consideră temperatura momentană a gazului în curgere $T = 288$ K. Se cere determinarea temperaturii peretelui T_p , pentru $M_1 = 0,2$ și $M_2 = 4$.

Se constată, cu ajutorul datelor din tabel, că

— pentru $M_1 = 0,2$, $T_p = 290,3$ K

— pentru $M_2 = 4$ $T_p = 1209,6$ K

Deci diferența dintre temperatura peretelui T_p și temperatura momentană a gazului definește gradientul de temperatură în stratul limită termic numai în cazul curgerilor cu $M > 0,3$.

Pe de altă parte, din datele cuprinse în tabelul 4.5 se constată că în cazul curgerii supersonice temperatura gazului în stratul limită capătă valori atît de mari încît poate duce la topirea sau schimbarea structurii materialului peretelui peste care curge. Această situație pune în evidență așa-numitul „zid al temperaturii” unui gaz în curgere, care este temperatura de înmuiere sau de topire a materialului respectiv. Considerînd ca

zid al temperaturii valoarea maximă admisă a unui material oarecare din motive de rezistență, notată cu T_{zid} , se poate determina viteza maximă de curgere admisă pentru un gaz a cărui temperatură momentană medie este notată cu T , cu relația

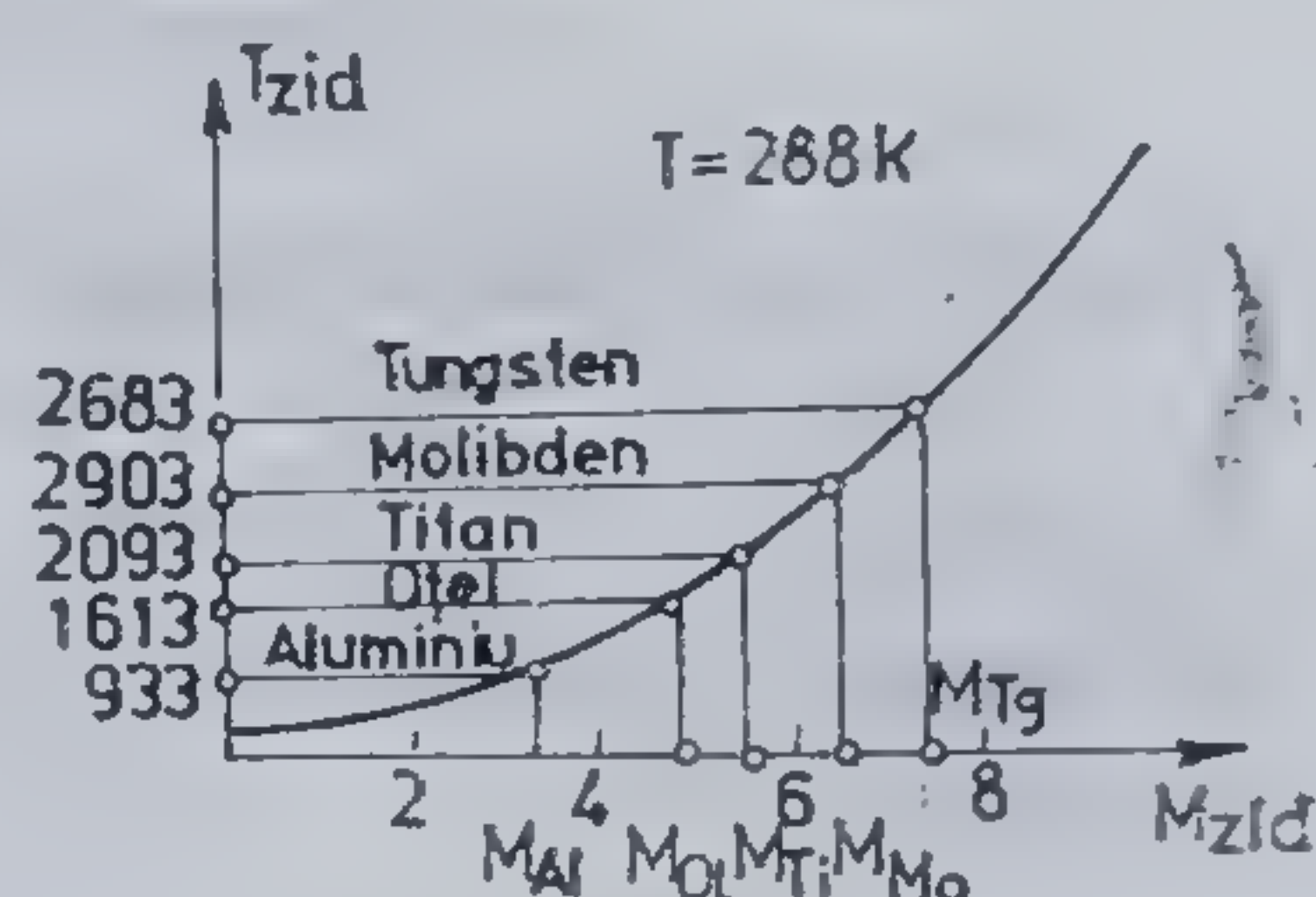
$$w_{\text{zid}} = \sqrt{kRT} \sqrt{\frac{2(T_{\text{zid}} - T)}{T(k - 1)}} \quad (4.135)$$

sau

$$M_{\text{zid}} = \sqrt{\frac{2(T_{\text{zid}} - T)}{T(k - 1)}} \quad (4.136)$$

Ca exemplu, pentru un gaz perfect ($k = 1,4$) și o temperatură momentană medie de curgere $T = 288 \text{ K}$, se prezintă în figura 4.22 zidul temperaturii de topire M_{zid} la o serie de metale.

Fig. 4.22. Zidul temperaturii în funcție de criteriul Mach al curgerii.



Pe de altă parte, proprietățile termofizice ale gazului, ca urmare a creșterii temperaturii la valori ridicate, se modifică, putînd apărea diferite fenomene specifice temperaturilor înalte, de exemplu ionizarea gazului, disociații moleculare etc.

Ca urmare, în gazodinamică datorită fenomenelor ce apar în stratul limită, curgerile se împart în următoarele categorii:

(1) Curgeri lente cu $M < 0,3$ pentru care fenomenele de frînare din stratul limită dinamic sînt neglijabile pentru stratul limită termic;

(2) Curgeri cu $0,3 < M < 0,9$, denumite și curgeri subsonice, cu viteză ridicată, caracteristice celor ce au loc în turbomașini și unde fenomenul de frînare prezintă o importanță limitată;

(3) Curgeri cu $0,9 < M < 1,2$, denumite și *curgeri transonice* la care este posibilă apariția undei de șoc slabe, deci în care au loc salturi de compresiune, de densitate, temperatură etc. moderate și unde fenomenul de frînare prezintă oarecare importanță;

(4) Curgeri cu $1,2 < M < 5$, denumite și *curgeri supersonice*, în care fenomenul de frînare prezintă o importanță deosebită din punct de vedere al stratului limită termic. Pentru aceste cazuri trebuie avută în vedere valoarea zidului de temperatură a materialului canalului, deoarece frînarea curenului în stratul limită poate duce la apariția proceselor de

vaporizare, sublimare, topire etc. a materialului din care sînt confecționați pereții canalului prin care are loc curgerea.

(5) Curgeri cu $M > 5$, denumite și *curgeri hipersonice*, în care frînarea în stratul limită poate duce la ionizarea gazului ce curge, deci la trecerea lui în stare de plasmă.

Valoarea presiunii gazului în stratul limită dinamic se determină cu relația cunoscută a presiunii frîinate :

$$p_0 = p + \frac{\rho \cdot w^2}{2}$$

În cazul cînd în stratul limită termic are loc și un schimb de căldură între perete și gaz, deci în prezența unui flux termic, presiunea frînată este dată de relația :

$$p_0 = p + \rho \frac{w^2}{2} \pm \rho \cdot q$$

în care q este fluxul termic schimbat de gaz cu pereții canalului.

Avînd în vedere existența termoconducției între liniile de curent ale gazului în stratul limită termic, precum și fluxul termic datorat turbulenței din strat, temperatura gazului la perete, notată cu T_r , nu este chiar temperatura frînată, ci aceea dată de relația

$$T_r = T + r \frac{w^2}{2c_p} = T \left(1 + r \frac{k-1}{2} M^2 \right)$$

în care $T_r < T_0$, ea fiind temperatura gazului la perete unde se presupune că $w = 0$, iar r „coeficientul de recuperare” sau „coeficientul parietal al vitezei” dat de relația

$$r = \frac{T_r - T}{T_0 - T} = \frac{T_r - T}{\frac{w^2}{2c_p}} \quad (4.137)$$

Coeficientul r poate fi exprimat și în funcție de cifra M a curgerii cu relația

$$T_0 = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right); \quad T_0 - T = T \frac{k-1}{2} M^2$$

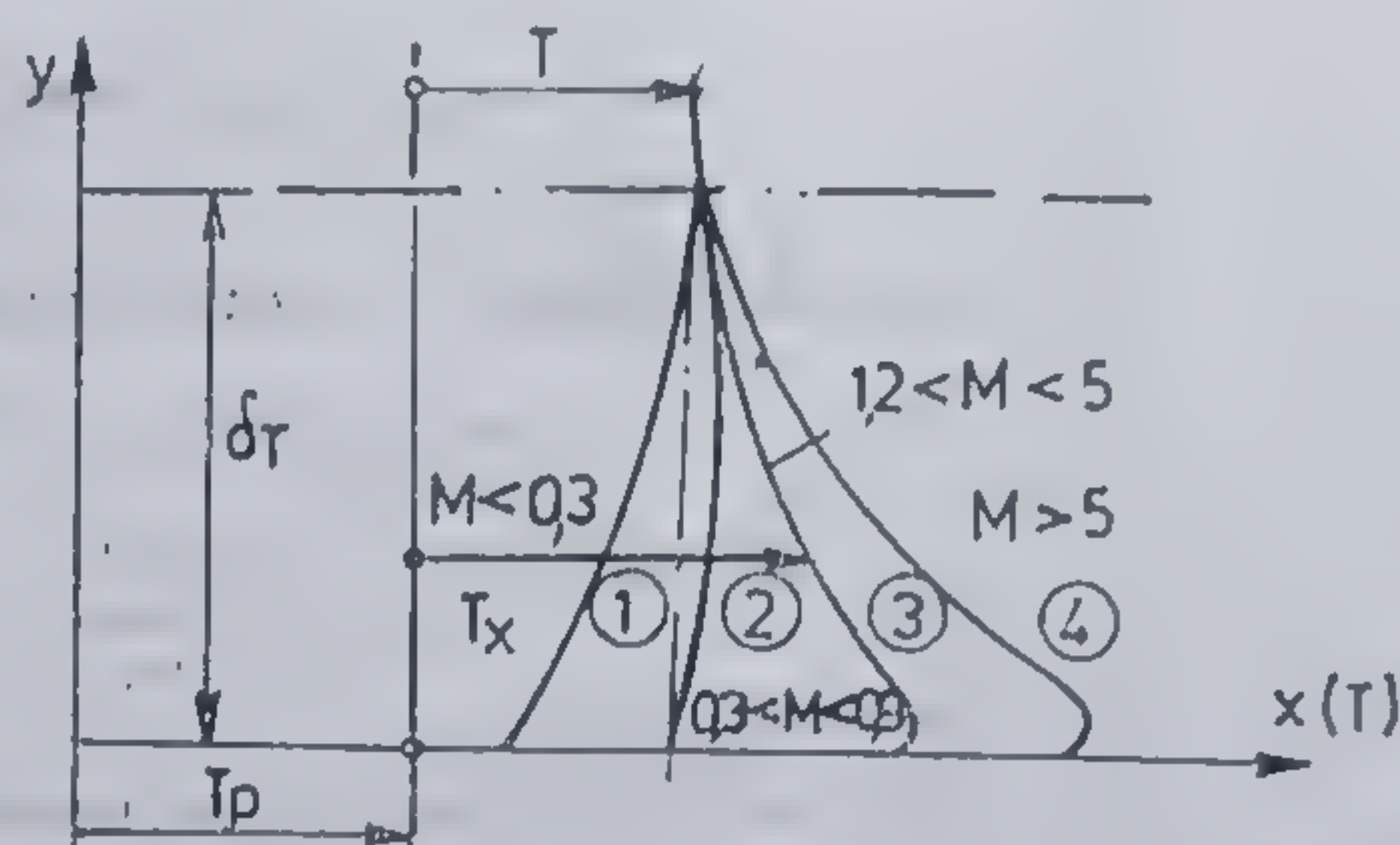
$$r = \frac{T_r - T}{T \frac{k-1}{2} M^2} \quad (4.138)$$

Diferența dintre temperatura frînată T_0 pe care ar trebui să o aibă gazul la perete pentru o frînare totală și T_r pe care el o are se datorește raportului dintre difuzibilitatea moleculară a cantității de mișcare (μ/ρ) și coeficientul de difuzibilitate termică ($\alpha = \lambda/\rho c_p$), deci depinde de criteriul Prandtl al gazului dat de o relație de forma $r = \sqrt{\text{Pr}}$.

După cum se vede coeficientul parietal al vitezei este independent de cifra M și criteriul Re al curgerii.

În figura 4.23 se prezintă curbele de variație a temperaturii gazului T în stratul limită termic pentru diferite valori M . Pentru curgeri cu $M < 0,3$, variația temperaturii gazului în stratul limită termic are loc

Fig. 4.23. Variația temperaturii în stratul limită termic.



numai ca urmare a schimbului de căldură gaz-perete (curba 1). Pentru curgeri cu $0,3 < M < 0,9$ temperatura variază după curba 2, avînd tendința să crească, dar la un moment dat, ca urmare a schimbului de căldură cu peretele, începe să scadă.

Pentru $1,2 < M < 5$, temperatura gazului crește pînă la valoarea frînată T_0 așa cum se vede din curba 3, dar în vecinătatea peretelui ea scade pînă la valoarea T_r ca urmare a schimbului de căldură cu peretele. Curba 4 prezintă variația temperaturii în stratul limită termic pentru $M > 5$. Deci curba de variație a temperaturii în stratul limită termic pentru curgeri transonice, supersonice și hipersonice nu mai poate fi reprezentată printr-o ecuație monotonă, deoarece apar puncte de discontinuitate ca urmare a tendințelor antagoniste datorate frînării și schimbului de căldură cu peretele (sau cumulative dacă $T_p > T$).

În cazul mediilor bifazice cu viteză transonică sau supersonică, stratul limită termic și relațiile de calcul devin identice cu cele ale gazului perfect, deoarece creșterea temperaturii este resimțită numai de faza gazoasă și, ca urmare a încălzirii ei, faza lichidă se vaporizează. Diferența dintre stratul limită termic al mediului bifazic și cel al gazului perfect, constă numai în ceea ce privește schimbul de căldură prin termococonducție, deci se reflectă numai în valoarea coeficientului r , a cărei valoare este mai mică la mediul bifazic decît la cel monofazic. Dacă pentru gazul perfect r variază între valorile 0,65 și 0,95, pentru cel bifazic, determinat numai pe cale experimentală, este cuprins între 0,30 și 0,45.

Tabelul 4.6.

Mărimile caracteristice ale stratului limită din amle și termic

| Mărimea | Valoarea | Obs. |
|-----------|--|---|
| x_{cr} | <p>Suprafață plană—curgere laminară— :</p> $x_{cr} = 5 \cdot 10^5 \frac{\nu_1}{w_1}$ <p>Suprafață plană—curgere turbulentă— :</p> $x_{cr} = 4,85 \cdot 10^5 \frac{\nu_1}{w_1}$ <p>Conductă circulară — curgere turbulentă — :</p> $x_{cr} = 50 \cdot d$ $x_{cr} = \frac{\nu_1 \cdot Re_{cr}}{w_1}$ | <p>x_{cr} = lungimea de sta- bilizare ;</p> <p>w_1 = viteza medie în zona liberă a curge- rii</p> |
| Re_{cr} | <p>Pentru suprafețe plane și gaz perfect :</p> $Re_{crL} = \frac{w_1 \cdot x}{\nu_1} \approx 3 \cdot 10^5$ <p>Pentru conducte circulare și gaz perfect :</p> $Re_{crL} = \frac{w_m \cdot d}{\nu_1} \approx 2400$ <p>Curgerea forțată a unui gaz perfect peste o suprafață plană orizontală :</p> $Re_{crL} = 5 \cdot 10^5$ <p>Curgerea forțată a unui gaz perfect printr-o conductă cu diametrul mic :</p> $Re_{crL} < 2000$ <p>Curgerea liberă (sub acțiunea forțelor gra- vitaționale) a unui gaz perfect :</p> $ Gr \cdot Pr _{cr} = 10^4 \dots 10^7$ $ Gr \cdot Pr _{cr} = 10^7 \dots 10^9$ <p>Curgere forțată sau liberă a mediilor bifazice :</p> $Re < 30 \dots 50$ $30 \dots 50 < Re < 160 \dots 400$ $Re > 160 \dots 400$ | <p>Valoarea la care are loc trecerea de la regimul de curgere laminar la cel turbulent.</p> <p>Re_{crL} valoarea la care are loc trecerea de la regimul tranzitoriu la cel turbu- lent.</p> <p>Trecerea la regim tranzi- toriu.</p> <p>Trecerea la regim turbu- lent.</p> <p>Regim laminar</p> <p>Regim tranzitoriu</p> <p>Regim turbulent</p> |

tabelul 4.6 (continuare)

| Mărimea | Valoarea | Obs. |
|----------|--|---|
| δ | <p>Curgere laminară forțată peste o suprafață plană :</p> $\delta = 5,83 \frac{x}{\text{Re}^{1/2}} \Big _{x > x_{\text{cr}}}$ <p>Curgere turbulentă forțată peste o suprafață plană :</p> <p>— substratul laminar</p> $\delta_{\text{lam}} = \frac{37,2 \cdot x}{\text{Re}^{0,912}} \Big _{x > x_{\text{cr}}}$ <p>— substratul limită turbulent :</p> $\delta_{\text{turb}} = \frac{0,37 \cdot x}{\text{Re}^{0,2}} \Big _{x > x_{\text{cr}}}$ <p>Curgere liberă (sub acțiunea forțelor gravitaționale) : grosimea substratului laminar</p> $\delta_{\text{lam}} = 4,23 \sqrt[4]{\frac{\mu \cdot \lambda \cdot x}{c_p \cdot \beta \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \Delta t}}$ <p>Grosimea substratului de lichid în regim laminar la stratul limită al mediilor bifazice</p> $\delta_l = \left(\frac{v_l \cdot \dot{V}_l}{g} \right)^{1/3}$ <p>Curgere forțată în lungul unei plăci plane verticale :</p> $\delta^* = 1,73 \sqrt{\frac{w_x}{w_1}} \text{ (substrat laminar)}$ $\delta^{**} = 0,664 \sqrt{\frac{w_x}{w_1}} \text{ (substratul turbulent)}$ <p>Curgere laminară în lungul unei plăci orizontale</p> $\delta_l = \frac{4,64 \cdot x}{\text{Re}^{1/2}}$ | <p>δ — grosimea stratului limită dinamic</p> <p>$\Delta t = t_f - t_p$</p> <p>\dot{V}_l = debitul de lichid pe unitatea de suprafață în $\text{m}^3/\text{h} \cdot \text{m}^2$</p> |

tabelul 4.6 (continuare)

| Mărimea | Valoare | Obs. |
|---------|--|---|
| w_x | <p>Curgere laminară a gazului perfect în conducte circulare :</p> $w_x = w_{\max} \left[1 - \left(\frac{R_x}{R} \right)^2 \right]$ <p>— viteza medie de curgere :</p> $w_m = \frac{1}{\pi \cdot R^2} \int_0^R w_{\max} \left[1 - \left(\frac{R_x}{R} \right)^2 \right] 2 \cdot \pi \cdot R_x \cdot dR_x$ $w_m \approx \frac{1}{2} w_{\max}$ <p>Curgere laminară prin canale cu dimensiunile $h \times 2 \cdot h$:</p> $w_x = w_{\max} \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right)$ <p>— viteza medie de curgere :</p> $w_m = \frac{1}{2 \cdot h} \int_{-h}^{+h} w_{\max} \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) dy$ $w_m \approx \frac{2}{3} w_{\max}$ <p>Curgere laminară peste o placă plană orizontală :</p> $w_x = w_1 \left[1,5 \frac{y}{\delta} - 0,5 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right]$ <p>Curgere turbulentă forțată prin conducte circulare :</p> <p>— viteza în substratul laminar :</p> $\frac{w_x}{w_1} = \frac{y \left(\frac{\tau_f}{\nu} \right)^{1/2}}{\nu}$ <p>— viteza în substratul tranzitoriu :</p> $w_x = w_1 \left[5 \cdot \ln \frac{y \left(\frac{\tau_f}{\nu} \right)^{1/2}}{\nu} - 3,05 \right]$ | <p>w_x = viteza de curgere la :</p> <p>$-R < R_x < R$</p> <p>$w_x _{R_x=0} = w_{\max}$</p> |

Tabelul 4.6 (continuare).

| Mărimea | Valoarea | Obs. |
|---------|--|------|
| | — viteza în substratul turbulent: | |
| | $w_x = w_1 \left[5,5 + 2,5 \cdot \ln \frac{y \left(\frac{\tau_f}{\nu} \right)^{1/2}}{\nu} \right]$ | |
| | Curgere turbulentă forțată peste o placă plană rugoasă : | |
| | $w_x = w_1 \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7}$ | |
| | Curgere turbulentă prin conductă circulară cu diametru mic, la care: | |
| | $\delta = R; w_1 = w_{\max}$ | |
| | $\frac{w_x}{w_{\max}} = \left(1 - \frac{R_x}{R} \right)^{1/7}$ | |
| | — viteza medie : | |
| | $w_m = \frac{1}{\pi \cdot R^2} \int_0^R w_{\max} \left(1 - \frac{R_x}{R} \right)^{1/7} 2\pi R_x dx$ | |
| | $w_m \approx \frac{49}{60} w_{\max} = 0,817 \cdot w_{\max}$ | |
| | Curgere turbulentă prin canal rectangular cu laturile $h \times 2h$: | |
| | $\frac{w_x}{w_{\max}} = \left(\frac{y}{h} \right)^{1/7}$ | |
| | — viteza medie : | |
| | $w_m = \frac{1}{2 \cdot h} \int_{-h}^{+h} w_x \cdot dy$ | |
| | $w_m = \frac{1}{2} w_{\max} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{y}{h} \right) d\left(\frac{y}{h} \right)$ | |
| | $w_m \approx \frac{7}{8} w_{\max}$ | |

Tabelul 4.6 (continuare)

| Mărimea | Valoarea | Obs. |
|------------|---|---|
| δ_T | <p>Stratul limită termic laminar la curgerea forțată pentru o suprafață plană:</p> $\delta_T = \frac{4,64 \cdot x}{\sqrt{Re_x} \sqrt{Pr}}$ $\delta_T = \delta \sqrt{\frac{3}{Pr}}$ <p>Variația temperaturii în stratul limită termic laminar la curgerea forțată peste o suprafață plană:</p> $\frac{\theta}{\theta_0} = 1,5 \frac{y}{\delta_T} - 0,5 \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3$ | <p>δ_T — grosimea stratului limită termic</p> <p>$\theta = t_1 - t_p$</p> <p>$\theta_0 = t - t_p$</p> <p>t — temperatura în stratul limită termic;</p> <p>t_1 — temperatura fluidului</p> |
| | <p>Variația temperaturii în stratul limită termic la curgerea forțată printr-o conductă:</p> $\frac{T}{T_0} = 1 - M_{\max}^2 \left(\frac{w_x}{w_1} \right)^2$ <p>Temperatura gazului la perete, pentru curgerea supersonică:</p> $\frac{T_r}{T_1} \left(1 + r \frac{k-1}{2} M_x^2 \right)$ <p>Coeficientul paretal la perete, r, la curgerea supersonică</p> $r = \frac{T_r - T}{T \frac{k-1}{2} M^2}$ | <p>$M_x = \frac{w_x}{a}$</p> |

4.20. VALORILE CARACTERISTICE ALE STRATULUI LIMITĂ DINAMIC ȘI TERMIC

În calculul teoretic al stratului limită dinamic și termic s-a presupus că variația vitezei și temperaturii în stratul respectiv este dată de o ecuație monotonă, cu limitele $w_x = w_1$ la $y = \delta$ și $w_x = 0$ la $y = 0$, iar pentru viteze de curgere cu $M < 0,3$ temperatura T_x variază după o lege analoagă, cu limitele $T_x = T_f$ la $y = \delta_T$ și $T_x = T_p$ la $y = 0$ (T_f = temperatura medie a fluidului; T_p = temperatura peretelui).

În termogazodinamică, curgerea gazului fiind însoțită atât de schimburi enegetice între el și pereții canalului sub formă de căldură, cât și de transformări termodinamice ce conduc la o variație a temperaturii T , în lungul peretelui [$T = f(x)$]; deci legea de variație a temperaturii și vitezei în stratul limită nu mai este monotonă, ci este o funcție complexă specifică fiecărui caz în parte.

Ca urmare, rezolvarea problemei principale a stratului limită dinamic și termic, anume determinarea funcțiilor $w_x = f(y)$ și $T_x = f(y)$ și a grosimii δ și δ_T , se poate face cel mai ușor pe cale experimentală.

În tabelul 4.6 sînt prezentate mărimile caracteristice ale stratului limită dinamic și termic, pentru o serie de cazuri tehnice.

Valorile trecute în tabelul 4.6 sînt numai orientative, ele avînd caracterul unei cifre de control cu care să se compare ordinul de mărime al valorii obținute analitic sau experimental pentru un caz similar. Pentru calcule estimative, ele pot fi și utilizate însă și ca atare.

5. CURGEREA GAZELOR PRIN AJUTAJE ȘI DIFUZOARE GEOMETRICE

5.1. AJUTAJ GEOMETRIC AXIAL PENTRU GAZUL PERFECT

Transformarea energiei potențiale a unui gaz, în energie cinetică, se face cu ajutorul unui canal cu secțiune variabilă, denumit *ajutaj*. În el are loc o destindere adiabată a gazului de la entalpia h_1 la entalpia h_2 . Lucrul mecanic produs prin destindere este consumat pentru mărirea energiei cinetice a gazului în curgere.

Variația energiei cinetice a gazului la trecerea prin ajutoraj este dată de expresiile

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = h_1 - h_2 \quad (5.1)$$

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = \left(u_1 + \frac{p_1}{\rho_1} \right) - \left(u_2 + \frac{p_2}{\rho_2} \right) \quad (5.2)$$

Cu indicele „1” se notează mărimile medii ale parametrilor gazului la intrarea în ajutoraj și cu „2” cele la ieșire. În ajutoraj, considerînd lucrul mecanic de frecare nul (proces adiabat-reversibil), sînt satisfăcute relațiile

$$h_{01} = h_{02}; \quad w_2 > w_1; \quad h_2 < h_1; \quad p_2 < p_1; \quad u_2 < u_1 \quad (5.3)$$

În procesul de destinderea adiabat-reversibil a unui gaz $h_1 - h_2 = - \int_1^2 v \cdot dp$ și ca urmare relația (5.1) poate fi exprimată sub forma

$$\begin{aligned} \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} &= h_1 - h_2 = \int_1^2 -v \cdot dp|_{dq=0} = \\ &= \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad [\text{m/s}] \end{aligned} \quad (5.4)$$

Deci, într-un ajutoraj geometric procesul de accelerare (creștere a

energici cinetice) a curentului de gaz are loc pe scama lucrului mecanic produs prin destinderea lui de la entalpia momentană h_1 la h_2 .

Ținând seama de relațiile pentru calculul parametrilor unui curent de gaz, valorile medii momentane ale lor într-o secțiune oarecare x , pe direcția de curgere, sînt date de relațiile (5.5):

$$T_x = \frac{T_{01}}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2} \text{ [K]}; \quad p_x = \frac{p_{01}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right)^{\frac{k-1}{k}}} \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (5.5)$$

$$\rho_x = \frac{\rho_{01}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right)^{\frac{1}{k-1}}} \text{ [kg/m}^3\text{]}; \quad v_x = v_{01} \left[1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right]^{\frac{1}{k-1}} \text{ [m}^3\text{/kg]}$$

În aceste expresii cu T_x, p_x, ρ_x etc s-a notat mărimea momentană a parametrului respectiv în secțiunea x , iar cu $T_{01}, p_{01}, \rho_{01}$ etc mărimea frînată în secțiunea de intrare a ajutorului; M_x este valoarea criteriului Mach în secțiunea x .

Deoarece curgerea gazului prin ajutorul geometric are loc în regim permanent stabilizat ea respectă ecuația continuității și anume $\dot{m} = \rho_x \cdot w_x A_x = \text{const.}$, în care \dot{m} este debitul masic în kg/s, A_x — secțiunea canalului în m^2 și w_x — viteza medie de curgere în m/s, în secțiunea x . Respectarea ecuației de continuitate înseamnă că secțiunea canalului trebuie să urmeze o lege de variație care să satisfacă relația (5.6, a):

$$\dot{m} = A_x \frac{w_x}{v_x} = \frac{A_x}{v_x} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \text{ [kg/s]} \quad (5.6, a)$$

în care pentru un proces adiabat-izentrop

$$v_x = v_1 \left(\frac{p_1}{p_x}\right)^{\frac{1}{k}} \text{ [m}^3\text{/kg]}; \quad \rho_x = \rho_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$\dot{m} = A_x \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 \rho_1 \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}} \text{ [kg/s]} \quad (5.6, b)$$

Debitul de gaz \dot{m} ce poate trece prin secțiunea A_x este maxim (\dot{m}_{max}) pentru o destindere de la p_1 la $p_{cr} = p_1(2/k + 1)^{k/k-1}$; pentru o destindere de la p_1 la $p_2 < p_{cr}$, debitul rămîne constant și egal cu \dot{m}_{max} , dat de expresia

$$\dot{m}_{max} = A_{mtn} \sqrt{k p_1 \rho_1 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right]$$

în care A_{mtn} este secțiunea sonoră a ajutorului (unde viteza este egală cu viteza sunetului).

Secțiunile de intrare 1 și de ieșire 2 ale ajutorului supersonic se obțin cu relațiile de continuitate:

$$A_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 w_1} [\text{m}^2]; \quad (5.7)$$

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 w_2} [\text{m}^2] \quad (5.8)$$

5.2. AJUTAJ GEOMETRIC AXIAL, SUPERSONIC, PENTRU GAZUL PERFECT

Din relațiile (5.7) și (5.8) se constată că secțiunea A_2 de ieșire a ajutorului poate fi mai mică, egală sau mai mare decât cea de intrare A_1 în funcție de raportul p_2/p_1 . Pentru determinarea variației secțiunii ajutorului geometric, se pleacă de la condiția gazodinamică de bază pe care trebuie să o îndeplinească și anume ca ecuația de continuitate să fie satisfăcută în orice secțiune a lui, notată cu A . Notînd cu p și w presiunea momentană și viteza curentă se obține din ecuația continuității:

$$\rho w A = \text{Const.} \quad (5.9)$$

Prin derivare se obține

$$A w d\rho + A \rho \cdot dw + \rho w \cdot dA = 0$$

Prin împărțire cu $\rho w A$ se obține:

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dw}{w} - \frac{d\rho}{\rho} \quad (5.10)$$

Deoarece procesul este o destindere adiabat-izentropă, ținînd seama de relația (5.4) se obține:

$$\int -\frac{dp}{\rho} = \frac{w^2}{2} \Big|_{w=0} \rightarrow \frac{dp}{\rho} = w dw$$

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const.} \rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{kp} dp$$

Prin înlocuire, relația (5.10) capătă forma

$$\left(\frac{w^2}{a^2} - 1 \right) \frac{dw}{w} = \frac{dA}{A}; \quad (M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{dA}{A} \quad (5.11)$$

Din expresia (5.11), care exprimă variația secțiunii ajutorului dA/A în direcția de curgere, în funcție de criteriul Mach în secțiunea respectivă,

se constată că dw/w este întotdeauna pozitiv, deoarece viteza crește și ca urmare pentru accelerarea unui curent de curge cu o viteză ce corespunde criteriului Mach :

$M < 1$; curgere subsonică; $\frac{dA}{A} < 0$, secțiune convergentă;

$M = 1$; curgere sonică; $\frac{dA}{A} = 0$; secțiune constantă;

$M > 1$; curgere supersonică; $\frac{dA}{A} > 0$; secțiune divergentă.

Ca urmare pentru obținerea unei curgeri supersonice, ajutorul trebuie să aibă mai întâi o secțiune convergentă, pînă cînd M devine egal cu 1, deci pînă cînd viteza $w = a$ și apoi una divergentă pentru ca w să devină $> a$. Secțiunea unui ajutor supersonic este prezentată în figura 5.1. În secțiunea minimă a acestuia, viteza va fi egală cu viteza sunetului și ca urmare toți parametrii gazului vor avea valorile critice date de relațiile cunoscute (5.12):

$$\left. \begin{aligned} T_{cr} &= \frac{T_{01}}{\frac{k+1}{2}} = \frac{2}{k+1} T_0; \quad p_{cr} = p_{01} \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k}{k-1}} \\ v_{cr} &= v_{01} \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}}; \quad \rho_{cr} = \frac{\rho_{01}}{\left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}}} \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

Secțiunea critică nu va fi o conductă cu secțiune constantă, ci o secțiune plană, avînd în vedere că pentru atingerea regimului supersonic $dA/A = 0$. Astfel pentru ca viteza de curgere a unui gaz perfect să treacă de la $M = 0,9$ la $M = 1$, secțiunea se va micșora cu 1%, iar pentru ca să treacă de la $M = 0,95$ la $M = 1$, se va micșora cu 0,25%. Ca urmare este practic imposibil de menținut regimul sonic de curgere pe o conductă cu secțiune constantă.

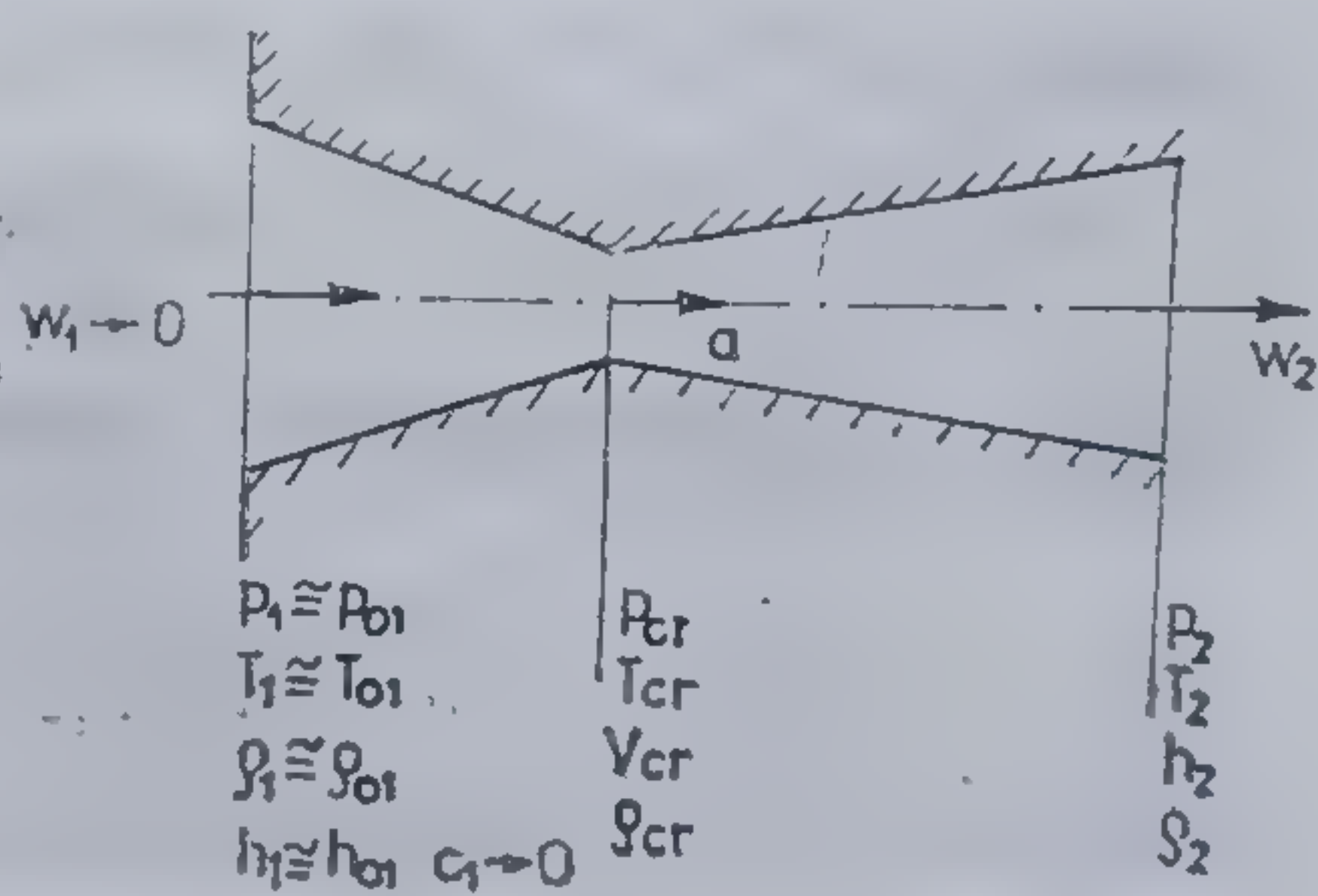


Fig. 5.1. Ajutor supersonic.

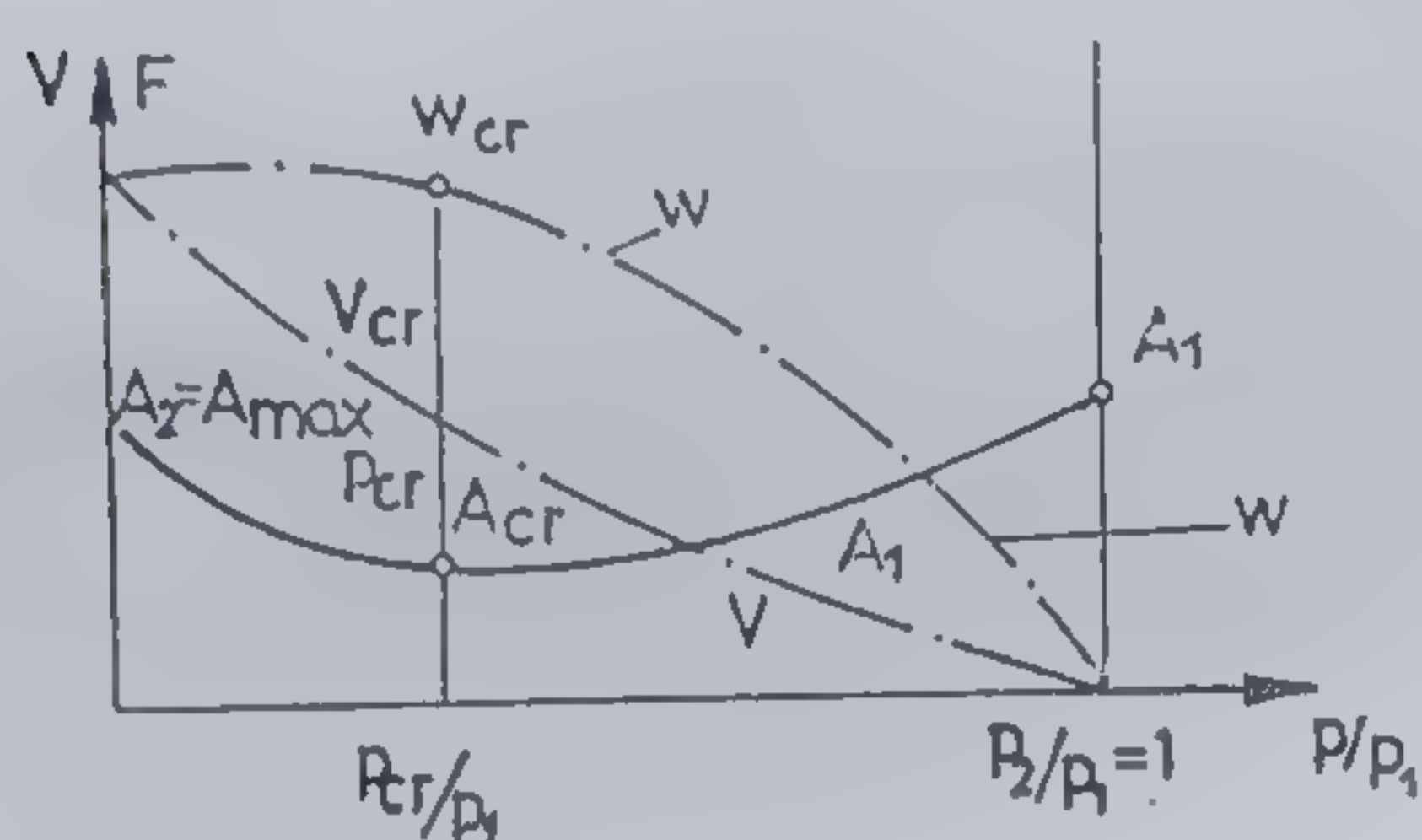
Exprimarea ecuației de variație a secțiunii ajutorului geometrie se face apelînd la ecuația de continuitate scrisă în funcție de volumul specific al gazului într-o secțiune oarecare. Astfel, pentru o secțiune A , în care viteza este w și volumul specific v , se obține

$$\text{const} = \dot{m} = A \frac{w}{v}; \quad A = \text{const.} \frac{v}{w}$$

sau :

$$\frac{dA}{A} = \text{const.} \cdot \frac{\frac{dv}{v}}{\frac{dw}{w}} \quad (5.13)$$

Deci variația secțiunii va depinde de raportul între variația volumului specific și variația vitezei. Din ecuația (5.5) și figura 5.2 se vede că cele două curbe de variație a vitezei și volumului specific, în funcție de raportul de presiuni p/p_1 , au concavități inverse. Deci pentru $p/p_1 > p_{cr}/p_1$ (adică



pentru $w < a_{cr}$) gradientul vitezei este mai mare decât al volumului specific și ca urmare secțiunea este convergentă ($dA/A < 0$). Pentru $w > a_{cr}$, gradientul volumului specific este mai mare decât al vitezei și, ca urmare, trebuie ca $dA/A > 0$ (secțiune divergentă).

Fig. 5.2. Variația vitezei de curgere și a volumului specific într-un ajutoraj supersonic.

Valoarea critică a mărimilor termodinamice ale gazului de stare inițială 1 este dată în relația (5.12), iar viteza critică a lui este $a_{cr} = \sqrt{kRT_{cr}} =$

$= \sqrt{k p_{cr} v_{cr}}$. Secțiunea curentă a ajutorajului A , în funcție de secțiunea critică A_{cr} unde gazul are viteza $w = a$ sub forma adimensională A/A_{cr} , se poate obține pornind de la ecuația continuității (5.14, a) :

$$\rho w A = \rho_{cr} w_{cr} A_{cr}; \quad \frac{A}{A_{cr}} = \frac{\rho_{cr} w_{cr}}{\rho w} \quad (5.14)$$

Deoarece $w = aM$ și $M_{cr} = 1$,

$$\frac{A}{A_{cr}} = \frac{\rho_{cr} \cdot a_{cr}}{\rho \cdot aM} \quad (5.14, a)$$

Ținând seama de rapoartele cunoscute

$$\frac{a_{cr}}{a} = \sqrt{\frac{T}{T_{cr}}} \text{ și } \frac{\rho_{cr}}{\rho} = \left[\frac{T}{T_{cr}} \right]^{\frac{1}{k-1}}$$

se obține pentru (5.14, a) forma (5.14, b)

$$\frac{A}{A_{cr}} = \frac{1}{M} \left[\frac{T_{cr}}{T} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (5.14, b)$$

Făcînd apel la (5.5) raportul T_{cr}/T se poate exprima în funcție de M :

$$\frac{T_{cr}}{T} = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2}} \quad (5.15)$$

Ca urmare (5.14, a) devine :

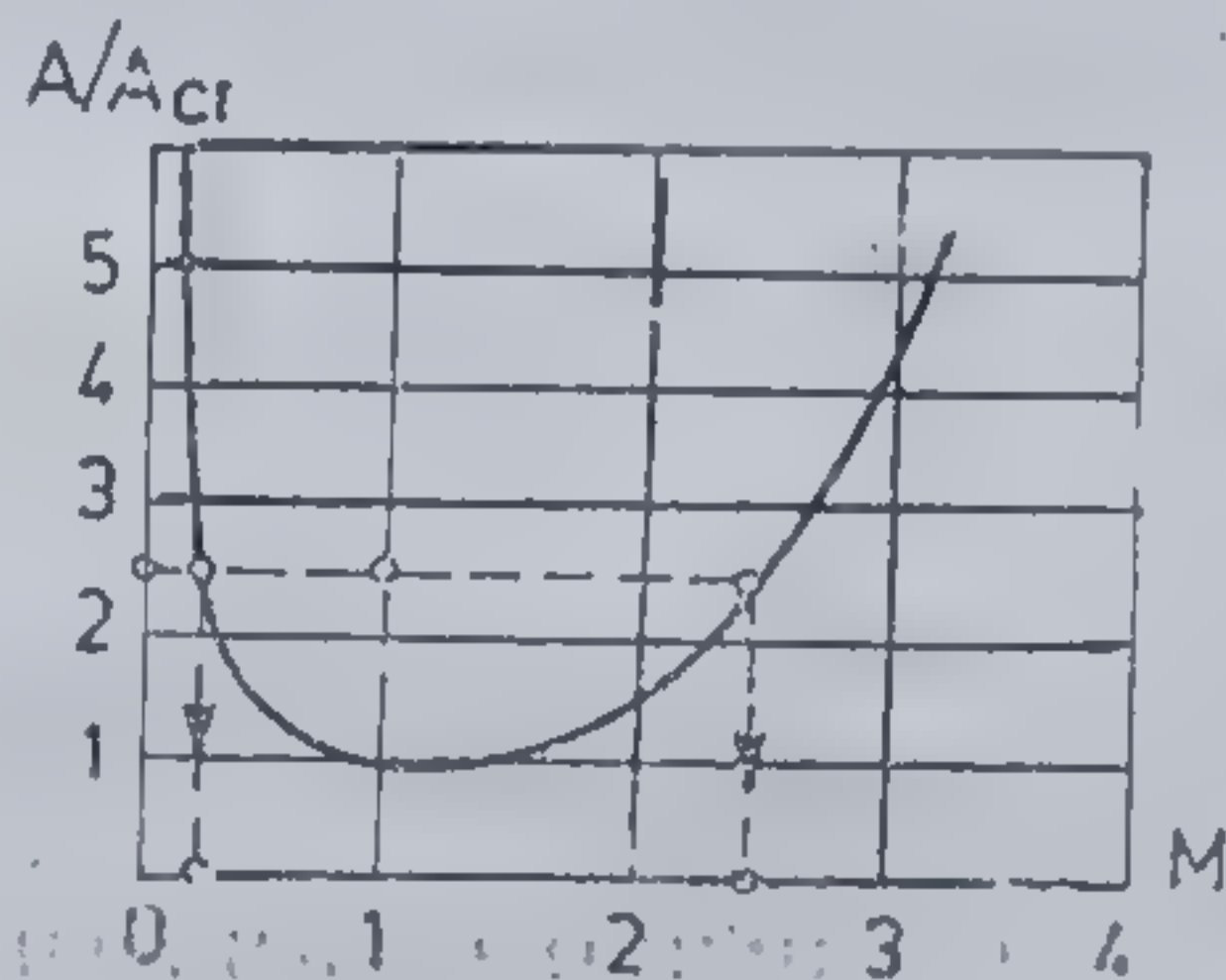
$$\frac{A}{A_{cr}} = \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}}{M \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{2(k+1)}}} \quad (5.16)$$

Deci secțiunea adimensională A/A_{cr} este o funcție de cifra M a curgerii. Pentru un gaz perfect cu $k = 1,4$ și $k = 1,3$, se obțin :

$$\frac{A}{A_{cr}} \Big|_{k=1,4} = \frac{(1 + 0,2 M^2)^3}{1,2^3 M} \quad (5.17)$$

$$\frac{A}{A_{cr}} \Big|_{k=1,3} = \frac{(1 + 0,15 \cdot M^2)^{2,16}}{1,15^{2,16} \cdot M} \quad (5.18)$$

În figura 5.3 se reprezintă variația secțiunii adimensionale A/A_{cr} dată de (5.16). Se observă că fiecareia dintre valorile raportului A/A_{cr} îi corespund două valori ale criteriului Mach, una pentru curgerea subsonică și cealaltă pentru curgerea supersonică. O valoare unitară se obține numai la rădăcina dublă a ecuației (5.16) ce corespunde valorii $M = 1$.



Valoarea presiunii și densității medii a gazului în secțiunea perpendiculară pe axa ajutorului sunt exprimate în funcție de valorile respective ale lui la intrarea în ajutoraj, considerate mărimi frânate, dacă w_1 se consideră că are valoarea zero.

Dacă w_1 are o valoare finită, atunci presiunea inițială devine p_{01} (frînată) și este dată de relația (5.19).

$$p_{01} = p_1 + \frac{\rho_1 w_1^2}{2}, \quad (5.19)$$

Între presiunea și temperatura gazului la intrarea în ajutoraj, notate (pentru simplificarea notațiilor) cu p_0 și T_0 și valorile p și T într-o secțiune oarecare, pentru o destindere adiabatic-izentropă, există legătura

$$\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_0}{T} \quad (5.20)$$

Viteza w_2 la ieșire rămâne constantă, numai dacă și presiunea și temperatura gazului în secțiunile de intrare și ieșire rămân constante.

În cazul când presiunea sau temperatura inițială sau finală cresc sau scad, nu prea mult, în secțiunea finală a ajutorajului viteza w_2 va fi diferită de aceea calculată.

Pentru exemplificare se consideră un ajutoraj cu secțiunile A_1 și A_2 calculat pentru presiunea și temperatura la intrare p_0 și T_0 , iar presiunea la ieșire $p_2 = p_{amb}$, careia îi corespunde temperatura T_2 . Dacă presiunea la intrare devine $p_0 + \Delta p_0$, iar temperatura rămâne T_0 , ajutorajul va destinde adiabat gazul numai pînă la o presiune $p_2 + \Delta p_2 > p_{amb}$.

Destinderea de la $p_2 + \Delta p_2$ la presiunea p_{amb} va avea loc într-un ajutoraj fictiv, reprezentat pe figura 5.4 prin linie punctată (v. pag. 183).

Dacă presiunea inițială scade față de valoarea calculată, atunci în secțiunea de ieșire a ajutorajului se va obține o presiune $p_2 < p_{amb}$.

În concluzie, pentru o construcție existentă, presiunea la ieșirea din ajutorajul supersonic nu este dictată de presiunea spațiului în care iese jetul de gaz, ci numai de presiunea inițială p_0 .

În cazul ajutorajelor supersonice, variația temperaturii, presiunii și densității medii a gazului în secțiune se poate exprima și în funcție de criteriul Mach critic.

Relațiile dintre mărimile termofizice momentane (p, T, ρ) ale unui gaz, în funcție de valorile frîmate inițiale (p_0, T_0, ρ_0) și de M_{cr} sînt :

$$\left. \begin{aligned} M_{cr} &= \frac{w}{a_{cr}}; \quad \frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \\ \frac{p}{p_0} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{\rho}{\rho_0} &= \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

Ca urmare, raportul constructiv adimensional A/A_{cr} , în funcție de M_{cr} este dat de relațiile (5.22)

$$\begin{aligned} \frac{A}{A_{cr}} &= \frac{\rho_{cr} a_{cr}}{\rho w}; \quad \frac{\rho_{cr}}{\rho} = \left[\frac{T_{cr}}{T} \right]^{\frac{1}{k-1}} \\ \frac{A}{A_{cr}} &= \frac{1}{M_{cr}} \left[\frac{\frac{2}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Debitul masic de gaz ce poate trece prin ajutoraj este cel ce trece prin orice secțiune (regimul fiind permanent), deci și cel ce trece prin secțiunea critică. Ca urmare,

$$m = \rho_{cr} \cdot a_{cr} \cdot A_{cr} [\text{m/s}] \quad (5.23)$$

Deoarece între mărimile critice și cele frîmate (inițiale) există legătura

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_0}{T_{cr}} &= \frac{k+1}{2}; \quad \frac{\rho_0}{\rho_{cr}} = \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \\ \frac{p_0}{p_{cr}} &= \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{a_0}{a_{cr}} = \left[\frac{T_0}{T_{cr}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

Pentru un gaz perfect cu $k = 1,4$ se obține :

$$\begin{aligned} T_{cr} &= 0,83 T_0; & \rho_{cr} &= 0,63 \rho_0; & p_{cr} &= 0,529 p_0; \\ a_{cr} &= 0,909 \cdot a_0 \end{aligned} \quad (5.25)$$

Ca urmare relația (5.23) exprimată în funcție de mărimile frinate (sau cele inițiale în cazul cînd $w_1 \rightarrow 0$) capătă forma (5.26) sau (5.27) dacă se ține seama că $a_0 = \sqrt{kRT_0} = \sqrt{k p_0 / \rho_0}$:

$$\dot{m} = \rho_0 a_0 A_{cr} \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (5.26)$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 \cdot A_{cr}}{\sqrt{T_0}} \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \cdot \left[\frac{k}{R} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]. \quad (5.27)$$

Particularizată pentru un aer (gaz perfect) cu $k = 1,4$, relația (5.27) capătă forma simplă (5.28), în care p_0 și T_0 sînt valorile gazului în secțiunea inițială :

$$\dot{m} = 0,391 \frac{p_0 A_{cr}}{\sqrt{T_0}} \approx 0,4 \frac{p_0 \cdot A_{cr}}{\sqrt{T_0}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (5.28)$$

Cu ajutorul relațiilor (5.22) și (5.28) se determină secțiunile unui ajutoraj supersonic ce trebuie să destindă un gaz perfect de debit \dot{m} , de la presiunea p_0 și temperatura T_0 pentru a se obține la ieșire o viteză corespunzătoare unui M_{cr} ales.

5.3. AJUTAJ GEOMETRIC AXIAL SUBSONIC, PENTRU GAZUL PERFECT

În cazul cînd viteza de curgere la ieșirea din ajutoraj trebuie să fie subsonică, sau maximum sonică ($M \leq 1$), este necesar un ajutoraj geometric cu secțiune numai convergentă. Deci secțiunea lui va corespunde numai primei părți dintr-un ajutoraj supersonic și anume aceleia ce destinde gazul pînă la o presiune sau temperatură mai mare sau cel mult egală cu valoarea critică a mărimilor frinate inițiale p_0 , respectiv T_0 .

Pentru o presiune și temperatură inițială dată p_0 și T_0 și la ieșire p_2 și T_2 , criteriul M_{cr_2} la ieșire, pentru o destindere adiabat-izentropă, va fi dat de relația (5.29) :

$$M_{cr_2} = \frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2}} \right] \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (5.29)$$

Viteza de ieșire a gazului din ajutoraj va fi $w_2 = M_{cr_2} \cdot a_{cr}$, iar a_{cr} va fi

$$a_{cr} = a_0 \sqrt{\frac{2}{k+1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k+1}} R \cdot T_0 \quad [\text{m/s}] \quad (5.30)$$

Debitul masic de gaz perfect ce trece printr-o secțiune orarecare A sau secțiunea A_2 (de ieșire) a unui ajutoraj necesar pentru ca viteza să fie w_2 va fi dat de ecuația continuității :

$$\dot{m} = \rho_2 w_2 A_2 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]. \quad (5.31)$$

Deoarece există relațiile între ρ_2 și a_{cr} și valorile inițiale ρ_0 și a_0 :

$$\frac{\rho_2}{\rho_0} = \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}}; \quad \frac{a_{cr}}{a_0} = \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

relația (5.31) devine (5.32)

$$\dot{m} = \rho_0 \cdot a_0 \cdot A_2 \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot M_{cr_2} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]. \quad (5.32)$$

Înlocuind pe M_{cr_2} în funcție de parametrii inițiali și finali ai gazului dat de relația (5.33), se obține relația (5.34) care permite determinarea debitului \dot{m} pentru o secțiune A_2 sau invers :

$$M_{cr_2} = \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \left[\frac{k+1}{k-1} \right] [\text{m/s}] \quad (5.33)$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 \cdot A_2}{\sqrt{T_0}} M_{cr_2} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot \left[\frac{2k}{(k+1)} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (5.34)$$

Pentru un gaz perfect cu $k=1,4$ (5.34) capătă forma (5.35) :

$$\dot{m} = 0,625 \frac{p_0 A_2}{\sqrt{T_0}} M_{cr_2} (1 - 0,167 \cdot M_{cr_2}^2)^{2,5} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]. \quad (5.35)$$

5.4. AJUTAJ GEOMETRIC SUPERSONIC CURB, PENTRU GAZUL PERFECT.

Un ajutoraj axial presupune axialitatea secțiunii inițiale și a celei finale, așa cum se vede în figura 5.4. Prin ajutoraj curb (sau convex) se înțelege acela la care axa secțiunilor inițială și finală nu corespund.

În cazul când pereții ajutorajului au aceeași direcție cu aceea de curgere a gazului, iar gazul în mișcare umple complet și liber întreaga secțiune a canalului (respectă în orice secțiune ecuația de continuitate), pentru un gaz perfect și un proces reversibil forțele de frecare vâscoasă sau mecanică sînt nule și, ca urmare, peretele nu are nici o influență asupra curgerii, el reprezentînd granița virtuală a curentului de gaz.

Dacă într-un punct oarecare A al peretelui, presupus paralel cu vectorul vitezei medii de curgere supersonică, așa cum se vede în figura 5.5,

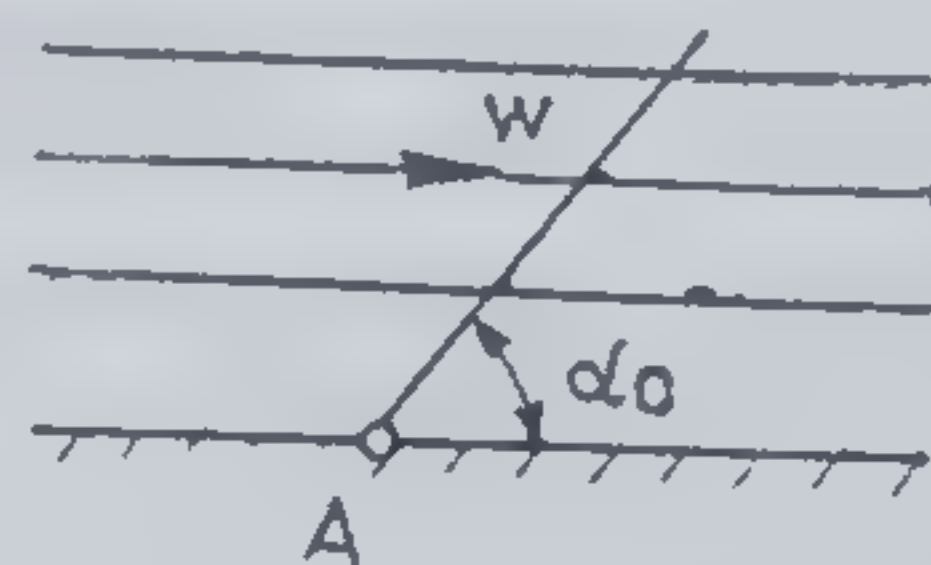
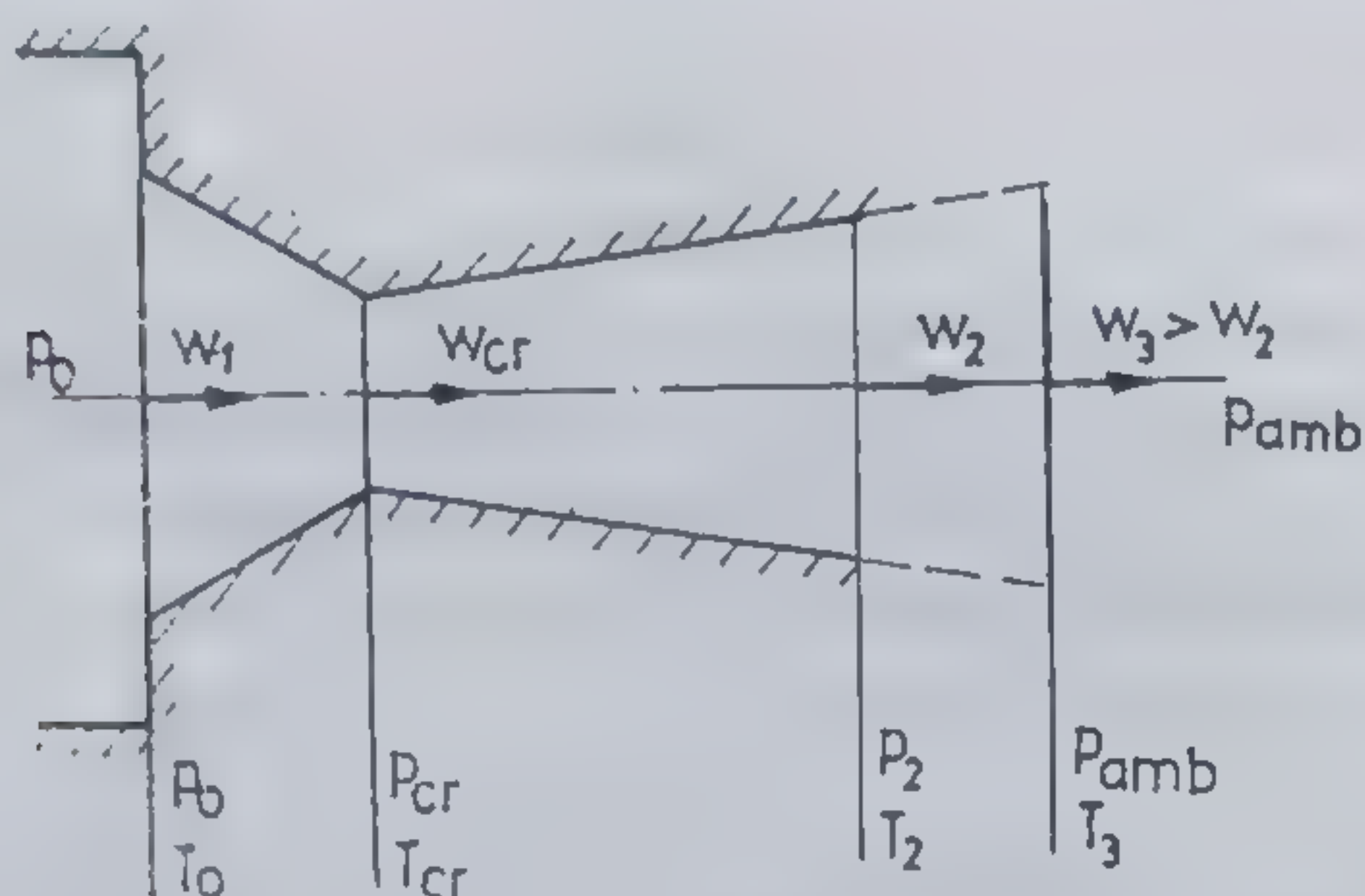


Fig. 5.5 . Sursă de perturbație slabă, într-un curent de gaz supersonic.

Fig. 5.4. Ajutaj supersonic axial.

există o sursă de perturbație slabă, apare în curentul supersonic o undă de șoc, care va face cu peretele unghiul α_0 a cărei valoare este dată de relația

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{M}$$

în care α_0 este unghiul de propagare a perturbațiilor slabe. Secțiunea ajutorului supersonic, trecând de la una convergentă la una divergentă, peretele va face în secțiunea critică un unghi mai mare de 180° (vezi figura 5.4).

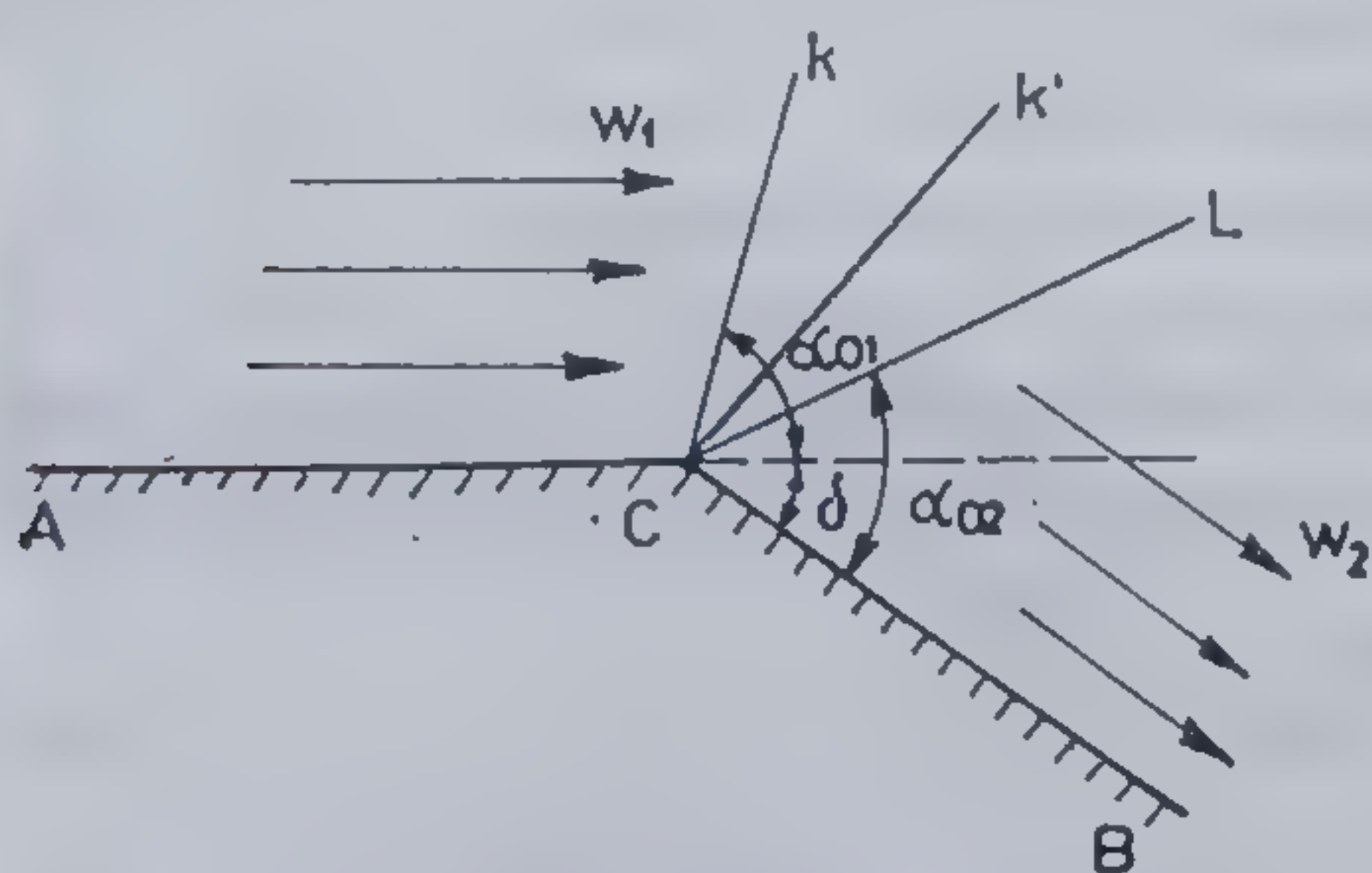


Fig. 5.6. Peretele ajutorului supersonic, la trecerea de la secțiunea convergentă la aceea divergentă.

În figura 5.6 se reprezintă peretele ajutorului înainte și după secțiunea critică. Cele două direcții ale peretelui fac între ele unghiul δ . În jurul unghiului făcut de cele două suprafețe AC și CB , gazul se destinde și deci viteza lui crește. Punctul C prezintă pentru gazul în curgere cu viteză $w_1 = a$ o sursă de perturbație slabă, dînd naștere unei unde de șoc al cărui front CK se rotește devenind CL pentru viteza $w_2 > a$.

Ca urmare a sursei de perturbație, materializată prin muchia C , în curentul de viteză w_1 frontul perturbației este CK , iar în curentul de viteză w_2 este CL . Deci perturbația apare în CK și se termină în CL , între CK și CL avînd loc schimbarea de direcție a curgerii. În zona dintre cele două fronturi de perturbație KCL , va avea loc saltul de presiune, de viteză, densitate etc. Împărțind saltul total de presiune într-o serie infinită mică de salturi elementare, se acceptă că primul salt mic de presiune și viteză are loc chiar în CK . Deoarece gazul se destinde în continuare, va apărea în continuare un salt de scădere a presiunii și de creștere a vitezei.

Conform teoriei undei de șoc, componenta tangențială a vitezei rămâne constantă și crește numai valoarea componentei normale. Ca urmare curenul este deviat în direcția contrară celei ce ar corespunde unui salt de creștere a presiunii. Deci frontul perturbației elementare următoare devine CK' , unghiul făcut de CK' cu AC depinzând de noua cifră Mach a curenului. Accelerarea curenului continuându-se, frontul CK' se va roti în continuare ocupând poziția CL , unde va rămâne stabil (presupunând că rotirea curenului s-a terminat iar viteza medie a devenit paralelă cu direcția CB). Presupunând că vitezele de curgere, înainte și după rotire, sînt w_1 și $w_2 > w_1$ (ajutaj supersonic), unghiurile α_{01} și α_{02} vor fi date de relație

$$\sin \alpha_{01} = \frac{1}{M_1} ; \sin \alpha_{02} = \frac{1}{M_2} \quad (5.37)$$

Rotirea curenului de gaz supersonic în jurul unghiului deschis este deci însoțită de unde șoc, născut de perturbații slabe, a căror sursă este vârful unghiului. Ele se propagă în curen după linii de Mach constant (caracteristica Mach) ce se întîlnesc în vârful unghiului.

Viteza, presiunea și densitatea rămîn constante în lungul fronturilor undelor de șoc ce pornesc din vârful unghiului δ .

În coordonate polare axele vor fi raza și cercurile concentrice cu centrul în punctul C .

Într-un plan oarecare, drept coordonate polare vor fi alese raza vector r și unghiul φ făcut de aceasta cu o direcție fixă ce se va determina prin calcul. Deci toate mărimile (mecanice sau termofizice) se pot exprima în funcție de r și φ și anume: $w = w(r, \varphi)$; $p = p(r, \varphi)$; $\rho = \rho(r, \varphi)$.

Deoarece parametrii gazului au valori constante în lungul razei, derivatele parțiale ale lui w , p și ρ , în funcție de r vor fi egale cu zero. Deci

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial p}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial \rho}{\partial r} = 0 \quad (5.38)$$

Notînd cu w_r și w_u componentele vitezei w după direcția razei vectoriale și perpendicular pe ea, valoarea ei va fi

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_u^2} \quad (5.39)$$

și de asemenea: $\frac{\partial w}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0$

Componenta normală a vitezei pe caracteristica Mach este egală cu viteza sunetului și deci $w_u = a$.

Mișcarea gazului în jurul unghiului deschis, este deci o mișcare rotațională (un vîrtej) și ținînd seama că pe orice contur închis ea este nulă,

expresia variației circulației Γ (a circulației în vîrtej) pe conturul $MKNK$ din figura 5.7 este nulă și dată în (5.40)

$$\Delta\Gamma = w_u r \Delta\varphi + \left(w_r + \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} \Delta\varphi \right) \Delta r - \\ - \left(w_u + \frac{\partial w_u}{\partial r} \Delta r \right) (r + \Delta r) \Delta\varphi - w_r \cdot \Delta r = 0 \quad (5.40)$$

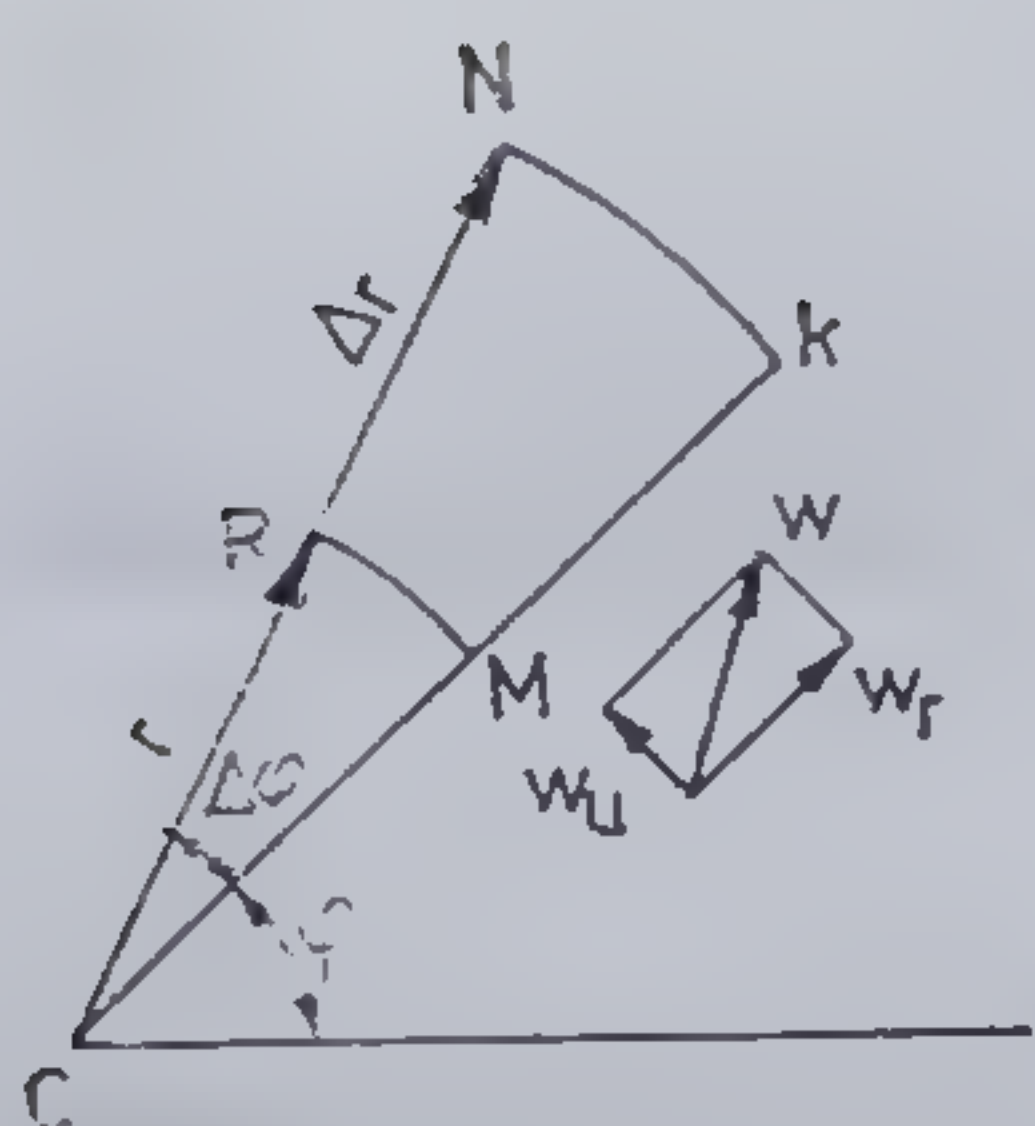


Fig. 5.7. Mișcarea gazului cu viteză supersonică în jurul unui unghi deschis.

Deoarece viteza este constantă în lungul razei vectoriale r , se obține :

$$\frac{\partial w_r}{\partial \varphi} - w_u = 0 \quad (5.41)$$

Relația (5.41) exprimă fizic absența vîrtejului într-un curent supersonic ce se rotește în jurul unui unghi deschis. Ecuațiile ce descriu fenomenul sînt atunci ecuația conservării energiei și ecuația transformării termodinamice suferită de gaz.

Ecuția entalpiei (conservării energiei). În absența frecării și schimburilor energetice cu exteriorul, ecuația entalpiei este

$$\frac{w_r^2 + w_u^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = \frac{w_{\max}^2}{2} = \text{const.} \quad (5.42)$$

sau sub formă diferențială :

$$\frac{dp}{\rho} + w_r dw_r + w_u dw_u = 0 \quad (5.43)$$

Curgerea gazului în jurul unghiului C este o destindere adiabată-izentropă, deci ecuația procesului termodinamic este

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const} = P \quad (5.44)$$

Deci procesul este caracterizat în totalitate prin : ecuația vîrtejului (5.41); condiția de viteză $w = a$; ecuația entalpiei (5.42) sau (5.43); ecuația adiabatei (5.44).

Deoarece toate mărimile termofizice ale curentului au valori constante în lungul razei r , rezultă că ele nu depind decît de unghiul φ ; ca urmare, se pot înlocui diferențialele parțiale în raport cu φ cu diferențiala totală. Pentru calculul analitic al procesului, trebuie obținute ecuațiile diferențiale ale lui w_u și w_r în funcție de o singură variabilă.

Relația (5.44) diferențiată devine (5.45) care înlocuită în (5.42) și integrată devine (5.47)

$$dp = P k \rho^{k-1} d\rho \quad (5.45)$$

$$P \cdot k \int \rho^{k-1} \cdot d\rho + \frac{w_r^2 + w_u^2}{2} = \frac{w_{\max}^2}{2} \quad (5.46)$$

$$\frac{P k}{k-1} \rho^{k-1} + \frac{w_r^2 + w_u^2}{2} = \frac{w_{\max}^2}{2} \quad (5.47)$$

Pe de altă parte

$$a^2 = \frac{k p}{\rho} = P k \rho^{k-1} = w_u^2 \quad (5.48)$$

și ca urmare (5.47) devine (5.49) sau (5.50);

$$\frac{w_u^2}{k-1} + \frac{w_r^2 + w_u^2}{2} = \frac{w_{\max}^2}{2} \quad (5.49)$$

$$w_u^2 + \frac{k-1}{k+1} w_r^2 = \frac{k-1}{k+1} w_{\max}^2 \quad [\text{m/s}] \quad (5.50)$$

Ținînd seama de (5.41), relația (5.50) devine (5.51)

$$\left(\frac{dw_r}{d\varphi} \right)^2 + \frac{k-1}{k+1} w_r^2 = \frac{k-1}{k+1} w_{\max}^2 \quad (5.51)$$

Separînd variabilele se obține

$$\frac{dw_r}{d\varphi} = \frac{k-1}{k+1} (w_{\max}^2 - w_r^2) \quad (5.52)$$

$$d\varphi = \frac{dw_r}{\sqrt{\frac{k-1}{k+1} (w_{\max}^2 - w_r^2)}} \quad (5.53)$$

$$d\varphi = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \frac{d\left(\frac{w_r}{w_{\max}}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{w_r}{w_{\max}}\right)^2}} \quad (5.54)$$

Prin integrare (5.54) devine

$$\sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arcsin \frac{w_r}{w_{\max}} = \varphi + C_1 \quad (5.55)$$

Din care se obține w_r :

$$w_r = w_{\max} \cdot \sin \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi + C) \right] \quad [\text{m/s}] \quad (5.56)$$

Ca urmare, se obține w_u :

$$w_u = w_{\max} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \cos \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi + C_1) \right] \quad [\text{m/s}] \quad (5.57)$$

Pentru determinarea constantei de integrare C_1 , se consideră că $M = w_1/a$ este egal cu unitatea (fig. 5.6) pentru care frontul undei de șoc CK va fi perpendicular pe peretele AC , deoarece

$$\sin \alpha_{01} = \frac{1}{M_1} = 1$$

Deci valorile lui φ vor fi calculate începînd de la perpendiculara pe direcția curentului de gaz, înainte de frontul primei unde de șoc. Pentru $\varphi = 0$, se obține

$$w_r = 0 \text{ și } w_u = w$$

Ca urmare (5.56) devine

$$w_{\max} \cdot \sin \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (0 + C_1) \right] = 0 \quad [\text{m/s}] \quad (5.58)$$

Din care se obține $C_1 = 0$.

Cunoscînd valoarea constantei C_1 , se obțin expresiile componentelor w_r și w_u :

$$w_r = w_{\max} \sin \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right] \quad [\text{m/s}] \quad (5.59)$$

$$w_u = w_{\max} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \cos \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right] \quad [\text{m/s}] \quad (5.60)$$

Deoarece $w_{\max} = a_{cr} \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \quad [\text{m/s}]$

expresiile (5.59) și (5.60) capătă formele (5.61) și (5.62) în funcție de a_{cr} :

$$w_r = a_{cr} \frac{k+1}{k-1} \sin \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right] \quad [\text{m/s}] \quad (5.61)$$

$$w_u = a_{cr} \cos \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right] \quad [\text{m/s}] \quad (5.62)$$

Pentru $\varphi = 0$ se obține $w_r = 0$ și $w_u = w = a_{cr}$. Viteza totală este

$$w^2 = w_r^2 + w_u^2$$

$$w^2 = a_{cr}^2 \left[\frac{k+1}{k-1} \sin^2 \left(\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right) + \cos^2 \left(\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right) \right]$$

$$w^2 = a_{cr}^2 \left[1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left(\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right) \right] \quad (5.63)$$

iar :

$$M_{cr}^2 = \frac{w^2}{a_{cr}^2} = 1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right] \quad (5.64)$$

Cunoscând M_{cr} se pot obține valorile presiunii, densității și temperaturii momentane a gazului într-o secțiune oarecare, în funcție de mărimile frînate inițial, p_0 , T_0 , ρ_0 , M , cu relațiile (5.65)

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= \left[1 - \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} M_{cr}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left[1 - \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \\ \frac{T}{T_0} &= 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2; \quad M = \sqrt{\frac{\frac{2}{k+1} M_{cr}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (5.65)$$

Presiunea, temperatura și densitatea momentană devin egale cu zero atunci când valoarea criteriului M_{cr} devine maximă și este dată de relația

$$M_{cr \max}^2 = \frac{k+1}{k-1}$$

Această valoare maximă a lui M_{cr} se obține atunci când are loc o rotire maximă a curentului de gaz, deci atunci când valoarea unghiului φ devine φ_{\max} . Expresia lui φ_{\max} se obține din (5.64) și este dată de relația (5.66) în care s-a înlocuit M_{cr} cu $M_{cr \max}$:

$$\frac{k+1}{k-1} = 1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi_{\max} \right] \quad (5.66)$$

$$\varphi_{\max} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$$

Dacă viteza inițială a curentului de gaz $w_1 > a_{cr}$, calculul se începe nu de la $\varphi = 0$ (perpendiculara pe AC) ci de la un unghi φ_1 dat de relația (5.67):

$$M_{cr1}^2 = 1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi_1 \right] \quad (5.67)$$

$$\varphi_1 = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arcsin \sqrt{\frac{k-1}{2} (M_{cr1}^2 - 1)}$$

Deci pentru $M_{cr} \gg 1$, unghiul φ_0 va fi dat de relația

$$\varphi_0 = \varphi_1 + \alpha_{01}, \quad (5.68)$$

în care φ_1 este dat de relația (5.67) ținând seama de notațiile din figura 5.8, iar α_{01} de relația:

$$\alpha_{01} = \arcsin \frac{1}{M_1} \quad (5.69)$$

Pentru descrierea exactă a fenomenului de rotire a curentului în jurul unui unghi deschis este necesară cunoașterea traiectoriei unei linii de curent. Se prezintă în figura 5.9 traiectoria unei linii de curent ce se

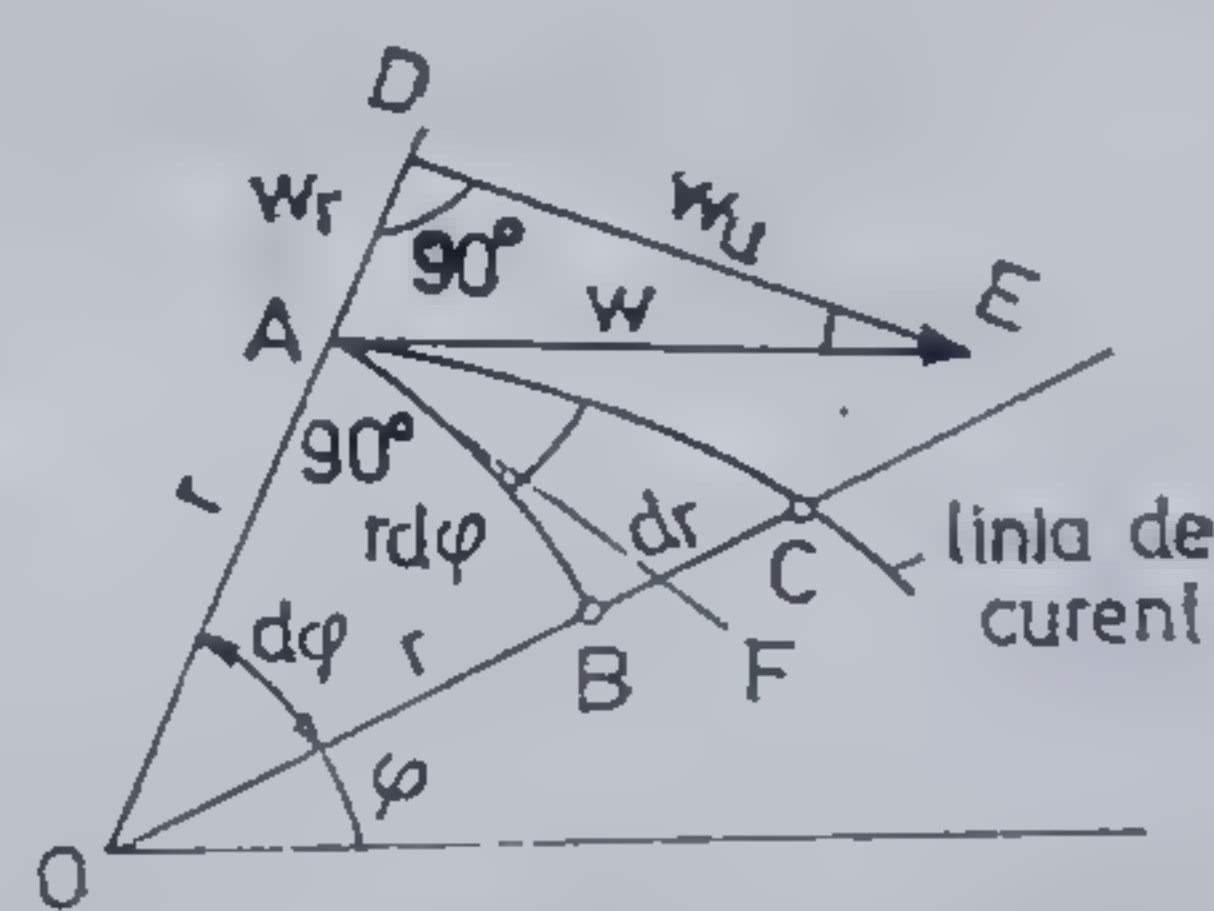
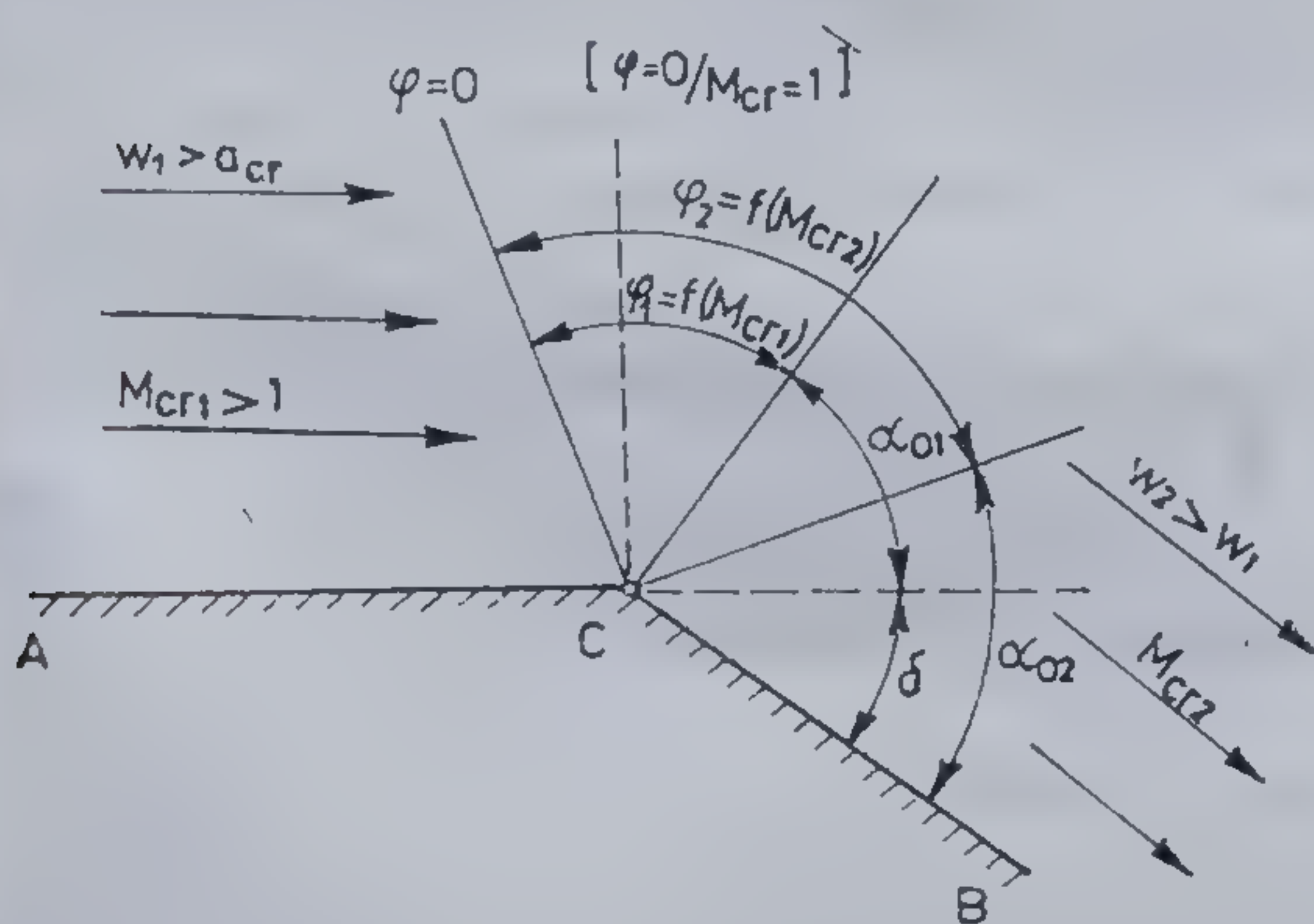


Fig. 5.9. Rotirea unei linii de curent supersonic în jurul unui unghi deschis.

Fig. 5.8. Deviația curentului supersonic în jurul unui unghi deschis.

rotește în jurul punctului O , mărimile caracteristice fiind exprimate în coordonate polare. Direcția tangentei într-un punct oarecare la o linie de curent, coincide cu direcția vectorului vitezei în acel punct. Se iau două raze vectoare foarte apropiate, ce formează între ele unghiul $d\varphi$ și se duc în punctul A linia de curent $A-C$, vectorul vitezei $w = AE$ precum și arcul de cerc AB cu raza r . Din triunghiul dreptunghic curbiliniu infinit mic ABO se obține

$$\frac{BO}{AB} = \frac{dr}{r d\varphi}$$

Unghiul dintre curbele AB și AC este egal cu unghiul dintre tangentele AF și AE , deci

$$\operatorname{tg} (\angle EAF) = \frac{dr}{r d\varphi}$$

Vectorul vitezei w se descompune după direcțiile r și u în w_r și w_u . Din triunghiul ADE se obține

$$\operatorname{tg} (\angle ADE) = \frac{w_r}{w_u}$$

Se observă că prin construcție $\angle EAF = \angle ADE$

Ca urmare
$$\frac{dr}{r \cdot d\varphi} = \frac{w_r}{w_u} \quad (5.70)$$

Relația (5.70) reprezintă ecuația diferențială — sub forma generalizată — a liniei de curent, în coordonate polare. Din relațiile (5.61) și (5.62) se obțin relațiile

$$\frac{w_r}{w_u} = \frac{dr}{r} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \frac{\sin \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right]}{\cos \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right]} d\varphi \quad (5.71)$$

$$\frac{dr}{r} = - \frac{\sqrt{\frac{k+1}{k-1}} d \left[\cos \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right]}{\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \cos \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right]} \quad (5.72)$$

Prin integrarea relației (5.72) se obține

$$\ln r = - \frac{k+1}{k-1} \ln \cos \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right] + \ln r_0 \quad (5.73)$$

Prin delogaritmare ea devine

$$r = r_0 \left[\cos \left(\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \varphi \right) \right]^{-\frac{k+1}{k-1}} \quad (5.74)$$

în care r_0 este lungimea razei vectoare a liniei de curent pentru $\varphi = 0$. Relația (5.74) pune în evidență faptul că liniile de curent sînt curbe și concentrice cu centrul în O . În figura 5.10 se prezintă cazul unei curgeri sonice (cu $M_{cr1} = 1$). Pentru exemplificarea metodei expuse mai sus se caută determinarea unghiului δ dintre tangenta la linia de curent amonte,

cu tangenta la linia de curent aval, care în realitate este unghiul de rotire. Cu w s-a notat vectorul vitezei liniei de curent în punctul B, iar cu α unghiul de propagare a unei perturbații slabe. Din figura 5.10 se obține $\angle ABD = \delta$; $\angle ABC = \alpha_0$.

Din triunghiurile ABC și ABD se obține

$$\angle A = \pi - \varphi - \alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \delta$$

$$\text{deci: } \delta = \alpha_0 + \varphi - \frac{\pi}{2} \quad (5.75)$$

Dar se știe din (5.69) că

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{1}{M} \quad (5.76)$$

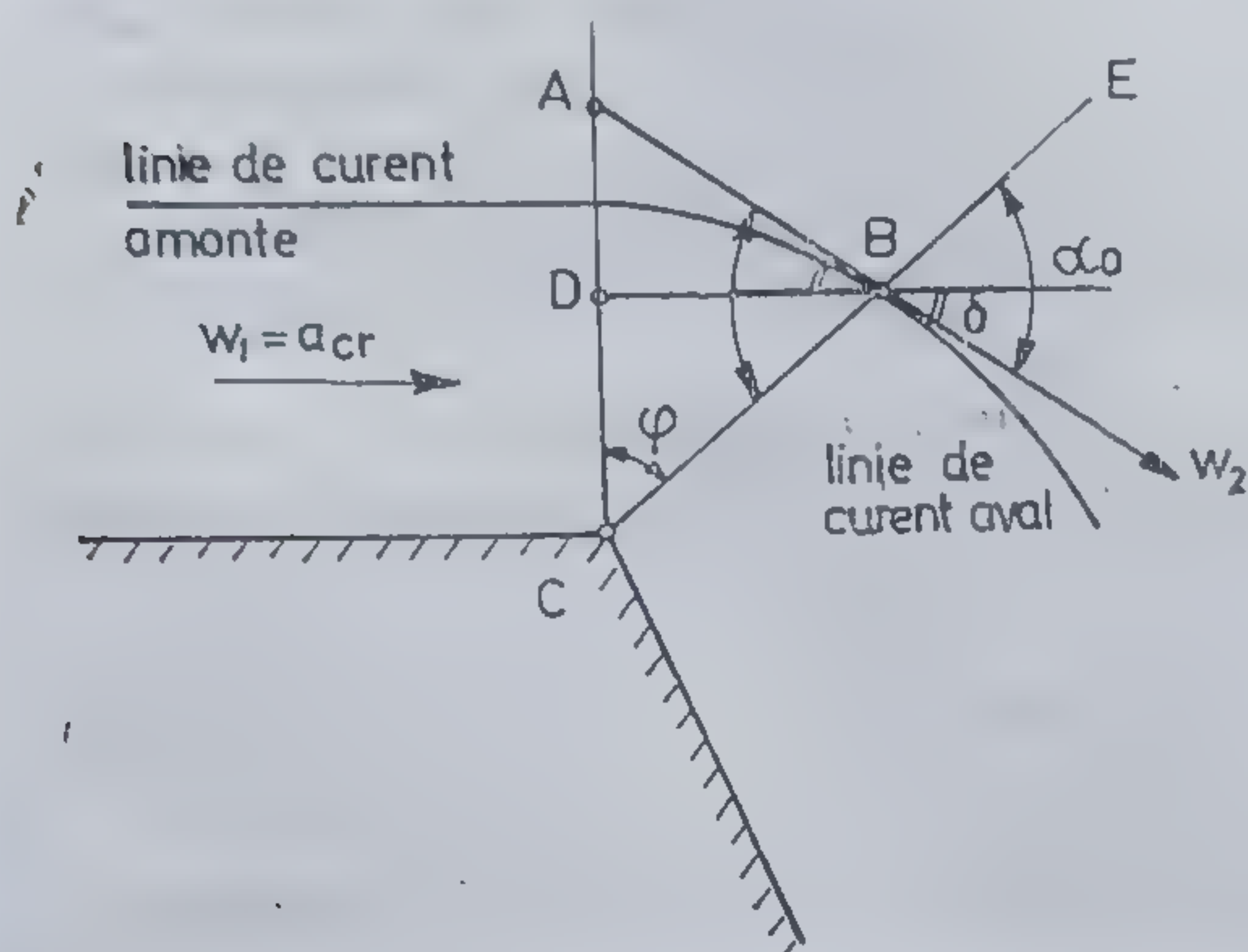


Fig. 5.10. Traseul liniilor de curent la curgerea supersonică.

Pentru determinarea unghiului de rotire δ a curentului de gaz corespunzător valorii date a un-

ghiului φ făcut de perpendicularele pe perete în punctul C se face apel la următoarele relații:

- relația (5.64), cu care se determină criteriul M_{cr} pentru φ dat;
- relația (5.65), cu care se determină criteriul M_2 în funcție de M_{cr} ;
- relația (5.76) din care se determină unghiul α_0 ;
- relația (5.75) cu care se determină unghiul de rotire δ în funcție de unghiul φ .

În practică se cunoaște unghiul φ (din construcția ajutorajului), precum și viteza $w_1 = a$, deci se poate determina unghiul de rotire δ .

5.5. AJUTAJ GEOMETRIC SUBSONIC SAU SUPERSONIC CU DESTINDERE INCOMPLETĂ PENTRU GAZUL PERFECT

Se consideră un ajutoraj sonic ce destinde un gaz perfect pînă la o presiune mai ridicată decît aceea ce exista în spațiul în care el debusează. În figura 5.11 se prezintă situația unui ajutoraj în care gazul la ieșire are viteza $w_1 = a_{cr}$ și presiunea p_1 , iar spațiul în care el iese are o presiune $p_2 < p_1$. Ca urmare, punctul C al peretelui ajutorajului (muchia peretelui) devine o sursă de perturbație slabă și, cum spațiul la ieșire este deschis, se poate considera că procesul are loc ca cel descris în paragraful 5.3, și anume gazul se va destinde liber în mediul ambiant de la presiunea p_1

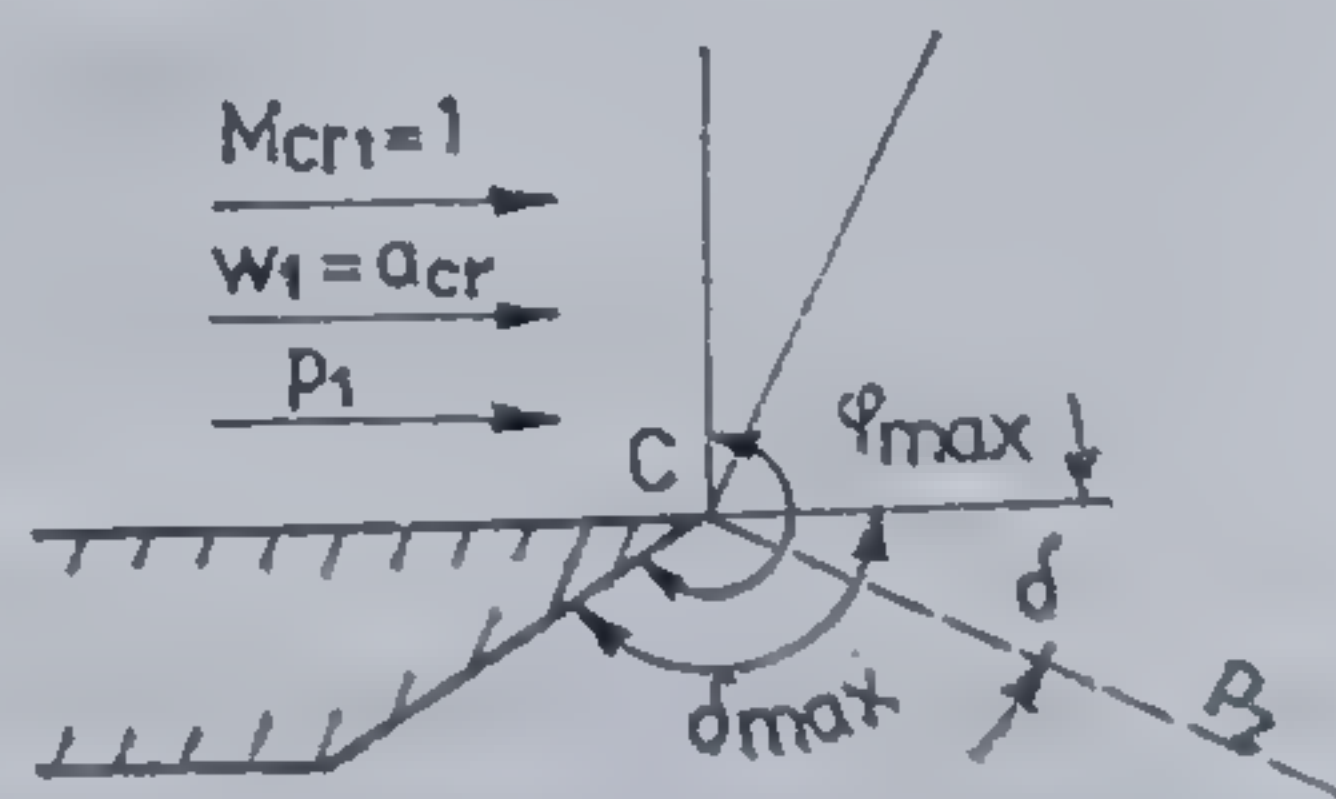


Fig. 5.11. Rotirea curentului de gaz la ieșirea dintr-un ajutoraj sonic.

pînă la presiunea p_2 , mărindu-și viteza corespunzător diferenței $p_1 - p_2$. Deosebirea față de cazul prezentat în paragraful 5.3 constă numai în faptul că în acel caz se cunoștea unghiul de rotire a curentului δ , egal cu cel făcut de pereții ajutajului și se determinau apoi în funcție de el toți parametrii gazului, iar în cazul de față se cunoaște presiunea p_2 pînă la care se destinde gazul (de la presiunea p_1) în lungul unui perete fictiv și se caută să se determine unghiul de rotire δ . În figura 5.11 unghiul de rotire δ este cel făcut de peretele fictiv, reprezentat punctat, cu peretele ajutajului geometrie.

Unghiul δ_{\max} corespunde rotirii maxime a curentului ce ar avea loc în cazul cînd presiunea p_2 ar deveni egală cu zero. Viteza pe care o capătă gazul prin destindere de la p_1 la p_2 este

$$\frac{p_2}{p_0} = \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}. \quad (a)$$

Expresia (5.64) exprimă valoarea lui M_{cr} în funcție de unghiul δ și are forma (b)

$$M_{cr}^2 = 1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \delta \right]. \quad (b)$$

Introducînd expresia (b) a lui M_{cr} în (a), și cunoscînd valorile p_1 , p_2 și k se determină unghiul δ .

În turbinele cu gaze, presiunea ce domnește în spațiul în care ies gazele nu este întotdeauna egală cu aceea ce domnește în secțiunea de ieșire a lui. Considerînd că presiunea în spațiul liber este mai mică decît aceea din secțiunea de ieșire a ajutajului, gazul se va destinde liber și accelerarea lui va avea loc pînă cînd presiunile se vor egaliza. În acest caz, notînd viteza de ieșire a gazului din ajutaj cu w_1 și considerînd secțiunea lui ca fiind plană, așa cum se prezintă în figura 5.12, situația este identică cu a unei curgeri supersonice peste o suprafață ce ar face un unghi deschis. Ca urmare gazul se va roti liber (evaza) cu un unghi δ , dat de relația cunoscută :

$$\delta = \arcsin \left(\frac{1}{M_1} \right)$$

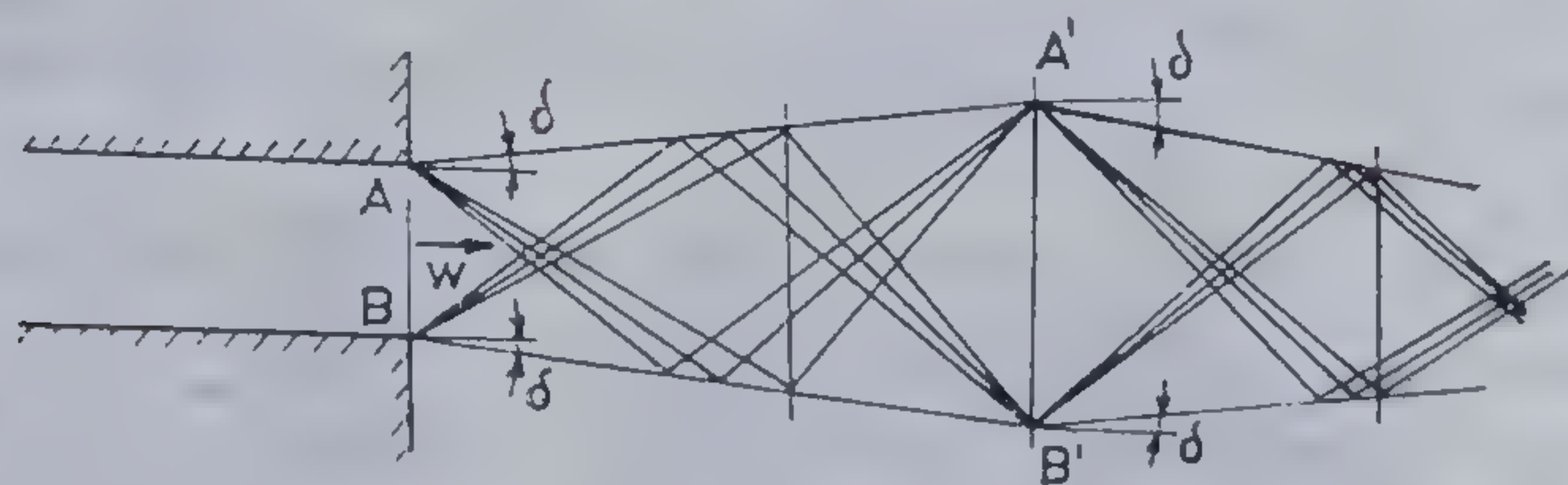


Fig. 5.12. Evazarea unui curent de gaz la destinderea liberă în mediul ambiant.

în care M_1 este criteriul Mach al curgerii gazului prin secțiunea de ieșire (reală) a ajutajului. Deci apare o evazare liberă a gazului în mediul ambiant, unghiul de evazare fiind 2δ . Ca urmare, în muchiile A și B ale ajutajului

prezentat în figura 5.12, presiunea scade brusc și din aceste puncte pornesc „liniile caracteristice Mach”, care se intersectează după un timp în punctele A' și B' ce devin noi centre de perturbație, dar de presiune mai scăzută. Va apărea deci un nou unghi de rotire δ de data aceasta însă negativ. Fenomenul fizic este însă foarte complex și nu poate fi prins corect în expresiile analitice, el putînd fi studiat numai pe cale experimentală.

Se prezintă mai jos rezultatele cercetărilor experimentale efectuate asupra unui jet de gaz destins parțial într-un ajutoraj supersonic a cărui secțiune de ieșire este însă înclinată față de axa sa (figura 5.13).

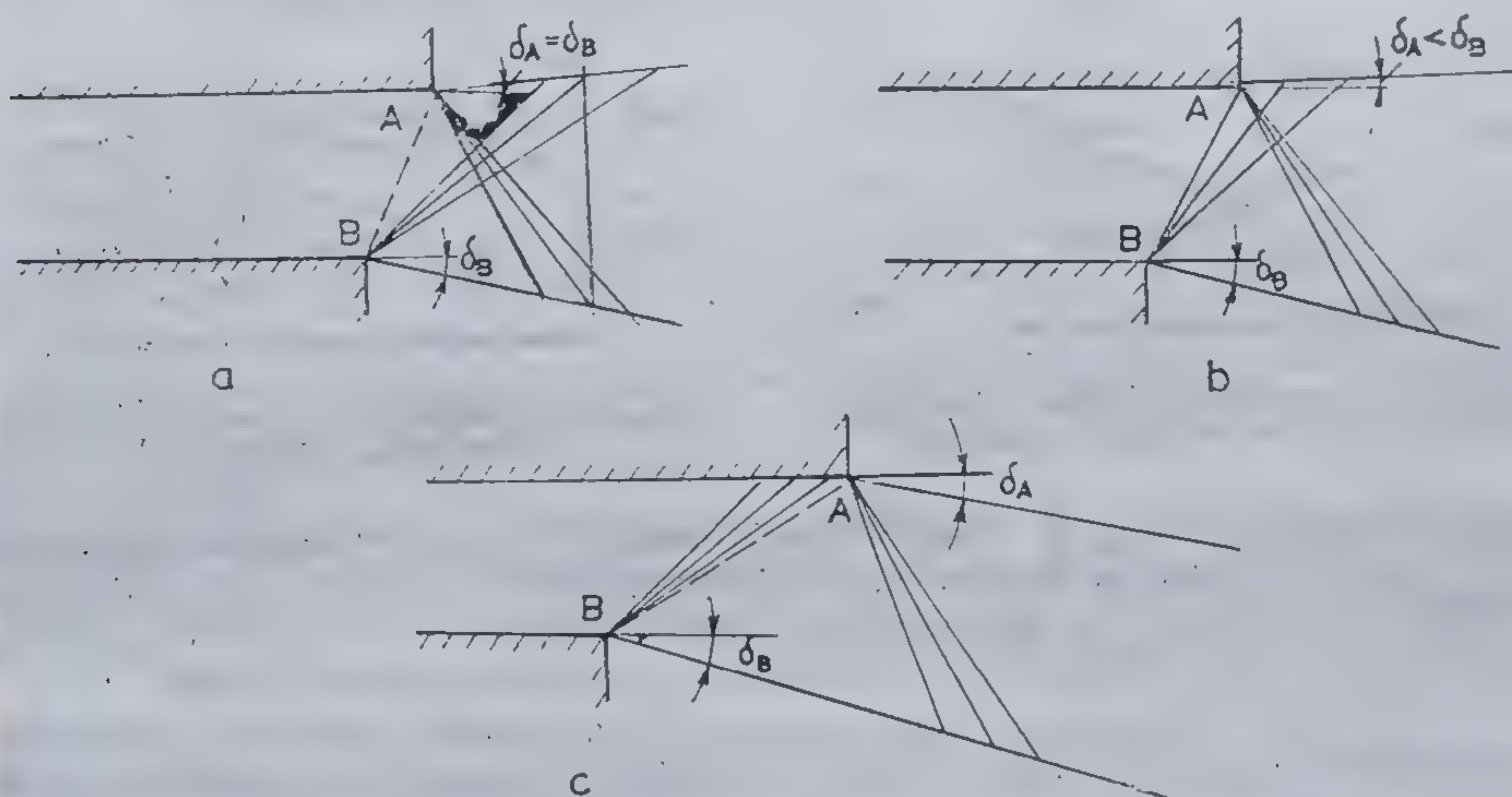


Fig. 5.13: Destinderea liberă a gazului la un ajutoraj supersonic cu secțiunea de ieșire oblică.

a — fără rotire; b — cu rotire, în sens pozitiv; c — cu rotire în sens negativ;

În cazul cînd secțiunea de ieșire a ajutorajului este oblică față de axa sa (ajutoraj convex), situația se prezintă diferit față de situația de mai sus, în funcție de poziția punctului A față de liniile caracteristice Mach ce pornesc din punctul B . În cazul cînd nici o linie caracteristică Mach ce pleacă din B nu întâlnește peretele A (figura 5.13 a) atunci unghiurile de rotire δ_A și δ_B sînt egale, deci nu va avea loc o rotire a secțiunii fictive formate la ieșire. Dacă prima linie caracteristică Mach întâlnește peretele A , atunci unghiul $\delta_A < \delta_B$ (v. figura 5.13 b), ceea ce va duce la o rotire a jetului. Dacă chiar și ultima linie caracteristică Mach a punctului B va întîlni peretele opus (fig. 5.13 c) atunci rotirea se face cu un unghi δ_A negativ, deci jetul liber format la ieșire se va roti în întregime în jurul punctului B .

Ceea ce rămîne însă în general valabil pentru un ajutoraj supersonic este că dacă presiunea p_m exterioară secțiunii de ieșire a ajutorajului este mai mică decît p_2 ce domnește în secțiunea de ieșire, destinderea are loc liber în exterior, ceea ce are ca urmare creșterea vitezei medii de curgere. Această situație este prezentată schematic în figura 5.14.

În cazul cînd presiunea p_m este mai mare decît p_2 pentru care a fost calculat ajutorajul (figura 5.15), destinderea are loc în ajutorajul supersonic pînă la o presiune mai mică decît p_m , creșterea ei pînă la p_m avînd loc în secțiunea divergentă a lui. Destinderea are loc pînă la presiunea critică

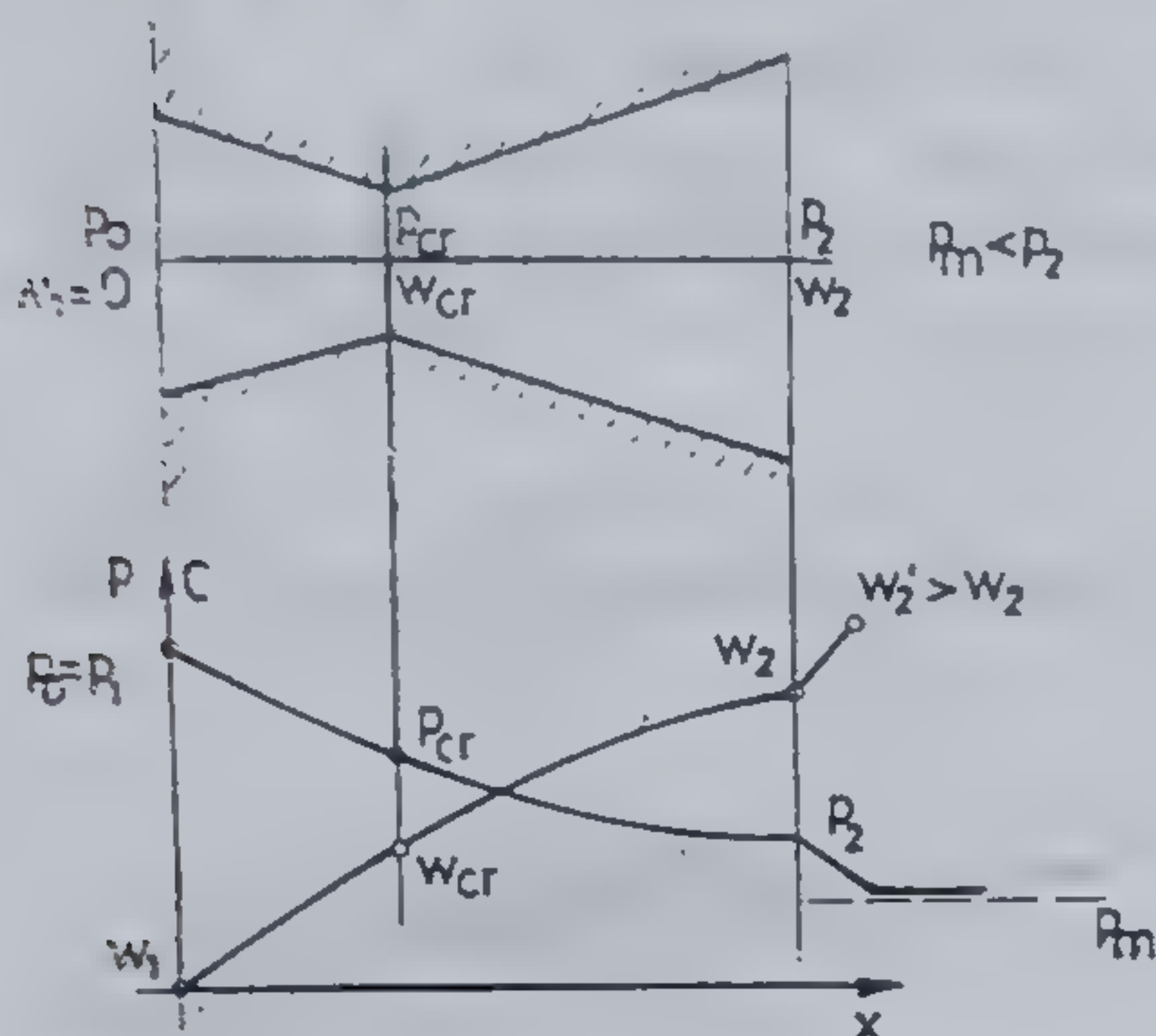


Fig 5.14. Destinderea liberă a gazului, la ieșirea dintr-un ajutoraj supersonic.

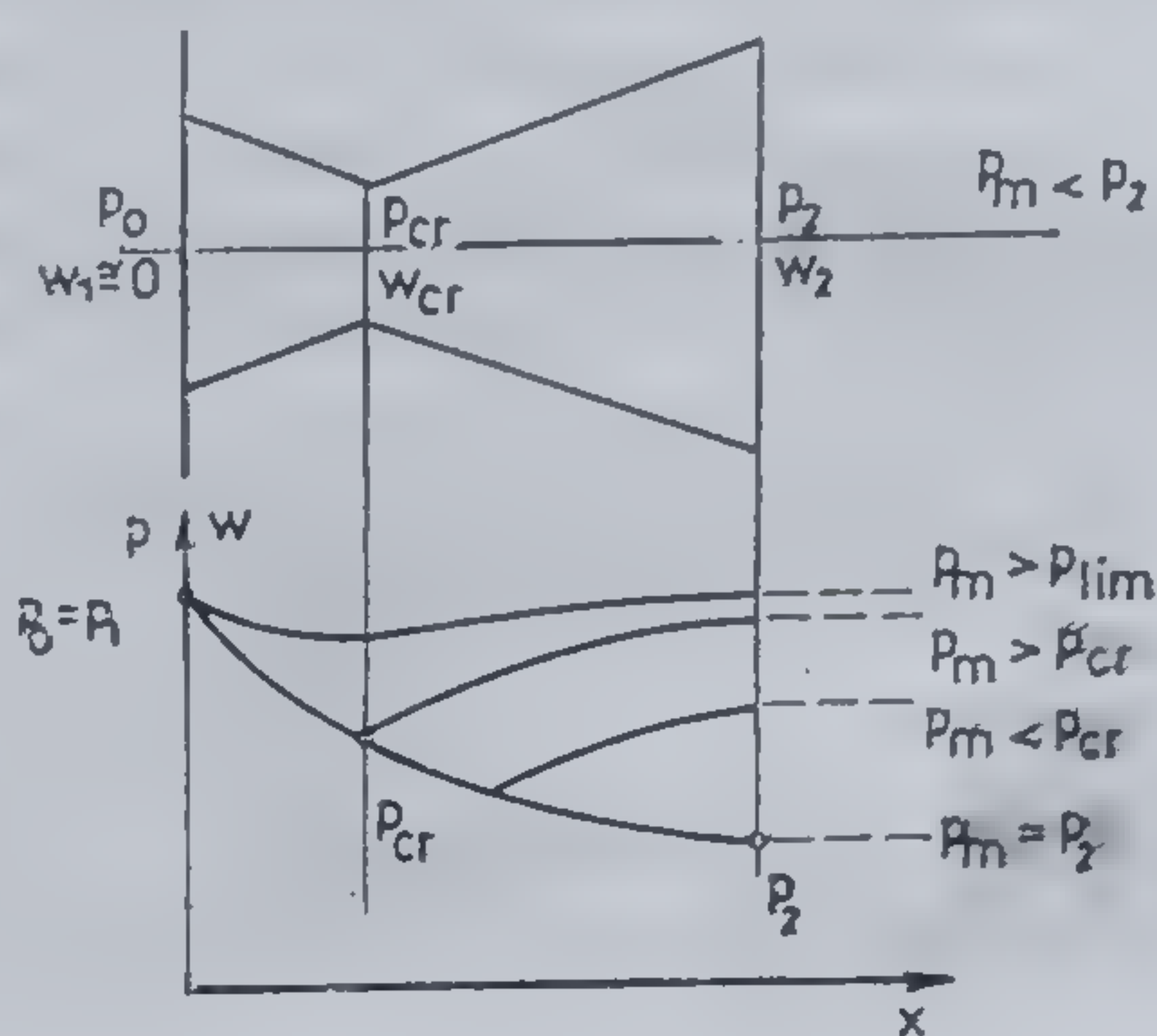


Fig. 5.15. Compresia gazului la ieșirea dintr-un ajutoraj supersonic.

chiar dacă $p_m > p_{cr}$ și anume pînă cînd $p_m > p_{lim}$. Valoarea presiunii p_{lim} este o funcție de natura gazului, divergența secțiunii, gradul de destindere în ajutoraj etc., așa încît ea nu are o valoare fixă față de p_1 și ca urmare nu poate fi determinată analitic, ci numai experimental.

În cazul unui ajutoraj subsonic sau sonic convex, din care gazul iese la o presiune p_2 mai ridicată decît a mediului ambiant p_m , fenomenul de

destindere liberă și deci de mărire a vitezei w_2 se petrece de asemenea liber după secțiunea de ieșire, la fel ca în cazul ajutorajului supersonic. Situația este prezentată în figura 5.16.

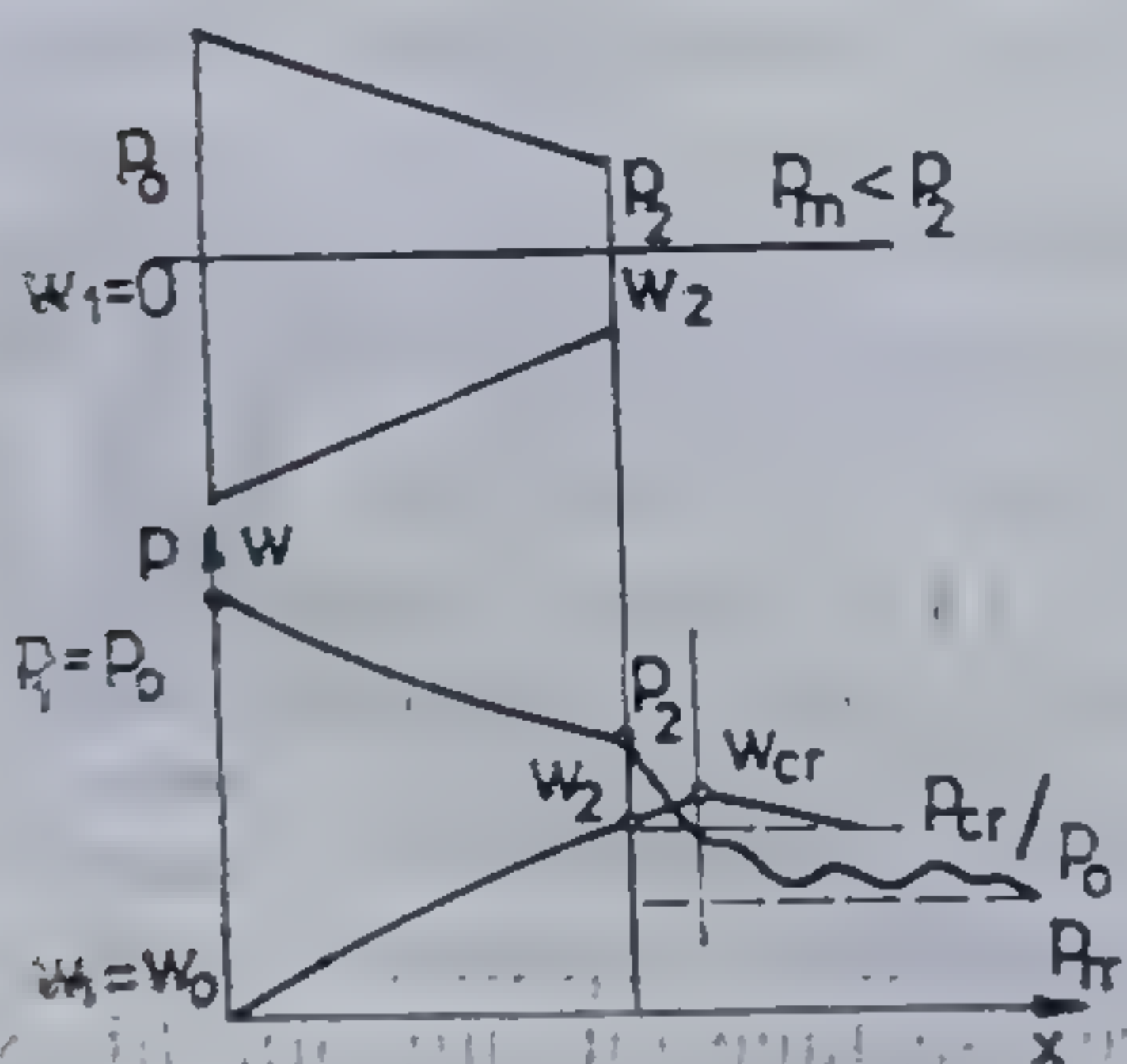


Fig. 5.16. Destinderea liberă a gazului la ieșirea dintr-un ajutoraj subsonic.

Destinderea liberă suplimentară va fi însă însoțită de mărire a vitezei de curgere a gazului numai pînă cînd presiunea va avea o valoare egală cu a presiunii critice corespunzătoare presiunii p_0 ce domnește în secțiunea de intrare. Dacă

$p_m < p_{cr}|_{p_0}$,

atunci fenomenul de destindere liberă, însoțită de creșterea vitezei de curgere a gazului, are loc pînă la valoarea $p_m = p_{cr}$, după care destinderea în continuare are loc pulsatoriu, fără ca să mai apară și o mărire a vitezei de curgere peste valoarea sonică.

În cazul cînd $p_2 < p_m$, creșterea presiunii are loc în interiorul ajutorului. Viteza de curgere a gazului la ieșirea din ajutoraj este aceea corespunzătoare unei destinderi de la presiunea p_0 la p_m . După secțiunea unde se obține viteza w_2 corespunzătoare căderii de presiune $\Delta p = p_0 - p_m$, curgerea prin ajutoraj are loc potențial, putîndu-i-se aplica ecuația de continuitate și a lui Bernoulli.

5.6. AJUTAJ GEOMETRIC SUBSONIC PENTRU MEDIU BIFAZIC MONOCOMPONENT

Problemele dinamice și termice ce apar la curgerea mediilor bifazice monocomponente prin ajutoraje sînt foarte complexe.

Curgerea unui mediu bifazic printr-un ajutoraj se deosebește de curgerea unui gaz perfect, mai cu seamă în zona transonică, deoarece pe de o parte umiditatea conținută de obicei sub formă de picături lichide va conduce la importante pierderi de energie cinetică, iar pe de altă parte variația temperaturii și a presiunii ce însoțește curgerea va duce la importante schimburi de masă interfazice (cantități de masă ce trec dintr-o fază în alta).

Deoarece energie cinetică a mediului se obține pe seama lucrului mecanic produs prin destinderea adiabată a lui, se consideră că procesul de destindere îl execută numai componenta gazoasă. Prezența fazei lichide aduce numai modificări ale procesului dinamic, prin scăderea energiei cinetice obținute prin destindere.

Rezultatele cercetărilor experimentale au arătat că, datorită prezenței substratului lichid din stratul limită ce aderă la pereți, vor apărea deosebiri în ceea ce privește dimensiunea secțiunii minime calculate și construită și cea reală prin care curge faza gazoasă a mediului bifazic în realitate.

Considerînd ca mediu compresibil numai faza de vapori și acceptînd ipoteza că ea ascultă de legile unui gaz perfect, se poate exprima debitul masic de vapori ce trece prin orice secțiune a ajutorului cu următoarea relație determinată experimental:

$$\frac{\dot{m}_T}{A} = \frac{\dot{m}_T}{A} = \sqrt{k \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{k-1}} \cdot q} \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} = E_T \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right] \quad (5.77)$$

încare :

- \dot{m}_T reprezintă debitul masic de vapori, în kg/s;
- \dot{m}_T — masa specifică de vapori, în kg/s · m³;
- A — secțiunea ajutorului, în m²;
- p_0, v_0 — presiunea frînă și volumul specific corespunzător presiunii p_0 și temperaturii frînate T_0 , în N/m² și m³/kg

q — mărimea adimensională a vitezei masice dată de relațiile (5.78) :

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{\rho \cdot w}{\rho_{cr} \cdot w_{cr}} = \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot M_{cr} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \\ M_{cr} &= \frac{w}{a_{cr}}; \quad B_m = q \sqrt{k \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{k-1}}} \end{aligned} \right\} \quad (5.78)$$

B_T se denumește „coeficient teoretic de curgere”.

Deoarece procesul real de curgere prin ajutoraj nu este izentrop, datorită prezenței fazei lichide, debitul masic total este

$$\bar{m} = B \sqrt{\frac{p_0}{v_0}}, \quad (5.79)$$

care diferă de debitul \bar{m}_T ($\bar{m} < \bar{m}_T$). Valoarea „coeficientul real de curgere” B este :

$$\mu^* = \frac{B}{B_T} \quad (5.80)$$

Cu μ^* s-a notat raportul dintre coeficientul real și cel teoretic de curgere, care poartă denumirea de „coeficient de debit”. El ține seama de îngustarea secțiunii reale de curgere ca urmare a existenței substratului lichid din stratul limită. Ca urmare, coeficientul real de curgere B sau coeficientul de debit μ^* depind de factorii de care depinde la rîndul său grosimea stratului limită și a fost prezentat la paragraful respectiv al stratului limită. Deci se poate scrie :

$$B = f_1(\text{Re}, M, k, \text{grad } p) \quad (5.81)$$

$$\mu^* = f_2(\text{Re}, M, \text{grad } p) \quad (5.82)$$

în care Re este criteriul Reynolds pentru secțiunea de ieșire a ajutorajului ; M — criteriul Mach pentru aceeași secțiune ; $\text{grad } p =$ gradientul presiunii adimensionale p_m/p_0 ; p_m — presiunea în spațiul în care iese gazul din ajutoraj ; $p_0 =$ presiunea frînăată inițială.

Curgerea mediului bifazic saturat (compus din vapori și picături de lichid) printr-un ajutoraj subsonic prezintă următoarele particularități observate experimental :

— În secțiunea critică, vaporii saturați se găsesc totuși în stare de ușoară supraîncălzire ;

— Starea amestecului bifazic într-o secțiune oarecare nu se poate exprima în funcție numai de starea inițială și de un exponent adiabatic k constant, ca în cazul gazelor perfecte, deoarece k are valori variabile în timpul destinderii.

— Vitezele de curgere a celor două faze nu au valori egale în toate secțiunile ajutorajului, iar accelerarea picăturilor de lichid are loc prin con-

sum de energie cinetică a fazei gazoase. Pe de altă parte, creșterea vitezei în lungul axei ajutorului nu mai urmează o lege fixă, ca de exemplu aceea a unei funcții de cădere de presiune, deoarece picăturile de lichid reprezintă o frână în procesul de accelerare a curgerii.

— Repartizarea picăturilor de lichid în amestecul bifazic se modifică în timpul curgerii prin ajutoraj, datorită cantității de lichid ce se formează din faza de vapori ca urmare a scăderii presiunii, iar pe de altă parte ca urmare a atragerii din masa de vapori a unui număr de picături spre substratul lichid din stratul limită (vezi stratul limită a unui mediu bifazic).

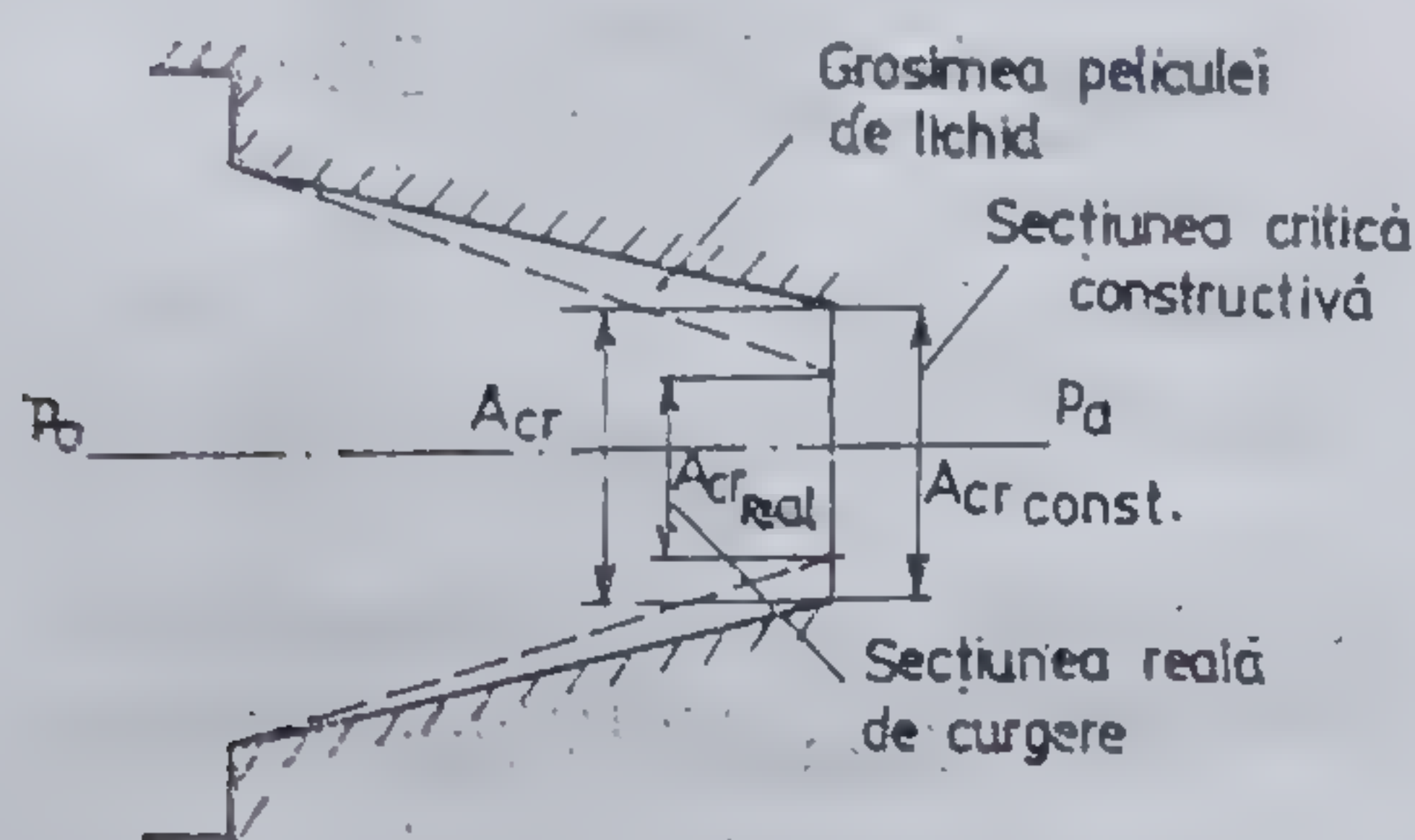


Fig. 5.17. Secțiunile reale ale unui ajutoraj subsonic ce destinde un amestec bifazic.

zic se găsește la o stare din interiorul curbelor limită, deci o stare metastabilă, iar relația (5.78) este determinată pentru o stare de echilibru stabil.

În figura 5.17 se prezintă schematic secțiunea reală de curgere oferită de un ajutoraj sonic unui mediu bifazic. După cum se vede, secțiunea de curgere reală $A_{cr\ real}$ este mai mică decât aceea constructivă a ajutorajului, $A_{cr\ const.}$, ca urmare a peliculei de lichid ce se formează la perete în stratul limită. În consecință coeficientul real de curgere B va depinde de un număr de factori mai mare decât cel prezentat în relația (5.81) și anume:

$$B = f_3(Re, M, k, \text{grad } p, y_0, \Delta T, v^*, A_{cr\ real}) \quad (5.83)$$

Ca urmare a îngustării secțiunii reale de curgere a ajutorajului datorită peliculei de lichid din stratul limită, coeficientul B va depinde și el de aceiași factori de care depinde la rândul său grosimea acestei pelicule și anume: umiditatea inițială a amestecului bifazic $y_0 = 1 - x_0$, în care x_0 este participația gravimetrică a vaporilor în amestec (kg.vap/kg); gradul de subrăcire a vaporilor ce apare în secțiunea de ieșire, ca urmare a destinderii, însemnată cu ΔT ; coeficientul de viteză $v^* = w_{lic}/w_{vap}$ în secțiunea critică; $A_{cr\ real}$ = secțiunea critică reală la ieșire.

Ca urmare determinarea coeficientului B nu se poate face decât experimental. În figura 5.18 se prezintă rezultatele experimentale obținute pentru determinarea coeficientului B în funcție de criteriul Reynolds, în secțiunea de ieșire a ajutorajului, pentru vaporii de apă și de căderea de presiune p_a/p_0 (p_a = presiunea pînă la care se destinde aburul umed în ajutoraj).

În figura 5.19 se prezintă variația coeficientului de debit B în funcție de p_a/p_0 pentru regimuri de curgere cu $Re > 4 \cdot 10^5$ în secțiunea de ieșire (pentru vapori de apă).

Ca urmare a îngustării secțiunii reale de curgere oferite de pereții ajutajului, datorită existenței peliculei de lichid aderentă la pereți,

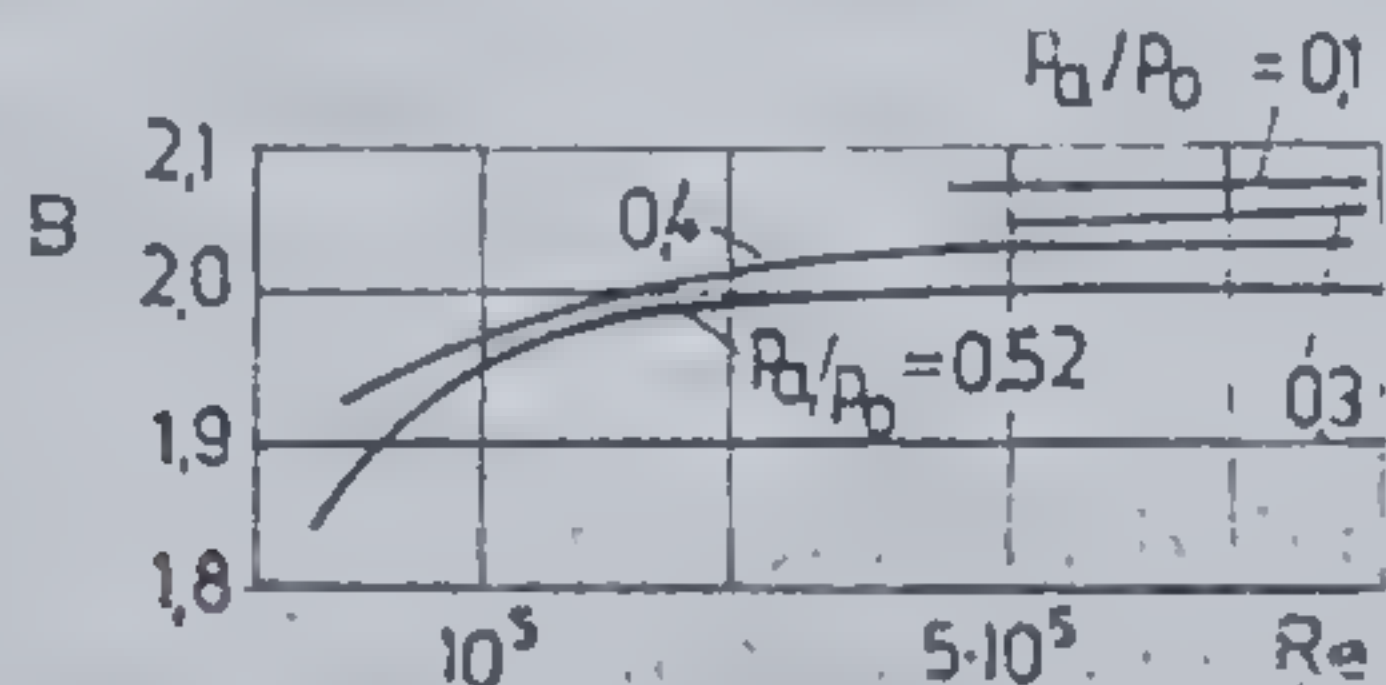


Fig. 5.18. Coeficientul $B = f(Re)$ pentru ajutaje ce destind un mediu bifazic.

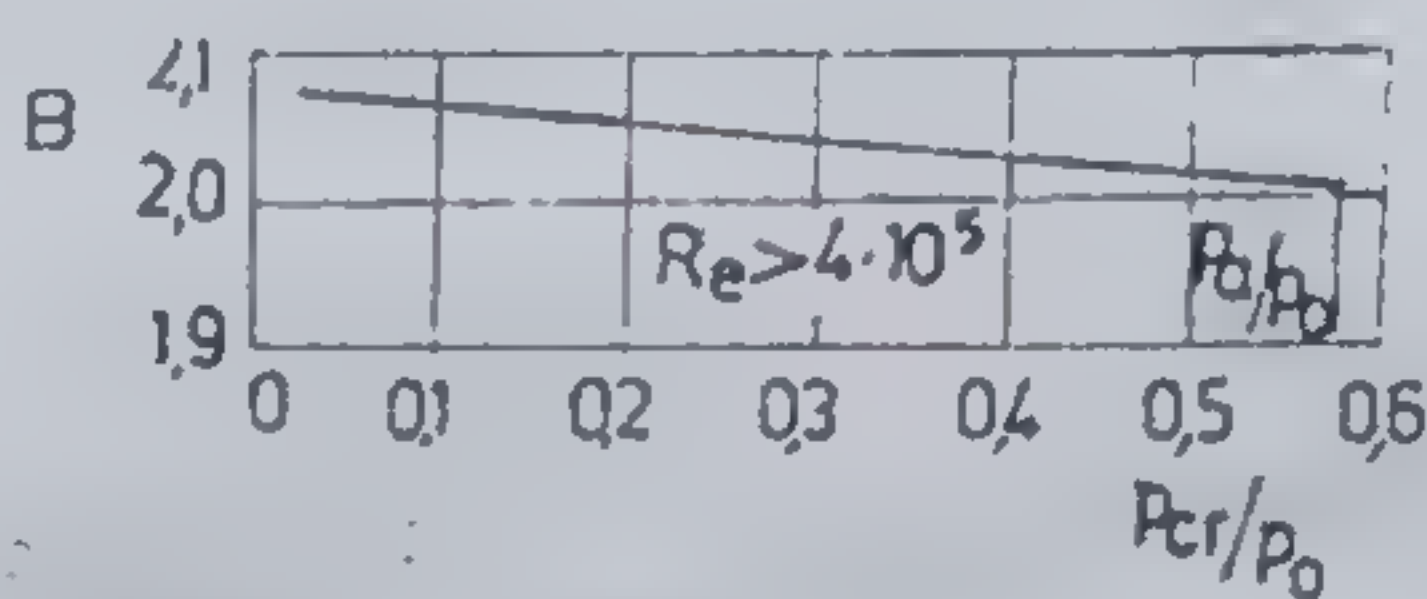


Fig. 5.19. Coeficientul $B = f(p_a/p_0)$ pentru ajutaj ce destind un mediu bifazic.

secțiunea în care se realizează efectiv viteza critică va fi în interiorul ajutajului, așa cum se vede din figura 5.17. Secțiunea $A_{cr_{reală}}$ va fi mai mică decât secțiunea de ieșire $A_{cr_{const.}}$.

Grosimea peliculei de lichid de la perete în cazul unei destinderi $p_a/p_0 = 0,1$ determinată experimental pentru apă este de 0,32 mm. În figura 5.20 se prezintă rezultatele experimentale obținute pentru determinarea coeficientului B în funcție de : căderea de presiune p_a/p_0 ; Re (în secțiunea de ieșire); umiditatea inițială $y_0 = 1 - x_0$ a vaporilor de apă. În figura 5.21 se prezintă, comparativ, coeficientul B pentru abur

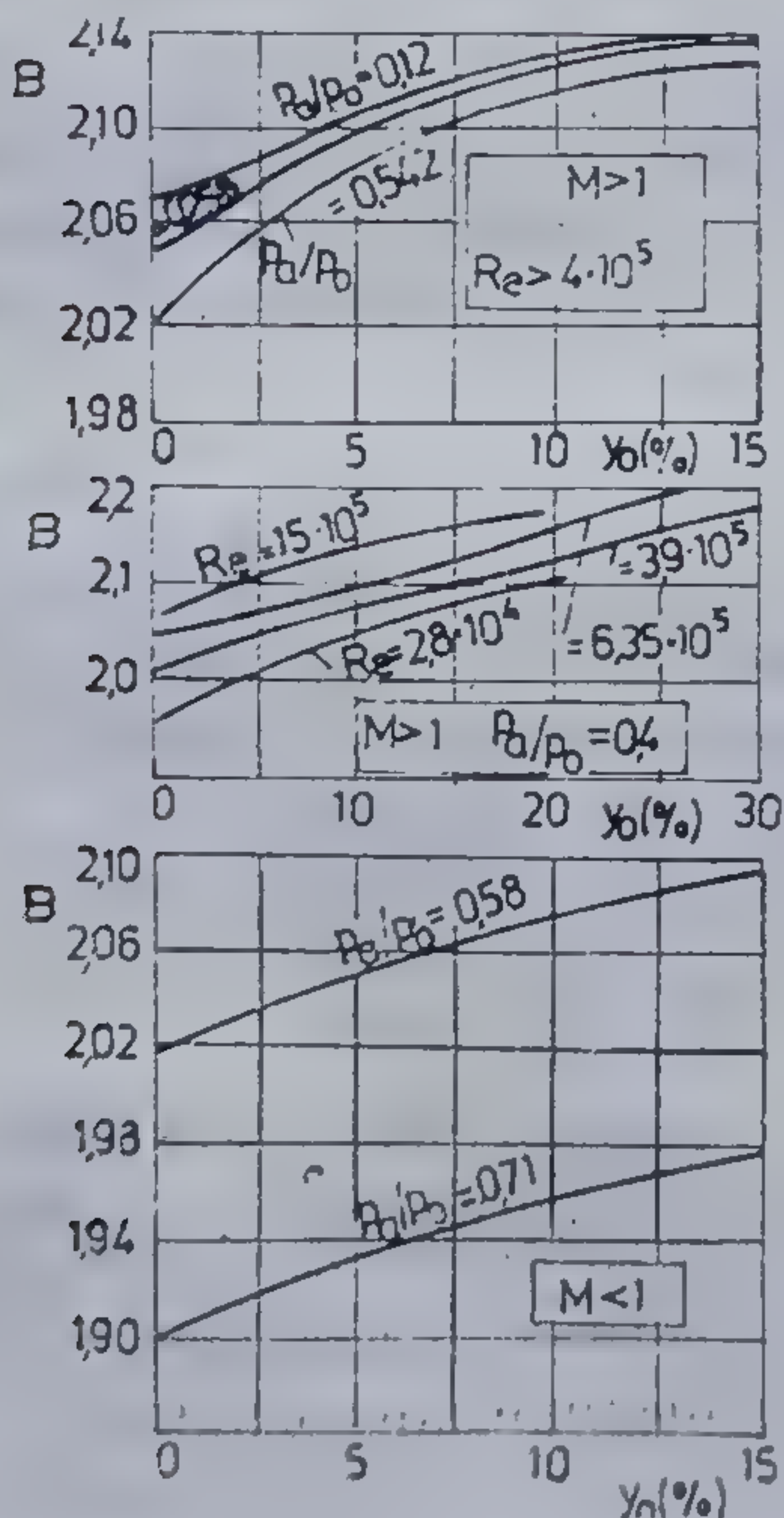


Fig. 5.20. Coeficientul $B = f(p_a/p_0, Re, y)$ pentru ajutaje ce destind un mediu bifazic.

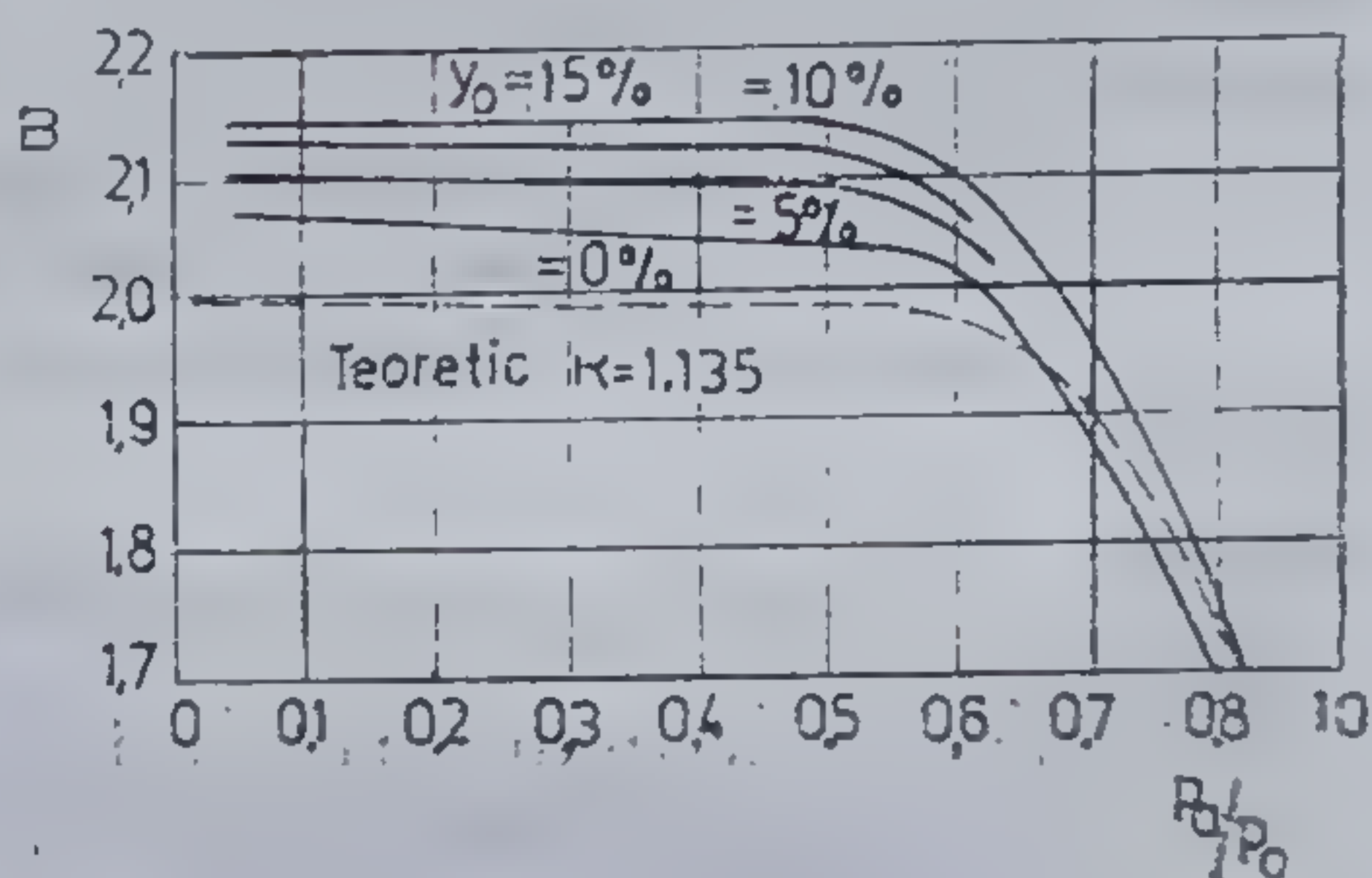


Fig. 5.21. Coeficientul $B = f(p_a/p_0)$ pentru abur saturat uscat ($k = 1,135$) și abur umed cu umiditatea inițială y_0 .

saturat uscat, cu un exponent adiabatic $k = 1,135$ și umiditate $y_0 = 0$, și pentru abur umed în funcție de umiditatea inițială y_0 . Se constată că pentru umidități $y_0 < 6\%$, rezultatele experimentale coincid aproape exact cu cele teoretice, ceea ce înseamnă că la umidități inițiale mici, nu se formează peliculă de lichid. De asemenea se constată că la curgeri subsonice, chiar pentru umidități $y_0 > 6\%$, pelicula de lichid nu influențează substanțial secțiunea de curgere oferită constructiv.

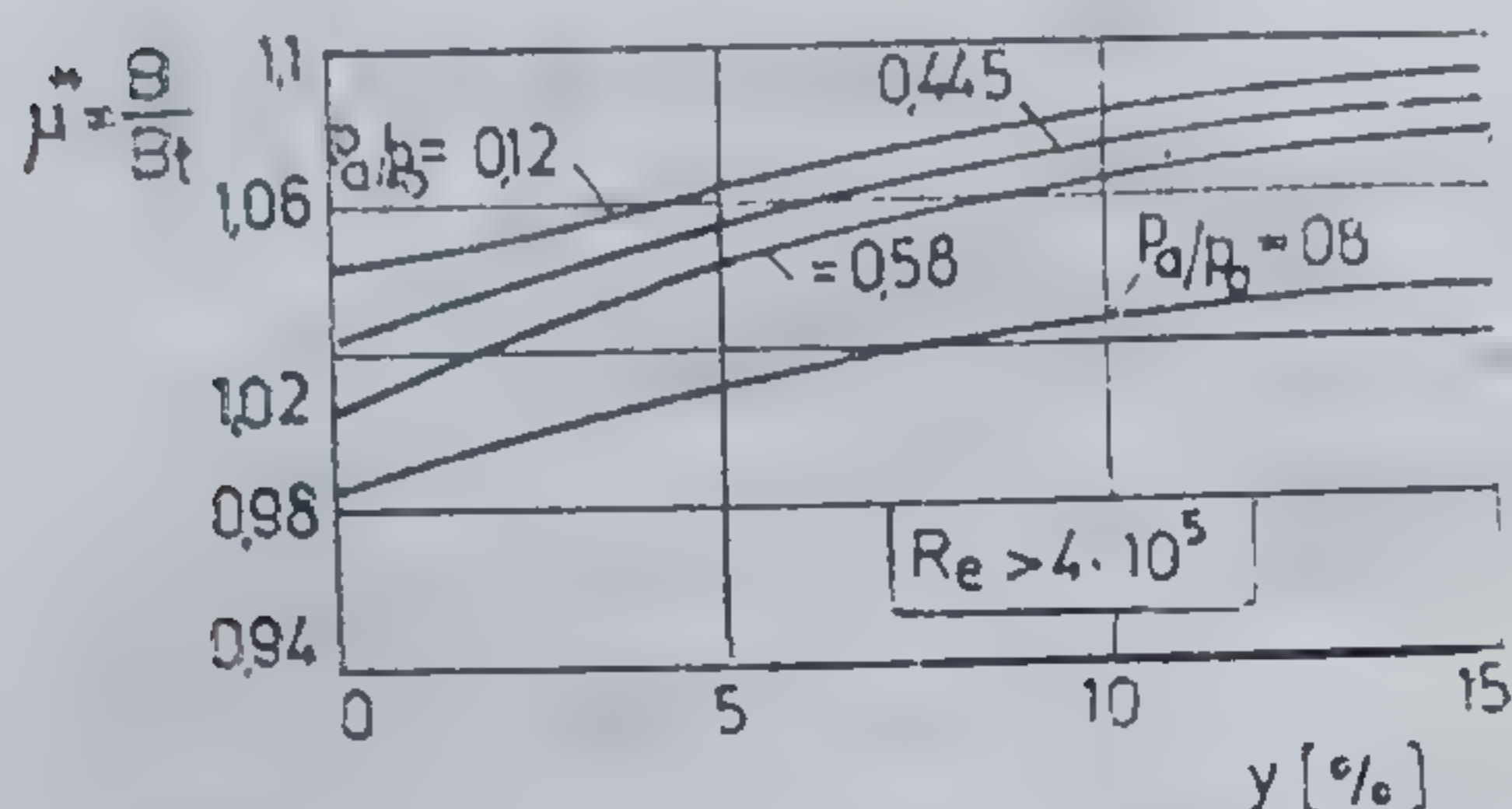


Fig. 5.22. Coeficientul de debit μ^* în funcție de umiditatea inițială y_0 .

Pentru determinarea coeficientului B_T se poate folosi expresia

$$B_T = \frac{1}{v_{bf}} \sqrt{\Delta h} \quad (5.84)$$

în care v_{bf} este volumul specific al mediului bifazic la ieșirea din porțiunea convergentă iar Δh — căderea de entalpie în ajutoraj, exprimată în kJ/kg.

Pentru vaporii de apă supraîncălziți faza de vapor se comportă ca un gaz perfect cu $k = 1,3$ și ca urmare se calculează cu relațiile acestuia.

Pentru o temperatură a vaporilor la intrarea în ajutoraj t_0 mai ridicată decât cea de saturație t_s ($\Delta t_0 = t_0 - t_s = 5 \div 10^\circ$) valoarea coeficientului de debit μ^* în funcție de umiditatea inițială y_0 se obține din figura 5.22.

Calculul vitezei de ieșire w_2 a mediului bifazic dintr-un ajutoraj sonic se face cu aceeași formulă ca în cazul gazului perfect și anume:

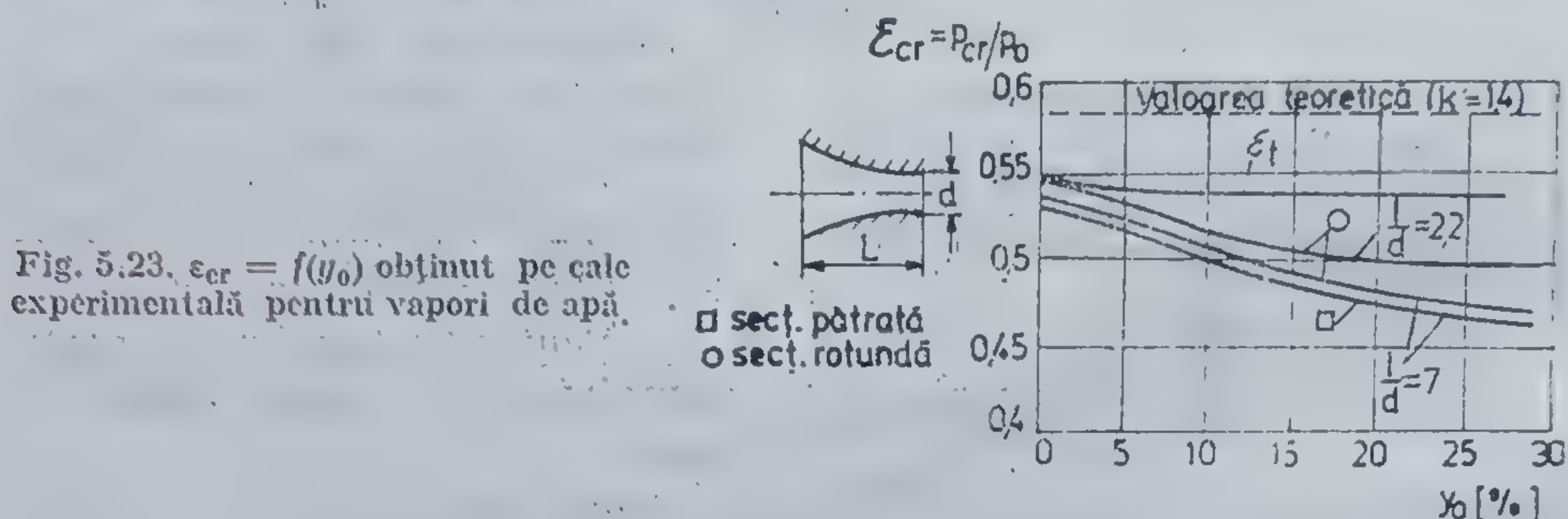
$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_0}{v_0} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (5.85)$$

Volumul specific al aburului în secțiunea critică (secțiunea de ieșire) este dat de relația (5.86) obținută experimental și care ține seama de prezența fazei lichide:

$$v_2 = (1 - y_0) v_0'' \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} \quad [\text{m}^3/\text{kg}] \quad (5.86)$$

în care y_0 este umiditatea mediului bifazic la intrare, iar v_0'' — volumul specific al vaporilor saturați la intrarea în ajutoraj. Ceea ce s-a constatat experimental la curgerea mediului bifazic printr-un ajutoraj sonic este dependența valorii raportului critic de presiuni, de umiditate. În figura 5.23 se prezintă valoarea $\varepsilon_{cr} = p_{cr}/p_0$ în funcție de umiditate și de mărimile constructive ale unui ajutoraj convergent, determinată experimental. Conform datelor din figura 5.23, se constată scăderea raportului ε_{cr} față de valoarea teoretică odată cu creșterea umidității. Totodată s-a constatat și influența lungimii ajutorajului asupra procesului de trecere a fazei de vapor

în faza lichidă. În cazul ajutăjelor scurte, datorită fenomenului de întârziere a condensării, nu apare o creștere a umidității în lungul lui. În ajutăjele lungi există posibilitatea condensării unei părți din vapori.



Debitul maxim de fluid bifazic \dot{m} ce trece printr-un ajutăj sonic se poate calcula cu relația experimentală

$$\dot{m} = \mu_{cr}^* A_{cr} B_{T_{cr}} \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} \quad [\text{kg/s}] \quad (5.87)$$

în care:

$$B_{T_{cr}} = \sqrt{k \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

A_{cr} = secțiunea sonoră a ajutăjului în m^2 ;

μ_{cr}^* = coeficientul de debit la valoarea critică a presiunilor ϵ_{cr} în funcție de umiditate, obținut din figură 5.22.

5.7. AJUTAJ GEOMETRIC SUPERSONIC PENTRU MEDIUL BIFAZIC MONOCOMPONENT.

Calculul unui ajutăj supersonic pentru un mediu bifazic monocompont se face după aceeași schemă ca cel pentru un gaz perfect și anume:

- determinarea secțiunii minime (critice) pentru debitul nominal de fluid;
- determinarea elementelor constructive ale părții convergente;
- determinarea elementelor constructive ale părții divergente.

În cazul ajutăjelor ce trebuie să realizeze la ieșire o viteză corespunzătoare unei cifre Mach moderate și anume $1 \leq M \leq 1,15$ secțiunea critică (sonoră) se determină cu relația (5.88), obținută din (5.87),

$$A_{cr} = \frac{\dot{m}}{\mu_{cr}^* B_{T_{cr}} \sqrt{\frac{p_0}{v_0}}} \quad (5.88)$$

iar secțiunea de ieșire (maximă) se stabilește cu ecuația de continuitate

$$A = \frac{\dot{m} v_2}{w_2}, \quad (5.89)$$

în care w_2 și v_2 sînt viteza și volumul specific în secțiunea de ieșire.

În cazul ajutorajelor a căror viteză de ieșire este mare (supersonică) în care apare un proces activ de condensare, calculul este mai complicat. În acest caz prima problemă ce trebuie rezolvată este determinarea poziției reale a secțiunii critice față de poziția constructivă (fig. 5.17).

Ecuația de continuitate aplicată unui debit numai de vapori \dot{m}_v în prezența unui flux termic interfazic specific q_T (schimbat între cele două faze) are expresia

$$\frac{d\bar{m}_v}{\bar{m}_v} - \frac{dA}{A} + \frac{dq_T}{c_{pv} \cdot T} = 0 \quad (5.89)$$

în care:

$$dq_T = [r - (c_l - c_{lv})T]dx = - (1 - x) \frac{d\bar{m}_v}{\bar{m}_v} [r - (c_l - c_{lv})T] \quad (5.90)$$

în care: \bar{m}_v este masa de vapori din amestecul bifazic; c_l, c_{lv} — căldura specifică la volum constant a fazei lichide și a fazei de vapori; r — căldura latentă de vaporizare; x — titlul vaporilor.

Relația (5.89), ținînd seama de (5.90), capătă forma

$$\frac{dA}{A} = \frac{d\bar{m}_v}{\bar{m}_v} + \frac{dq_T}{c_{pv} \cdot T} = \frac{d\bar{m}_v}{\bar{m}_v} [1 - (1 - x)f(t)] \quad (5.91)$$

în care

$$f(T) = \frac{r - c_l + c_{lv}}{c_{pv} \cdot T} \quad (5.92)$$

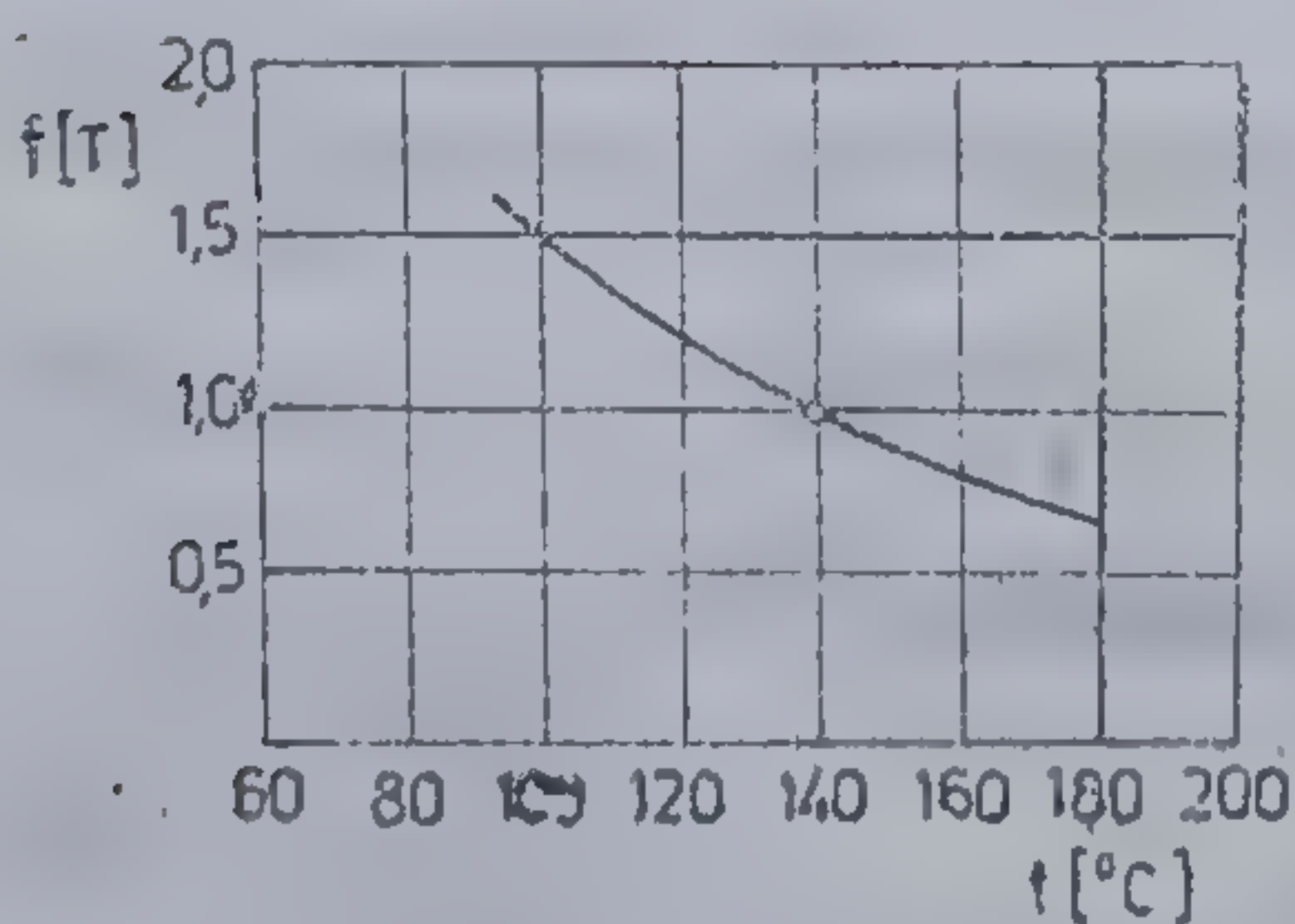


Fig. 5.24. Funcția $f(T)$ pentru vapori de apă depinzînd de temperatura inițială t_0 .

Pentru vaporii de apă, funcția $f(T)$ este reprezentată în figura 5.24. Funcția $f(T)$ capătă diferite valori în funcție de temperatura vaporilor la intrarea în ajutoraj, ceea ce face ca secțiunea critică efectivă să fie în realitate fie în interiorul părții convergente, fie în interiorul celei divergente. Din figura 5.24 se vede că pentru vaporii de apă numai pentru temperatura de 140° secțiunea critică constructivă coincide cu aceea la care efectiv se realizează viteza critică.

Din cauza unghiului deschis ce îl face peretele secțiunii convergente cu cel al secțiunii divergente va apărea un salt de presiune însoțit de unul de condensare.

5.8. AJUTAJE GEOMETRICE PREA LUNGI SAU PREA SCURTE PENTRU CONDIȚIILE REALE DE FUNCȚIONARE (PENTRU GAZE PERFECTE)

Curgerea în regim permanent a unui gaz perfect printr-un canal de o secțiune oarecare, deci și printr-un ajutoraj, respectă în orice secțiune a acestuia ecuația de continuitate și anume :

$$\dot{m} = \frac{A \cdot w}{v} = \frac{A_1 \cdot w_1}{v_1} = \text{const.} \quad (5.93)$$

în care A , w și v sînt secțiunea, viteza și volumul specific în secțiunea respectivă ; A_1 , w_1 și v_1 aceleași mărimi în secțiunea inițială ; \dot{m} — debitul de gaz (în kg/s) ce curge în regim permanent prin canal.

În cazul cînd în timpul curgerii are loc și o transformare termodinamică, de exemplu o destindere adiabat-izentropă, viteza de curgere și volumul specific într-o secțiune oarecare unde presiunea are valoarea p sînt date de relațiile cunoscute (5.94) și (5.95) :

$$w = \sqrt{w_1^2 + 2p_1v_1 \frac{k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right]} \quad [\text{m/s}] \quad (5.94)$$

$$p = p_1 \left[1 - \frac{k-1}{k} \frac{w^2 - w_1^2}{2p_1w_1} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad [\text{N/m}^2] \quad (5.95)$$

Din expresia adiabatei $pv^k = \text{const.}$ se obține

$$\frac{dv}{dp} = - \frac{1}{k} \frac{v}{p} \quad (5.96)$$

Variația energiei cinetice se obține pe seama lucrului mecanic, deci :

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -vdp; \quad dp = -\frac{1}{v} w dw \quad (5.97)$$

Logaritmind și diferențiind (5.93), se obțin ecuațiile

$$\frac{dA}{A} - \frac{dv}{v} + \frac{dw}{w} = 0 \quad (5.98)$$

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dp} + \frac{1}{w} \frac{dw}{dp} - \frac{1}{v} \frac{dv}{dp} = 0 \quad (5.99)$$

Introducând pe (5.96) în relația (5.99) și ținând seama ca $a = \sqrt{k p v}$ expresia devine

$$\frac{dA}{A} = \left(\frac{v}{w^2} - \frac{1}{k \cdot p} \right) dp = \frac{v k p - w^2}{k p w^2} dp = \frac{a^2 - w^2}{k p w^2} dp \quad (5.100)$$

Ca urmare, în cazul curgerii cu destindere adiabat-izentropă a unui gaz perfect printr-un canal cu secțiune variabilă, variația presiunii în funcție de variația secțiunii canalului este

$$dp = \frac{dA}{A} \frac{k p w^2}{a^2 - w^2} \quad (5.101)$$

Se consideră, ca exemplu, un ajutoraj convergent-divergent pentru care în partea convergentă $dA/A < 0$, iar în partea divergentă $dA/A > 0$.

Din relația (5.101) se constată că în cazul când viteza de intrare a gazului în ajutoraj ar fi mai mare decât viteza sunetului ($w_1 > a$), în porțiunea convergentă a ajutorajului presiunea va crește ($dp > 0$) și viteza va scădea. Dacă și în secțiunea minimă a ajutorajului, viteza de curgere ar fi tot mai mare decât viteza sunetului, în partea divergentă ce urmează, presiunea va începe să scadă, deoarece $dA/A > 0$ și deci $(a^2 - w_1^2) < 0$, iar viteza va începe să scadă. Dacă în secțiunea minimă viteza w , ar fi egală cu viteza sunetului, deci presiunea a devenit egală cu p_{cr} , în partea divergentă a ajutorajului pot avea loc două situații, amândouă stabile și anume:

— viteza de curgere începe să crească ($a^2 - w^2) < 0$. Deci curentul de gaz se accelerează, având drept consecință o scădere a presiunii (o destindere) dacă presiunea în secțiunea de ieșire a ajutorajului $p_2 < p_{cr}$;

— viteza de curgere începe să scadă ($a^2 - w^2) > 0$, deci curentul de gaz se frânează, având drept consecință o creștere a presiunii (o compresie) dacă presiunea în secțiunea de ieșire a ajutorajului $p_2 > p_{cr}$;

Se constată că parametrul ce va hotărî apariția unuia sau celuilalt caz este presiunea p_2 ce domnește în secțiunea de ieșire a ajutorajului.

În cazul când viteza gazului la intrarea în ajutoraj este mai mică decât viteza sunetului ($a^2 - w_1^2) > 0$, în porțiunea convergentă va avea loc o destindere ($dp < 0$) și, ca urmare, viteza de curgere w va crește.

Dacă în secțiunea cea mai îngustă a ajutorajului (astfel construită) viteza curentă w nu a atins valoarea sunetului, în porțiunea divergentă va avea loc o frinare a gazului, deci viteza sa scade iar presiunea va crește.

Dacă în secțiunea cea mai îngustă a lui s-a atins viteza sunetului, în porțiunea divergentă vor putea apărea oricare din cele două situații descrise mai sus, în funcție de presiunea p_2 ce domnește în secțiunea de ieșire a ajutorajului.

Ca urmare, viteza sunetului se poate realiza în secțiunea minimă, cu condiția ca în această secțiune să existe valoarea critică a presiunii inițiale. Dacă în această secțiune presiunea este mai ridicată, nu se poate realiza viteza sunetului în nici o altă secțiune din porțiunea divergentă.

Ajutajul calculat pentru destinderea de la p_0 la p_2 (presiunea mediei exterior $p_m = p_2$), care realizează în secțiunea de ieșire viteza pentru care a fost calculat (deci la care regimul de variație axială a presiunii este corect) se numește „ajutaj de lungime exactă” (fig. 5.25).

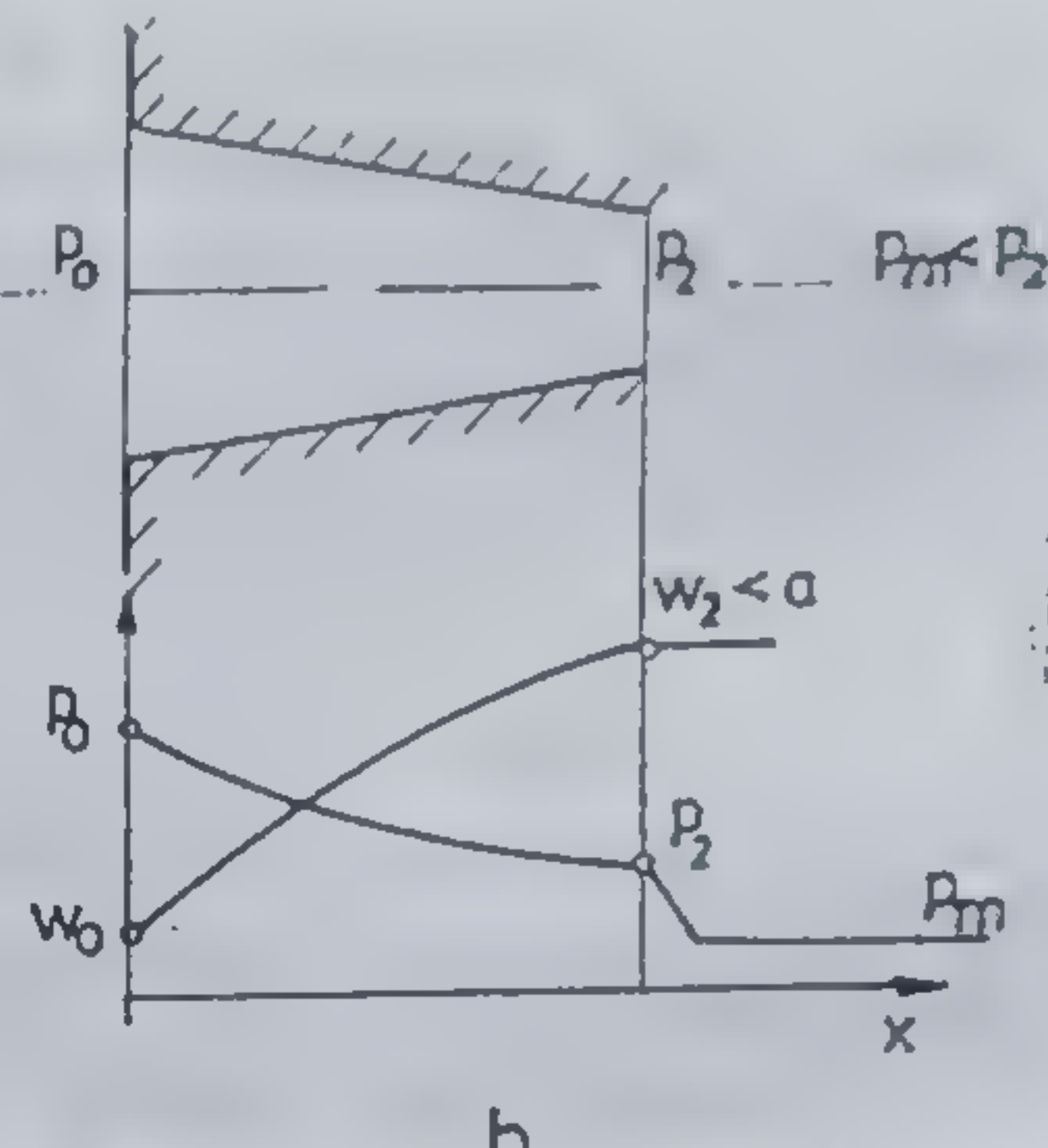
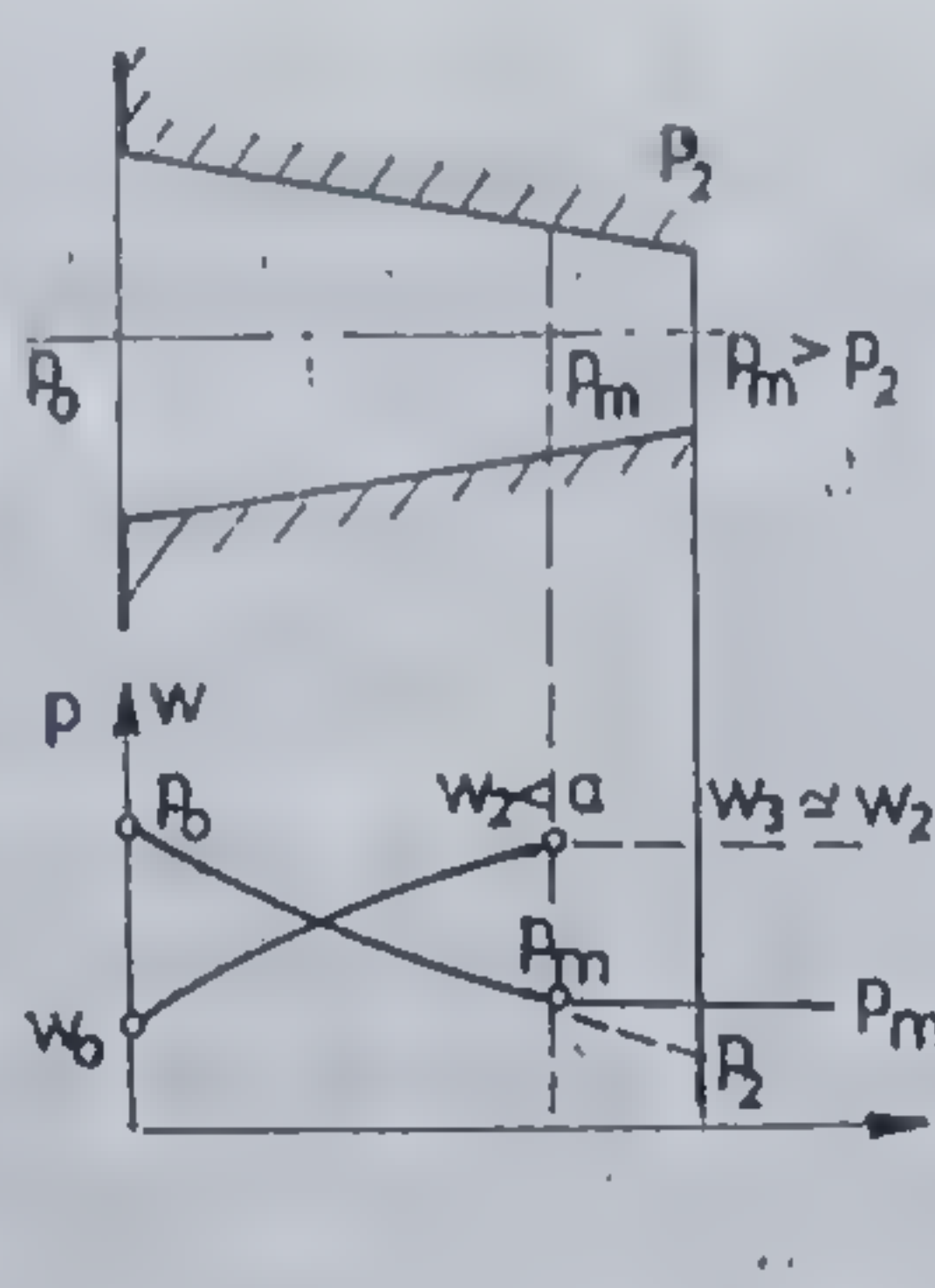
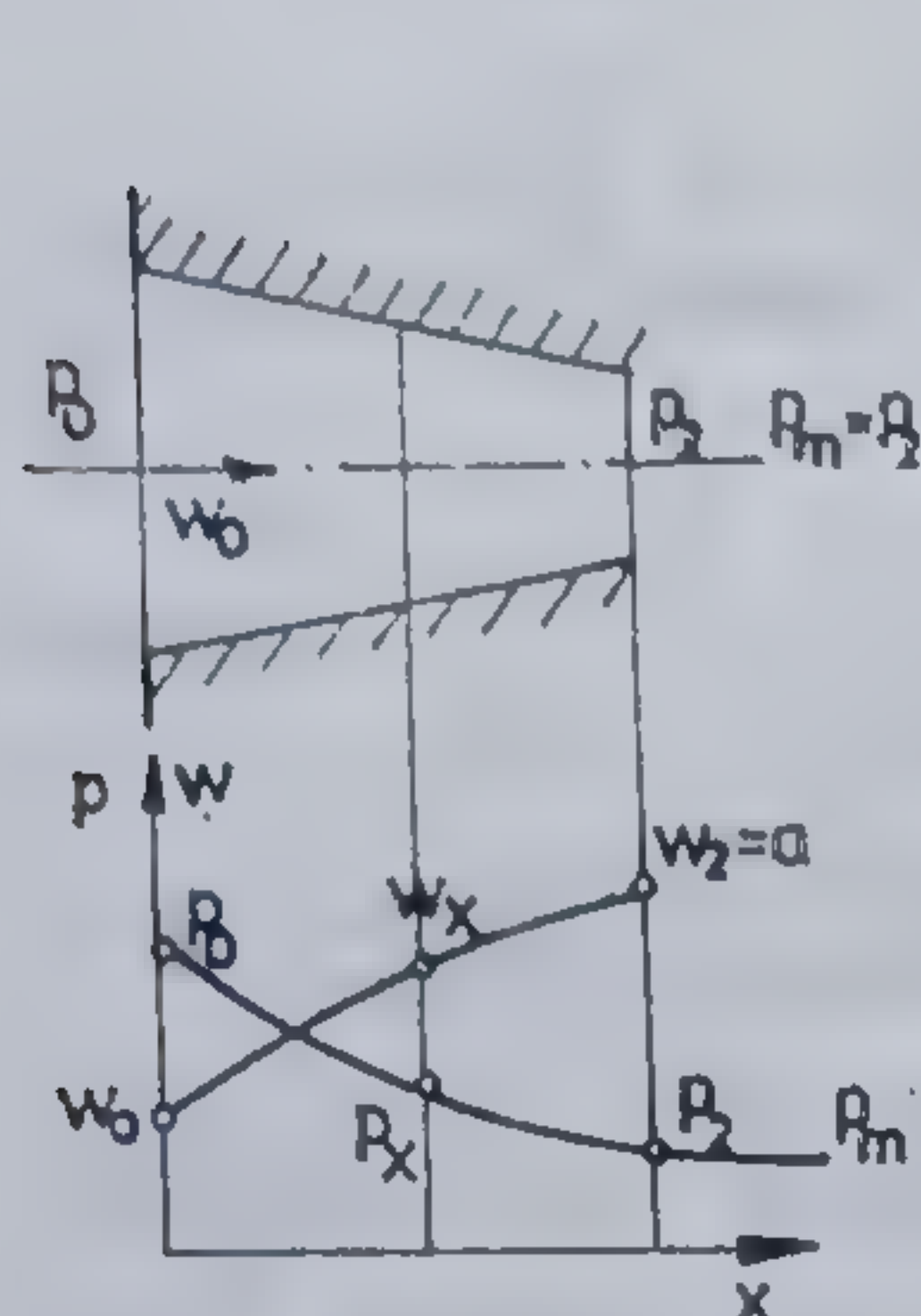


Fig. 5.25. „Ajutaj de lungime exactă” subsonic.

Fig. 5.26. Ajutaj subsonic: a — prea lung b — prea scurt

Dacă presiunea p_m la ieșire din ajutaj este mai ridicată decât aceea pentru care el a fost calculat (p_2), atunci echilibrul dintre această presiune și cea din secțiunea finală a ajutajului are loc în interiorul lui și el se numește „ajutaj prea lung”. Variația parametrilor caracteristici ai gazului într-un „ajutaj prea lung” este prezentată în figura 5.26 a, iar în unul „prea scurt” în figura 5.26 b.

Pentru un ajutaj subsonic „prea lung” (figura 5.26 a) destinderea de la p_0 la p_m are loc în interiorul lui. Din secțiunea unde presiunea momentană a atins valoarea p_m și deci viteza calculată w_2 , procesul de destindere încetează, curgerea căpătînd un caracter potențial care va respecta ecuația de continuitate.

Pentru un ajutaj subsonic „prea scurt” (figura 5.26 b) destinderea nu a avut loc în ajutaj de la presiunea p_1 la p_m , ci numai pînă la $p_2 > p_m$, obținîndu-se viteza de ieșire w_2 . Destinderea în continuare de la p_2 la p_m are loc liber, în mediu de presiune p_m avînd un caracter de expansiune bruscă, fără însă ca viteza w_2 să crească.

În continuare se vor prezenta procesele termogazodinamice ce apar în ajutajele „prea scurte” sau „prea lungi”, sonice sau supersonice.

Ajutaj sonic sau supersonic „prea scurt”. Se notează cu p_1 și p_a presiunea la intrare și ieșire pentru care a fost calculat un ajutaj supersonic (convergent-divergent) și cu p_2 presiunea ce domnește în spațiul de la ieșire. Deoarece ajutajul este prea scurt, $p_2 < p_a$. Deoarece viteza de ieșire a gazului din ajutaj este mai mare decât viteza sunetului, muchia de ieșire A va constitui pentru curenții de gaz un element perturbator. În figura 5.27 se prezintă deplasarea perturbației slabe generată de muchia A într-un mediu imobil. Dacă viteza de curgere a gazului notată cu w_2 este mai mică decât cea de propagare a undei de șoc ($w_2 < a$), după timpul

τ punctul A se va găsi la distanța $w\tau$ iar zona perturbată se va găsi în interiorul unei sfere de rază $a\tau > w\tau$. În timpul τ (figura 5.28) toate undele sferice perturbatoare generate de muchia A și cu centrul în A s-au deplasat din A în A_1 . Deci în intervalul de timp $0 \rightarrow \tau$ ele se găsesc în interiorul sferei de rază $a\tau$.

Dacă viteza de deplasare a gazului w este mai mare decât viteza de propagare a undei de șoc ($w > a$), punctul A se va găsi după timpul τ

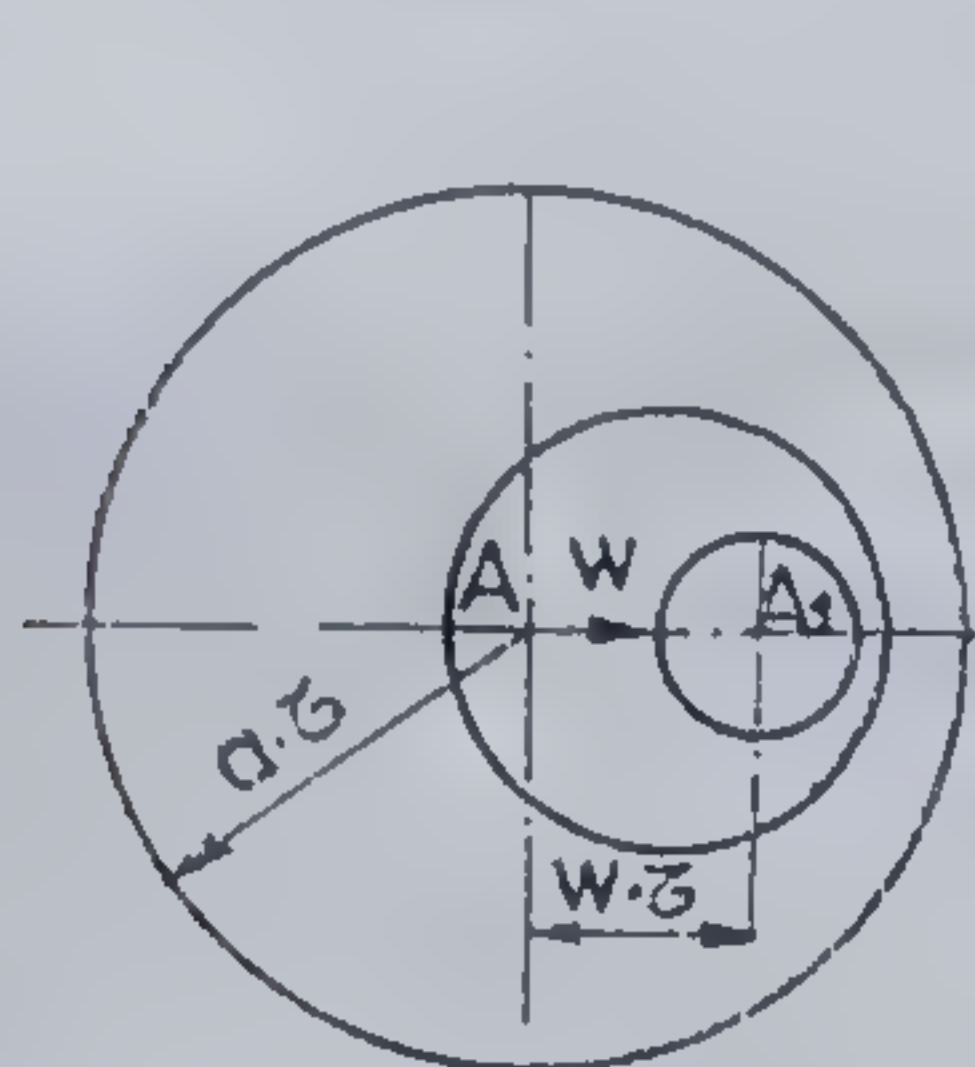


Fig. 5.27. Deplasarea într-un mediu imobil a unei perturbații slabe.

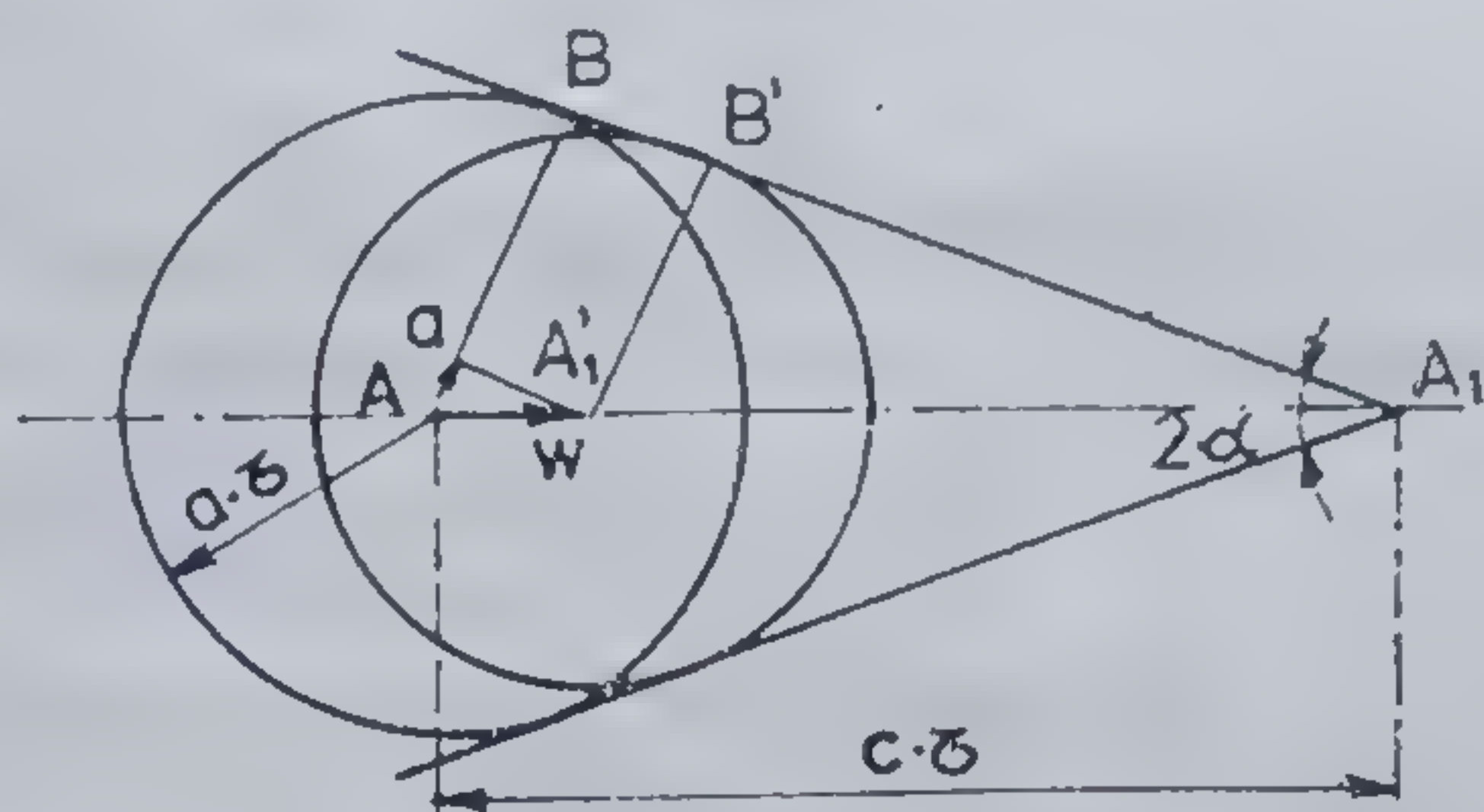


Fig. 5.28. Deplasarea într-un mediu cu viteză subsonică a unei perturbații slabe.

în A_1 distanța $AA_1 = w \cdot \tau$, în timp ce perturbația deplasându-se cu viteza sunetului ea se va găsi în interiorul sferei de rază $a \cdot \tau < w \cdot \tau$. La timpul τ toate undele sferice generate din punctul A , în timpul deplasării AA_1 , se vor găsi în spatele punctului A_1 , deci în interiorul unui con cu vârful în A_1 .

Unghiul α format de generatoarea conului cu axă lui și pe care se deplasează punctul A este dat de relația „unghiului Mach” avînd expresia

$$\sin \alpha = \frac{AB}{AA_1} = \frac{A_1B'}{A_1A_1} = \frac{a \cdot \tau}{w \cdot \tau} = \frac{a}{w} \quad (5.102)$$

Se discută în continuare fenomenele ce apar în secțiunea de ieșire a unui ajutoraj supersonic prea scurt ținînd seama de notațiile din figura 5.29. Se consideră planul AM situat în interiorul diedrului M_0AM_1 for-

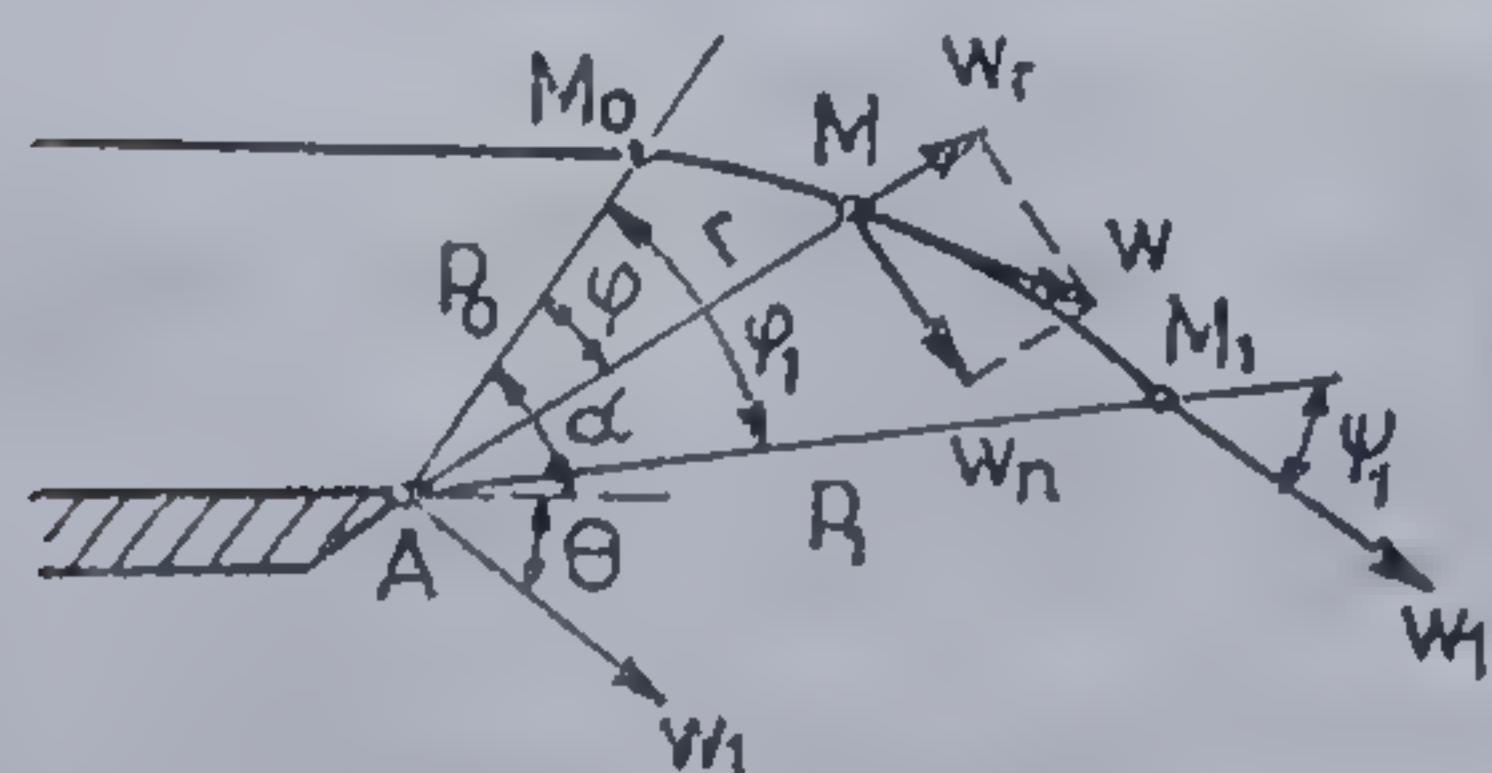


Fig. 5.29. Unda de șoc la ieșirea gazului dintr-un ajutoraj supersonic.

mînd un unghi Mach cu viteza locală w a gazului Componenta normală w_n a acestei viteze va fi egală cu viteza sunetului corespunzătoare stării fluidului în planul AM .

Notînd cu w_r și w_n componentele pe direcția r și n a vitezei w ce trece prin M , se obțin relațiile geometrice-analitice (5.103)

$$w^2 = w_n^2 + w_r^2; \quad w_n = a; \quad \frac{dw_r}{d\tau} = \frac{w_n^2}{r} \quad (5.103)$$

În planul AM mărimile caracteristice ale gazului au valori constante, încît se poate scrie:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial w_n}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial w_r}{\partial r} = 0 \quad (5.104)$$

Considerînd ca direcție de referință AM_0 , ecuația de mișcare a gazului, exprimată în coordonate polare, are forma (5.105) sau (5.106):

$$\frac{dw_r}{d\tau} = \frac{\partial w_r}{\partial r} \frac{dr}{d\tau} + \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{dw_r}{d\varphi} \frac{d\varphi}{d\tau} \quad (5.105)$$

$$\frac{dw_r}{d\tau} = \frac{w_n^2}{r}; \quad \frac{dw_r}{d\varphi} = w_n \quad (5.106)$$

Mărimile caracteristice ale fluidului pe linia de curent în punctul M_0 se notează cu indicele „0”, deci sînt w_0 , p_0 , v_0 , etc., iar cele în punctul M sînt w , p , v , etc. Deoarece presiunea în secțiunea de ieșire a ajutorajului este mai mare decît cea a mediului exterior, are loc o destindere a gazului în spațiul liber (presupusă izentropă). Ecuația energiei pentru această destindere este

$$\frac{w^2}{2} - \frac{w_0^2}{2} = \frac{k}{k-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right] \quad (5.107)$$

iar viteza gazului în punctul M :

$$w = 2 \left[\frac{k}{k-1} p_0 v_0 + \frac{c_0^2}{2} \right] - \frac{2kp v}{k-1} \quad (5.108)$$

Însemnînd paranteza mare cu C , ea fiind o constantă, relația (5.108) devine

$$C = \frac{k}{k-1} p_0 v_0 + \frac{w_0^2}{2}; \quad kp v = a^2 = w_n^2 \quad (5.109)$$

$$w^2 = 2C - 2 \frac{w_n^2}{k-1} = w_n^2 + w_r^2$$

sau aranjată convenabil capătă forma

$$\frac{k+1}{k-1} w_n^2 = 2C - w_r^2 = 2C \left[1 - \frac{w_r^2}{2C} \right] \quad (5.110)$$

Ținând seama de (5.110), relația (5.106) devine

$$\frac{dw_r}{d\varphi} = w_n = \sqrt{2C \frac{k-1}{k+1} \left(1 - \frac{w_r^2}{2C}\right)}$$

$$\frac{\frac{dw_r}{\sqrt{2C}}}{\sqrt{1 + \frac{w_r^2}{2C}}} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} d\varphi \quad (5.111)$$

Prin integrare, (5.111) devine (5.112), în care φ_0 este constanta de integrare. Se notează cu λ :

$$\arcsin \frac{w_r}{\sqrt{2C}} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi - \varphi_0) = \lambda \quad (5.112)$$

Ca urmare, viteza w și componentele sale w_n și w_r au valorile

$$w^2 = 2C \left[\sin^2 \lambda + \frac{k-1}{k+1} \cos^2 \lambda \right] \quad (5.113)$$

$$w = \sqrt{2C} \cdot \sin \lambda; \quad w_n = \sqrt{2C \frac{k-1}{k+1}} \cos \lambda$$

Egalind relația (5.113) cu (5.107), se obține unghiul φ în funcție de presiunea p

$$\frac{w^2}{2} = \frac{k}{k-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + \frac{w_0^2}{2} = C \left[\sin^2 \lambda + \frac{k-1}{k+1} \cos^2 \lambda \right]$$

$$1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} + \frac{k-1}{2} \frac{w_0^2}{kp_0 v_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \frac{w_0^2}{kp_0 v_0} \right) \left(1 - \frac{2}{k+1} \cos^2 \lambda \right) \quad (5.114)$$

sau, în funcție de $M_0 = w_0/kp_0 v_0$ cu relația:

$$1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} + \frac{k-1}{2} M_0^2 = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_0^2 \right) \left(1 - \frac{2}{k+1} \cos^2 \lambda \right) \quad (5.115)$$

Relația (5.114) permite și determinarea presiunii p în funcție de p_0

$$\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{2}{k+1} + \frac{k-1}{k+1} \frac{w_0^2}{kp_0 v_0} \right) \cos^2 \lambda \quad (5.116)$$

Pentru un gaz perfect, cu $k = 1,4$ relația (5.116) poate fi scrisă sub formă simplă

$$\left(\frac{p}{p_0} \right)^{0,285} = (0,83 + 0,166 M_0^2) \cos^2 \lambda$$

Introducând expresia lui λ și ținând seama de relația (5.102) expresia (5.116) devine

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{2}{k+1} + \frac{k-1}{k+1} \frac{2}{\sin^2 \alpha_0}\right) \cos^2 \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi - \varphi_0) \right] \quad (5.117)$$

care, pentru gazul perfect, ia forma

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{0,285} = \left(0,83 + \frac{0,166}{\sin^2 \alpha_0}\right) \cos^2 [0,4(\varphi - \varphi_0)]$$

Relația (5.117) permite determinarea abaterii (derivației) liniei de curent a gazului în secțiunea de ieșire a unui ajutoraj prea scurt. Unghiul α_0 se calculează cu relația (4.102) pentru starea gazului în secțiunea de ieșire.

Unghiul φ_1 din figura 5.29 se calculează cu relația (5.117), în care se observă că α_0 , iar $\varphi_0 = 0$.

Unghiul ψ făcut de viteza în punctul M cu planul AM este

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{w_n}{w_r} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \operatorname{ctg} \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi + \varphi_0) \right] \quad (5.118)$$

iar unghiul ψ_1 se determină cu aceeași relație, înlocuind pe φ cu φ_1 .

Unghiul de deviație a vinei de gaz θ se calculează cu relația

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha_0 + \varphi_1 + \psi_1 - \frac{\pi}{2} = \varphi_1 + \psi_1 - \alpha_0 \quad (5.119)$$

Ajutoraj sonic sau supersonic prea lung. Se definește ca ajutoraj prea lung acela la care presiunea mediului înconjurător la ieșire este mai ridicată decât presiunea pînă la care se destinde gazul. În acest caz reglarea presiunilor are loc în interiorul ajutorajului. În figura 5.30 se prezintă destinderea gazului într-un ajutoraj prea lung. Se consideră că presiunea în mediul exterior secțiunii de ieșire din ajutoraj este $p_b > p_a < p'_a$. Presiunea p_b este valoarea limită superioară pentru care destinderea are loc în ajutoraj pînă la presiunea critică, iar p'_a va fi definită mai jos.

Ca urmare a presiunii p_a a mediului ambiant la gura de ieșire a ajutorajului mai ridicată decât presiunea p_a pentru care a fost calculat ajutorajul, într-o secțiune oarecare a porțiunii divergente a lui,

presiunea se ridică la valoarea p_a . Din punct de vedere teoretic, creșterea de presiune ar trebui să aibă loc brusc în secțiunea π , așa cum arăta curba d din figura 5.30. Dacă așa s-ar pe-

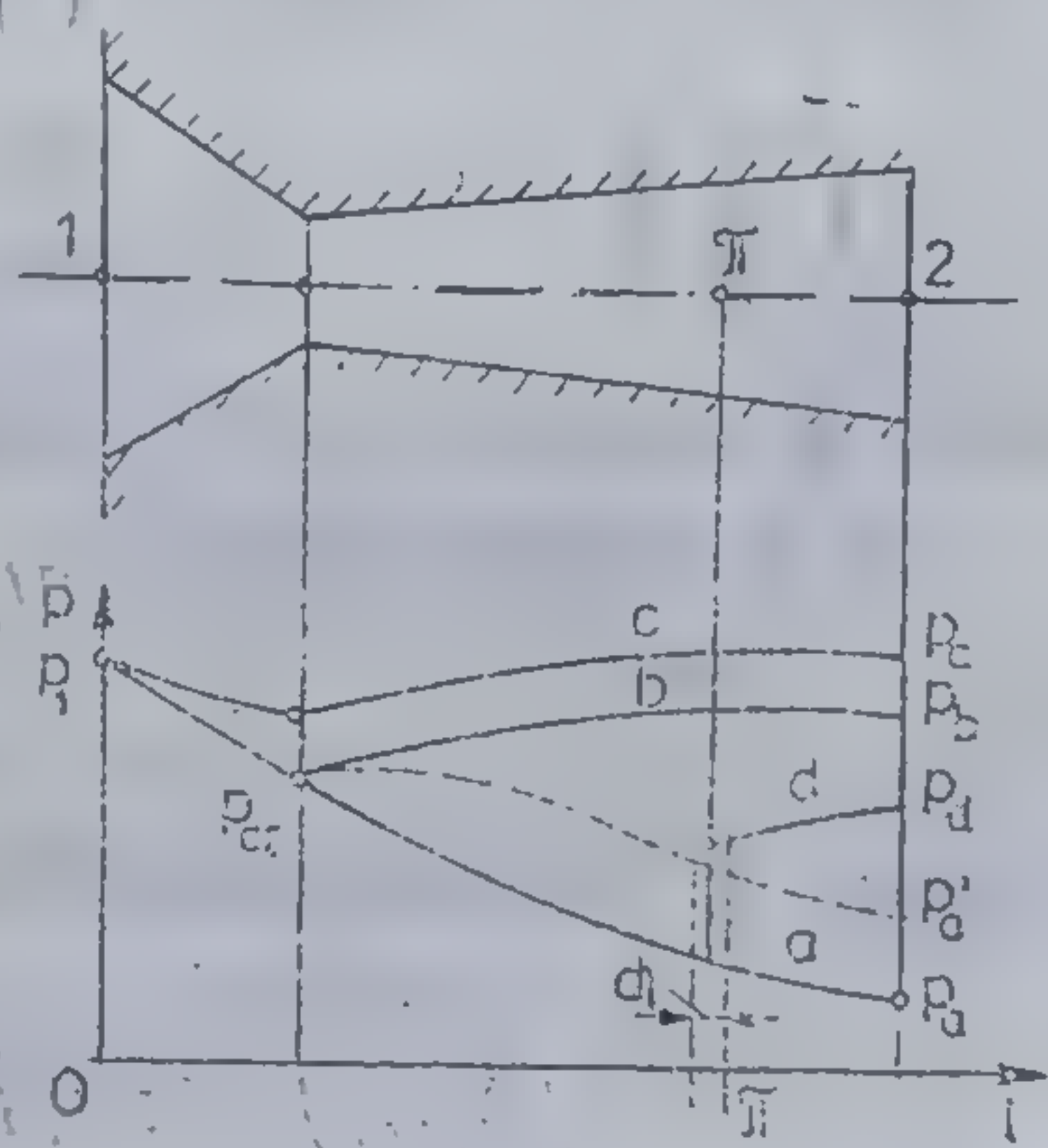


Fig. 5.30. Ajutoraj supersonic „prea lung”.

trece lucrurile, această creștere bruscă de presiune ar fi însoțită de o scădere bruscă a vitezei, ceea ce ar duce la transformarea curgerii supersonice în subsonică. Deci dacă înainte de acest salt se respectă condiția $a^2 - w^2 > 0$, după salt raportul ar fi $a^2 - w^2 < 0$.

Se consideră fenomenul de creștere a presiunii din punct de vedere teoretic și se notează parametrii gazului înaintea planului π cu p, v, w, T etc., și după el, la o distanță infinit mică dl cu p', v', w', T' etc. Pentru ambele stări se scrie

$$\begin{aligned} p v &= R T; \\ p' v' &= R T' \end{aligned} \quad (5.120)$$

Notînd cu A secțiunea ajutajului în planul π , ecuația de continuitate pentru unitatea de masă de gaz este

$$A = \frac{v}{w} = \frac{v'}{w'} [\text{m}^2] \quad (5.121)$$

Masa de gaz dm ce se găsește în volumul $A \cdot dl$ va fi

$$dm = \frac{A \cdot dl}{v} \quad (5.122)$$

Ca urmare, ecuația cantității de mișcare scrisă pentru timpul $d\tau = dl/w$ va fi:

$$(p' - p) A d\tau = \frac{A dl}{w} (w - w'). \quad (5.123)$$

Cum $dl/d\tau = w$ relația (5.123) se poate scrie sub forma

$$p' - p = \frac{w}{v} (w - w'). \quad (5.124)$$

Deoarece se acceptă prin definiție izentropia fenomenului de creștere bruscă a presiunii, ecuația entalpiei pentru secțiunile amonte și aval ale planului π va avea forma

$$\begin{aligned} \frac{w'^2}{2} - \frac{w^2}{2} &= h - h' = c_p (T - T') = \frac{c_p}{R} (pv - p'v') = \\ &= \frac{k}{k-1} (pv - p'v'). \end{aligned} \quad (5.125)$$

Cu ajutorul relațiilor (5.120) — (5.124) se vor determina valorile mărimilor p', v', t', w' etc. în funcție de p, v, T etc. Astfel din (5.121) se obține:

$$\frac{v}{w} = \frac{v'}{w'} = \frac{v - v'}{w - w'}; \quad w - w' = \frac{w'}{v'} (v - v') = \frac{w}{v} (v - v') \quad (5.126)$$

Ca urmare relațiile (5.124) și (5.125) capătă formele (5.127) și (5.128):

$$p' - p = \frac{w^2}{v^2} (v - v') \quad (5.127)$$

$$\frac{w^2}{2} \left(\frac{v'^2}{v^2} - 1 \right) = \frac{w^2}{2} \frac{v'^2 - v^2}{v^2} = \frac{k}{k-1} (pv - p'v') \quad (5.128)$$

Din care se obține:

$$w^2 = 2 \frac{k}{k-1} \frac{v^2}{v'^2 - v^2} (pv - p'v') \quad (5.128)$$

Introducând relația (5.128) în (5.127) se obține forma finală (5.129) după cum urmează:

$$p' - p = \frac{v - v'}{v^2} \frac{v^2}{v'^2 - v^2} \frac{2k}{k-1} (pv - p'v')$$

$$p' - p = \frac{1}{v' + v} \frac{2k}{k-1} (pv - p'v') = - \frac{1}{\frac{v'}{v} + 1} \frac{2k}{k-1} \left(p - p' \frac{v'}{v} \right)$$

$$(p - p') \left(\frac{v'}{v} + 1 \right) = \frac{2k}{k-1} \left(p - p' \frac{v'}{v} \right)$$

$$\frac{v'}{v} \left(p - p' + \frac{2k}{k-1} p' \right) = \frac{2k}{k-1} p - p + p'$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{(k-1)p' + (k+1)p}{(k-1)p + (k+1)p'} \quad (5.129)$$

După cum se vede, s-a obținut chiar ecuația unei unde de șoc adiabate denumită *adiabata Huguenot*. Notînd cu M și cu M' criteriul Mach al curgerii înainte și după unda de șoc, relația (5.124) devine:

$$p' - p = \frac{w^2}{v} \left(1 - \frac{v'}{v} \right) = \frac{w^2}{k \cdot p \cdot v} k \cdot p \left(1 - \frac{v'}{v} \right) = M^2 \cdot k \cdot p \left(1 - \frac{v'}{v} \right) \quad (5.130)$$

și, ținînd seama de (5.129), se ajunge la forma

$$p' - p = M^2 kp - M^2 kp \frac{(k-1)p' + (k+1)p}{(k-1)p + (k+1)p'} \quad (5.131)$$

Notînd χ saltul de presiune p'/p , relația (5.131) devine

$$\chi - 1 = M^2 k - M^2 k \frac{(k-1)\chi + (k+1)}{(k-1) + (k+1)\chi}$$

$$(k+1)\chi^2 - 2(1+M^2k)\chi + (2M^2k - k + 1) = 0 \quad (5.132)$$

Rădăcinile ecuației (5.132) permit determinarea saltului de presiune $\chi = p'/p$ în secțiunea π

$$\chi_{1,2} = \frac{1 + M^2k \pm \sqrt{1 + M^4k^2 + 2M^2k - (k-1)(2M^2k - k + 1)}}{k+1}$$

sau, prin aranjarea termenilor de sub radical,

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + M^4k^2 + 2M^2k - (k-1)(2M^2k - k + 1)} &= \\ &= \sqrt{M^4k^2 - 2M^2k^2 + k^2} = \sqrt{(M^2k - k)^2} \end{aligned}$$

$$\chi_{1,2} = \frac{1 + M^2k \pm \sqrt{(M^2k - k)^2}}{k+1}$$

Rădăcinile ecuației (5.132) sînt atunci

$$\chi_1 = \frac{p'}{p} = 1; \quad \chi_2 = \frac{p'}{p} = \frac{2k}{k+1} M^2 - \frac{k-1}{k+1} \quad (5.133)$$

care pentru un gaz perfect ($k=1,4$) devin

$$\chi_1 = 1; \quad \chi_2 = 1,16 \cdot M^2 - 0,166$$

Ca urmare în secțiunea π , trecerea de la presiunea p la p' poate avea loc sau lent, fără apariția unei unde de șoc (rădăcina $\chi_1 = 1$), sau cu undă de șoc (rădăcina χ_2). Mărimea saltului de presiune va depinde de valoarea criteriului Mach al curgerii în amonte secțiunii π . În cazul existenței unui salt de presiune vor apărea în secțiunea π și salturi de densitate, de temperatură, de viteză etc., a căror valoare este dată de (5.134) în funcție de valoarea saltului de presiune χ , sau (5.135) în funcție de criteriul Mach al curgerii în secțiunea π :

$$\left. \begin{aligned} \frac{w'}{w} &= \frac{(k-1)\chi + (k+1)}{(k-1) + (k+1)\chi}; \quad \frac{v'}{v} = \frac{(k-1)\chi + (k+1)}{(k-1) + (k+1)\chi} \\ \frac{\rho'}{\rho} &= \frac{(k-1) + (k-1)\chi}{(k-1)\chi + (k+1)} \end{aligned} \right\} \quad (5.134)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{w'}{w} &= \frac{(k-1) \left(\frac{2k}{k+1} M^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) + (k+1)}{2kM^2} = \frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M^2} \\ \frac{v'}{v} &= \frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M^2}; \quad \frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M^2}} \end{aligned} \right\} \quad (5.135)$$

iar saltul de temperatură în unda de șoc este

$$\begin{aligned} \frac{T'}{T} &= \frac{p'v'}{pv} = \left[\frac{2k}{k+1} M^2 - \frac{k-1}{k+1} \right] \left[\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M^2} \right] \\ \frac{T'}{T} &= \frac{1}{(k+1)^2} \left[6k - k^2 - 1 - 2(k-1) \frac{1}{M^2} + 2k(k-1)M^2 \right] \end{aligned} \quad (5.136)$$

Cu titlul de exemplu, pentru un gaz perfect cu $k = 1,4$, relațiile (5.134) — (5.136) devin

$$\left. \begin{aligned} \frac{p'}{p} &= 1,16M^2 - 0,16; \quad \frac{w'}{w} = 0,167 + 0,833 \frac{1}{M^2} \\ \frac{v'}{v} &= 0,167 + 0,833 \frac{1}{M^2}; \quad \frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{0,167 + 0,833 \frac{1}{M^2}} \\ \frac{T'}{T} &= 0,944 - 0,139 \frac{1}{M^2} + 0,1945 \cdot M^2 \end{aligned} \right\} \quad (5.137)$$

Valoarea criteriului Mach după saltul de presiune, notat cu M' , se obține în funcție de valoarea lui M înainte de salt, cu relația

$$\begin{aligned} M'^2 &= \frac{w'^2}{kp'v'} = \frac{w^2}{a^2} \frac{w'^2}{w^2} \frac{p}{p'} \frac{v}{v'} = M^2 \frac{p}{p'} \frac{v}{v'} \\ M'^2 &= M^2 \frac{(k-1) + \frac{2}{M^2}}{2kM^2 - (k-1)} = \frac{(k-1)M^2 + 2}{2kM^2 - (k-1)} \end{aligned} \quad (5.138)$$

Din expresia (5.138) se observă că pentru curgeri cu $M > 1$, (ceea ce este obligatoriu având în vedere că fenomenul de salt are loc numai în porțiunea divergentă a ajutorajului), M' va avea întotdeauna o valoare mai mică decât 1.

Fenomenul descris mai sus apare numai în procese adiabat-izentropice. În procesele reale, chiar în absența schimbului de căldură a gazului cu

pereții ajutorului procesul are loc adiabatic-neizentropic, avînd în vedere termocoacducția din masa gazului. Ca urmare, creșterea presiunii de la p la p' , sau respectiv de la p_a la p_d (figura 5.30), nu are loc brusc (ceea ce ar da naștere unor discontinuități a parametrilor în curentul de gaz) ci continuu pe o anumită distanță dl .

Ținînd seama de notațiile din figura 5.30, se consideră că presiunea exterioară p'_a este cea mai ridicată valoare la care se mai poate obține o viteză de curgere supersonică la ieșirea din ajutoraj, valoare dată de relația (5.139) obținută din (5.133):

$$p'_a = p_a \left(\frac{2k}{k+1} M_{ev}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \quad (5.139)$$

în care M_{ev} este cifra Mach în secțiunea de ieșire a ajutorajului.

Presiunea $p_b = p_{lim}$ este valoarea maximă a presiunii din spațiul unde iese gazul din ajutoraj, pentru care destinderea are loc pînă la secțiunea critică p_{cr} ; creșterea presiunii de la p_{cr} la valoarea p_b are loc în porțiunea divergentă. Pentru presiuni $p_c > p_b$, destinderea nu mai poate avea loc în ajutoraj pînă la presiunea critică. Presiunea limită $p_{lim} = p_b$ se poate calcula cu relația

$$p_b = p_{lim} = p_1 \left[\frac{p_{cr}}{p_1} + \left(1 - \frac{p_{cr}}{p_1} \right) \sqrt{\frac{q-1}{q}} \right] \quad (5.140)$$

în care q — este divergența ajutorajului, $q = \frac{d_2 - d_{cr}}{2}$ (cu d_2 s-a notat diametrul secțiunii de ieșire, cu d_{cr} cel al secțiunii sonore (minime)).

5.9. TRANSFORMAREA ENERGIEI CINETICE A UNUI GAZ PERFECT ÎN ENERGIE POTENȚIALĂ. DIFUZORUL GEOMETRIC SUBSONIC

Transformarea energiei cinetice în energie potențială are loc într-un canal cu secțiune crescătoare denumit *difuzor*. Ecuația de bază a difuzorului este aceea a entalpiei frîmate pentru două secțiuni oarecare.

În figura 5.31 se prezintă schematic o secțiune printr-un difuzor subsonic ($M_0 < 1$), avînd ca secțiuni caracteristice aceea de intrare, unde mărimile lor sînt notate cu indice „0”, și aceea de ieșire notată cu indice „a”.

Neglijînd lucrul mecanic de frecare, lucrul mecanic exterior și schimbul de căldură cu pereții, energia cinetică se transformă în difuzor în energie potențială. Energia cinetică în secțiunea inițială, notată cu E_{cin_0}

va fi mai mare ca aceea din secțiunea a , notată cu $E_{cin a}$. Deci :

$$E_{cin 0} > E_{cin a}; \quad \frac{w_0^2}{2} > \frac{w_a^2}{2}; \quad w_0 > w_a$$

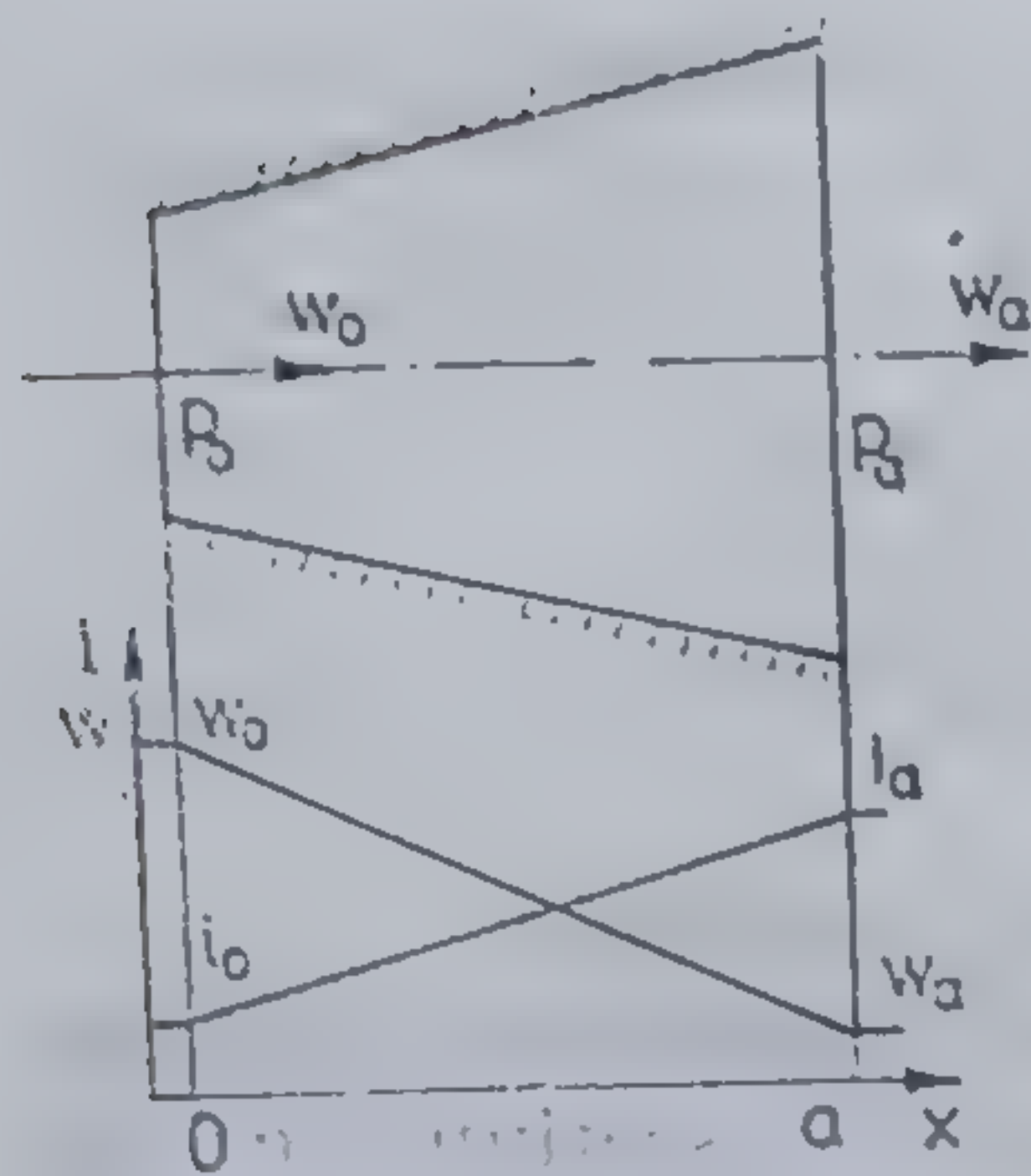


Fig. 5.31. Difuzor.

Pentru ca w_a să fie mai mic ca w_0 , din ecuația de continuitate, scrisă pentru cele două secțiuni caracteristice A_0 și A_a , se obține în cazul curgerii gazului perfect în regim permanent :

$$\dot{m} = A_0 w_0 \rho_0; \quad \dot{m} = A_a w_a \rho_a$$

sau pentru două secțiuni foarte apropiate, acceptând ipoteza $\rho = \text{const.}$,

$$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{dA}{A} + \frac{dw}{w} + \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dA}{A} + \frac{dw}{w} = 0$$

Deci, dacă $dw/w > 0$ este obligatoriu ca $dA/A > 0$ și ca urmare $A_a > A_0$.

Considerind că transformarea termodinamică efectuată de un gaz perfect în trecerea de la 0 la a este o adiabată izentropă, ecuația conservării energiei este (5.141) sau (5.142) :

$$h_a + \frac{w_a^2}{2} = h_0 + \frac{w_0^2}{2} \quad (5.141)$$

$$h_a - h_0 = \frac{w_0^2 - w_a^2}{2} \quad (5.142)$$

în care h_a și h_0 reprezintă entalpiile momentane ale gazului în secțiunea „a” și „0”; w_a și w_0 — vitezele medii de curgere a gazului în secțiunile respective. Ecuația (5.142), în funcție de temperatura momentană a gazului, devine

$$c_p(T_a - T_0) = \frac{w_0^2 - w_a^2}{2}, \quad (5.143)$$

deci temperatura momentană la ieșire este

$$T_a = T_0 + \frac{w_0^2 - w_a^2}{2c_p}$$

După cum se vede din (5.142) și (5.143), difuzorul lucrează ca un compresor dinamic.

Pentru simplificarea calculelor se consideră că $w_a \simeq 0$, și ca urmare $T_a = T_{0a}$. Ca urmare din relația (5.143) se obține creșterea de presiune momen-

tană în difuzor :

$$\begin{aligned}
 c_p(T_{0a} - T_0) &= \frac{w_0^2}{2} \Big|_{w_a=0} ; \quad T_{0a} - T_0 = \frac{w_0^2}{2c_p} \\
 \frac{T_{0a}}{T_0} - 1 &= \frac{w_0^2}{2c_p T_0} = \frac{R}{2} \frac{w_0^2}{c_p R T_0} ; \quad c_p - c_v = R \\
 \frac{T_{0a}}{T_0} - 1 &= \frac{c_p - c_v}{2} \frac{w^2}{c_p R T_0} = \frac{k-1}{2} \frac{w_0^2}{k R T_0} = \frac{k-1}{2} \frac{w_0^2}{a_0^2} = \frac{k-1}{2} M_0^2 \\
 \frac{T_{0a}}{T_a} &= 1 + \frac{k-1}{2} M_0^2 ; \quad \frac{T_{0a}}{T_a} = \left(\frac{p_{0a}}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \\
 \frac{p_{0a}}{p_0} &= \left[1 + \frac{k-1}{2} M_0^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (5.144)
 \end{aligned}$$

Cu titlu de exemplu, pentru un gaz perfect cu $k = 1,4$ creșterea temperaturii și gradul de compresie ce se realizează pentru diferite viteze de intrare a gazului în difuzor sînt date în tabelul 5.1. După cum se vede din

Tabelul 5.1.

Presiunea la ieșirea din difuzorul subsonic pentru
 $p_0 = 1$, $k = 1,4$, $T_0 = 293$ K

| M_0 | $T_{0a} \Big _{T_0=293K}$ | $p_{0a} \Big _{p_0=1}$ |
|-------|---------------------------|------------------------|
| 0,2 | 295,34 | 1,029 |
| 0,5 | 307,65 | 1,18 |
| 1,0 | 3511,6 | 1,81 |

tabel, pentru $M_0 = 0,5$ (uzual), creșterea maximă de temperatură este ≈ 34 grd, iar gradul maxim de compresie de 1,18.

5.10. PIERDERI DE PRESIUNE ÎN DIFUZORUL GEOMETRIC SUBSONIC

Pentru determinarea pierderilor de presiune în difuzor se notează caracteristicile gazului (figura 5.32) înaintea secțiunii de intrare în difuzor cu indicele „ ∞ ”, deci w_∞ , ρ_∞ , a_∞ , p_∞ , etc. iar secțiunea virtuală cu A_∞ . În secțiunea de intrare a difuzorului, mărimile caracteristice se notează cu indicele „ e ” iar la ieșire cu „ d ”. Gradul de compresie realizat de un difuzor depinde de raportul dintre vitezele w_∞/w_a . În figura 5.32 se prezintă situațiile ce pot apărea din acest punct de vedere.

Pe figura 5.32 se prezintă fenomenul ce are loc înainte de intrarea în difuzor, în funcție de raportul w_∞/w_e pentru $w_\infty < a_\infty$.

Pentru toate cazurile $w_\infty < a_\infty$ (viteză subsonică) sînt posibile

$$w_\infty > w_e - \text{Fig. 5.32 a} \rightarrow \frac{w_\infty}{w_e} > 1.$$

$$w_\infty = w_e - \text{Fig. 5.32 b} \rightarrow \frac{w_\infty}{w_e} = 1.$$

$$w_\infty < w_e - \text{Fig. 5.32c} \rightarrow \frac{w_\infty}{w_e} < 1.$$

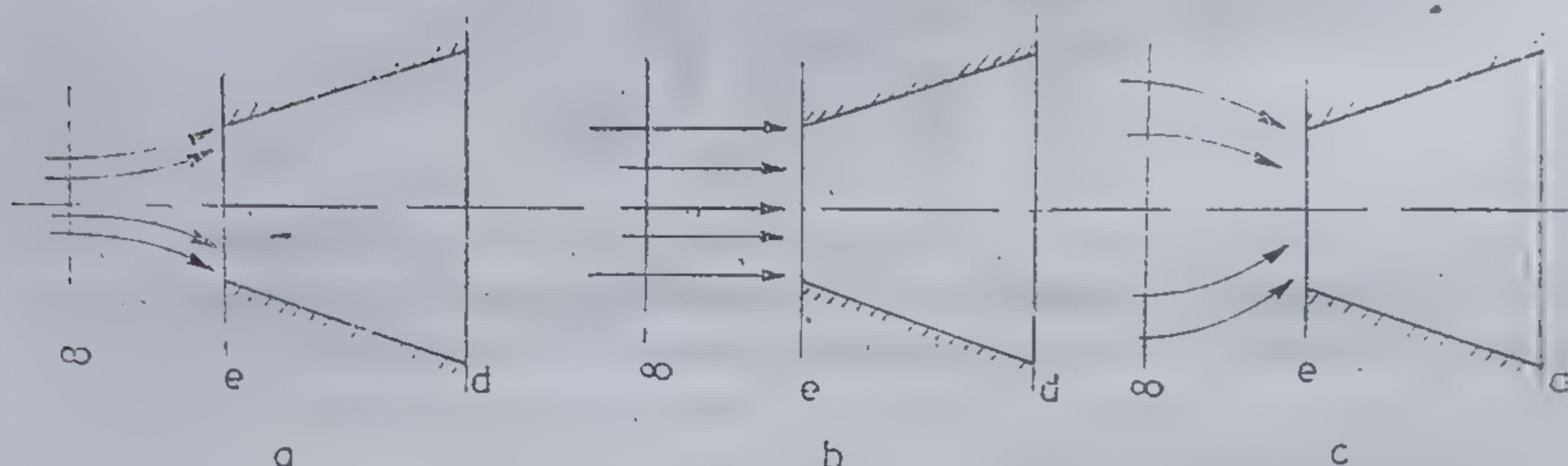


Fig. 5.32. Fenomenele gazodinamice ce au loc la intrarea gazului în difuzor.

Se consideră o viteză subsonică $w_\infty = w_e$ în spațiul liber neturburat din fața difuzorului ($w_\infty < a_\infty$) ca în figura 5.32 b. În acest caz gazul va pătrunde cu parametri nemodificați prin secțiunea de intrare, respectîndu-se condiția $A_\infty = A_e$ (A_∞ fiind o secțiune virtuală). Considerînd debitul ce intră în difuzor ca fiind \dot{m} , ecuația de continuitate pentru secțiunile „ ∞ ” și „e” este

$$A_\infty = \frac{\dot{m}}{\rho_\infty w_\infty} = A_e = \frac{\dot{m}}{\rho_e w_e} \quad (5.145)$$

Dacă este respectată egalitatea (5.145) se obțin următoarele relații între parametrii caracteristici ai curgerii:

$$w_\infty = w_e; \quad p_\infty = p_e$$

Dacă viteza $w_\infty < w_e$, situația liniilor de curent este reprezentată în figura 5.32 a. Atunci viteza de curgere în secțiunea e fiind mai mare decît în secțiunea ∞ , presiunea momentană va scădea deci

$$w_\infty < w_e; \quad p_\infty > p_e$$

În cazul cînd viteza $w_\infty > w_e$, ca în figura 5.32 c, la intrarea gazului în difuzor va apărea o frînare a lui, care va aduce după sine o creștere a presiunii momentane a gazului, adică

$$w_\infty > w_e; \quad p_\infty < p_e$$

Având în vedere că utilizarea tehnică a difuzorului constă în realizarea unei creșteri a presiunii momentane a unui gaz prin frînarea lui, apare ca avantajoasă frînarea gazului chiar înainte ca el să intre în difuzorul propriu-zis.

Dar realizarea frînării pe porțiunea $\infty - e$ aduce după sine pierderi de presiune importante ca urmare a vârtejurilor ce apar în secțiunea e . În figura 5.33 se prezintă pentru exemplificare spectrul gazodinamic al curgerii în bordul de atac al difuzorului, pentru condiția $w_\infty > w_e$, în care se văd elementele perturbatorii ale curgerii, ce generează pierderile de presiune. Avantajele și dezavantajele frînării libere a gazului necesită un calcul tehnico-economic de optimizare destul de complicat. Pentru curgeri subsonice ($w_\infty < a_\infty$), cercetările tehnico-experimentale dau valoarea optimă a lui w_e în funcție de w_∞ :

$$\left. \frac{w_e}{w_\infty} \right|_{\text{opt}} \approx \frac{1}{2} \quad (5.146)$$

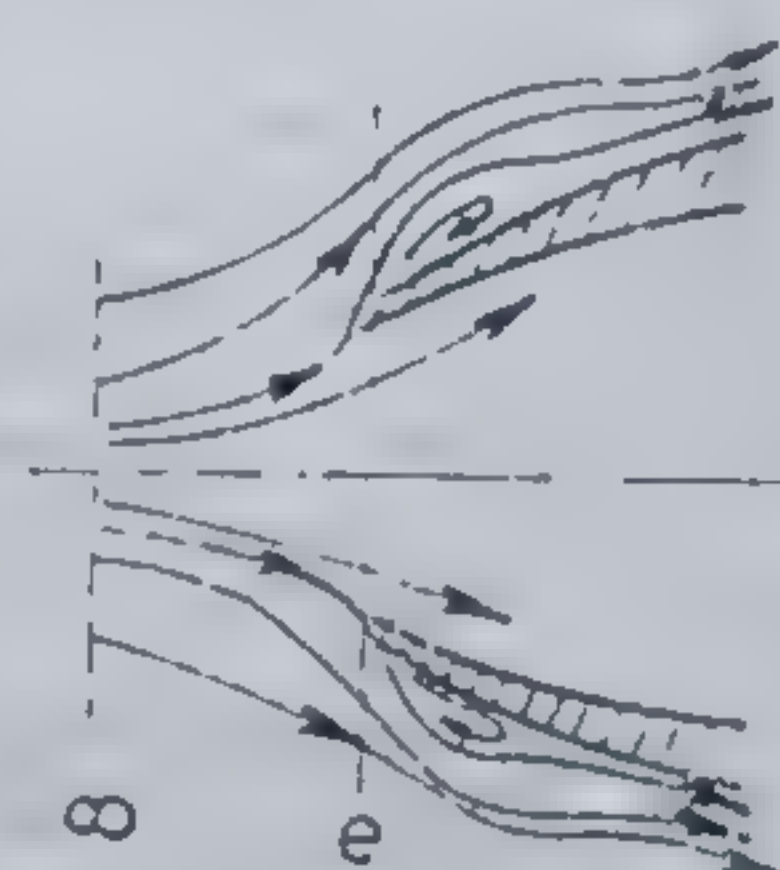


Fig. 5.33. Vârtejuri la intrarea gazului în difuzor.

Dacă procesul gazodinamic în difuzor ar avea loc fără pierderi, presiunea frînată în orice secțiune, pentru o curgere subsonică, ar avea aceeași valoare, adică $p_{0a} = p_{0\infty} = p_{0e}$.

În prezența pierderilor, desigur că $p_{0a} < p_{0\infty}$. Pierderile de presiune în difuzor se exprimă în funcție de presiunea dinamică ce domnește în secțiunea de ieșire, d , prin relația:

$$\Delta p_{0a} = p_{0\infty} - p_{0a} = \xi_a \cdot p_{0a} \cdot \frac{w_a^2}{2} \quad (5.147)$$

în care cu ξ_a se notează coeficientul de pierderi în difuzor. Deoarece pierderile de presiune sînt relativ mici, $\Delta p_{0a}/p_{0\infty} \ll 1$, se acceptă ipoteza, pentru o curgere adiabată, că $\rho_{0a} \approx \rho_{0\infty}$. În aceste condiții (5.147) devine

$$\Delta p_{0a} = \xi_a \rho_{0\infty} \frac{w_a^2}{2} = p_{0\infty} - p_{0a}$$

sau

$$1 - \frac{p_{0a}}{p_{0\infty}} = \xi_a \frac{k}{k-1} \frac{w_a^2}{p_{0\infty}} \quad (5.148)$$

Deoarece

$$\frac{k p_{0\infty}}{\rho_{0\infty}} = a_{0\infty}^2 = \frac{k-1}{2} a_{cr}^2$$

se obține:

$$\sigma_a = \frac{p_{0a}}{p_{0\infty}} = 1 - \frac{k}{k+1} \xi_a \frac{w_a^2}{a_{cr}^2}$$

$$\sigma_a = 1 - \frac{k}{k+1} \xi_a \cdot M_{cr,a}^2 \quad (5.149)$$

Pierderile σ_a ale difuzorului depind de frecarea gazului de pereții difuzorului și turbioanelor ce se formează în secțiunea de intrare. Pierderile datorate vârtejurilor în secțiunea de intrare depind de unghiul făcut de pereții difuzorului față de direcția de curgere a gazului. Pentru unghiuri

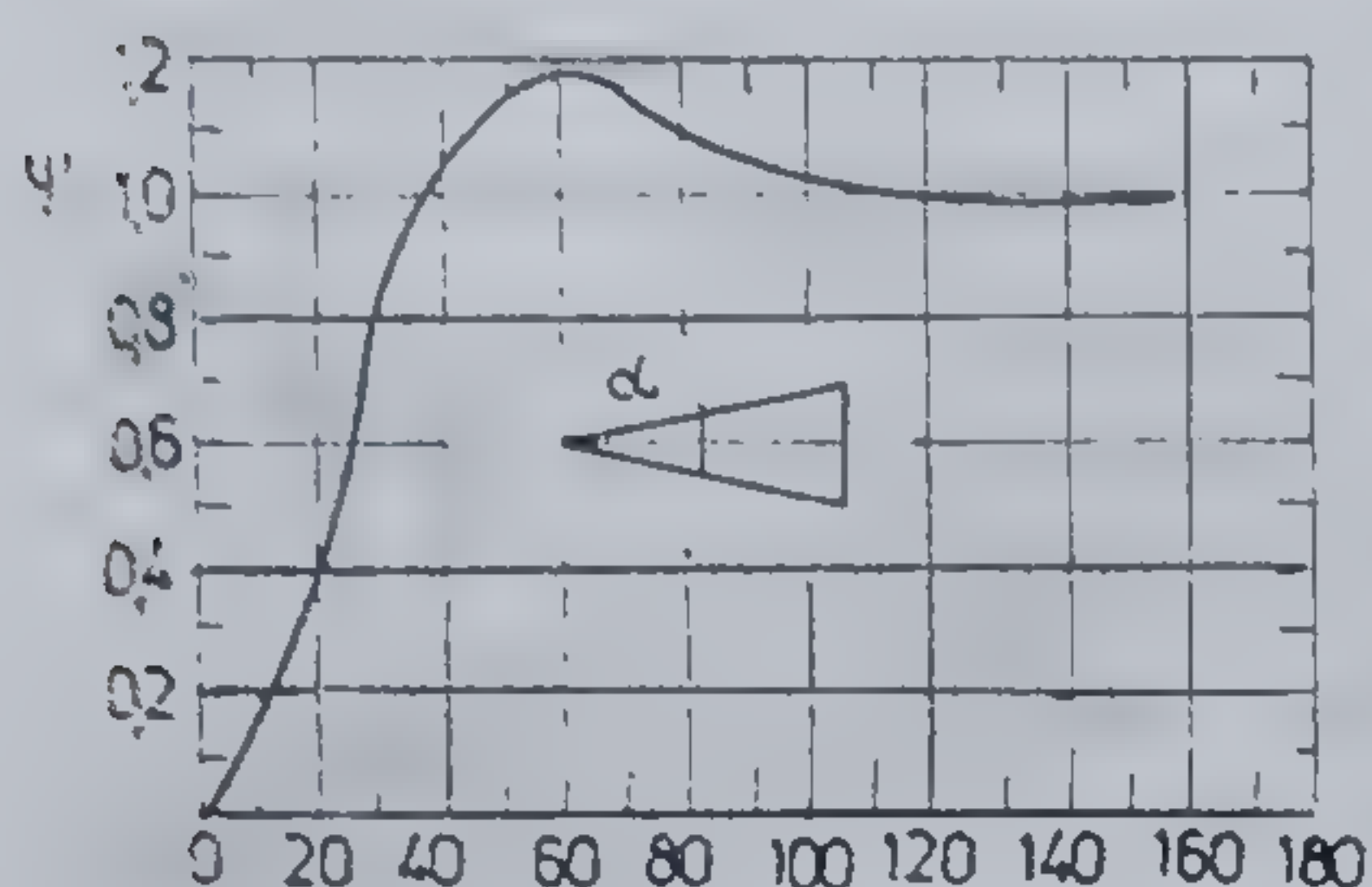


Fig. 5.34. Coeficientul de pierderi $\psi = f(\alpha)$ pentru un difuzor.

α mici (figura 5.34) pierderile vor fi cu atât mai mici cu cât pentru aceleași secțiuni de intrare și ieșire, difuzorul va fi mai scurt. Cercetările experimentale au pus în evidență dependența majoră a pierderilor de presiune Δp_{0a} de pierderile la intrare. Relația practică de calculare a pierderilor la intrare este (5.150). Cu $\Delta p_{\text{șoc}}$ s-au notat pierderile de presiune datorate vârtejurilor din zona frontală a difuzorului

$$\Delta p_{\text{șoc}} = \psi \rho_{0\infty} \frac{(w_e - w_\infty)^2}{2} \quad (5.150)$$

în care ψ este factorul de atenuare a șocului a cărui valoare este mai mică decât 1. În figura 5.34 se reprezintă valoarea coeficientului ψ în funcție de unghiul de evazare α al difuzorului. Valoarea maximă a lui ψ corespunde unui unghi de 60° în loc de 90°, cum ar trebui să fie, deoarece s-a constatat experimental că la această valoare apar vârtejuri cu periodicitate temporală, ceea ce duce la pierderi suplimentare față de cazul vârtejurilor stabile spațial și temporal când $\alpha = 90^\circ$, iar $\psi = 1$. Pentru unghiurile α uzuale și anume $6^\circ < \alpha < 12^\circ$, valorile lui ψ variază între limitele $0,15 < \psi < 0,2$. În baza ipotezei de mai sus $\rho_{0\infty} \approx \rho_{0a} = \rho_{0e}$. Din ecuația de continuitate se obține

$$\frac{w_e}{w_a} = \frac{A_a}{A_e}$$

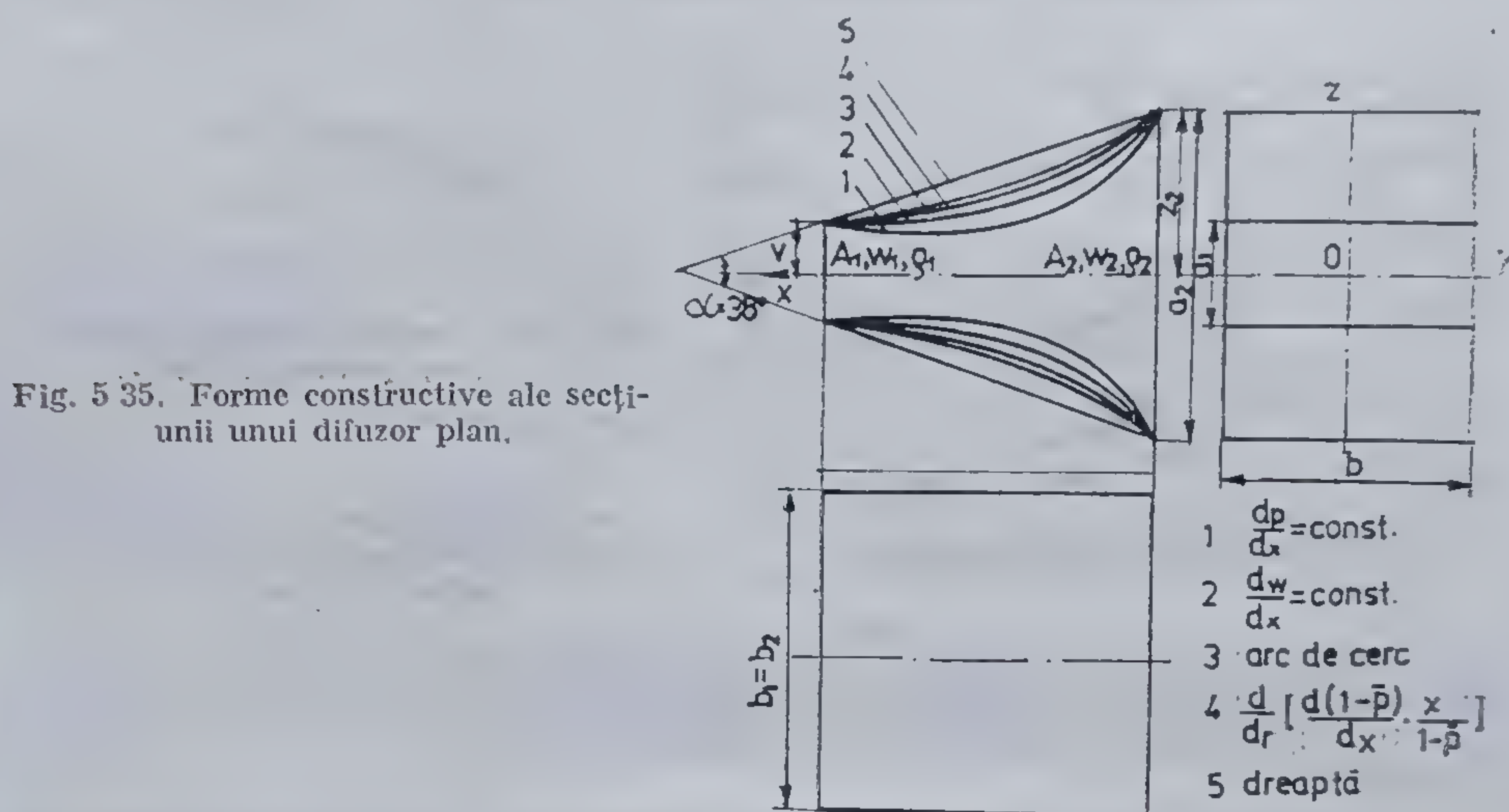
și ca urmare

$$\xi_a = \frac{\Delta p_{0a}}{\rho_{0\infty} \frac{w_a^2}{2}} = \psi \left(\frac{A_a}{A_e} - 1 \right)^2 \quad (5.151)$$

Ca exemplu, pentru gazele perfecte, și pentru rapoartele uzuale $A_a/A_e \approx 3$, cu $\alpha = 8^\circ$, se obține $\psi = 0,2$; $\xi_a = 0,8$; $\sigma_a = 1 \dots 0,44$; $M_{cr_a}^2 = 0,98 \dots 0,94$ pentru $M_{cr_a} = 0,2 \dots 0,4$.

5.11. CONSTRUCȚIA DIFUZOARELOR GEOMETRICE SUB-SONICE

Difuzoarele utilizate la compresoarele centrifugale sau radiale au secțiuni rectangulare ce se evazează. Realizarea unui difuzor cu secțiune cilindrică este posibilă numai în cazul ventilatoarelor axiale și a compresoarelor axiale și compresorului dinamic al motoarelor de aviație cu turbine cu



gaze sau statorreactoarelor. Difuzoarele turbocompresoarelor sînt realizate prin canalele paletelor fixe si au sectiuni rectangulare.

Un difuzor rectangular, denumit și difuzor plan este astfel construit încît să satisfacă una din condițiile de mai jos (schematic ele sînt prezentate în figura 5.35):

- difuzor cu pereți laterali a cărui generatoare este o linie dreaptă;
- difuzor cu pereți laterali a cărui generatoare este un arc de cerc;
- difuzor cu pereți laterali a cărui generatoare este astfel aleasă încît secțiunea de curgere să permită realizarea unui gradient de presiune constant în lungul direcției de curgere ($dp/dx = \text{const}$);
- difuzor cu pereți laterali a cărui generatoare este astfel aleasă încît să permită menținerea constantă a gradientului de viteză ($dw/dx = \text{const.}$);
- difuzor cu pereți laterali a cărui generatoare respectă ecuația (5.152)

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{d(1-\bar{p})}{dx} \frac{x_{11}}{1-\bar{p}} \right] = \text{const} [> 0] \quad (5.152)$$

în care \bar{p} este presiunea adimensională dată de expresia

$$\bar{p} = \frac{p_x - p_e}{\rho_1(w_1^2/2)}$$

Unghiul de evazare α al difuzoarelor plane este în jur de $\alpha \approx 38^\circ$.

Valoarea medie a coeficientului de pierderi ξ_a pentru difuzoarele plane cu pereți curbi ce realizează un gradient de viteză constant ($dw/dx = \text{ct}$) și cele cu gradient de presiune constant ($dp/dx = \text{ct}$) este aproxima-

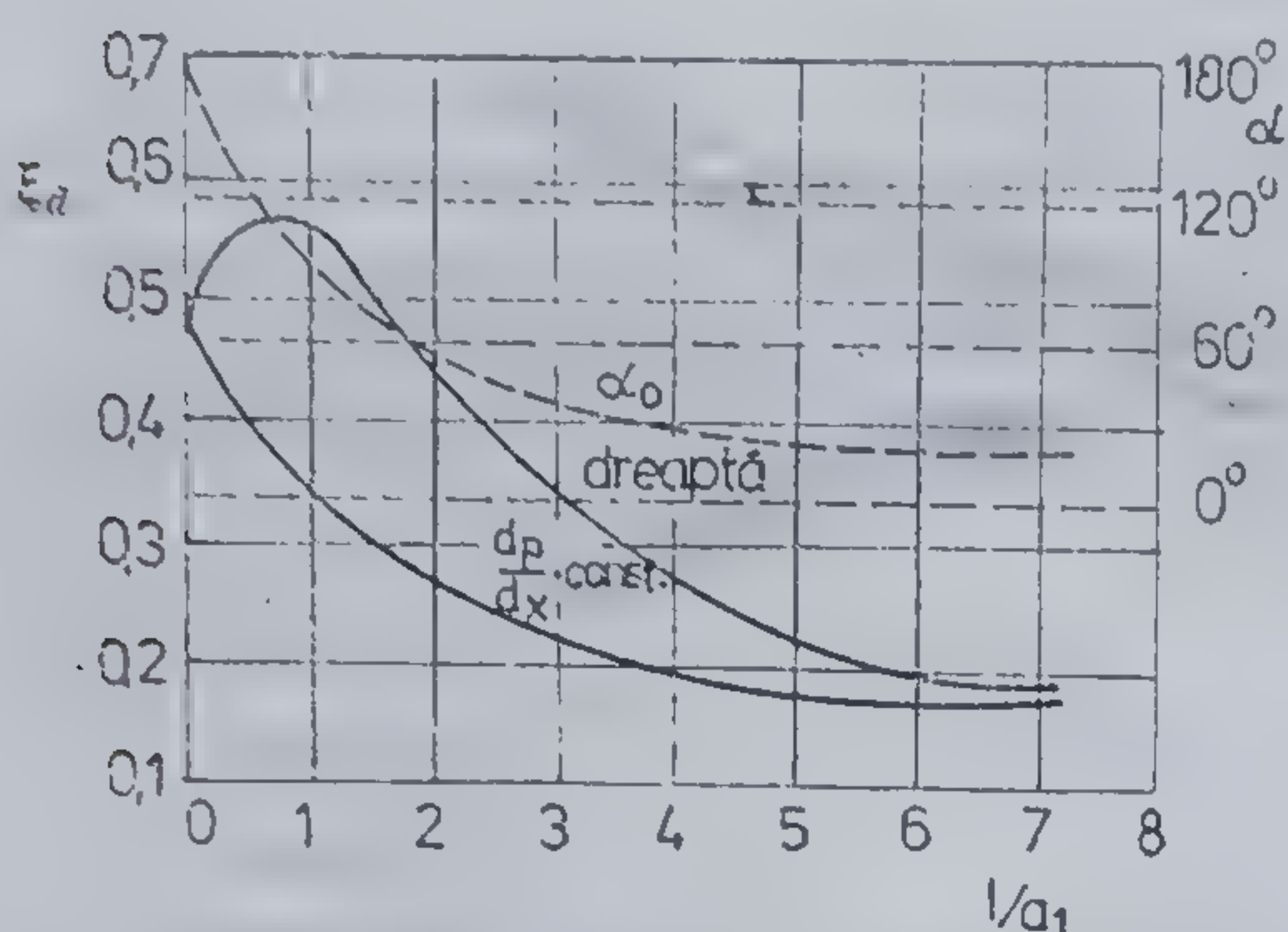


Fig. 5.36. Coeficientul de pierderi $\xi_a = f(l/a_1)$ pentru un difuzor.

tiv $\xi_a \approx 0,24$. Pentru difuzorul ai cărui pereți respectă ecuația (5.152) $\xi_a = 0,26$; pentru cel cu pereții în arc de cerc $\xi_a \approx 0,27$, iar pentru cel drept $\xi_a \approx 0,32$.

În figura 5.36 sunt reprezentate valorile lui ξ_a , în funcție de lungimea relativă l/a_1 (în care l = lungimea, iar a_1 semiînălțimea secțiunii „e”), adică în funcție de unghiul de evazare α , pentru difuzoarele plane cu pereți dreپți și pentru cei ce realizează un gradient de presiune $dp/dx = \text{const.}$ În figura 5.37 sunt reprezentate valorile pierderii totale de presiune ξ_a , pentru difuzoarele cilindrice, cu unghiuri de evazare $\alpha = 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ$, în funcție de criteriul Mach în secțiunea de intrare „e” (M_e).

5.12. DIFUZORUL GEOMETRIC SUPERSONIC

În cazul cînd viteza gazului în zona neturburată „ ∞ ” este mai mare ca viteza sunetului ($w_\infty > a_\infty$) fenomenele ce au loc în zona $\infty - e$, sînt diferite față de cazul curgerii subsonice. Construcția difuzorului supersonic însă nu diferă de a difuzorului subsonic, deoarece procesul de frînare a curentului de gaz nu ridică alte probleme decît aceea de micșorare a energiei cinetice a lui prin mărirea secțiunii de curgere.

În cazul cînd viteza $w_\infty > a_\infty$, în fața secțiunii de intrare a difuzorului se formează un front al unei unde de șoc, curb în afara difuzorului și drept în fața secțiunii de intrare, așa cum se arată schematic în figura 5.38.

În funcție de dimensiunea secțiunii de intrare A_1 , pentru un debit de gaz \dot{m} , viteza va avea valoarea w_c . Considerînd că viteza gazului după saltul de presiune (unda de șoc) are valoarea w_2 , se pot ivi două cazuri și anume :

$$(1) w_2 > w_c$$

$$(2) w_2 < w_c$$

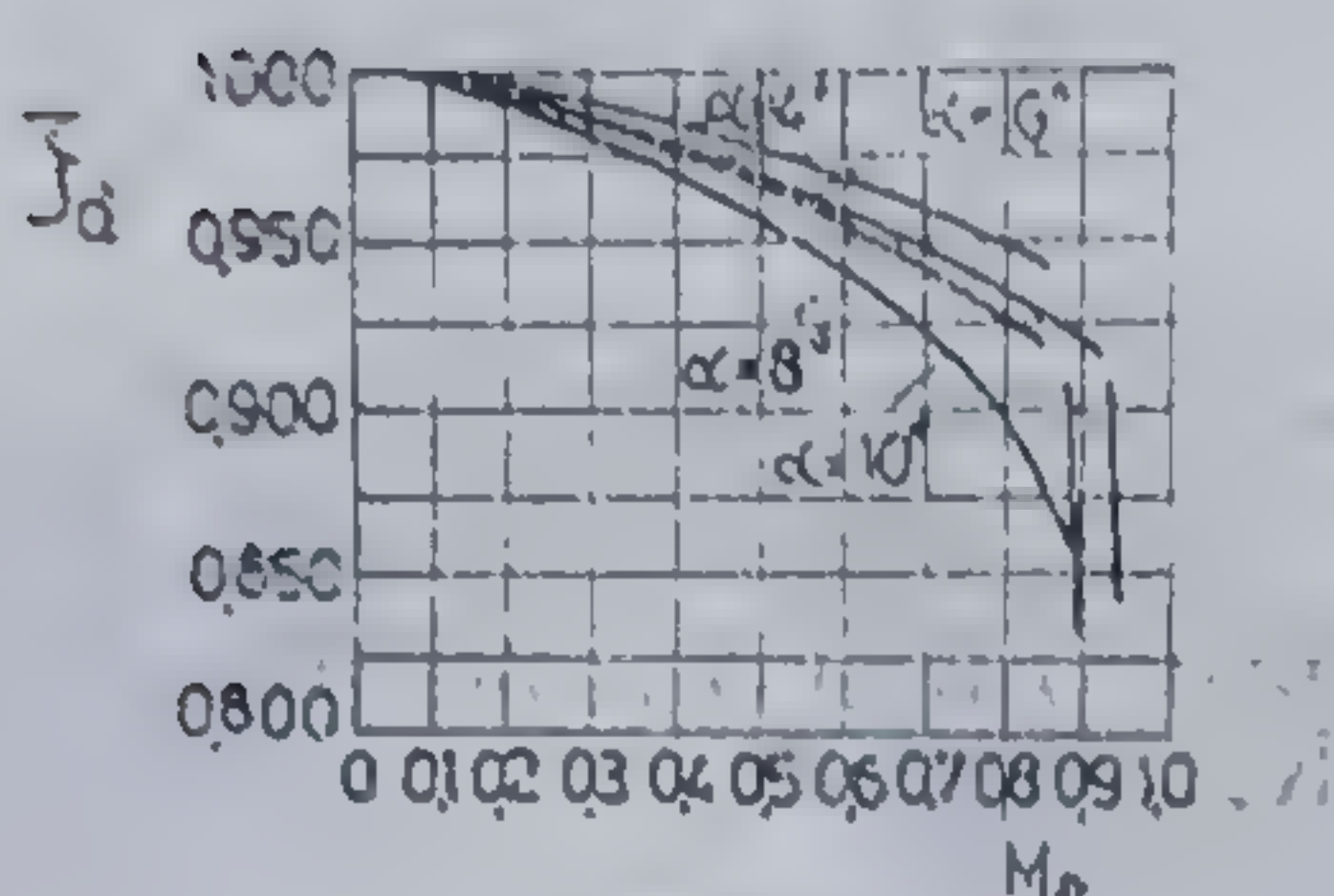


Fig. 5.37. Coeficientul de pierderi $\xi_d = f(M_d)$ pentru difuzoare cilindrice.

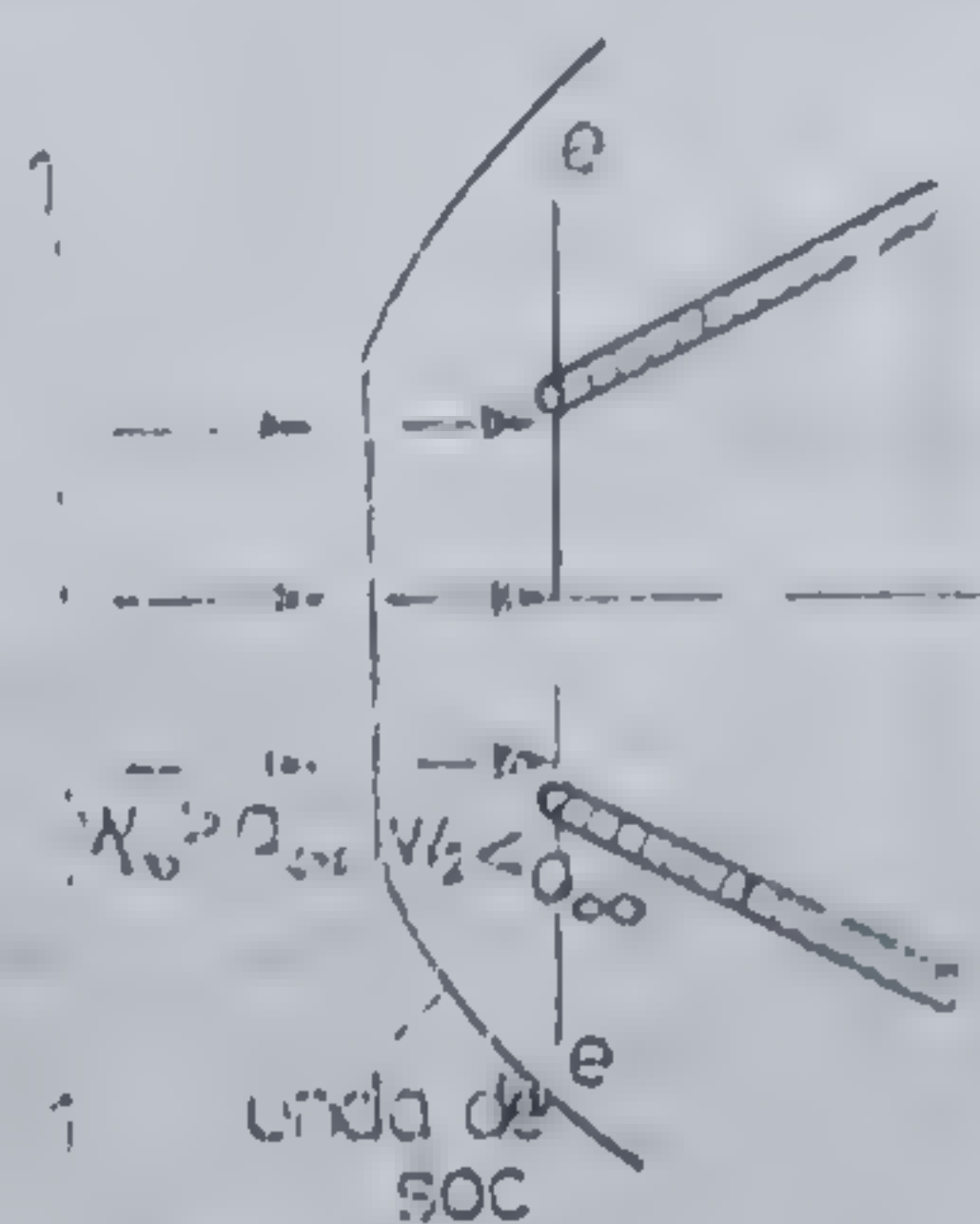


Fig. 5.38. Frontul undei de șoc la difuzoare supersonice.

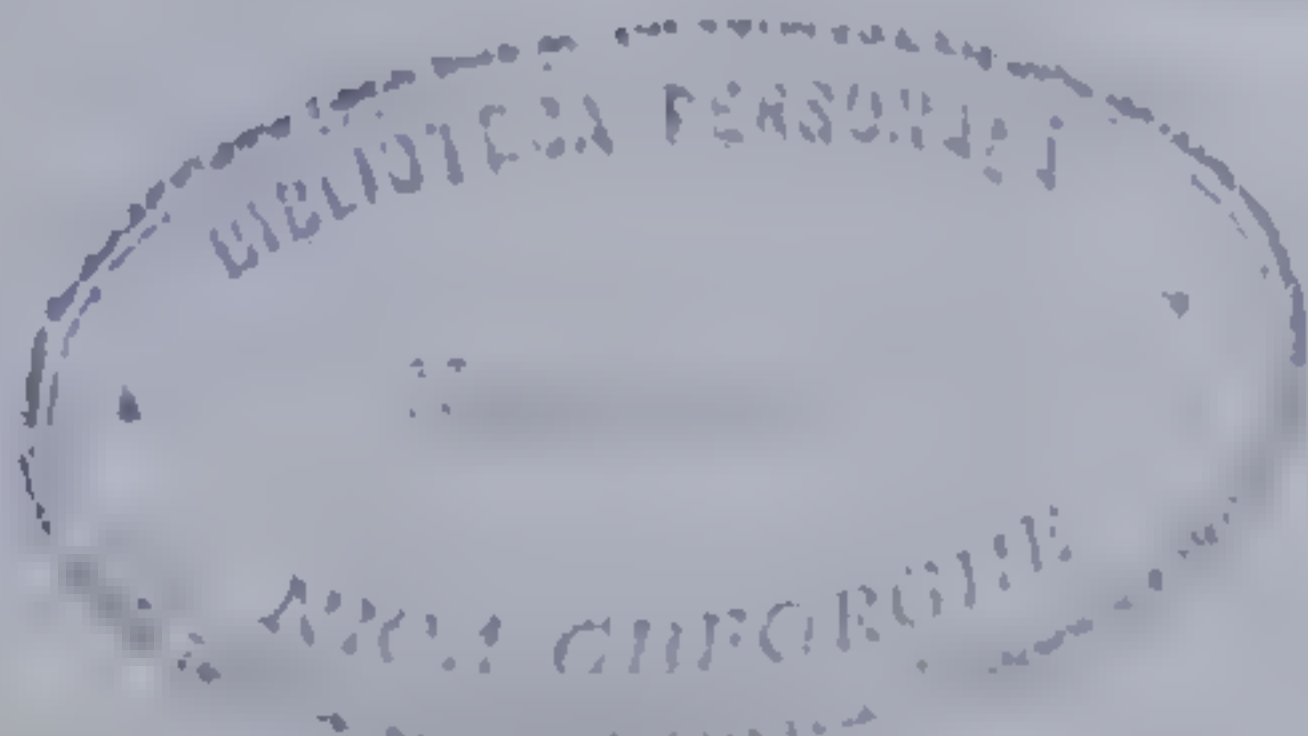
În cazul (1), are loc o frînare liberă a curentului de gaz înainte de a pătrunde în difuzor. Există și posibilitatea ca viteza w_2 să fie mai mare ca viteza sunetului în cazul cînd frontul undei de șoc ar avea loc în interiorul difuzorului, nu în afara lui.

Situația $w_2 < w_c$, adică accelerarea curentului de gaz între spatele frontului undei de șoc și intrarea în difuzor nu este posibilă în practică. Notînd cu indicele „∞” parametrii gazului înainte de frontul de șoc și cu „2” după el, variația parametrilor în front este dată de relațiile cunoscute și anume :

$$\sigma_g = \frac{p_{02}}{p_{0\infty}} = M_{cr\infty}^2 \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr\infty}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr\infty}^2}}; \quad w_1 w_2 = a_{cr}^2; \quad M_{cr\infty} M_{cr2} = 1.$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{cr\infty}^2 - \frac{k-1}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr\infty}^2}; \quad \frac{p_{02}}{p_{0\infty}} = \frac{M_{cr\infty}^2}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr\infty}^2}\right]^{\frac{1}{k-1}}}$$

$$p_{02} = \frac{p_2}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2\right]^{\frac{k}{k-1}}} = \frac{p_2}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr\infty}^2}\right]^{\frac{k}{k-1}}}$$



În cazul curentului supersonic, pierderile totale de presiune vor însuma atât pierderile în difuzor σ_d calculate mai sus cât și pierderile în unda de șoc notate cu σ_s . Deci pierderile în difuzorul supersonic σ_d vor fi :

$$\sigma_d = \sigma_s \sigma_s$$

S-a arătat la paragraful 5.9 că presiunea p_{0a} ce se poate realiza cu un difuzor, în funcție de criteriul M_∞ al gazului, este dată de relația

$$\frac{p_{0a}}{p_\infty} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

iar temperatura :

$$\frac{T_{0a}}{T_\infty} = 1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2$$

În tabelul 5.1 s-au prezentat valorile p_{0a} și T_{0a} pentru un gaz perfect ($k = 1,4$) și $p_0 = 1$ și $T_0 = 293$ K. S-au obținut valorile maxime

Tabelul 5.2

Presiunea la ieșirea din difuzorul supersonic
pentru $k = 1,4$

| M_∞ | $T_{0a} \left \begin{matrix} T_\infty = 293 \text{ K} \\ p_\infty = 1 \end{matrix} \right.$ | $p_{0a} \left \begin{matrix} p_\infty = 1 \end{matrix} \right.$ |
|------------|--|--|
| 2 | 527 | 7,12 |
| 3 | 820 | 41,35 |
| 4 | 1230 | 206 |

pentru $M_\infty = 1$ și anume: $T_{0a} = 351$ K; $p_{0a} = 1,81$. În tabelul 5.2 se prezintă situația pentru o curgere supersonică cu $M_\infty = 2 \dots 4$. Se constată că se pot realiza grade de compresie mult superioare.

6.

CURGEREA CU FRECARĂ ȘI SCHIMB DE CĂLDURĂ A GAZELOR PRIN CANALE ȘI CONDUCTE

Se consideră curgerea unui gaz în direcție axială x printr-o conductă circulară cu diametrul d sau printr-un canal de o secțiune oarecare cu diametrul echivalent d_{ech} . Mărimile parametrilor gazului pe direcțiile y în planul unei secțiuni oarecare de curgere, în baza ipotezei curgerii unidirecționale, sînt considerate constante, iar componenta vitezei de curgere w_y egală cu zero. În baza ipotezei curgerii în regim permanent se admite:

$$\frac{dw_x}{d\tau} = 0 \quad (6.1)$$

Procesul de curgere a gazelor prin conductă și canale este studiat la stare statistică. Deci se consideră că viteza medie de curgere are aceeași valoare în întreaga secțiune. Această ipoteză exclude existența stratului limită dinamic.

Ecuatiile Navier-Stokes pentru condiția (6.1) capătă forma simplă.

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right] = 0 \\ F_y &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} ; \quad F_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

Ultimele două ecuații exprimă condițiile de echilibru pentru starea de repaos. Presiunea frînată într-o secțiune oarecare va fi dată de relația

$$p_0 = p + \rho \frac{w^2}{2} \quad (6.3)$$

Atunci (6.2) poate fi scrisă sub forma (6.4):

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \nu \left[\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right] \quad (6.4)$$

Cum partea dreaptă a ecuației (6.4) depinde numai de y și z , iar presiunea statică (momentană) nu depinde decât de x , ea se va verifica numai atunci când este îndeplinită condiția

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \text{const.} \quad (6.5)$$

Deci în cazul curgerii unidirecționale, presiunea variază linear în lungul liniilor de curent. Curgerea gazelor prin elementele mașinilor termice are loc forțat, sub acțiunea diferenței de presiune amonte-avâl a secțiunii considerate, deci forțele masice F_x sînt neglijabile. Viteza medie w este definită prin expresia

$$w = \frac{1}{A} \int_A w_x \cdot dA = \frac{\dot{V}}{A} \quad [\text{m/s}] \quad (6.6)$$

în care \dot{V} este debitul volumic al gazului. Fenomenele interioare ale unei curgeri forțate se pot determina dacă se cunoaște viteza medie w și supra presiunea asigurată prin energia de pompare în funcție de cota x a secțiunii A .

6.1. CURGEREA ADIABAT-NEIZENTROPĂ (CU FRECARE) A GAZULUI PERFECT

Se consideră curgerea adiabată cu frecare a unui gaz perfect printr-o conductă circulară, sau un canal rectangular de secțiune constantă (fără schimb de căldură gaz-perete).

Ecuația de continuitate pentru regimul permanent de curgere ($\dot{m}/\tau = \text{Const.}$) aplicată canalului sau conductei de secțiune constantă ($A = \text{Const.}$) este (6.7); iar ecuația de stare a gazului perfect (6.8):

$$\rho w = \text{const}; \quad \frac{d\rho}{\rho} = - \frac{dw}{w} \quad (6.7)$$

$$dp = R(\rho \cdot dT + T \cdot d\rho) \quad (6.8)$$

Din (6.7) și (6.8) se obține

$$\frac{dp}{\rho} = R \cdot dT - RT \frac{dw}{w} \quad (6.9)$$

Ecuația Bernoulli exprimată diferențial are forma

$$\left[\frac{dp}{\rho} + w^2 \frac{dw}{w} + dl_{tr} \right] = 0 \quad (6.10)$$

Relația (6.9) capătă forma (6.11) dacă se ține seama că viteza sunetului este dată de relația $a = \sqrt{k R T}$ (în care T este temperatura gazului în secțiunea considerată):

$$R dT + \left(w^2 - \frac{a^2}{k} \right) \frac{dw}{w} + dl_{fr} = 0 \quad (6.11)$$

Deoarece procesul de curgere este adiabatic, temperatura frinată a gazului este dată de relația

$$T_0 = T + \frac{w^2}{2c_p}$$

sau diferențial

$$dT_0 = dT + \frac{w^2}{c_p} \frac{dw}{w} = 0 \quad (6.12)$$

Deoarece

$$RdT = - \frac{k-1}{k} w^2 \frac{dw}{w} \quad (6.13)$$

Înlocuind (6.13) în (6.11) se obține relația de legătură dintre lucrul mecanic de frecare (întotdeauna pozitiv) și variația vitezei în lungul conductei:

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = - \frac{k}{a^2} dl_{fr} \quad (6.14)$$

$$\frac{dw}{w} = - \frac{k}{a^2} \frac{dl_{fr}}{M^2 - 1} \quad (6.15)$$

Lucrul mecanic de frecare fiind întotdeauna pozitiv, se constată că influența lui asupra vitezei de curgere este diametral opusă pentru o curgere supersonică ($M < 1$) față de aceea subsonică ($M > 1$). Pentru curgerile subsonice ($M < 1$), lucrul mecanic de frecare aduce după sine o creștere a vitezei așa cum se vede din 6.15 și din figura 6.1, iar pentru cele supersonice ($M > 1$) o scădere a ei. Deci trecerea de la viteza subsonică la cea supersonică numai pe baza lucrului mecanic de frecare nu este posibilă.

Temperatura frinată a curentului în două secțiuni oarecare 1 și 2 ale canalului, va fi constantă dacă schimbul de căldură cu mediul exterior este nul iar $l_{fr} = 0$:

$$T_{01} = T_{02} = \text{Const.} \quad \left|_{q=0; l_{fr}=0} \right. \quad (6.16)$$

Raportul dintre temperatura momentană și cea frinată într-o secțiune oarecare este dat de relația

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2$$

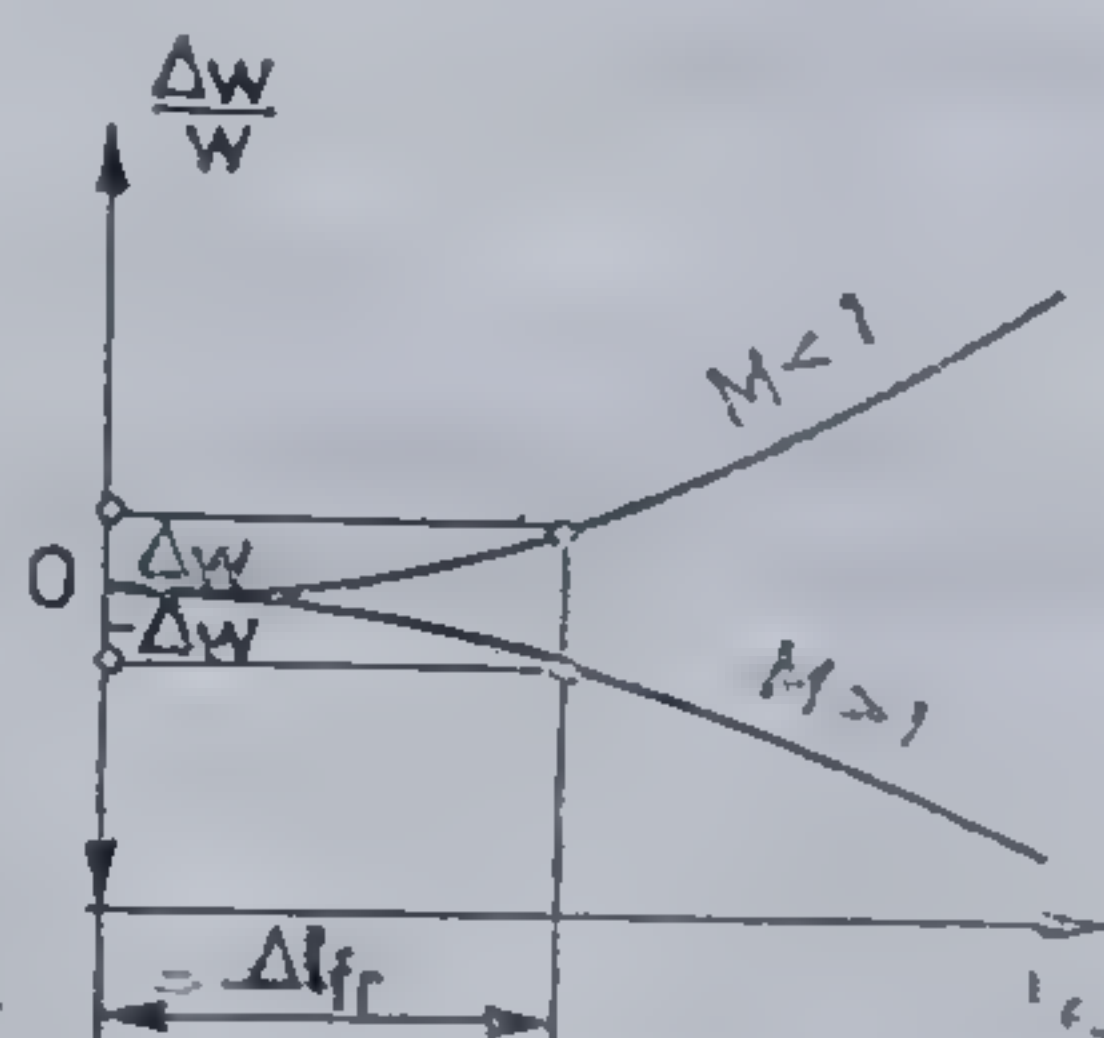


Fig. 6.1. Influența lucrului mecanic de frecare asupra curgerilor subsonice și supersonice.

Deci temperaturile și presiunile momentane în secțiunile 1 și 2 în funcție de M_{cr} și p_{01} ; p_{02} ; T_{01} ; T_{02} ; vor fi date de relațiile (6.17) și (6.18):

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_1}{T_{01}} &= 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2; & \frac{T_2}{T_{02}} &= 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2 \\ \frac{p_1}{p_{01}} &= \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}; & \frac{p_2}{p_{02}} &= \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \end{aligned} \right\} \quad (6.17)$$

Ca urmare, raportul dintre temperaturile momentane în cele două secțiuni, pentru $T_{01} = T_{02}$ este

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2} \quad \Big|_{T_{01}=T_{02}} \quad (6.18)$$

Viteza critică are aceeași valoare în secțiunile 1 și 2 pentru $T_{01} = T_{02}$ și ca urmare se poate scrie raportul

$$\frac{M_{cr1}}{M_{cr2}} = \frac{\frac{w_1}{a_{cr}}}{\frac{w_2}{a_{cr}}} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (6.19)$$

Legătura dintre presiunile momentane în secțiunile 1 și 2 se obține din relațiile:

$$p_1 = R T_1 \rho_1; \quad p_2 = R T_2 \rho_2; \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Din relațiile (6.18) și (6.19) se obțin rapoartele temperaturilor momentane și ale densităților și, ca urmare

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{cr1}}{M_{cr2}} \cdot \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2} \quad (6.20)$$

Din (6.17) se obține legătura dintre presiunile frânate și densitățile gazului în funcție de criteriul Mach critic în cele două secțiuni:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{\rho_{01}}{\rho_{02}} = \frac{p_2}{p_1} \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (6.21)$$

sau:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} = \frac{M_{cr1}}{M_{cr2}} \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (6.22)$$

Lucrul mecanic de frecare, accelerând curgerea subsonică și frînând pe cea supersonică, criteriul M_{cr} , va crește în cazul curgerii subsonice și va scădea în cazul celei supersonice. Ca urmare, presiunea statică, temperatura momentană și densitatea vor fi influențate de existența frecării în mod diferit în curgerea subsonică de cea supersonică.

Din relația (6.21) se observă că în cazul când curgerea atinge într-o secțiune oarecare $M_{cr} = 1$, presiunea p_{02} are valoarea minimă. Acest lucru se demonstrează diferențiind relația (6.21) în raport cu M_{cr2} . Înlocuind apoi $M_{cr} = 1$ pentru prima derivată se obține

$$\frac{d \left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)}{dM_{cr2}} \bigg|_{M_{cr2} = 1} = 0;$$

a doua derivată este mai mare ca zero.

Dacă presiunea p_{02} are valoarea minimă, creșterea de entropie a gazului fiind dată de relația:

$$\Delta s = \int_1^2 \frac{dl_{tr}}{T} = R \ln \frac{p_{01}}{p_{02}} \quad (6.23)$$

înseamnă că Δs are valoarea maximă.

Faptul că entropia atinge valoarea maximă la viteză sonică duce la apariția așa-numitei „crize a curgerii” pentru o conductă sau canal de secțiune constantă. Această „criză a curgerii” face imposibilă trecerea lină a unei curgeri supersonice prin viteza sunetului la curgerea subsonică sub influența frecării, deoarece în cazul unei astfel de treceri entropia ar trebui să scadă, ceea ce ar contrazice principiul al doilea al termodinamicii.

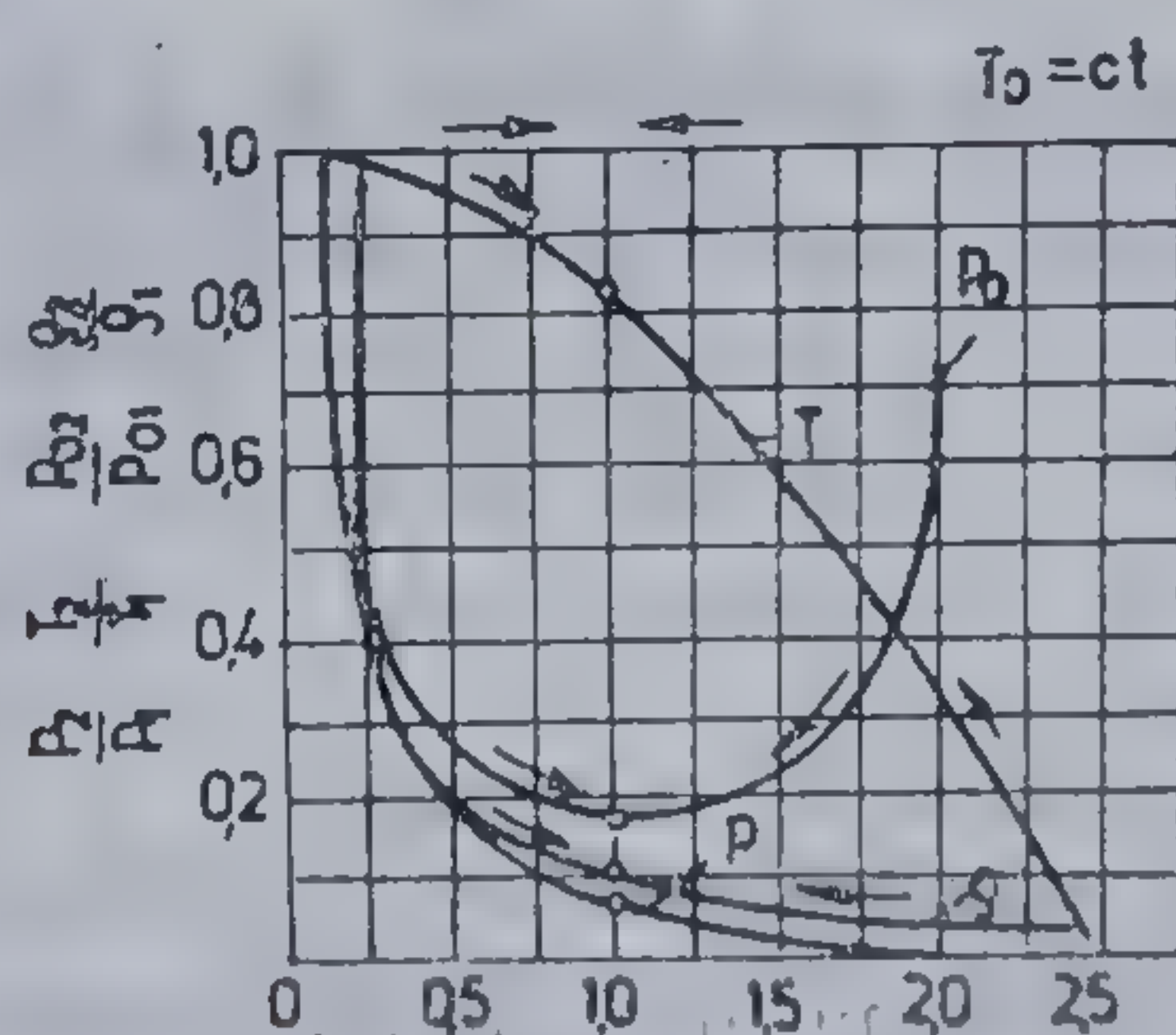


Fig. 6.2. Influența frecării asupra temperaturii și densității gazului.

Pentru exemplificare, în figura 6.2 se prezintă influența frecării asupra temperaturii și densității în funcție de M_{cr} , pentru un gaz perfect cu $k = 1,4$ ce curge adiabatic printr-o conductă cilindrică (izolată termic). Săgețile de pe curbe, indică direcția variației lui M_{cr} , sub influența frecării.

6.2. CURGEREA ADIABATĂ CU FRECARĂ A GAZULUI PERFECT PRIN CONDUCTE SAU CANALE FOARTE SCURTE

Se consideră curgerea cu frecare a unui gaz perfect printr-o conductă sau canal foarte scurt și de secțiune constantă. Se notează cu: ξ = coeficientul de frecare a gazului de pereții canalului; D — diametrul sau diametrul echivalent al canalului; w — viteza medie de curgere. Lucrul mecanic al frecării este

$$dl_{fr} = \xi \frac{w^2}{2} \frac{dx}{D} \quad (6.24)$$

Pentru un canal cu secțiune constantă există o corespondență directă între variația vitezei de curgere adiabate a gazului și variația criteriului M_{cr} avînd în vedere constanța vitezei critice a_{cr} . Deci:

$$\frac{dw}{w} = \frac{dM_{cr}}{M_{cr}}$$

Tinînd seama de (6.24) relația (6.14) capătă forma

$$(M-1) \frac{dw}{w} = -\xi k \frac{M^2}{2} \frac{dx}{D} \quad (6.25)$$

sau

$$\left(\frac{1}{M_{cr}^2} - 1 \right) \frac{dM_{cr}}{M_{cr}} = \frac{k}{k-1} \xi \frac{dx}{D} \quad (6.26)$$

Se consideră, în primă aproximație, că ξ nu depinde de criteriul Mach sau Mach critic nici pentru curgerile subsonice nici pentru cele supersonice. Prin conducte foarte scurte și cu pereți netezi din punct de vedere gazodinamic, se înțeleg acelea la care virfurile asperităților suprafeței în contact cu gazul în curgere sînt acoperite în timpul curgerii de un strat sau un substrat limită laminar. Deci o conductă cu pereții netezi din punct de vedere gazodinamic la o valoare mică a criteriului Re va deveni rugoasă la un Re mare.

Deoarece pentru conductele sau canalele cu secțiune constantă se respectă condiția dată de expresia (6.7), înseamnă că și criteriul Reynolds $\left(Re = \frac{\rho w D}{\mu} \right)$ variază foarte puțin în lungul conductei și, ca urmare, se poate considera $Re = \text{Const.}$ Deci se consideră că și $\xi = f(Re)$ este constant în lungul conductei.

Se studiază, pentru exemplificare, influența frecării asupra curgerii adiabate a unui gaz cu o viteză inițială supersonică, printr-o conductă scurtă de lungime x și diametrul D (canale de turbomașini, tunele experimentale etc.).

Atunci relația (6.26) pentru $M_{cr_1} > 1$ integrată între secțiunile 1 și 2 devine

$$\frac{1}{M_{cr_1}^2} - \frac{1}{M_{cr_2}^2} - \ln \frac{M_{cr_2}^2}{M_{cr_1}^2} = \frac{2k}{k+1} \xi \frac{x}{D}, \quad (6.27)$$

în care M_{cr_1} corespunde la $x_1 = 0$ iar M_{cr_2} la $x = x_2$.

Relația (6.27) permite determinarea lui M_{cr_2} , respectiv a vitezei w_2 , în orice secțiune x a conductei dacă se cunosc valorile lui M_{cr_1} , ξ , D și k . Așa cum s-a arătat mai sus, limita lui M_{cr_2} pentru curgerile subsonice ($M_{cr_2} < 1$) este $M_{cr_{2lim}} = 1$, iar pentru cele supersonice ($M_{cr_1} > 1$) este tot $M_{cr_{2lim}} = 1$.

Deci pentru o anumită valoare a $M_{cr_1} > 1$ a curgerii în secțiunea inițială a conductei, lungimea x a ei nu poate fi mai mare decât x_{max} care corespunde lui $M_{cr_2} = 1$ deci practic $x < x_{max}$.

Notînd cu X lungimea adimensională a conductei, se obține

$$X = \frac{2 \cdot k}{k+1} \xi \frac{x}{D} = \text{const} \times \frac{x}{D} = \frac{1}{M_{cr_1}^2} - \frac{1}{M_{cr_2}^2} - \ln \frac{M_{cr_2}^2}{M_{cr_1}^2} \quad (6.28)$$

Derivata a întâia a lui X din relația (6.28) în raport cu M_{cr_2} , pentru $M_{cr_1} = \text{const}$ este

$$\frac{dX}{d(M_{cr_2}^2)} = \frac{1}{M_{cr_2}^4 \text{ lim}} - \frac{1}{M_{cr_2}^2 \text{ lim}} = 0 \quad (6.29)$$

iar derivata a doua

$$\frac{d^2X}{d(M_{cr_2}^2)^2} = -\frac{1}{M_{cr_2}^6 \text{ lim}} + \frac{1}{M_{cr_2}^4 \text{ lim}} = -1 \quad (6.30)$$

Deci $X = X_{max}$ pentru $M_{cr_1} > 1$ se obține pentru $M_{cr_2 \text{ lim}} = 1$ și este dat de relația

$$X_{max} = \frac{2k}{k+1} \xi \frac{x_{max}}{D} = \frac{1}{M_{cr_1}^2} - 1 - \ln \frac{1}{M_{cr_1}^2} \quad (6.31)$$

În figura 6.3 se prezintă X_{max} în funcție de M_{cr_1} . Pentru o curgere-adiabată cu viteză inițială subsonică ($M_{cr_1} < 1$). Frecarea poate avea următoarele efecte :

a) Dacă pentru un M_{cr_1} dat, lungimea adimensională reală obținută cu (6.28) este $X < X_{max}$, atunci la capătul conductei valoarea lui M_{cr_2} este mai mică decât unitatea, deci curgerea rămîne subsonică ;

b) Dacă pentru un M_{cr_1} dat se obține cu formula (6.28) o valoare $X = X_{max}$, atunci la capătul conductei $M_{cr_2} = 1$ (X_{max} se calculează cu rel. (6.31).

c) Dacă pentru un M_{cr_1} dat se obține cu (6.28) o valoare $X > X_{max}$ (dată de rel. 6.31) înseamnă că în secțiunea inițială curgerea nu poate să aibă loc cu M_{cr_1} .

Atunci relația (6.26) pentru $M_{cr_1} > 1$ integrată între secțiunile 1 și 2 devine

$$\frac{1}{M_{cr_1}^2} - \frac{1}{M_{cr_2}^2} - \ln \frac{M_{cr_2}^2}{M_{cr_1}^2} = \frac{2k}{k+1} \xi \frac{x}{D}, \quad (6.27)$$

în care M_{cr_1} corespunde la $x_1 = 0$ iar M_{cr_2} la $x = x_2$.

Relația (6.27) permite determinarea lui M_{cr_2} , respectiv a vitezei w_2 , în orice secțiune x a conductei dacă se cunosc valorile lui M_{cr_1} , ξ , D și k . Așa cum s-a arătat mai sus, limita lui M_{cr_2} pentru curgerile subsonice ($M_{cr_2} < 1$) este $M_{cr_{2lim}} = 1$, iar pentru cele supersonice ($M_{cr_2} > 1$) este tot $M_{cr_{2lim}} = 1$.

Deci pentru o anumită valoare a $M_{cr_1} > 1$ a curgerii în secțiunea inițială a conductei, lungimea x a ei nu poate fi mai mare decât x_{max} care corespunde lui $M_{cr_2} = 1$ deci practic $x < x_{max}$.

Notînd cu X lungimea adimensională a conductei, se obține

$$X = \frac{2 \cdot k}{k+1} \xi \frac{x}{D} = \text{const} \times \frac{x}{D} = \frac{1}{M_{cr_1}^2} - \frac{1}{M_{cr_2}^2} - \ln \frac{M_{cr_2}^2}{M_{cr_1}^2} \quad (6.28)$$

Derivata a întâia a lui X din relația (6.28) în raport cu M_{cr_2} , pentru $M_{cr_1} = \text{const}$ este

$$\frac{dX}{d(M_{cr_2}^2)} = \frac{1}{M_{cr_2}^4} - \frac{1}{M_{cr_2}^2} = 0 \quad (6.29)$$

iar derivata a doua

$$\frac{d^2X}{d(M_{cr_2}^2)^2} = -\frac{1}{M_{cr_2}^6} + \frac{1}{M_{cr_2}^4} = -1 \quad (6.30)$$

Deci $X = X_{max}$ pentru $M_{cr_1} > 1$ se obține pentru $M_{cr_{2lim}} = 1$ și este dat de relația

$$X_{max} = \frac{2k}{k+1} \xi \frac{x_{max}}{D} = \frac{1}{M_{cr_1}^2} - 1 - \ln \frac{1}{M_{cr_1}^2} \quad (6.31)$$

În figura 6.3 se prezintă X_{max} în funcție de M_{cr_1} . Pentru o curgere-adiabată cu viteză inițială subsonică ($M_{cr_1} < 1$). Freccarea poate avea următoarele efecte:

a) Dacă pentru un M_{cr_1} dat, lungimea adimensională reală obținută cu (6.28) este $X < X_{max}$, atunci la capătul conductei valoarea lui M_{cr_2} este mai mică decât unitatea, deci curgerea rămîne subsonică;

b) Dacă pentru un M_{cr_1} dat se obține cu formula (6.28) o valoare $X = X_{max}$, atunci la capătul conductei $M_{cr_2} = 1$ (X_{max} se calculează cu rel. (6.31)).

c) Dacă pentru un M_{cr_1} dat se obține cu (6.28) o valoare $X > X_{max}$ (dată de rel. 6.31) înseamnă că în secțiunea inițială curgerea nu poate să aibă loc cu M_{cr_1} .

Situația ar fi posibilă numai dacă valoarea lui M_{cr_1} ar deveni $M_{cr_1 \max}$ dată de relația (6.32), din care se constată că dacă $M_{cr_1 \max} = 1$ și M_{cr_2} ar avea valoarea tot egală cu unitatea.

Deci :

$$X = X_{\max} = \frac{1}{M_{cr_1 \max}^2} - 1 - \ln \frac{1}{M_{cr_1 \max}^2} \quad (6.32)$$

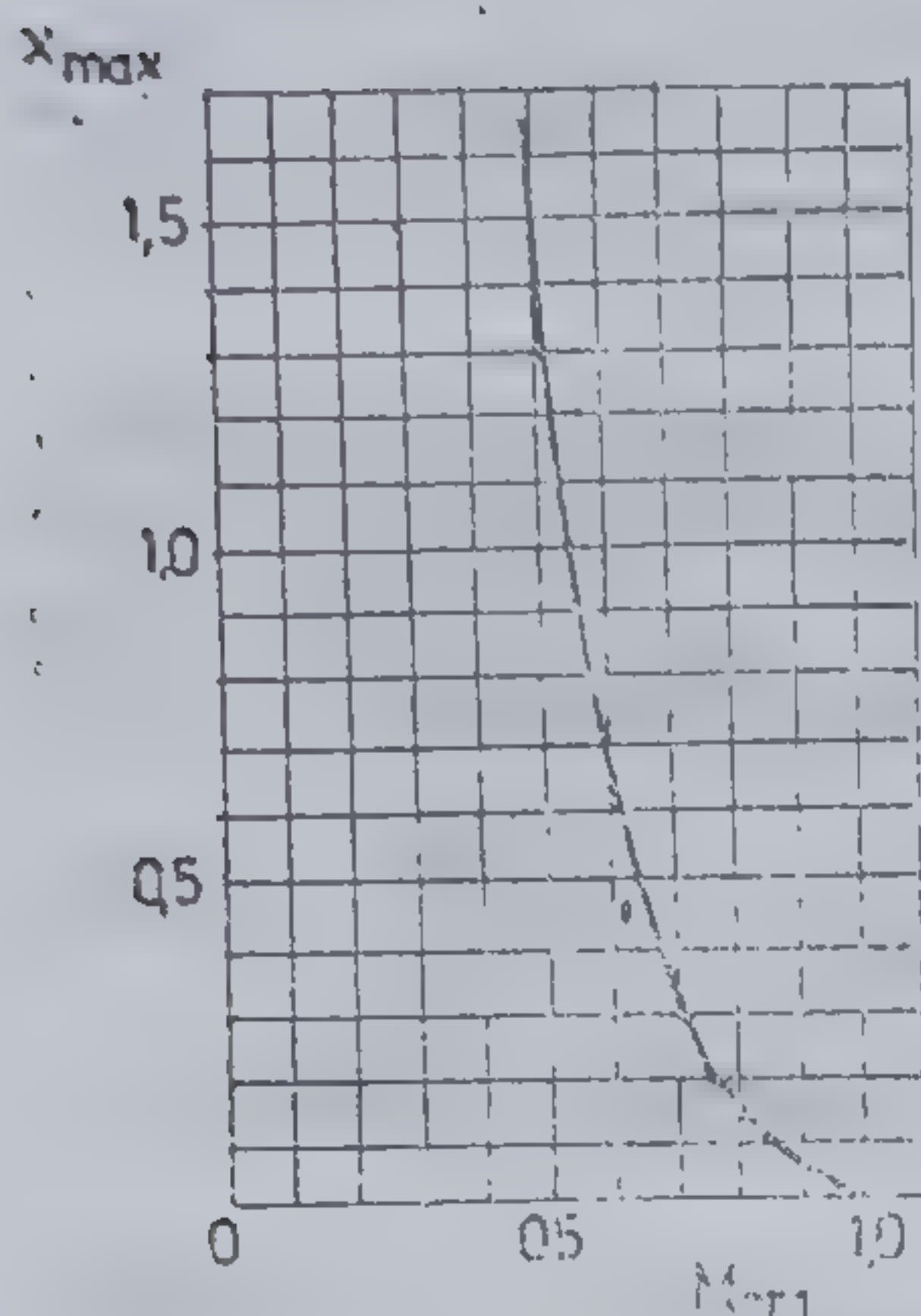


Fig. 6.3. $X_{\max} = f(M_{cr_1})$ pentru gaze perfecte.

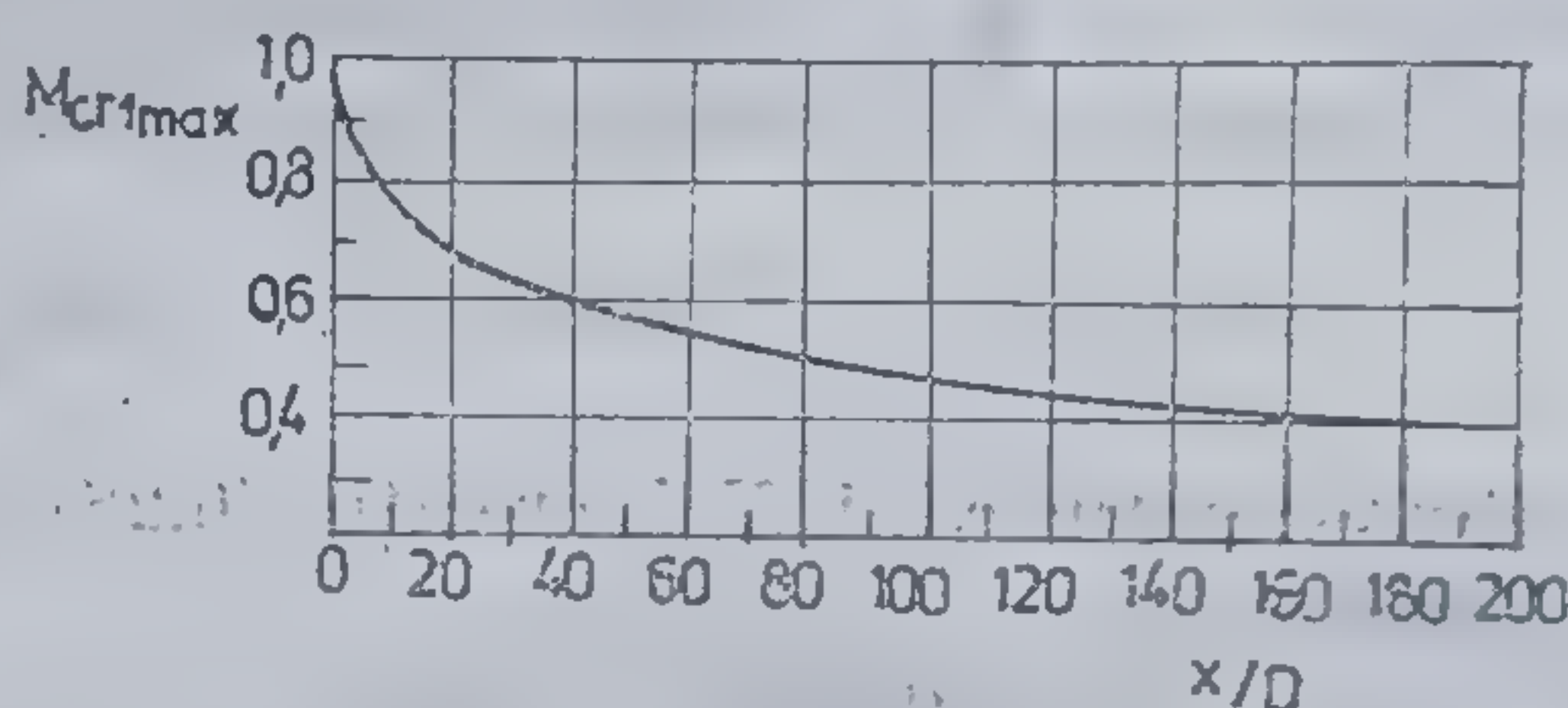


Fig. 6.4. Valoarea lui $M_{cr_2 \max} = f(x/D)$ pentru o curgere subsonică printr-o conductă.

În figura 6.4 se reprezintă, ca exemplu, valoarea lui $M_{cr_2 \max}$ în funcție de x/D pentru un coeficient de frecare $\xi = 0,015$ și exponentul adiabat al gazului perfect $k = 1,4$, în cazul unei curgeri subsonice.

În cazul unei curgeri cu o viteză inițială supersonică ($M_{cr_1} > 1$), pentru care calculele se fac cu relația (6.27) și (6.28), sînt posibile următoarele situații :

a) Dacă pentru o viteză inițială M_{cr_1} dată și o lungime de conductă x cu diametrul D , se obține $X < X_{\max}$ atunci în secțiunea finală se obține $M_{cr_2} > 1$.

b) Dacă se obține $X = X_{\max}$, atunci $M_{cr_2} = 1$.

c) Dacă se obține $X > X_{\max}$ cu formula (6.28) (X_{\max} dat de relația 6.31) atunci într-o secțiune oarecare a conductei va apărea un salt de presiune (o undă de șoc), după care curgerea va deveni subsonică accelerată, fenomenul repetîndu-se mereu, deci curgerea va deveni pulsatorie. Poziția saltului de presiune se stabilește de la sine, astfel încît în secțiunea de ieșire viteza să fie egală cu a sunetului.

Pentru determinarea poziției saltului de presiune ce apare în conductă în cazul (c), pentru care $X > X_{\max}$ se consideră cunoscute : $M_{cr_1} > 1$; lungimea conductei sau canalului x ; diametrul sau diametrul echivalent D ; coeficientul de frecare ξ ; exponentul adiabat k al gazului. Cu relația

(6.28) se determină lungimea adimensională X a conductei, iar cu (6.31) lungimea adimensională maximă X_{\max} .

Distanța de la capătul canalului până la saltul de presiune se notează cu x_{st} . Se consideră, pentru simplificare, că saltul este plan și ca urmare există relația (6.33) dintre M_{cr} înainte și după unda de șoc:

$$M_{cr1,1} \cdot M_{cr1,2} = 1 \quad (6.33)$$

Valoarea lui $M_{cr1,1}$ (înainte de salt) se determină cu (6.27), care pentru cazul de față, are forma

$$\frac{1}{M_{cr1}^2} - \frac{1}{M_{cr1,1}^2} - \ln \frac{M_{cr1,1}^2}{M_{cr1}^2} = \frac{2k}{k+1} \xi \frac{x_{st}}{D} = X_{st} \quad (6.34)$$

Valoarea lui $M_{cr1,2}$ după saltul de presiune, unde viteza este subsonică accelerată, este legată de lungimea de conductă respectivă, adică $X - X_{st}$. La capătul de ieșire al conductei, viteza va trebui să fie egală cu viteza sunetului, deci $M_{cr2} = 1$. Ca urmare, $M_{cr1,2}$ se determină cu relația (6.31), care pentru această situație, capătă forma

$$\frac{1}{M_{cr1,2}^2} - 1 - \ln \frac{1}{M_{cr1,2}^2} = \frac{2k}{k+1} \xi \frac{x - x_{st}}{D} = X - X_{st} \quad (6.35)$$

Ținând seama de (6.33), se obține din (6.35) relația

$$M_{cr1,1}^2 - 1 - \ln M_{cr1,1}^2 = X - X_{st} \quad (6.36)$$

Rezolvând sistemul de ecuații (6.35) și (6.36) în funcție de cele două necunoscute (X_{st} , $M_{cr1,1}$) se obține ecuația (6.37) care permite determinarea criteriului $M_{cr1,1}$ (din fața saltului de presiune):

$$M_{cr1,1}^2 + \frac{1}{M_{cr1}^2} - 1 - \frac{1}{M_{cr1,1}^2} - \ln \frac{M_{cr1,1}^2}{M_{cr1}^2} = X \quad (6.37)$$

Odată determinată, valoarea lui $M_{cr1,1}$ se obține poziția X_{st} cu ajutorul relației (6.36).

Ca metodă grafică, se poate folosi diagrama din figura 6.5 întocmită pentru $k = 1,4$ pe care curba 1 corespunde expresiei

$$a = \frac{1}{M_{cr}^2} + \ln M_{cr}^2 \quad (6.38)$$

Curba 2 corespunde expresiei (6.36) iar curba 3 expresiei (6.31). Pentru a se explica modul de folosire a diagramei se recurge la un exemplu concret.

Se consideră că $X = \frac{x}{D} = 0,60$. Pentru $X = 0,60$ cu ajutorul curbei 3 se obține valoarea lui M_{cr1} pentru care la ieșirea din conductă $M_{cr2} = 1$. Se constată că $M_{cr1, \min} = 1,95$.

Se consideră că în secțiunea inițială a conductei viteza trebuie să fie ceva mai mare, deci trebuie să aibă o valoare mai ridicată de 1,95 și se ia arbitrar $M_{cr1} = 2,2$. Printr-un calcul analitic, din relația (6.27) se obține M_{cr2} ,

$$\frac{1}{M_{cr2}^2} + \ln M_{cr2}^2 = \frac{1}{M_{cr1}^2} + \ln M_{cr1}^2 - X$$

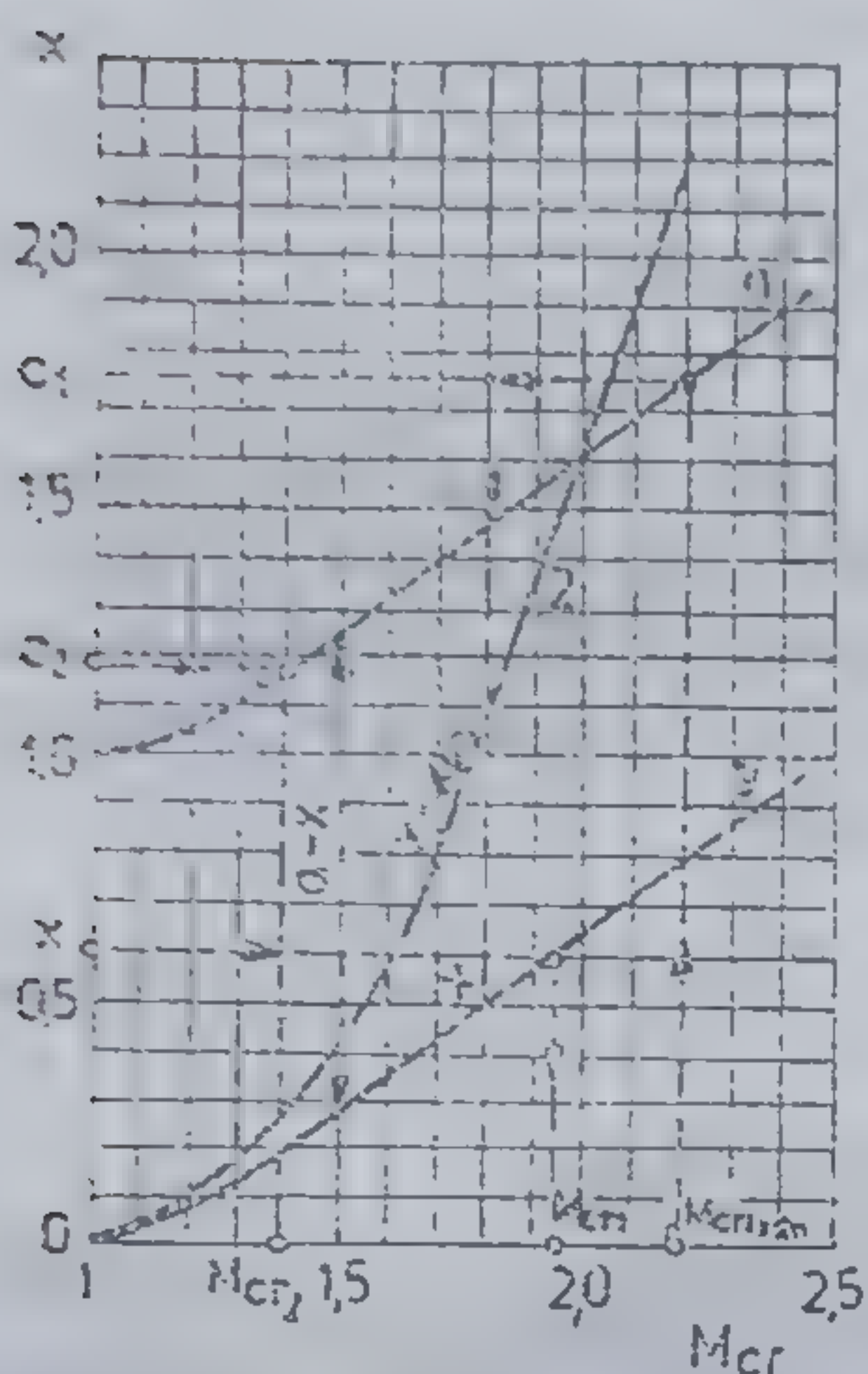


Fig. 6.5. Diagramă pentru determinarea lungimii X_{st} pentru $k = 1,4$.

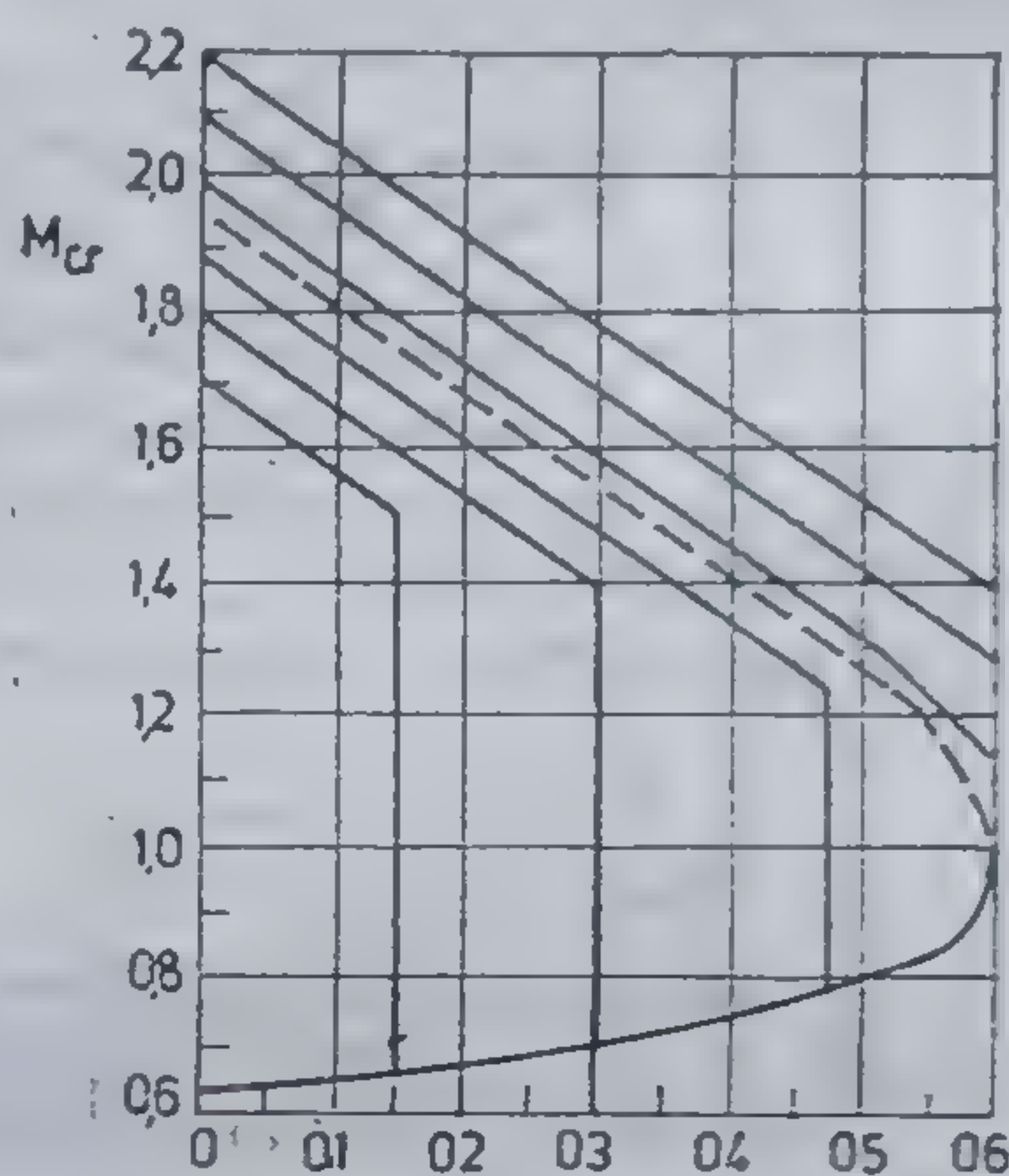


Fig. 6.6. $M_{cr} = f(X)$ pentru diferite valori ale lui M_{cr1} .

Și apoi cu relația (6.38) se calculează valoarea lui a_2 în secțiunea de ieșire și a_1 în aceea de intrare. Între a_1 și a_2 există legătura

$$a_2 = a_1 - X$$

Grafic, cu ajutorul curbei 1, din figura 6.5, pentru $M_{cr1} = 2,2$ ales, se obține $a_1 = 1,78$, de unde :

$$a_2 = 1,78 - 0,60 = 1,18.$$

Pentru $a_2 = 1,18$, cu ajutorul curbei 1 se obține $M_{cr2} = 1,5$.

Se consideră acum cazul când s-ar obține $X > X_{max}$. În acest caz pentru datele de mai sus, se consideră $M_{cr1} < 1,95$ și anume se alege $M_{cr1} = 1,8$. Folosind aceeași metodă ca în exemplul de mai sus, cu ajutorul curbei 3 se obține

$$X_{st} = X_{max} = 0,48; \text{ deci } X_{max} < X$$

Ca urmare, pe conductă va apărea o undă de șoc la o distanță $X - X_{st}$, după care se va stabili o curgere subsonică. Pentru determinarea distanței

la care apare saltul de presiune se folosește relația (6.34) ținând seamă de (6.38). Considerînd că distanța are valoarea

$$X_{st} = a_1 - a' \quad (6.39)$$

Deoarece $X = (X - X_{st}) - X_{st}$
se obține $a_1 - X = a'(X - X_{st})$

Cu ajutorul curbei 1 din figura 6.5, se determină valoarea lui a_1 pentru $M_{cr1} = 1,8$ care este $a_1 = 1,48$. De unde:

$$a_1 - X = 1,48 - 0,60 = 0,88$$

Rămîne să se determine valoarea lui $M_{cr1,1}$ pentru care distanța dintre curbele 1 și 2 de pe figura 6.5 este egală cu 0,88 adică

$$a' - (X - X_{st}) = 0,88$$

Se găsește această valoare la $M_{cr1,1} = 1,4$ și $a' = 1,18$. Pentru aceste valori, cu ajutorul relației (6.38) se obține

$$X_{st} = a_1 - a' = 1,48 - 1,18 = 0,3.$$

Cu metoda descrisă mai sus s-a întocmit diagrama din figura 6.6 care reprezintă $M_{cr} = f(X)$ pentru o conductă cu $X = 0,6$ și pentru diferite valori ale lui M_{cr1} (la $X = 0$). După cum se vede din figură, saltul de presiune are loc cu atît mai aproape de începutul conductei cu cît viteza inițială este mai mică. Viteza de curgere a gazului după frontul undei de șoc este subsonică și corespunde relației

$$X = \frac{1}{M_{cr1,2}^2} - 1 \ln \frac{1}{M_{cr1,2}} \quad (6.40)$$

6.3. CURGEREA ADIABATĂ CU FRECARĂ A GAZULUI PERFECT PRIN CANALE SAU CONDUCTE FOARTE LUNGI

În cazul unei conducte sau canal de lungime mare, pierderea de presiune $p_1 - p_2$ datorită lucrului mecanic de frecare între secțiunea inițială și finală este importantă. Problema practică ce trebuie rezolvată constă în determinarea parametrilor gazului în secțiunea finală (p_2, v_2, w_2) cunoscînd valoarea lor în secțiunea inițială (p_1, v_1, T_1, w_1). Parametrii variabili ai conductelor de lungime mare vor fi lungimea x și cota H față de planul de referință, deci elementele constructive vor fi definite de

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = f_1(x); \quad H = f_2(x) \quad (6.41)$$

Debitul masic \dot{m} al gazului la regim permanent stabilizat este

$$\dot{m} = \frac{Aw}{v} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \frac{w}{v} = \frac{\pi d_1}{4} \frac{w_1}{v_1} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (6.42)$$

în care cu A și A_1 și d și d_1 s-au notat secțiunile, respectiv diametrele într-o secțiunea oarecare și în secțiunea inițială.

Ecuațiile curgerii, considerată unidirecțională, vor fi: ecuația conservării energiei pentru $l_{fr} = 0$ (6.43); ecuația conservării energiei pentru o curgere adiabată cu frecare (6.44); ecuația lucrului mecanic de frecare (6.45); ecuația schimbului de căldură a gazului cu pereții canalului (6.46); ecuația de stare a gazului perfect (6.47). Ecuațiile enumerate au formele:

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = dQ - g \cdot dH - dh \Big|_{dl_{fr}=0} \quad (6.43)$$

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -v \cdot dp - g \cdot dH - dl_{fr} \Big|_{dq=0} \quad (6.44)$$

$$dl_{fr} = \frac{w^2}{2} \xi \frac{dx}{d} \quad (6.45)$$

$$dq = \frac{dQ}{3600 \cdot \dot{m}}; \quad dQ = \alpha \pi d (T_a - T) dx$$

$$dq = \frac{4 \alpha v_1 d}{3600 \cdot w_1 d^2} (T_a - T) dx \quad (6.46)$$

în care T_a este temperatura mediului ambiant considerată egală cu a pereților conductei; T — temperatura gazului în secțiunea curentă; α — coeficientul de schimb de căldură convectiv între gaz și peretele conductei. Pentru gazul perfect

$$pv = RT \quad (6.47)$$

Rezolvarea tuturor problemelor ridicate de curgerea unidirecțională a gazului prin conductele foarte lungi constă în obținerea unor funcții de forma (6.48):

$$A = f_1(x); H = f_2(x); p = f_3(x); v = f_4(x); T = f_5(x); w = f_6(x) \quad (6.48)$$

Deoarece cazul general pentru care trebuie determinate toate funcțiile (6.48) este mai rar întâlnit, se tratează în continuare cazul cel mai uzual întâlnit în tehnică și care satisface numai condițiile (6.49)

$$A = \text{const}; \quad dH = 0; \quad dq = 0; \quad d = \text{const} \quad (6.49)$$

Se notează cu A secțiunea conductei și cu d diametrul:

$$A = \frac{w}{v} = \text{const}; \quad A = \frac{4m}{\pi d^2} \quad (6.50)$$

Integrând ecuația (6.43) între secțiunea inițială (1) și o secțiune oarecare, se obține viteza de curgere cu relația

$$w = \sqrt{2(h_1 - h) + \left(\frac{w_1^2}{2}\right)} \Big|_{l_{fr}=0} \quad (6.51)$$

Introducând expresia lucrului mecanic de frecare l_{fr} din relația (6.45) în (6.44) se obține

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{w^2}{2} \right) = -v \frac{dp}{dx} - \frac{\xi}{d} \frac{w^2}{2} \Big|_{dq=0} \quad (6.52)$$

Admițând rugozitatea canalului constantă pe toată lungimea, coeficientul de frecare ξ va depinde numai de criteriul Reynolds al curgerii :

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{d}{\eta \cdot g} \frac{w}{v}$$

Ținând seama că secțiunea $A = \text{const.}$ și $d = \text{const.}$, coeficientul de frecare ξ va depinde numai de vîscozitatea gazului η , care este la rîndul ei funcție numai de temperatura T a lui. Deoarece temperatura gazului variază puțin între două stări vecine, avînd în vedere ipoteza $dq = 0$, se admite că și $\xi = \text{const.}$ în lungul conductei. Din egalarea (6.50) cu (6.51) se obține pentru $\dot{m} = 1 \text{ kg/s}$

$$w = \sqrt{2(h_1 - h) + \frac{w_1^2}{2}} = A \cdot v \quad (6.53)$$

Transformarea gazului ce satisface relația (6.53) prin care se exprimă legătura dintre căderea de entalpie Δh și volumul specific v al unui gaz perfect ce curge printr-o secțiune A se numește „transformarea lui Fanno”. Curba corespunzătoare relațiilor (6.50) și (6.53), reprezentată pe diagramele $p - v$ și $T - s$ sau $h - s$, avînd ca parametru variabil volumul specific v , poartă denumirea de „curba lui Fanno”.

Entalpia frînată se poate exprima și ea în funcție de produsul $A \cdot v$ așa cum se vede din relația

$$h_{01} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_1 + \frac{A^2 \cdot v_1^2}{2} \quad (6.54)$$

După cum se vede din relațiile (6.53) și (6.54), viteza de curgere și entalpia unui gaz într-o secțiune oarecare și care în secțiunea inițială are viteza w_1 și entalpia momentană h_1 va depinde numai de produsul dintre secțiunea A și volumul specific v al lui. Pentru fiecare valoare a secțiunii A din ecuațiile (6.50) și (6.51) pentru fiecare pereche de valori v și h , deci la intersecția curbelor $h = \text{const}$ și $v = \text{const.}$ se obține o viteză w .

În cazul gazului perfect, ecuația curbelor Fanno se poate obține în funcție de p , v și T , și pe cale analitică, admițînd căldura specifică a gazului constantă. Din ecuația entalpiei frînate, constante în lungul conductei pentru o curgere adiabat-izentropă, se obține pentru secțiunea inițială și una oarecare :

$$\frac{w^2 - w_1^2}{2} = h_1 - h = c_p(T_1 - T) = \frac{c_p}{R} (p_1 v_1 - p v) \quad (6.55)$$

care prin înlocuirea lui $w = A \cdot v$ devine

$$p_1 v_1 - p v = \frac{R}{2c_p} (w^2 - w_1^2) = \frac{R \cdot A}{2c_p} (v^2 - v_1^2) = b(v^2 - v_1^2) \quad (6.56a)$$

în care :

$$b = \frac{R}{2c_p} \frac{w_1^2}{v_1^2} = \frac{k-1}{2k} \frac{w_1^2}{v_1^2} = \frac{(k-1) A^2}{2k} \quad (6.56b)$$

Din (6.56) se obține ecuația transformării lui Fanno, a cărei formă este

$$p \cdot v + bv^2 = p_1 v_1 + bv_1^2 = \text{const.} \quad (6.57)$$

$$pv \left(1 - \frac{bv}{p} \right) = \text{const.} \quad (6.58)$$

în care :

$$\frac{bv}{p} = \frac{k-1}{2k} \frac{w_1^2}{v_1^2} \frac{v}{p} = \frac{k-1}{2k} \frac{w^2}{pv} = \frac{k-1}{2} \frac{w^2}{a^2} = \frac{k-1}{2} M^2$$

Deci ecuația curbei Fanno este

$$pv \left(1 - \frac{bv}{p} \right) = pv \left(1 - \frac{k-1}{2} M^2 \right) = \text{const.} \quad (6.59)$$

Din analiza ecuației (6.59) se constată că pentru viteze de curgere mici ($M < 0,1$) termenul bv/p capătă valori tinzând către zero și ca urmare ecuația lui Fanno devine ecuația unei izoterme. Ca exemplu, considerînd $k = 1,4$ și $M = 0,1$ se obține :

$$\frac{bv}{p} = \frac{k-1}{2} M^2 = 0,2 \cdot 0,01 = 0,002 ; \quad pv(1 - 0,002) \approx pv = \text{const.}$$

Pentru un gaz perfect, o transformare Fanno se poate reprezenta pe diagrama $T-s$, admitînd ca variabile pe T și v . Variația de entropie a gazului de stare inițială 1 și finală oarecare este

$$s - s_1 = c_v \ln \frac{T}{T_1} + R \ln \frac{v}{v_1} \quad (6.60)$$

Relația (6.56) poate fi scrisă sub forma (6.61)

$$p_1 v_1 - pv = R(T_1 - T) = b(v^2 - v_1^2) = bv_1^2 \left(\frac{v^2}{v_1^2} - 1 \right) \quad (6.61)$$

Din care se obține :

$$\frac{v}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{R(T_1 - T)}{bv_1^2}} \quad (6.62)$$

Introducînd pe (6.62) în (6.60) se obține variația de entropie :

$$s - s_1 = c_v \ln \frac{T}{T_1} + \frac{R}{2} \ln \left[1 + \frac{R(T_1 - T)}{bv_1^2} \right] \quad (6.63)$$

Cu formula (6.63) se obține un punct oarecare al curbei Fanno ce trece prin punctul 1 și care corespunde unei valori date a constantei b . Punctul de pe curba Fanno se găsește în dreapta curbei izocore $v = v_1$, deoarece variația de entropie pe o izocoră între punctul de temperatură T_1 și cel cu temperatura T este

$$|s - s_1|_v = \Delta s|_v = c_v \cdot \ln \frac{T}{T_1} \quad [\text{J/kg} \cdot \text{K}] \quad (6.64)$$

Deci distanța de la entropia s pe izocoră și s_1 pe curba Fanno (figura 6.7) este

$$|s - s_1|_{\text{Fanno}} - \Delta s|_v = \frac{R}{2} \ln \left[1 + \frac{R(T_1 - T)}{bv_1^2} \right] \quad [\text{J/kg K}] \quad (6.64')$$

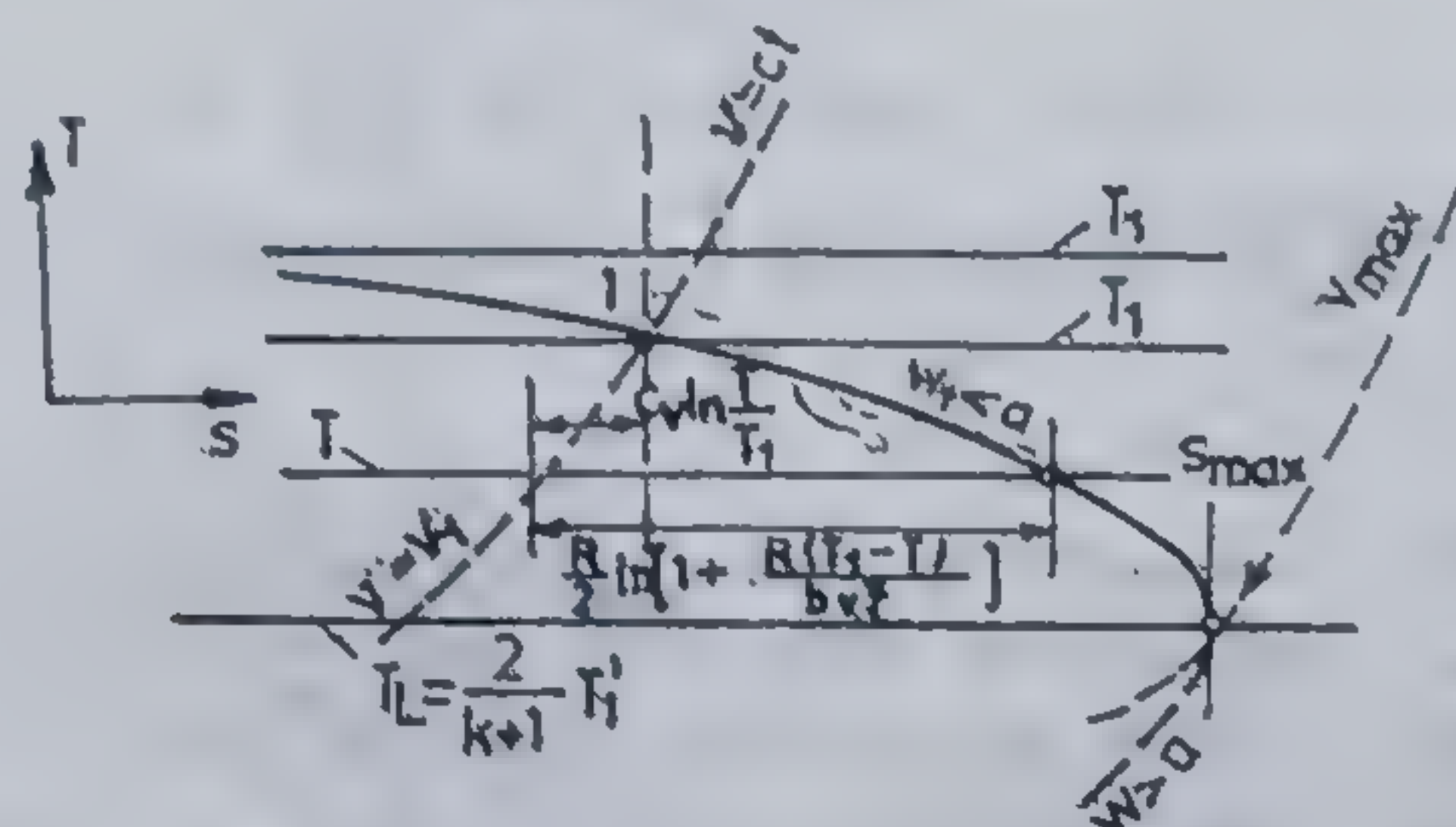


Fig. 6.7. Curba Fanno în diagrama $T-s$.

Dacă se trasează pe diagrama $T-s$ o curbă Fanno ce trece prin starea inițială 1, de temperatura T_1 și v_1 și corespunzătoare unei valori oarecare b , se constată că ea este cuprinsă într-un domeniu limitat de izotermele T și T_1' și este limitată de izocora $v = v_{\max}$ și entropia $s = s_{\max}$.

Volumul v_{\max} pe care îl căpăta un gaz ce execută o transformare Fanno corespunde destinderii lui din starea 1 (figura 6.7) până la presiunea $p = 0$ (pentru un b dat). Din ecuația Fanno (relația 6.57), pentru $p = 0$ volumul devine v_{\max} și este dat de relația

$$v_{\max} \Big|_{p=0} = \sqrt{v_1^2 + \frac{p_1 v_1}{b}} \quad [\text{m}^3/\text{kg}] \quad (6.65)$$

Pe de altă parte, din ecuația (6.63) se constată că entropia s tinde către $-\infty$, dacă temperatura T tinde către o valoare T_1' , pentru care

$$1 + \frac{R(T_1 - T_1')}{bv_1^2} = 0 \quad (6.66)$$

Deci temperatura T_1' reprezintă asimptota curbei Fanno la presiuni ridicate care se obține din (6.66) :

$$T_1' = T_1 + \frac{bv_1^2}{R} \quad [\text{K}]$$

Înlocuind expresia lui b , dată de relația (6.56b), se obține

$$T_1' = T_1 + \frac{R}{2c_p} \frac{w_1^2}{v_1^2} \frac{v_1^2}{R} = T_1 + \frac{w_1^2}{2c_p} \quad [\text{K}] \quad (6.67)$$

Deci temperatura T_1' este temperatura frînată a gazului ce curge cu viteza w_1 și ai cărui parametri sînt cei corespunzători stării 1 (valori momentane).

Temperatura frînată T_1' se poate exprima și în funcție de parametrii momentani ai gazului în curgere și criteriul M_1 :

$$T_1' = T_1 + \frac{bw_1^2}{R} = T_1 \left[1 + \frac{bw_1^2}{RT_1} \right] = T_1 \left[1 + \frac{bw_1}{p_1} \right] \quad [\text{K}]$$

Deoarece :

$$\frac{bw_1}{p_1} = \frac{k-1}{2} M_1^2$$

$$\text{se obține : } T_1' = T_1 \left[1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right] = T_1 \left[1 + \frac{k-1}{2} \frac{w_1^2}{a_1^2} \right] \quad [\text{K}] \quad (6.68)$$

De asemenea există o izentropă $s = s_{\max}$ tangentă la curba Fanno. Toate izentropetele $s < s_{\max}$ taie curba Fanno în două puncte ce corespund unei viteze w mai mici ca viteza sunetului în gazul de stare respectivă ($w < a$), iar celălalt unei viteze $w > a$. Desigur că punctul de tangentă notat cu L pe figura 6.7 reprezintă tocmai viteza critică ($w = a$) pentru care $s = s_{\max}$.

Condiția impusă curgerii și anume că are loc adiabat (fără schimb de căldură cu pereții) dar cu frecare ($l_{fr} > 0$) duce la obligativitatea desfășurării curgerii cu $ds > 0$. Deci dacă viteza inițială w_1 este subsonică ($w_1 < a_1$) procesul de curgere se va desfășura pe ramura superioară a curbei. Dacă viteza inițială $w_1 > a_1$, atunci evoluția stării fluidului este reprezentată pe ramura inferioară a curbei Fanno (figura 6.7, curba punctată).

Mărimile caracteristice ale punctului L se determină în felul următor :

Coeficientul unghiular al curbei Fanno în punctul L , considerînd procesul de curgere adiabat ($pv^k = \text{ct}$), este

$$\frac{dp}{dv} = -k \frac{p}{v}$$

Diferențiind relația (6.57) se obține

$$p dv + v dp + 2b \cdot v dv = 0$$

și ca urmare coeficientul unghiular al transformării gazului în lungul canalului prin care curge este

$$\frac{dp}{dv} = - \left(\frac{p}{v} + 2b \right)$$

Mărimile de stare în punctul L (anume p_L și v_L) sînt rădăcinile ecuațiilor (6.69) și (6.70):

$$k \frac{p_L}{v_L} = \frac{p_L}{v_L} + 2b \quad (6.69)$$

$$p_L v_L + b v_L^2 = p_1 v_1 + b v_1^2 \quad (6.70)$$

Pentru determinarea temperaturii în punctul L , notată de asemenea cu T_L , se pleacă de la relația (6.69), de unde se obține

$$(k - 1)p_L v_L = 2b v_L^2$$

Ținînd seama de (6.70)

$$(k - 1)p_L v_L = 2(p_1 v_1 + b v_1^2 - p_L v_L)$$

$$(k + 1)p_L v_L = 2(p_1 v_1 + b v_1^2)$$

Făcînd apel la (6.68), temperatura T_L va fi dată în final de (6.71)

$$p_L v_L = R T_L = \frac{2}{k + 1} (p_1 v_1 + b v_1^2) = \frac{2 \cdot R}{k + 1} \left(T + \frac{w_1^2}{2c_p} \right)$$

$$T_L = \frac{2}{k + 1} T_1' \quad [\text{K}] \quad (6.71)$$

Din relația (6.68) se obține T_L și în funcție de T_1 și M_1 (6.72);

$$\frac{T_L}{T_1} = \frac{2}{k + 1} \frac{T_1'}{T_1} = \frac{2}{k + 1} + \frac{k - 1}{k + 1} \frac{w_1^2}{a_1^2} = \frac{2}{k + 1} + \frac{k - 1}{k + 1} M_1^2 \quad (6.72)$$

Relația (6.69) se mai poate scrie sub forma (6.73)

$$p_L = \frac{2b}{k - 1} v_L \quad (6.73)$$

Introducînd în (6.73) expresia lui v_L dată de relația (6.70), se obține relația

$$v_L^2 = (p_1 v_1 + b v_1^2) \frac{k - 1}{b(k + 1)} \quad [\text{m}^3/\text{kg}] \quad (6.74)$$

Cu relațiile de mai sus se pot determina parametrii de stare ai gazului în punctul L . Din relația (6.74) se obține v_L în funcție de v_1 :

$$\frac{v_L^2}{v_1^2} = \frac{k - 1}{k + 1} \left(\frac{p_1}{b v_1} + 1 \right) = \frac{k - 1}{k + 1} \left(\frac{2}{k - 1} \frac{a_1^2}{w_1^2} + 1 \right)$$

$$\frac{v_L}{v_1} = \frac{k - 1}{k + 1} \left[\frac{2}{k - 1} \frac{1}{M_1^2} + 1 \right] = \frac{k - 1}{k + 1} + \frac{2}{k + 1} \frac{1}{M_1^2} \quad (6.75)$$

Din relația (6.59), aplicată stării inițiale, se obține presiunea momentană inițială :

$$\frac{bv_1}{p_1} = \frac{k-1}{2} \frac{w_1^2}{a_1^2} ; \quad p_1 = \frac{2b}{k-1} \frac{a_1^2}{w_1^2} v_1 \quad (6.76)$$

Împărțind relația (6.73) la (6.76), se determină valoarea presiunii p_L în funcție de p_1 :

$$\begin{aligned} \frac{p_L}{p_1} &= \frac{v_L}{v_1} \frac{w_1^2}{a_1^2} = \frac{w_1^2}{a_1^2} \sqrt{\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{a_1^2}{w_1^2}} \\ \frac{p_L}{p_1} &= M_1^2 \sqrt{\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M_1^2}} \\ \frac{p_L}{p_1} &= \frac{w_1}{a_1} \sqrt{\frac{k-1}{k+1} \frac{w_1^2}{a_1^2} + \frac{2}{k+1}} = M_1 \sqrt{\frac{k-1}{k+1} M_1^2 + \frac{2}{k+1}} \quad (6.77) \end{aligned}$$

Viteza de curgere a gazului de stare L se obține din ecuația (6.50) fiind dată de expresia

$$\frac{w_L}{w_1} = \frac{v_L}{v_1} \Big|_A = \sqrt{\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M_1^2}} \quad (6.78)$$

Identificînd pe (6.73) cu (6.59) pentru punctul L , se obține

$$p_L = \frac{2b}{k-1} \frac{a_L^2}{w_L^2} v_L = \frac{2b}{k-1} \frac{1}{M_L^2} v_L = \frac{k-1}{2} M_L^2 \quad (6.79)$$

Deei $w_L = a_L$.

După cum se vede, în cazul curgerii adiabate subsonice a unui gaz de o anumită stare inițială printr-o conductă foarte lungă, pot apărea, datorită lucrului mecanic de frecare, aceleași fenomene ca în cazul curgerii printr-un ajutoraj geometric convergent. În cazul ajutorajului convergent, deci în cazul curgerii subsonice ($w < a$), presiunea poate scăde sub influența frecării pînă la valoarea critică p_{cr} , iar în cazul conductei foarte lungi poate scădea pînă la valoarea lui p_L dată de relația (6.77). Dacă în secțiunea de ieșire a conductei foarte lungi, mediul are o presiune mai scăzută decît p_L atunci presiunea gazului în secțiunea de ieșire a conductei nu se va modifica, rămînînd tot la valoarea p_L .

Pentru exemplificarea aplicării transformării Fanno, se consideră curgerea adiabată cu frecare a unui gaz printr-o conductă foarte lungă, cu diametrul d . Se pleacă de la ecuația conservării energiei (6.52), care devine

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -v \cdot dp - \frac{\xi}{d} \frac{w^3}{2} dx \quad (6.80)$$

Din expresia lui b se obține viteza de curgere w :

$$w^2 = \frac{2kb}{k-1} v^2 \quad (6.81)$$

Ca urmare, variația energiei cinetice este

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = d\left(\frac{2kb}{k-1}v^2\right) = \frac{2kb}{k-1}v dv \quad (6.82)$$

Din ecuația lui Fanno (6.57) se obține presiunea momentană :

$$p = \frac{p_1 v_1 + b v_1^2}{v} - b v, \quad [\text{N/m}^2] \quad (6.83)$$

care prin derivare devine

$$dp = - \frac{p_1 v_1 + b v_1^2}{v^2} dv - b dv \quad (6.84)$$

Ținând seama de (6.82) relația (6.80) devine

$$\frac{2kb}{k-1}v dv = \frac{p_1 v_1 + b v_1^2}{v} dv + b v dv - \frac{\xi}{d} \frac{kb}{k-1} v^2 dx \quad (6.85)$$

Împărțind relația (6.85) cu v^2 se obține

$$b \frac{k+1}{k-1} \frac{dv}{v} = (p_1 v_1 + b v_1^2) \frac{dv}{v^3} - \frac{\xi}{d} \frac{kb}{k-1} dx \quad (6.86)$$

Integrând relația (6.86) între secțiunea inițială notată cu A_1 și o secțiune curentă A aflată la distanța x de A_1 , se obține relația (6.87) în care volumul specific și presiunea în secțiunea inițială sînt v_1 și p_1 iar în secțiunea curentă v și p :

$$b \frac{k+1}{k-1} \ln \frac{v}{v_1} = - \frac{p_1 v_1 + b v_1^2}{2} \left(\frac{1}{v^2} + \frac{1}{v_1^2} \right) - \frac{k \cdot b}{k-1} \xi \frac{x}{d} \\ \frac{k-1}{2 \cdot k} \left(\frac{p_1}{b \cdot v_1} + 1 \right) \left(1 - \frac{v_1^2}{v^2} \right) - \frac{k+1}{k} \ln \frac{v}{v_1} = \xi \frac{x}{d} \quad (6.87)$$

Deoarece pentru o conductă de secțiune constantă ($A = \text{const}$), $v/v_1 = w/w_1$, iar raportul p_1/bv_1 este dat de (6.59), relația (6.87) capătă forma

$$\frac{1}{k} \left[\frac{a_1^2}{w_1^2} + \frac{k-1}{2} \right] \left[1 - \frac{w_1^2}{w^2} \right] - \frac{k+1}{k} \ln \frac{w}{w_1} = \xi \frac{x}{d} \\ \frac{1}{k} \left[\frac{1}{M_1^2} + \frac{k-1}{2} \right] \left[1 - \frac{w_1^2}{w^2} - \frac{k+1}{k} \ln \frac{w}{w_1} \right] = \xi \frac{x}{d} \quad (6.88)$$

Din (6.87) se obține variația volumului specific v în funcție de distanța x , iar din (6.88) variația vitezei de curgere w în funcție de aceeași distanță, sub influența lucrului mecanic de frecare.

Pentru determinarea raportului de presiuni p/p_1 în secțiunea aflată la distanța x de la începutul conductei se poate apela și la relația (6.87), în care raportul volumelor specifice v/v_1 este dat de (6.87). Se obține atunci

$$\frac{p}{p_1} = \frac{v_1}{v} + \frac{bv_1}{p_1} \frac{v_1}{v} - \frac{bv_1}{p_1} \frac{v}{v_1}$$

$$\frac{p}{p_1} = \frac{v_1}{v} \left[1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \left(1 - \frac{v^2}{v_1^2} \right) \right] \quad (6.89)$$

Temperatura T în secțiunea x pentru un gaz perfect se obține din ecuația de stare (6.90):

$$\frac{T}{T_1} = \frac{p}{p_1} \frac{v}{v_1} \quad (6.90)$$

Relațiile (6.87) ... (6.90) permit determinarea volumului specific presiunii, temperaturii și vitezei în curgerea adiabată cu frecare a unui gaz perfect sau asimilat lui, printr-o conductă circulară sau canal de secțiune constantă foarte lung, la o distanță x de la capăt.

După cum se vede din relațiile (6.87) ... (6.90), pentru condiții inițiale cunoscute (p_1, v_1, T_1, w_1) există o lungime maximă a conductei. Această lungime maximă corespunde celei pentru care parametrii gazului sîn secțiunea finală ajunge la valorile limită care sînt cei ai curgerii sonice, deci ai punctului L din figura (6.7), adică la p_L, v_L, T_L și unde $w_L = a$, denumit punctul de criză mecanică a curgerii (datorat lucrului mecanic de frecare). Această lungime maximă corespunde valorii maxime a raportului adimensional x/d care se obține prin derivarea și egalarea cu zero a relației (6.88). Deci:

$$\frac{d}{dw} \left(\frac{\xi x}{d} \right) = 0 \quad (6.91)$$

Prin diferențierea lui (6.88), se obține

$$\frac{2}{k} \left(\frac{k-1}{2} + \frac{a_1^2}{w_1^2} \right) \frac{w_1^2}{w^2} - \frac{k+1}{k} \frac{1}{w} = 0 \quad (6.92)$$

Rădăcinile reale ale ecuației (6.92) sînt

$$w_{lim}^2 = \frac{2}{k+1} \left[\frac{k-1}{2} + \frac{1}{M_1^2} \right] w_1^2 \quad [\text{m/s}]$$

$$w_{lim}^2 = w_1^2 \left[\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M_1^2} \right] \quad [\text{m/s}] \quad (6.93)$$

Relația fiind determinată cu expresia (6.78), înseamnă că $w_{lim} = w_L = a$.

În calculele practice ale curgerilor subsonice se pot accepta și ipoteze simplificatoare, care nu modifică substanțial rezultatele. Ipotezele sînt acceptate deoarece ordinul de mărime uzual al lui M_1 la curgerea gaze-

lor perfecte prin conducte foarte lungi este destul de mic ($0,1 < M_1 < 0,15$). Prima ipoteză simplificatoare este neglijarea termenului $(k-1)/2$ față de raportul $1/M^2$ din relația (6.88).

Deci relația (6.88) capătă forma simplificată

$$\xi \frac{\omega}{d} = \frac{1}{k} \frac{1}{M_1^2} \left(1 - \frac{w_1^2}{w^2} \right) \quad (6.94)$$

Dacă se înseamnă cu L lungimea totală a conductei de diametru d și cu A_2 secțiunea din ieșire, se obține volumul specific v_2 și viteza w_2 la ieșire cu relația (6.95), dedusă din (6.94):

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{w_1}{w_2} = \sqrt{1 - k \cdot \xi \frac{L}{d} M_1^2} = \sqrt{1 - \xi \frac{L}{d} \frac{w^2}{p_1 v_1}} \quad (6.95)$$

Pentru curgeri cu M_1 nu prea mare ($M_1 < 0,2$) curgerea adiabată cu frecare poate fi considerată izotermă (ipoteză simplificatoare) și ca urmare termenul b din ecuația (6.57) poate fi neglijat. În acest caz căderea de presiune în lungul conductei este dată de relația (6.96), obținută din ecuația izotermei $p_2 v_2 = p_1 v_1$:

$$p_1 - p_2 = p_1 \left[1 - \sqrt{1 - \xi \frac{L}{d} \frac{w_1^2}{p_1 v_1}} \right] \quad [\text{N/m}^2]$$

$$p_1 - p_2 = p_1 \left[1 - \sqrt{1 - \xi k \frac{L}{d} M_1^2} \right] \quad [\text{N/m}^2] \quad (6.96)$$

În cazul curgerii cu $M < 0,2$ a unui gaz perfect printr-o conductă a cărei lungime $L < 4000 \cdot d$, termenul de sub radical devine egal cu unitatea și ca urmare relația (6.96) își pierde valabilitatea. În acest caz pierderea de presiune se calculează cu relația aplicabilă unei conducte scurte și anume

$$p_1 - p_2 = \xi \frac{L}{d} \frac{w^2}{2} \frac{1}{v_1} \quad [\text{N/m}^2]$$

Pe de altă parte, curgerea avînd loc adiabatic, variația volumului specific, ca urmare a căldurii primite de gaz din lucrul mecanic de frecare, este destul de mică și ca urmare se admite $v_1 = v$. În consecință $v/v_1 = w/w_1 \approx 1$ și ca urmare se poate neglija și termenul $\ln w/w_1$ din relația (6.88).

6.4. CURGEREA FĂRĂ FRECARĂ A GAZELOR PERFECTE PRIN CANALE SAU CONDUCTE FOARTE LUNGI CU SCHIMB DE CĂLDURĂ CU PEREȚII

Se consideră, în figura 6.8, curgerea unui gaz fără frecare dar cu schimb de căldură activ cu pereții canalului. Gazul curge cu o viteză foarte mică prin secțiunea I, unde se poate neglija atât frecarea cât și schimbul de căldură cu pereții. Cu ajutorul A se accelerează curentul, obținîndu-se în secțiunea I viteza w_1 . Pe secțiunea de canal I — 2, are loc curgerea

gazului cu o viteză mare și în prezența unui schimb activ de căldură. Secțiunea 2 marchează sfârșitul conductei studiate. Apoi cu ajutorul difuzorului D , se decelerează curentul de gaz. În secțiunea II viteza este iarăși

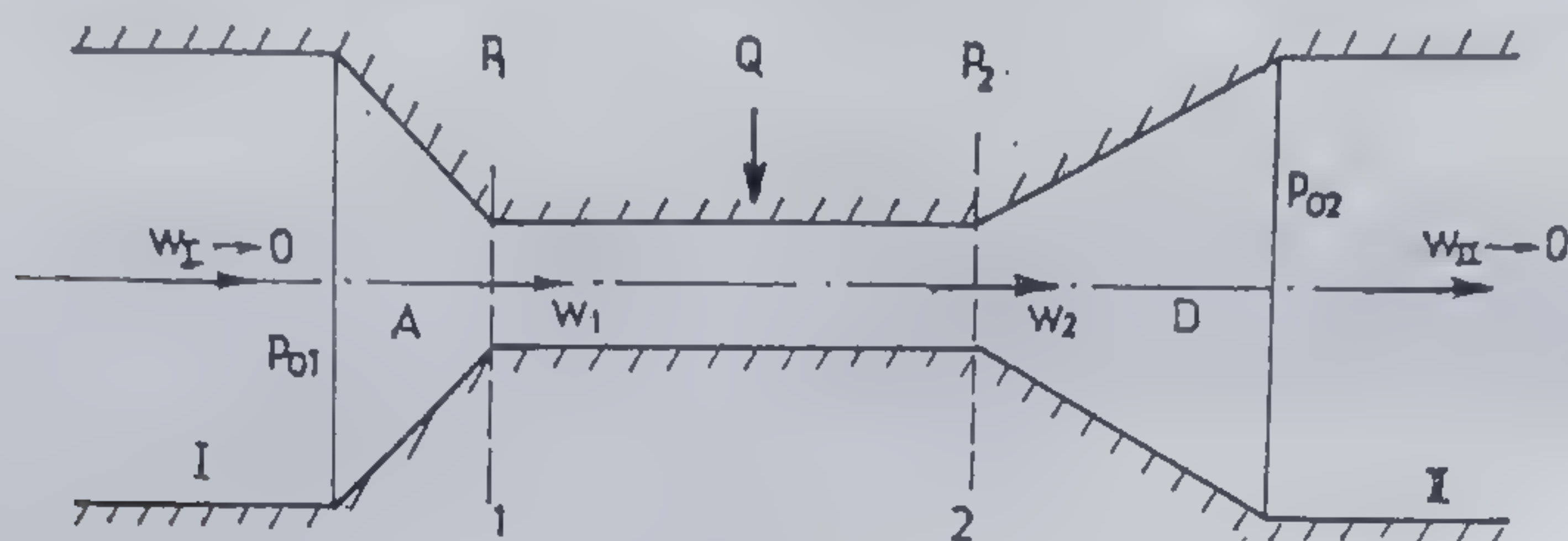


Fig. 6.8. Curgerea unui gaz perfect cu schimb de căldură cu pereții.

foarte mică iar frecarea și schimbul de căldură cu pereții se neglijează. Se consideră că între secțiunile 1 și 2

$$M_1 < 1; \quad M_2 < 1$$

Conform ecuației lui Bernoulli, presiunile momentane în secțiunile 1 și 2 sînt

$$p_1 = p_{01} - \frac{\rho_1 w_1^2}{2}; \quad p_2 = p_{02} - \frac{\rho_2 w_2^2}{2} \quad (6.97)$$

Pierdere totală de presiune între secțiunile 1 și 2 este

$$p_{01} - p_{02} = (p_1 - p_2) + \left(\frac{\rho_1 w_1^2}{2} - \frac{\rho_2 w_2^2}{2} \right) \quad (6.98)$$

Deoarece se consideră că între secțiunile 1 și 2 conducta este de secțiune $A = \text{const.}$, ecuația de continuitate pentru regimul de curgere permanent stabilizat, se scrie sub forma

$$\rho_1 w_1 = \rho_2 w_2 = \text{const.} \quad (6.99)$$

Se admite că sensul fluxului de căldură este de la preți la gaz (sensul poate fi considerat și invers). Datorită încălzirii, densitatea gazului va scădea ($\rho_2 < \rho_1$), viteza de curgere va crește ($w_2 > w_1$) și deci presiunea momentană va scădea ($p_2 < p_1$).

În cazul cînd sensul fluxului de căldură schimbat de gaz cu pereții canalului este invers (în timpul curgerii el se răcește) atunci densitatea va crește ($\rho_2 > \rho_1$), viteza va scădea ($w_2 < w_1$) și presiunea momentană va crește ($p_2 > p_1$).

Ecuația impulsului aplicată masei de gaz între secțiunile 1–2, pe direcția de curgere, neglijînd frecarea, este

$$p_1 - p_2 = \rho_1 w_1 (w_2 - w_1) \quad (6.100)$$

sau

$$p_1 - p_2 = 2 \left[\rho_2 \frac{w_2^2}{2} - \rho_1 \frac{w_1^2}{2} \right] \quad (6.101)$$

Expresia (6.98) ce reprezintă pierderea de presiune totală capătă forma (6.102), dacă se ține seama de (6.100) sau (6.101):

$$p_{01} - p_{02} = \rho_2 \frac{w_2^2}{2} - \rho_1 \frac{w_1^2}{2} = \frac{\rho_1 w_1^2}{2} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right) \quad (6.102)$$

După cum se vede din (6.102) pierderea de presiune totală a unui gaz în curgere subsonică cu $M \ll 1$ și cu încălzire depinde de creșterea de temperatură a lui, deoarece ea depinde de raportul densităților gazului și de nivelul inițial al temperaturii (ρ_1).

Din relația (6.102) se constată că pierderea totală de presiune la curgerea unui gaz perfect cu viteză mică, însoțită de o încălzire și neglijând lucrul mecanic de frecare, este funcție de energia cinetică a gazului la intrarea în secțiunea considerată, de gradul de încălzire a gazului și de temperatura inițială a lui. Deci (6.102) poate fi scrisă sub forma

$$p_{01} - p_{02} = \frac{w_1^2}{2} \rho_1 \left[\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right] = f \left(\frac{w_1^2}{2}, \rho_1, \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$$

Cum pentru un anumit gaz ρ_1 și ρ_2 depind numai de temperatură, se poate spune că $p_{01} - p_{02}$ este dat de relația

$$p_{01} - p_{02} = E_c \left[\rho_1 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right) \right] = E_c f(\rho)$$

$$E_c = \frac{w_1^2}{2}; \quad f(\rho) = \rho_1 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right)$$

Ca exemplificare, se consideră curgerea aerului cu o viteză oarecare (E_c cunoscut) printr-o conductă, încălzindu-se cu o diferență de temperatură de 100 grd între temperaturile $100 \rightarrow 200^\circ\text{C}$, $400 \rightarrow 500^\circ\text{C}$ și $900 \rightarrow 1000^\circ\text{C}$. Pierderea de presiune totală, neglijând frecarea, este

$$p_{01} - p_{02} \Big|_{100}^{200} = E_c \cdot 0,916 \left(\frac{0,916}{0,723} - 1 \right) = 0,244 \cdot E_c$$

$$p_{01} - p_{02} \Big|_{400}^{500} = E_c \cdot 0,508 \left(\frac{0,508}{0,442} - 1 \right) = 0,075 \cdot E_c$$

$$p_{01} - p_{02} \Big|_{900}^{1000} = E_c \cdot 0,291 \left(\frac{0,291}{0,268} - 1 \right) = 0,024 \cdot E_c$$

Deci la încălzirea cu 100 grd între $100 \rightarrow 200^\circ\text{C}$, pierderea de presiune este de 24,4% din energia cinetică inițială, în timp ce pentru încălzirea de la $400 \rightarrow 500^\circ\text{C}$, respectiv $900 \rightarrow 1000^\circ\text{C}$ este de 7,5% din energia cinetică inițială, respectiv numai 2,4%.

Se studiază în continuare influența pe care o are fluxul termic primit de gaz asupra debitului de gaz ce trece prin secțiunea de conductă 1—2.

Se consideră, pentru simplificarea demonstrațiilor, o conductă de secțiune constantă, anume porțiunea 1—2 din figura 6.8, în lungimea căreia gazul se încălzește de la temperatura T_1 la T_2 . Se consideră o viteză de curgere mică ($M_{cr1} \ll 1$) și ca urmare se poate accepta egalitatea (6.103) obținută din ecuația de continuitate:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \approx \frac{T_1}{T_2} \approx \frac{T_{01}}{T_{02}} \quad (6.103)$$

Ca urmare pentru $p_{01} - p_{02} = 0$, iar relația (6.98) se poate scrie, dacă se neglijează frecarea, sub forma

$$p_1 - p_2 = \rho_1 w_1^2 \left[\frac{T_2}{T_1} - 1 \right]_{p_{01}=p_{02}} \quad (6.104)$$

De asemenea
$$p_{01} - p_1 = \frac{1}{2} \rho_1 w_1^2 \quad (6.105)$$

Deci:

$$p_{01} - p_2 = (p_1 - p_2) + (p_{01} - p_1) = \frac{1}{2} \rho_1 w_1^2 \left[2 \frac{T_2}{T_1} - 1 \right] \quad (6.106)$$

Notînd cu: $H = p_{01} - p_1$ căderea totală de presiune între secțiunea 1 notată p_{01} și de la intrarea în conductă 1—2 notată cu p_1 ; A — secțiunea porțiunii de conductă 1—2; \dot{m} — debitul de gaz încălzit ce trece prin secțiunea 1—2. Se obține

$$\dot{m} = \rho_1 w_1 A; \quad w_1 = \frac{2H}{\rho_1 \left[2 \frac{T_2}{T_1} - 1 \right]} \quad (6.107)$$

În cazul curgerii gazului prin secțiunea 1—2 cu viteză mare, dar tot subsonică, ecuația continuității își păstrează valabilitatea și are forma (6.108) pentru secțiunile 1 și 2:

$$\rho_1 w_1 = \rho_2 w_2 \quad (6.108)$$

Ca urmare, încălzirea gazului și pentru curgeri cu viteză mare are aceleași efecte ca în cazul curgerii cu viteză mică și anume scăderea densității ($\rho_2 < \rho_1$) și, deci, creșterea vitezei de curgere ($w_2 > w_1$).

Ecuația impulsului aplicat între secțiunile 1 și 2 este

$$p_1 - p_2 = \rho_1 w_1 (w_2 - w_1) \quad (6.109)$$

Gazul ce curge fiind considerat perfect, se poate scrie ecuația generală

$$\rho = \frac{p}{RT}; \quad \frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2} \quad (6.110)$$

Din analiza relațiilor (6.108) ... (6.110) se constată că scăderea densității are loc cu un gradient mai mare decât cel de creștere a temperaturii. Ca urmare gradientul de creștere a vitezei de curgere a gazului este și el mai mare decât cel de creștere a temperaturii. Gradientul de creștere a

vitezei sunetului în gazul în curgere este însă mai mic decât cel de creștere a temperaturii, deoarece viteza sunetului este proporțională cu rădăcina pătrată a temperaturii. Ca urmare criteriul $M = w/a$ în lungul conductei va crește, putînd să atingă la limită viteza sunetului ($M = 1$).

Pentru o curgere transonică cu M_1 apropiat de unitate, viteza sunetului poate deci fi atinsă cu un aport de căldură prin pereții conductei. Bineînțeles că cu cît M_1 are o valoare mai mică decât 1, cu atît fluxul termic necesar a fi primit de la pereți de gaz pentru a se atinge viteza sunetului va fi mai mare. Însă oricît de mare ar fi fluxul termic primit de gazul ce curge printr-un canal sau conductă de secțiune constantă și de lungime mare, nu se va putea depăși viteza sunetului. Această situație este denumită „criză termică a curgerii” unui gaz printr-un canal de secțiune constantă, analogă cu „criza mecanică a curgerii” datorită frecării.

Dacă pentru o viteză w_1 și un flux Q transmis prin pereți conductei 1—2 s-a atins viteza sunetului, deci s-a atins punctul de criză termică, viteza inițială a gazului (în secțiunea 1) nu mai poate fi mărită deoarece nu se mai poate mări debitul de gaz prin nici un mijloc, elavînd valoarea maximă. Dacă s-a ajuns la criza termică (viteza sunetului) în secțiunea finală și se mărește fluxul termic transmis gazului prin pereți va rezulta creșterea temperaturii T_2 ceea ce conduce la mărirea vitezei sunetului a_2 ; în acest caz viteza w_1 din secțiunea inițială va scădea. Cu alte cuvinte, fiecărei valori a fluxului termic primit de gaz de la pereții canalului îi corespunde o valoare maximă a lui M_1 . Deci urmările apariției crizei termice a curgerii prin conducte sînt identice cu cele ale apariției crizei mecanice.

Entalpia frînată a gazului în secțiunea 1 și 2 este dată de relațiile cunoscute

$$h_{01} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} \quad \text{și} \quad h_{02} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} \quad [\text{J/kg}]$$

Se notează cu q fluxul termic primit de unitatea de masă de gaz în unitatea de timp, $q = Q/\dot{m}$. Deci

$$q = h_{02} - h_{01}$$

Admițînd o căldură specifică medie a gazului notată cu $c_p = c_{p_1} = c_{p_2}$, se obține:

$$q = c_p(T_{02} - T_{01}) = c_p(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2) \quad [\text{J/kg}] \quad (6.111)$$

Pentru p_1 , T_1 , w_1 date, elementele necunoscute ale gazului în curgere sînt p_2 , ρ_2 , T_2 și w_2 . Pentru determinarea lor se dispune de patru ecuații (6.108) ... (6.111). Introducînd criteriul M_{cr} al gazului în cele două secțiuni (inițială și finală) ale conductei date de (6.112) se obține

$$M_{cr_1} = \frac{w_1}{a_{cr_1}}; \quad M_{cr_2} = \frac{w_2}{a_{cr_2}} \quad (6.112)$$

în care
$$[a_{cr_1} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_{01}}; \quad a_{cr_2} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_{02}}$$

Sistemul de patru ecuații (6.108) ... (6.111) cu patru necunoscute se reduce la o ecuație de gradul doi. Se pleacă de la (6.109):

$$p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) = \rho_2 w_2 (w_2 - w_1),$$

care ținând seama de (6.110) devine

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{T_2}{T_1} - 1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} w_2^2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \quad (6.113)$$

Deoarece viteza sunetului este dată de expresia

$$a = \sqrt{kRT} = \sqrt{\frac{kp}{\rho}}; \quad a_2^2 = \frac{kp_2}{\rho_2}$$

Expresia (6.113) capătă forma finală (6.114)

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{T_2}{T_1} - 1 = k M_2^2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \quad (6.114)$$

Raportul temperaturilor momentane din secțiunile 1 și 2 este

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_{01} - \frac{w_1^2}{2c_p}}{T_{02} - \frac{w_2^2}{2c_p}} = \frac{T_{01} - \frac{w_1^2}{2c_p}}{1 - \frac{w_2^2}{2c_p T_{02}}} \quad (6.115)$$

Sau exprimată în funcție de a_{cr} ,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_{01} - \frac{k-1}{k+1} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 M_{cr_2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2} \quad (6.116)$$

În care legătura dintre M_{cr_2} și M_2 este dată de relația

$$M_2 = \frac{2}{k+1} \frac{M_{cr_2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2} \quad (6.117)$$

Introducînd pe (6.117) și (6.116) în (6.114) se obține ecuația de gradul doi căutată:

$$\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 \frac{M_{cr_2}^2}{1 - M_{cr_2}^2} - \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{T_{01}}{T_{02}} \frac{1}{1 + M_{cr_2}^2} = 0 \quad (6.118)$$

Sistemul de patru ecuații (6.108) ... (6.111) cu patru necunoscute se reduce la o ecuație de gradul doi. Se pleacă de la (6.109):

$$p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) = \rho_2 w_2 (w_2 - w_1),$$

care ținând seama de (6.110) devine

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{T_2}{T_1} - 1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} w_2^2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \quad (6.113)$$

Deoarece viteză sunetului este dată de expresia

$$a = \sqrt{kRT} = \sqrt{\frac{kp}{\rho}}; \quad a_2^2 = \frac{k p_2}{\rho_2}$$

Expresia (6.113) capătă forma finală (6.114)

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{T_2}{T_1} - 1 = k M_2^2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \quad (6.114)$$

Raportul temperaturilor momentane din secțiunile 1 și 2 este

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_{01} - \frac{w_1^2}{2c_p}}{T_{02} - \frac{w_2^2}{2c_p}} = \frac{T_{01} - \frac{w_1^2}{2c_p}}{1 - \frac{w_2^2}{2c_p T_{02}}} \quad (6.115)$$

Sau exprimată în funcție de a_{cr} ,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{T_{01}}{T_{02}} - \frac{k-1}{k+1} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 M_{cr_2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2} \quad (6.116)$$

În care legătura dintre M_{cr_2} și M_2 este dată de relația

$$M_2 = \frac{\frac{2}{k+1} M_{cr_2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2} \quad (6.117)$$

Introducînd pe (6.117) și (6.116) în (6.114) se obține ecuația de gradul doi căutată:

$$\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 \frac{M_{cr_2}^2}{1 - M_{cr_2}^2} - \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{T_{01}}{T_{02}} \frac{1}{1 + M_{cr_2}^2} = 0 \quad (6.118)$$

Soluția ecuației (6.118) este (6.119) în funcție de M_{cr_1} , sau (6.120) în funcție de M_{cr_2} :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + M_{cr_2}^2}{2M_{cr_2}^2} \left[1 - \sqrt{1 - 4 \frac{M_{cr_2}^2}{(1 + M_{cr_2}^2)^2} \frac{T_{01}}{T_{02}}} \right] \quad (6.119)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1 + M_{cr_1}^2}{2M_{cr_1}^2} \left[1 - \sqrt{1 - 4 \frac{M_{cr_1}^2}{(1 + M_{cr_1}^2)^2} \frac{T_{02}}{T_{01}}} \right] \quad (6.120)$$

Relația (6.119) este recomandată pentru curgerile la care în secțiunea finală 2 nu se tinge viteza sunetului (deci $M_{cr_2} < 1$), iar (6.120) pentru cele la care $M_{cr_2} = 1$. Nici una din aceste relații de mai sus nu se aplică pentru $M_{cr_2} > 1$, deoarece criza termică nu permite o astfel de curgere.

Pentru $M_{cr_2} = 1$ relația (6.119) capătă forma

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{w_1}{w_2} = 1 - \sqrt{1 - \frac{T_{01}}{T_{02}}} \quad (6.121)$$

în care $w_2 = a_{cr_2} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_{02}}$

Pentru $w_2 = a_{cr_2}$, viteza w_1 maximă pe care o poate avea gazul este dată de (6.122, a) sau (6.122, b)

$$w_{1\max} = a_{cr_2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{T_{01}}{T_{02}}} \right) \quad (6.122, a)$$

sau :

$$M_{cr_{1\max}} = \frac{a_{cr_2}}{a_{cr_1}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{T_{01}}{T_{02}}} \right) \quad (6.122, b)$$

Deoarece

$$\frac{a_{cr_2}}{a_{cr_1}} = \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}}$$

se obține:

$$M_{cr_{1\max}} = \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}} - \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}} - 1 \quad (6.123)$$

Valoarea lui $M_{cr_{1\max}}$ în funcție de creșterea temperaturii, (raportul temperaturilor T_{02}/T_{01}) pentru un gaz perfect ce curge printr-o conductă este dată în tabelul 6.1. Scăderea vitezei inițiale maxime odată cu creșterea fluxului termic, materializată prin creșterea raportului temperaturilor T_{02}/T_{01} , se explică prin micșorarea debitului maxim de gaz ce poate trece prin conductă. În cazul atingerii „crizei termice a curgerii”, w_2 devine egal cu a_{cr} , a cărei valoare crește direct proporțional cu temperatura T_{02} , iar densitatea scade invers proporțional cu $T^{1/2}$. Deci debitul maxim de gaz ce poate trece prin secțiunea 2 va fi

$$\dot{m} = \rho_2 w_2 A \approx \frac{p_2}{T_{02}} \sqrt{T_{02}} \approx \frac{p_2}{\sqrt{T_{02}}} \quad (6.124)$$

Problema curgerii gazelor perfecte prin conducte încălzite se întâlnește în camerele de ardere ale turbinelor cu gaze, unde intrarea aerului

Tabelul 6.1.

Valoarea $M_{1cr max}$ în funcție de T_{02}/T_{01}

| $\frac{T_{02}}{T_{01}}$ | $\sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}}$ | $\sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}} - 1$ | $M_{1cr max}$ |
|-------------------------|--------------------------------|------------------------------------|---------------|
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1,1 | 1,048 | 0,3167 | 0,732 |
| 1,2 | 1,095 | 0,447 | 0,648 |
| 1,3 | 1,140 | 0,547 | 0,593 |
| 1,4 | 1,183 | 0,632 | 0,551 |
| 1,5 | 1,224 | 0,707 | 0,517 |
| 1,75 | 1,322 | 0,866 | 0,456 |
| 2,0 | 1,414 | 1 | 0,414 |
| 2,25 | 1,500 | 1,118 | 0,382 |
| 2,5 | 1,581 | 1,224 | 0,357 |
| 2,75 | 1,658 | 1,322 | 0,336 |
| 3,0 | 1,732 | 1,414 | 0,318 |
| 3,5 | 1,870 | 1,581 | 0,289 |
| 4,0 | 2,000 | 1,732 | 0,268 |
| 4,5 | 2,121 | 1,870 | 0,251 |
| 5,0 | 2,236 | 2,000 | 0,236 |
| 5,5 | 2,345 | 2,121 | 0,224 |
| 6,0 | 2,449 | 2,236 | 0,213 |
| 7,0 | 2,645 | 2,449 | 0,196 |
| 8,0 | 2,828 | 2,645 | 0,183 |
| 9,0 | 3,000 | 2,828 | 0,172 |
| 10,0 | 3,162 | 3,000 | 0,162 |

are loc cu o presiune cunoscută p_1 . Încălzirea unui gaz ce curge printr-o conductă circulară poate avea loc fie de la pereții ei, situație ce se întâlnește în schimbătoarele de căldură folosite la încălzirea unui gaz, fie printr-un proces de ardere sau fisiune nucleară ce are loc în interiorul conductei prin care curge gazul. Pentru calculul termogazodinamic al acestora, este necesar să se cunoască pierderea de presiune cu care are loc curgerea. De obicei camerele de ardere ale turbinelor de gaze de mare putere sînt cilindrice (cu secțiune constantă) și ca urmare ecuația impulsului, aplicată secțiunii inițiale 1 și celei finale 2 este

$$\frac{p_1}{p_2} - 1 = \frac{\rho_2 w_2^2}{p_2} \left(1 - \frac{w_1}{w_2} \right) \quad (6.125)$$

Ținînd seama de expresia vitezei sunetului a_2 :

$$a_2^2 = k \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2}{\frac{2k}{k+1}} a_{cr2}^2$$

relația (6.125), care permite determinarea pierderilor de presiune, devine

$$\frac{p_1}{p_2} = 1 + \frac{\frac{2k}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2} \left(1 - \frac{w_1}{w_2} \right) \quad (6.126)$$

Căderea maximă de presiune în camera de ardere se va obține atunci când se atinge „criza termică a curgerii”, deci pentru $M_{cr_2} = 1$. În acest caz, pentru $M_{cr_2} = 1$ și ținând seamă de (6.121), relația (6.126) devine:

$$\frac{p_1}{p_2} \Big|_{\max} = 1 + k \sqrt{1 - \frac{T_{01}}{T_{02}}} \quad (6.127)$$

Pentru o încălzire foarte puternică ($T_{01}/T_{02} \rightarrow 0$) căderea de presiune capătă valoarea absolută maximă și este

$$\frac{p_1}{p_2} \Big|_{\max, abs} = k + 1 \quad (6.128)$$

Această cădere maximă absolută de presiune în camera de ardere corespunde unei valori a lui $p_2 = p_1/(k+1)$, când la ieșire se obține o viteză de curgere egală cu viteza sunetului. În cazul unei destinderi adiabate, viteza sunetului se obține dacă gazul prezintă o cădere de presiune de la p_1 la p_{2cr} . Prin analogie, în camera de ardere s-a atins viteza sunetului ca urmare a unui flux termic primit de gaz, el prezentînd o cădere de presiune de la p_1 la $p_2 = p_1/(k+1)$, care poartă denumirea de *presiune critică pe cale termică*, p_{crterm} și care, de exemplu pentru $k=1,4$ are valoarea

$$p_{2crterm} = \frac{p_1}{k+1} = 0,416 p_1 \quad [N/m^2]$$

Obținerea aceleiași viteze critice cu un ajutor geometric pe cale adiabată are loc pentru o destindere de la p_1 la p_{crgeom} , dată de relația cunoscută

$$p_{2crgeom} = \frac{p_1}{\left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{k}{k-1}}} \quad [N/m^2]$$

care pentru $k=1,4$ devine

$$p_{2crgeom} = 0,529 p_1 \quad [N/m^2]$$

Deci „presiunea critică termică” este diferită de „presiunea critică geometrică”.

Căderea de presiune totală $\sigma = p_{02}/p_{01}$ între secțiunea 1 și 2, în funcție de M_{cr1} și M_{cr2} , se obține după cum urmează :

$$\frac{p_1}{p_{01}} = \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{p_2}{p_{02}} = \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

Ca urmare :

$$\frac{p_1}{p_{01}} \frac{p_{02}}{p_2} = \frac{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}}$$

Deci :

$$\sigma = \frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}} \quad (6.129)$$

Căderea de presiune totală maximă σ_{cr} se obține atunci când în secțiunea 2 apare „criza termică de curgere” deci când $M_{cr2} = 1$. Pentru determinarea ei se face apel la relațiile (6.123) și (6.127) care introduse în relația (6.129) duc la expresia (6.130) care exprimă pe σ_{cr} (pentru $M_{cr2} = 1$) în funcție de raportul temperaturilor frânate la intrare și ieșire

$$\sigma_{cr} = \frac{\left[1 - (k-1) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{T_{01}}{T_{02}}} \right) \frac{T_{02}}{T_{01}} \right]^{\frac{k}{k-1}}}{1 + k \sqrt{1 - \frac{T_{01}}{T_{02}}}} \quad (6.130)$$

În figura 6.9 se reprezintă pe o diagramă valorile lui σ_{cr} calculate cu relația (6.130) în funcție de gradul de încălzire al gazului (T_{02}/T_{01}). După cum se vede, valorile lui σ_{cr} variază între 1 pentru curgerea fără încălzire ($T_{02} = T_{01}$) și 0,79 pentru $T_{02}/T_{01} \rightarrow \infty$. Pentru cazurile uzuale întâlnite în mașinile și utilajele termice, T_{02}/T_{01} variază între 3,5 și 8, care pentru $T_{01} = 273 \text{ K}$ rezultă pentru T_{02} valori cuprinse între 650°C și 1900°C . Așadar presiunea frînată la capătul unei conducte prin care curge un gaz fără frecare, dar încălzit, nu va fi niciodată mai mare decât presiunea frînată inițială.

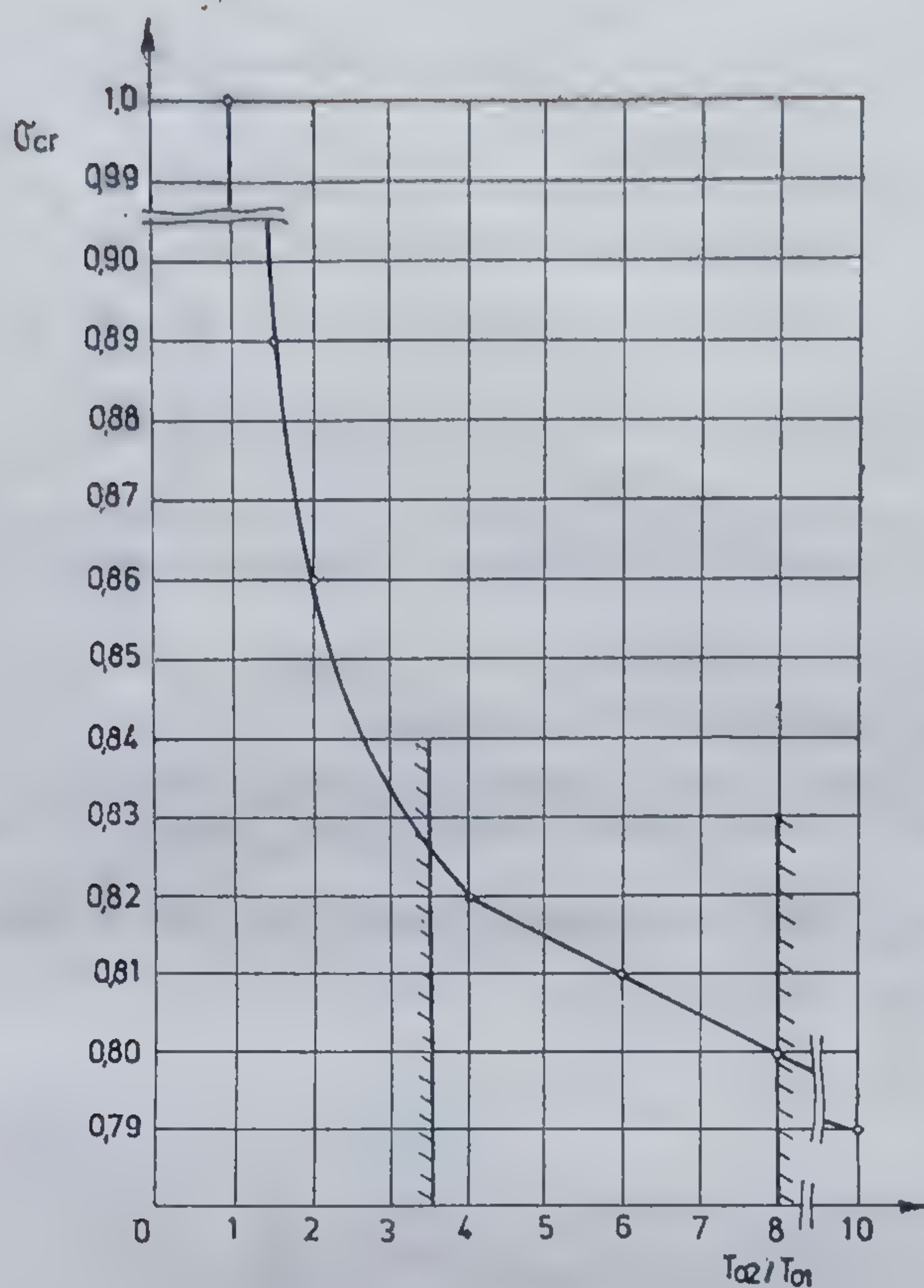


Fig. 6.9. Căderea de presiune $\sigma_{cr} = f(T_{02}/T_{01})$.

6.5. CURGEREA FĂRĂ FRECARĂ A GAZELOR PERFECTE PRIN CANALE SAU CONDUCTE SCURTE, CU SCHIMB DE ENERGIE SAU MASĂ CU EXTERIORUL. AJUTAJUL TERMIC, DE DEBIT ȘI MECANIC.

Curgerea fără frecare a gazelor prin canale, cu schimb de căldură, de lucru mecanic sau de masă, cu exteriorul este similară ca efect cu curgerea prin ajutaje geometrice (curgerea adiabată fără frecare).

Ca urmare a aportului sau cedării de căldură între gaz și peretele canalului, a schimbului energetic gaz — mediu exterior, sub formă de lucru mecanic, sau a variației debitului de gaz apar accelerări sau decelerări ale curgerii.

Ca urmare, aceste conducte, în care curentul de gaz se accelerează ca urmare a unui schimb energetic cu mediul exterior, poartă tot denumirea de *ajutaje*, cu specificarea formei de energie ce se transformă în energie cinetică, deosebindu-se astfel

— *ajutaje termice*, în care accelerarea curentului de gaz se face pe baza căldurii schimbate cu mediul exterior prin intermediul pereților canalului;

— *ajutaje mecanice*, în care accelerarea curentului de gaz se face pe seama unui lucru mecanic schimbat de el cu mediul exterior;

— *ajutaje de debit*, în care accelerarea curentului de gaz se datorește masei variabile de gaz ce trece prin secțiunea canalului în unitatea de timp.

Pentru a studia procesele ce au loc în aceste conducte, se pleacă de la ecuația de continuitate, ce trebuie să fie respectată de orice canal. Deci :

$$\dot{m} = \rho w A \quad [\text{kg/s}]$$

sau sub formă diferențială $d\dot{m} = d(\rho w A)$

$$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dw}{w} \quad (6.131)$$

Pentru un gaz perfect ce satisface ecuația $p = \rho R T$ se obține

$$dp = R(\rho dT + T d\rho); \quad \frac{dp}{\rho} = R \left(dT + T \frac{d\rho}{\rho} \right)$$

$$\text{sau} \quad \frac{dp}{\rho} = R dT + R T \left(\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} - \frac{dA}{A} - \frac{dw}{w} \right) \quad (6.132)$$

Din ecuația conservării energiei se obține

$$\frac{dp}{\rho} = -w dw - \frac{dL}{\dot{m}} - \frac{dL_{fr}}{\dot{m}} \quad (6.133)$$

în care $dL/\dot{m} = dl$ este lucrul mecanic specific; $dL_{fr}/\dot{m} = dl_{fr}$ cel de frecare; \dot{m} — debitul de gaz. Din (6.132) și (6.133) se obține

$$R dT + \frac{a^2}{k} \left(\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} - \frac{dA}{A} \right) + \left(w^2 - \frac{a^2}{k} \right) \frac{dw}{w} + dl + dl_{fr} = 0 \quad (6.134)$$

Din ecuația conservării entalpiei se obține pentru $dl_{fr} = 0$

$$\frac{dQ}{\dot{m}} = dh + d \left(\frac{w^2}{2} \right) + dl$$

$$\text{sau} \quad \frac{dQ}{\dot{m}} = \frac{k}{k-1} R dT + w dw + dl \quad (6.135)$$

în care dQ este căldura schimbată de gaz cu pereții canalului în timpul curgerii; $a^2 = \gamma R T$; $dh = R dT k/(k-1)$.

Introducînd (6.135) în (6.134) se obține relația (6.136) care exprimă variația vitezei de curgere a gazului în funcție de variația secțiunii canalului, variația debitului de gaz, lucrul mecanic de frecare și lucrul mecanic exterior primit sau cedat de gaz în timpul curgerii :

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{dA}{A} - \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} - \frac{dl}{a^2} - \frac{k-1}{a^2} \frac{dQ}{\dot{m}} - \frac{k}{a^2} dl_{fr} \quad (6.136)$$

Ecuația (6.136) pune în evidență influențele diametral opuse a diferiților termeni asupra parametrilor curentului. Parametrii caracteristici accelerării sau decelerării curentului sînt : secțiunea A a canalului ; debitul \dot{m} ; lucrul mecanic exterior și de frecare ; căldura schimbată de gaz cu pereții canalului.

În cazul cînd curgerea în secțiunea inițială a canalului este subsonică, accelerarea este posibilă dacă se îndeplinește una din condițiile : secțiunea de curgere se micșorează ; debitul de gaz crește ; gazul în timpul curgerii primește lucru mecanic exterior ; gazul se încălzește în timpul curgerii. Deci accelerarea curgerii subsonice este posibilă dacă

$$\frac{dA}{A} < 0 ; \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} > 0 ; |dl| > 0 ; \left| \frac{dQ}{\dot{m}} \right| > 0$$

Bineînțeles că decelerarea curentului subsonic de gaz va avea loc dacă : crește secțiunea ; se micșorează debitul ; se cedează lucru mecanic în exterior ; are loc o răcire a gazului ; deci :

$$\frac{dA}{A} > 0 ; \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} < 0 ; |dl| < 0 ; \left| \frac{dQ}{\dot{m}} \right| < 0$$

Considerînd un canal cu secțiune constantă ($dA/A = 0$), o curgere inițială subsonică poate fi accelerată pe seama lucrului mecanic de frecare sau a căldurii primită de la pereții lui numai pînă la viteza sonică (pînă la apariția „crizei mecanice” sau „termice” a curgerii).

Dacă în secțiunea inițială a canalului de secțiune constantă, viteza este supersonică ($M_1 > 1$), accelerarea curentului de gaz se poate face dacă :

$$\frac{dA}{A} > 0 ; \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} < 0 ; |dl| > 0 ; \frac{dQ}{\dot{m}} < 0$$

Ajutajul geometric. Ajutajul geometric supersonic realizează accelerarea curentului de gaz de la o viteză inițială subsonică la una finală supersonică numai prin modificarea secțiunii canalului, ($dA/A \neq 0$), dacă curgerea are loc : fără frecare $l_{fr}=0$; fără schimb de căldură gaz-perete $dQ/\dot{m} = 0$; fără variație de debit $d\dot{m}/\dot{m} = 0$; lucrul mecanic exte-

rior egal cu zero, $dl = 0$. În aceste condiții relația (6.136) capătă forma simplificată aplicabilă ajutorului geometric :

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{dA}{A} \left| \frac{dm}{m} = 0; \frac{dQ}{m} = 0; dl = 0; dl_{fr} = 0 \right. \quad (6.137)$$

Ca urmare, se constată că trecerea de la regimul subsonic la regimul supersonic poate fi obținută prin patru metode și anume :

1. Metoda geometrică (ajutaj geometric), care permite destinderea gazului datorită variației secțiunii de curgere a canalului.

2. Metoda debitului (ajutaj de debit), care accelerează sau decelerează un gaz ce curge printr-un canal de secțiune constantă ca urmare numai a variației debitului masic de gaz.

3. Metoda termică (ajutaj termic), care accelerează sau decelerează un curent de gaz ce curge printr-o conductă de secțiune constantă ca urmare numai a fluxului termic primit sau cedat de gaz în timpul curgerii.

4. Metoda energetică (ajutaj mecanic), la care regimul transsonic se realizează numai pe baza lucrului mecanic exterior primit sau cedat de gaz în timpul curgerii printr-un canal de secțiune constantă.

Există și metoda secundară pentru realizarea regimului de curgere transonică :

5. Metoda lucrului mecanic al frecării (ajutaj cu frecare) care însă necesită un ajutor foarte lung, la care însă se poate realiza sub influența frecării numai trecerea de la curgerea supersonică la cea sonică sau de la cea subsonică la cea sonică.

Ajutajul de debit. Se consideră un ajutor de debit la care se realizează trecerea prin viteza sunetului numai pe seama variației debitului. Pentru acest ajutor $dm/m \neq 0$; secțiunea canalului este constantă $dA/A = 0$; fără schimb de căldură gaz-perete $dQ/m = 0$; fără schimb de lucru mecanic exterior $dl = 0$; fără frecare. Ecuația ajutorului de debit este (6.138) obținută din (6.136) pentru condițiile de mai sus :

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = - \frac{dm}{m} \left| \frac{dA}{A} = 0; dl = 0; \frac{dQ}{m} = 0; dl_{fr} = 0 \right. \quad (6.138)$$

Deci accelerarea curentului de gaz necesită, conform ecuației (6.138), o creștere a masei de gaz în porțiunea de conductă unde curgerea este subsonică și o micșorare a ei în porțiunea unde curgerea este supersonică.

În secțiunea critică unde $M = 1$, debitul masic de gaz trebuie să treacă printr-o valoare maximă.

Pentru ca această situație să aibă loc este necesar ca liniile de curent să se îngusteze pe porțiunea unde viteza este subsonică și să se evazeze în cea supersonică, realizându-se astfel un profil al secțiunii reale de curgere similar cu al ajutorului geometric.

Cum însă secțiunea canalului este constantă, mărirea și micșorarea secțiunii reale de curgere s-ar putea realiza numai printr-o recirculație a unei mase de gaz din zona supersonică în cea subsonică. Situația se

prezintă pe figura 6.10 pe care sînt trasate liniile de debit constant ; după cum se vede, în interiorul canalului, ca urmare a debitului recirculat, se realizează un profil de curgere convergent-divergent.

Ajutajul mecanic. Ajutajul mecanic reprezintă o metodă posibilă de realizare a unei curgeri transonice, obținîndu-se trecerea de la viteza

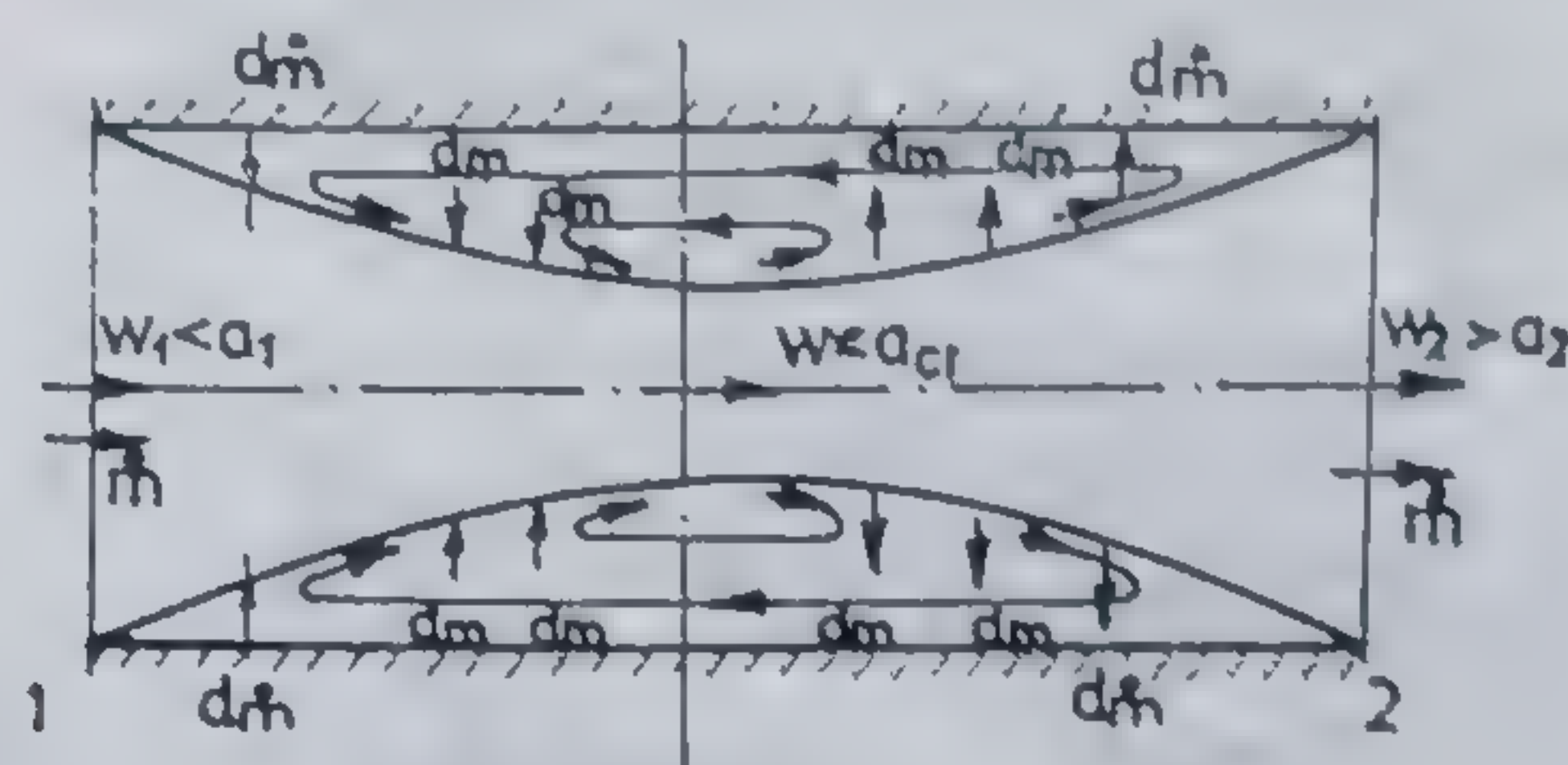


Fig. 6.10. Ajutaj de debit.

subsonică la supersonică pe seama unui lucru mecanic furnizat din exterior de o turbosuflantă. Ecuația acestui ajutaj la care $dA/A = 0$, $dm/\dot{m} = 0$, $dQ = 0$ și dl_{fr} se obține tot din (6.136) și este :

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = - \frac{dl}{a^2} \left| \frac{dA}{A} = 0; dl_{fr} = 0; \frac{dQ}{\dot{m}} = 0; \frac{dm}{\dot{m}} = 0 \right. \quad (6.139)$$

în care dl este lucrul mecanic al unei turbomașini.

Analizînd posibilitățile de realizare a accelerării unui gaz pe cale mecanică, din relația (6.139) se constată următoarele : trecerea gazului cu regim inițial de curgere subsonic printr-o turbină ($dl > 0$) are ca urmare o accelerare a lui ; dacă regimul inițial de curgere este supersonic și gazul trece printr-o turbină ($dl > 0$) se decelerează ; dacă în regim de curgere inițial supersonic el trece printr-un turbocompresor ($dl < 0$) se accelerează.

Ca urmare pentru ca o curgere ce inițial este subsonică să devină supersonică, este necesar ca întâi gazul să treacă prin canalele de palete ale unui turbomașini unde se va accelera, căpătînd maximum viteza sonică iar după atingerea acestei viteze să treacă prin canalele de palete ale unei turbocompresor, unde viteza va crește în continuare devenind supersonică.

Schema unui astfel de ajutaj este prezentată în figura 6.11. Particularitatea ajutajului mecanic constă în faptul că în secțiunea unde viteza de curgere este egală cu viteza sunetului, ($M = 1$), lucrul mecanic exterior necesar este egal cu zero ($dl = 0$).

Ecuația entalpiei scrisă pentru secțiunea de intrare (1) și ieșire (2) are forma

$$h_{01} = h_{02} - \frac{I_{lm}}{\dot{m}} \quad [\text{kJ/kg}]$$

În care L_m este lucrul mecanic dat sau luat de la gaz. În zona curgerii subsonice, lucrul mecanic exterior trebuind să fie pozitiv ($L > 0$) înseamnă că în secțiunea critică $h_{0cr} < h_{01}$, deci gazul se va răci. În zona curgerii supersonice unde $L < 0$ se obține la ieșire $h_{02} < h_{0cr}$. Deci în secțiu-

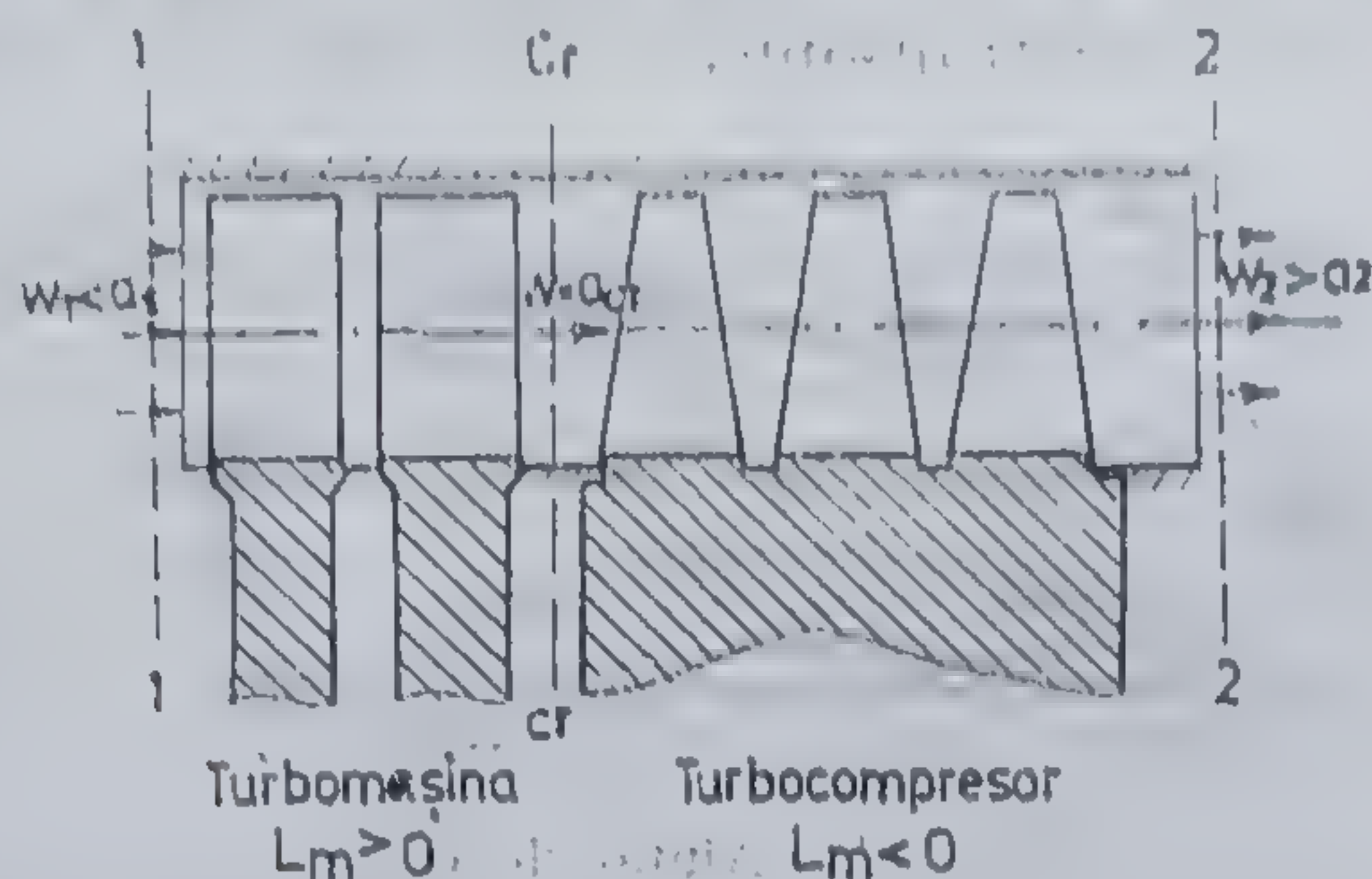


Fig. 6.11. Ajutaj mecanic.

nea unde curgerea are loc cu $M = 1$, entalpia avînd o valoare minimă atît temperatura cît și presiunea vor avea și ele valoarea minimă. Deci

$$T_{01} < T_{cr}; \quad T_{02} < T_{cr}$$

și cum pentru o transformare adiabată ($dQ = 0$), există legătura :

$$\frac{p_{0cr}}{p_{01}} = \left[\frac{T_{cr}}{T_{01}} \right]^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{\rho_{cr}}{\rho_{01}} = \left[\frac{T_{cr}}{T_{01}} \right]^{\frac{1}{k-1}}$$

înseamnă că p_{cr} și ρ_{cr} reprezintă valorile minime ale presiunii frînate și densității gazului.

Variația mărimilor caracteristice momentane ale gazului într-un ajutaj mecanic se obține dacă se face apel la ecuația de continuitate scrisă pentru regimul permanent și un canal de secțiune constantă prin care el curge și anume:

$$\rho_1 w_1 = \rho_2 w_2; \quad \frac{M_2}{M_1} = \frac{w_2}{w_1} \frac{a_1}{a_2} = \frac{\rho_1 a_1}{\rho_2 a_2}$$

Procesul de curgere avînd loc adiabat ($dQ = 0$), se obține

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \left[\frac{p_1}{p_2} \right]^{\frac{1}{k}} = \left[\frac{T_1}{T_2} \right]^{\frac{1}{k-1}}; \quad \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Ca urmare, pentru două secțiuni oarecare 1 și 2 se obține

$$\frac{T_1}{T_2} = \left[\frac{M_2}{M_1} \right]^{\frac{2(k-1)}{k+1}}; \quad \frac{p_1}{p_2} = \left[\frac{M_1}{M_2} \right]^{\frac{2k}{k+1}}; \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \left[\frac{M_1}{M_2} \right]^{\frac{2}{k+1}} \quad (6.140)$$

După cum se vede din relația (6.140), creșterea continuă a criteriului Mach al curgerii într-un ajutoraj mecanic duce la descreșterea continuă a presiunii și temperaturii momentane, precum și a densității gazului.

Ca exemplu, în figura 6.12 se prezintă variația presiunii, densității și temperaturii momentane și frânate a gazului perfect în funcție de cri-

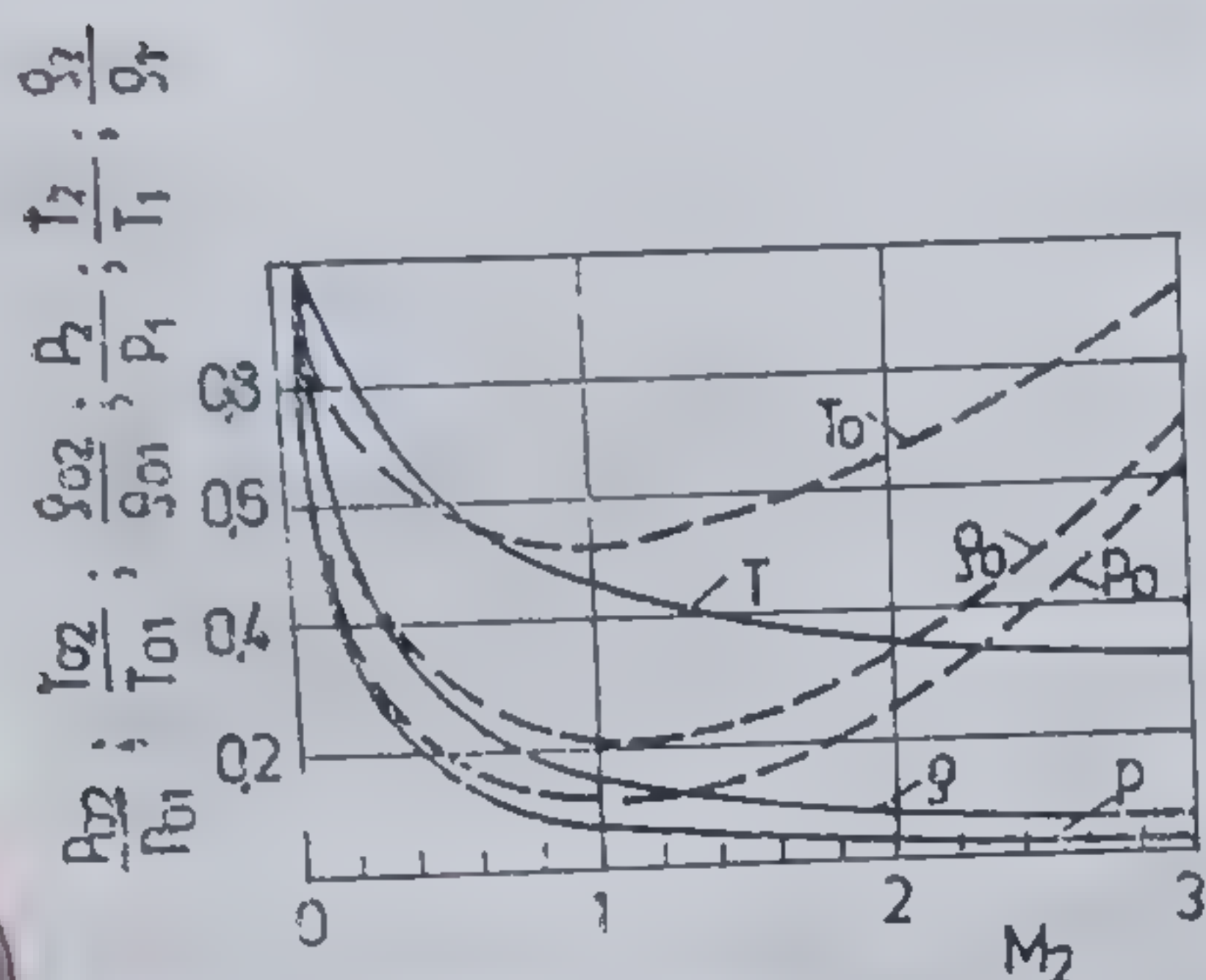


Fig. 6.12: Variația presiunii, densității și temperaturii momentane pentru $k = 1,4$, într-un ajutoraj mecanic.

terul Mach (M_2) la ieșire pentru $M_1 = 0,1$ în secțiunea de intrare. După cum se vede, viteza de ieșire w_2 nu este limitată decât de presiunea p_2 , care pentru valoarea minimă absolută $p_2 = 0$ corespunde lui $M_2 \rightarrow \infty$.

Ajutorajul termic. Acest ajutoraj realizează accelerarea unui curent de gaz pe baza schimbului de căldură cu pereții, curgerea avînd loc fără frecare, printr-o conductă de secțiune constantă fără schimb de lucru mecanic cu exteriorul. Ecuația de bază a ajutorajului termic este:

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{k - 1}{a^2} \frac{dQ}{m} \quad \left| \frac{dA}{A} = 0; \frac{dl}{l} = 0; \frac{dm}{m} = 0; \frac{dl}{l} = 0 \right| \quad (6.141)$$

Accelerarea gazului în porțiunea de conductă unde curgerea este subsonică se face cu aport de căldură din exterior ($dQ > 0$), iar în porțiunea unde curgerea este supersonică cu cedare de căldură ($dQ < 0$).

Deci pentru realizarea unui ajutoraj termic supersonic realizat într-o conductă de secțiune constantă, gazul intrînd cu $M_1 \ll 1$, va trebui ca pînă la atingerea vitezei sunetului el să fie încălzit iar apoi, după ce s-a ajuns la $M = 1$, pentru a se obține $M_2 > 1$, să fie răcit. În secțiunea critică schimbul de căldură este nul ($dQ = 0$).

Spre deosebire de ajutorajul mecanic, la cel termic entalpia frînată a gazului în secțiunea sonoră are o valoare maximă. Din paragraful 6.4, în care sînt discutate fenomenele ce au loc într-o conductă încălzită se constată: creșterea presiunii frîcate în curentul de gaz ce primește căldura și invers; variația densității proporțional cu variația presiunii frîcate; variația invers proporțională cu densitatea a temperaturii frîcate.

Curgerea gazului prin ajutorajul geometric, ajutorajul de debit sau ajutorajul mecanic s-a presupus mai sus că are loc izentrop, procesul fiind adiabatic, iar lucrul mecanic de frecare a fost neglijat. În cazul ajutorajului termic, procesul nu mai poate fi considerat izentrop, deoarece, existînd un

schimb de căldură, el are loc cu variația de entropie. Ecuația de continuitate aplicată ajutorului termic este

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \frac{dw}{w} \quad \left| \frac{dA}{A} = 0; \frac{dm}{m} = 0; dl = 0; dl_{fr} = 0 \right. \quad (6.142)$$

care, pentru condițiile particulare impuse, devine

$$\frac{dp}{d\rho} = w^2 \quad [m^2/s^2] \quad (6.143)$$

Deci procesul ce are loc în ajutorul termic este politrop și ca urmare ecuația transformării termodinamice este $p/\rho^n = \text{const.}$, în care n este exponentul politrop. În consecință

$$\frac{dp}{d\rho} = n \frac{p}{\rho} = n \frac{a^2}{k} \quad [m^2/s^2] \quad (6.144)$$

Din egalarea relațiilor (6.143) cu (6.144) se obține valoarea exponentului politropic al procesului ce are loc în ajutorul termic

$$n = kM^2 \quad (6.145)$$

În secțiunea unde curgerea are loc cu $M = 1/\sqrt{k}$, valoarea lui $n = 1$, deci procesul este izoterm. Pentru gazul perfect, această situație are loc la $M = 0,845$ și ca urmare în această secțiune temperatura trece printr-un maximum. În secțiunea critică ($M = 1$), exponentul n devine egal cu k , deci procesul este adiabat și ca urmare $dQ = 0$. De la secțiunea izotermă unde $n = 1$, pînă la cea adiabată unde $n = k$ (critică), are loc scăderea temperaturii gazului ($dT < 0$), ceea ce înseamnă că gradientul de creștere a energiei cinetice pe această porțiune a ajutorului este mai mare decît cel al aportului de căldură.

Variația parametrilor gazului în lungul ajutorului termic se determină plecînd de la ecuația cantității de mișcare scrisă pentru secțiunile 1 unde $M_1 < 1$ și 2 unde $M_2 > 1$.

$$p_1 + \rho_1 w_1^2 = p_2 + \rho_2 w_2^2 \quad (6.146)$$

Deoarece $p_1(1 + kM_1^2) = p_2(1 + kM_2^2)$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2} \quad (6.147)$$

Pentru o secțiune curentă x presiunea momentană p_x va avea valoarea

$$\frac{p_x}{p_1} = \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_x^2},$$

iar în secțiunea unde curgerea are loc cu viteza critică ($M_x = 1$)

$$\frac{p_{or}}{p_1} = \frac{1 + kM_1^2}{k + 1}$$

De asemenea

$$\frac{M_2^2}{M_1^2} = \frac{w_2^2}{w_1^2} \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{w_2^2}{T_2} \frac{T_1}{w_1^2}.$$

Din ecuația de stare și din cea de continuitate

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} \frac{\rho_2}{\rho_1}; \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{w_1}{w_2} \quad \left| \frac{dA}{A} = 0 \right.$$

se obține

$$\frac{M_1^2}{M_2^2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{p_1}{p_2}$$

Ca urmare, raportul densităților gazului în cele două secțiuni, va fi

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_2^2}{M_1^2} \frac{p_1}{p_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

Ținând seama de relația (6.147), se ajunge la expresia

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_2^2}{M_1^2} \frac{1 + k M_2^2}{1 + k M_1^2} = \frac{w_1}{w_2} \quad (6.148)$$

Deci densitatea gazului în ajutorul termic scade cu creșterea criteriului Mach.

Variația temperaturii momentane în ajutoraj se obține din ecuația de stare și din relația (6.148):

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{M_2^2}{M_1^2} \left[\frac{1 + k \cdot M_1^2}{1 + k \cdot M_2^2} \right]^2 \quad (6.149)$$

Pentru o secțiune oarecare x , parametrii gazului vor avea valorile

$$\frac{\rho_x}{\rho_1} = \frac{w_1}{w_x} = \frac{M_1^2}{M_x^2} \frac{1 + k \cdot M_x^2}{1 + k \cdot M_1^2}$$

$$\frac{T_x}{T_1} = \frac{M_x^2}{M_1^2} \left[\frac{1 + k \cdot M_1^2}{1 + k \cdot M_x^2} \right]^2$$

Curba de variație a temperaturii prezintă un maxim în secțiunea unde $M_x = 1/\sqrt{k}$.

Valorile temperaturii frânate, presiunii frânate și densității gazului se obțin din ecuațiile cunoscute și anume:

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = \frac{T_2}{T_1} \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2} = \frac{M_{cr1}^2}{M_{cr2}^2} \left[\frac{1 + M_{cr1}^2}{1 + M_{cr2}^2} \right]^2$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \frac{1 + M_{cr1}^2}{1 + M_{cr2}^2} \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2} \right]^{\frac{1}{k-1}}$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{M_{cr1}^2}{M_{cr2}^2} \frac{1 + M_{cr2}^2}{1 + M_{cr1}^2} \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2} \right]^{\frac{1}{k-1}}; \quad M_{cr}^2 = \frac{\frac{k+1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}$$

Pentru gazul perfect ($k = 1,4$) relațiile parametrilor frânați de mai sus capătă formele

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = \frac{T_2}{T_1} \frac{1 - 0,166 \cdot M_{cr1}^2}{1 - 0,166 \cdot M_{cr2}^2}; \quad \frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \left[\frac{1 - 0,166 \cdot M_{cr1}^2}{1 - 0,166 \cdot M_{cr2}^2} \right]^{3,5}$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{M_{cr1}^2}{M_{cr2}^2} \frac{1 + M_{cr2}^2}{1 + M_{cr1}^2} \left[\frac{1 - 0,166 \cdot M_{cr1}^2}{1 - 0,166 \cdot M_{cr2}^2} \right]^{2,5}; \quad M_{cr}^2 = \frac{0,7 \cdot M^2}{1 + 0,2 \cdot M^2}$$

În figurile 6.13 și 6.14 sînt prezentate două diagrame de calcul a presiunii și temperaturii frîmate și momentane într-un ajutoraj termic, în funcție de M_2 pentru un gaz perfect cu $k = 1,4$ și cu $M_1 = 0,1$.

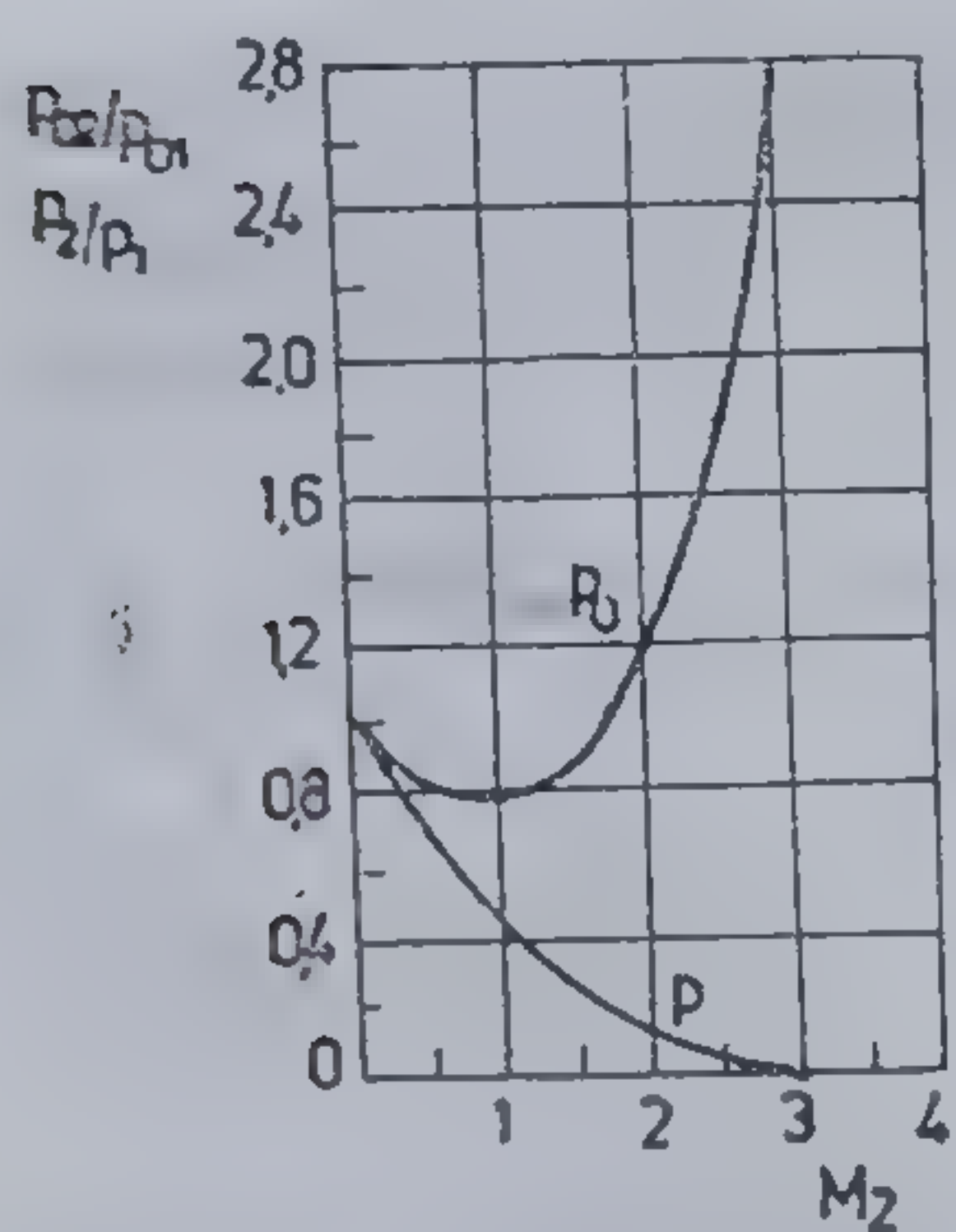


Fig. 6.13. Variația presiunii, pentru $k = 1,4$, într-un ajutoraj termic.

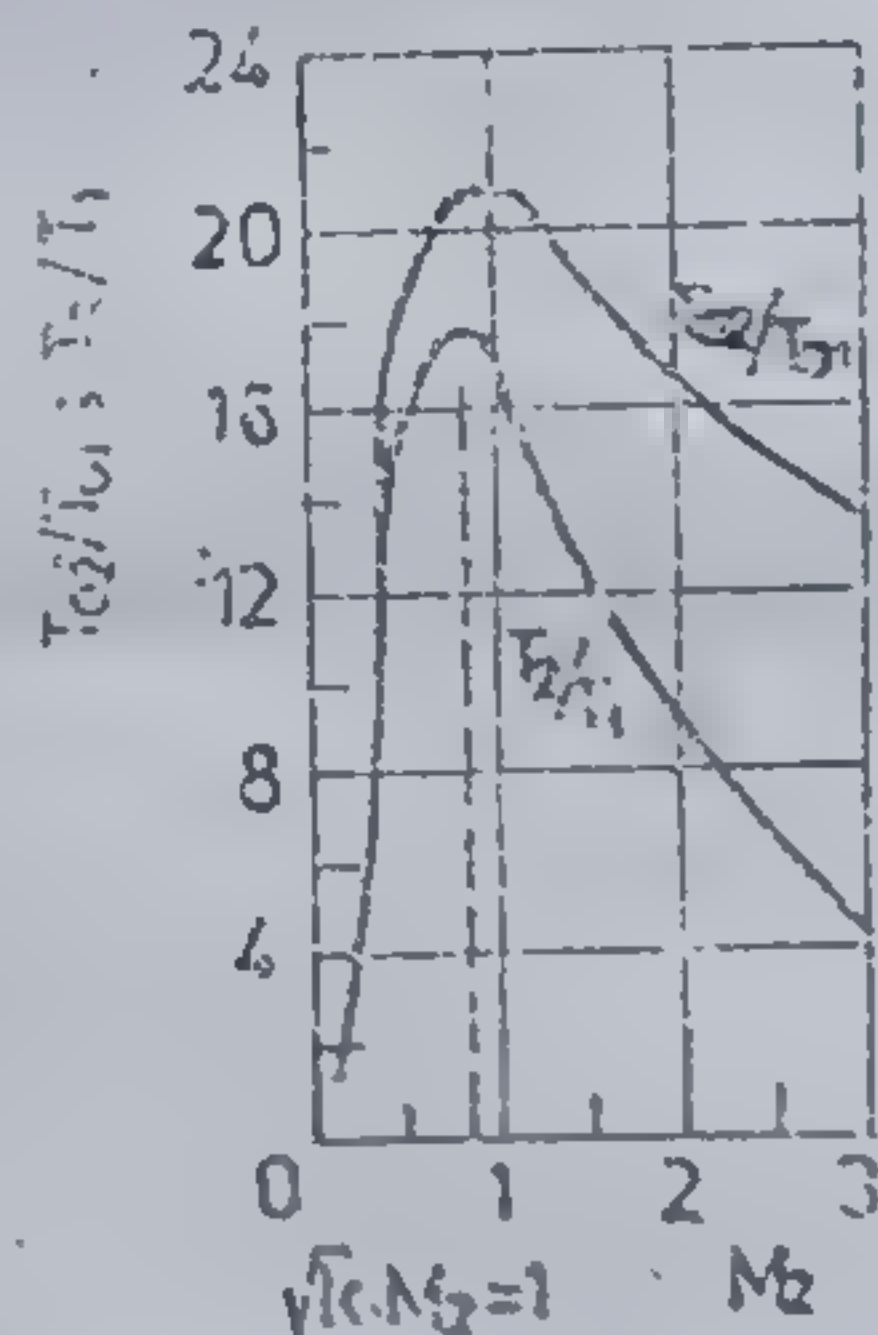


Fig. 6.14. Variația temperaturii, pentru $k = 1,4$, într-un ajutoraj termic.

Cantitatea de căldură ce trebuie să fie transmisă gazului într-un ajutoraj termic pentru a fi accelerat de la M_{cr1} la $M_{cr2} \leq 1$, considerînd valoarea medie a căldurii specifice, este

$$Q = \dot{m}(h_{02} - h_{01}) = c_p(T_{02} - T_{01})\dot{m} \quad [J] \quad (6.150)$$

Notînd cu q raportul

$$q = \frac{Q}{c_p T_{01} \dot{m}} = \frac{\dot{m}(h_{02} - h_{01})}{\dot{m} h_{01}} = \frac{T_{02} - T_{01}}{T_{01}} = \frac{T_{02}}{T_{01}} - 1$$

Ca urmare, căldura ce trebuie dată debitului \dot{m} de gaz pentru a se accelera de la M_{cr_1} la $M_{cr_2} \leq 1$ va fi:

$$Q = q c_p T_{01} \dot{m} = q \dot{m} h_{01} \text{ [J]}$$

Ținînd seama de relația $T_{02}/T_{01} = f(M_{cr})$ se obține:

$$q = \frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 = \frac{(M_{cr_2}^2 - M_{cr_1}^2)(1 - M_{cr_1}^2 \cdot M_{cr_2}^2)}{M_{cr_1}^2(1 + M_{cr_2}^2)} \quad (6.151)$$

Valoarea maximă a lui q este atunci cînd $M_{cr_2} = 1$ și are expresia

$$q_{\max} = \left[\frac{1 - M_{cr_1}^2}{2M_{cr_1}} \right]_{M_{cr_2}=1}^2 \quad (6.152)$$

Cantitatea de căldură necesară pentru a se obține într-un ajutoraj termic o viteză egală cu viteza critică scade odată cu creșterea vitezei gazului la intrare (M_1). În figura 6.15 se prezintă dependența lui q_{\max} de M_{cr_1} . După cum se vede, cu cît M_{cr_1} are valori mai mici cu atît q_{\max} este mai mare. Viteza maximă de ieșire a gazului dintr-un ajutoraj termic depinde de criteriul Mach (M_1) în secțiunea inițială și din (6.148) pentru $M_2 = \infty$ se obține:

$$\frac{w_{\max}}{w_1} = 1 + \frac{1}{kM_1^2} \quad (6.153)$$

Pe lîngă cele patru metode de obținere a unei viteze supersonice și anume cu un ajutoraj geometric, de debit, mecanic sau termic, se pot utiliza și metode combinate. De exemplu, o metodă combinată simplă este aceea de a utiliza pentru obținerea vitezei sonice un ajutoraj mecanic sau termic, iar obținerea în continuare a vitezei supersonice să se facă cu partea divergentă corespunzătoare ajutorajului geometric. Realizabil relativ ușor, acest ajutoraj combinat (fig. 6.16) poartă denumirea de *ajutoraj termic-geometric* sau *semi-termic*.

În acest ajutoraj semi-termic, secțiunea 1—2 este un ajutoraj termic unde curentul de gaz, care are la intrare viteza subsonică ($M_{cr_1} < 1$), este accelerat termic pînă la criza termică a curgerii ($M_{cr_2} = 1$), într-o conductă de secțiune constantă. În continuare, accelerarea curentului pînă la $M_{cr_3} > 1$ se face cu ajutorul părții divergente a unui ajutoraj geometric. Calculul unui astfel de ajutoraj se face pentru porțiunea subsonică după legile ajutorajului termic, iar calculul părții divergente se face după criteriile ajutorajului geometric. Comparînd ajutorajul semi-termic cu cel geometric pentru aceeași valoare a entalpiei finale h_{03} se constată că entalpia h_{03} (în secțiunea critică) trebuie să aibă aceeași valoare pentru ambele ajutoare deci $(h_{02} - h_{03})_{\text{geometric}} = (h_{02} - h_{03})_{\text{semi-termic}}$. În ajutorajul semi-termic, gazul se încălzește pînă la h_{02} de la pereți sau de la o sursă de căldură internă, deci el poate intra ca orice entalpie $h'_{01} \leq h_{02}$, diferența $h'_{01} - h_{02}$ urmînd a fi primită de gaz în timpul parcurgerii distanței 1—2. Viteza de curgere a gazului în secțiunea critică are aceeași valoare atît la ajutorajul geometric cît și la cel semi-termic, dar variația vitezei în porțiunea subsonică este diferită, avînd în vedere că ea variază după alte legi la ajuto-

jul semi-termic unde gazul primește căldură în timpul accelerării, față de cel geometric în care accelerarea are loc adiabatic.

Se consideră pentru exemplificare un ajutoraj semi-termic cu $M_{cr1} = 0,2$ ce destinde gazul de la p_{01} la p_3 (figura 6.16). Cantitatea de căldură

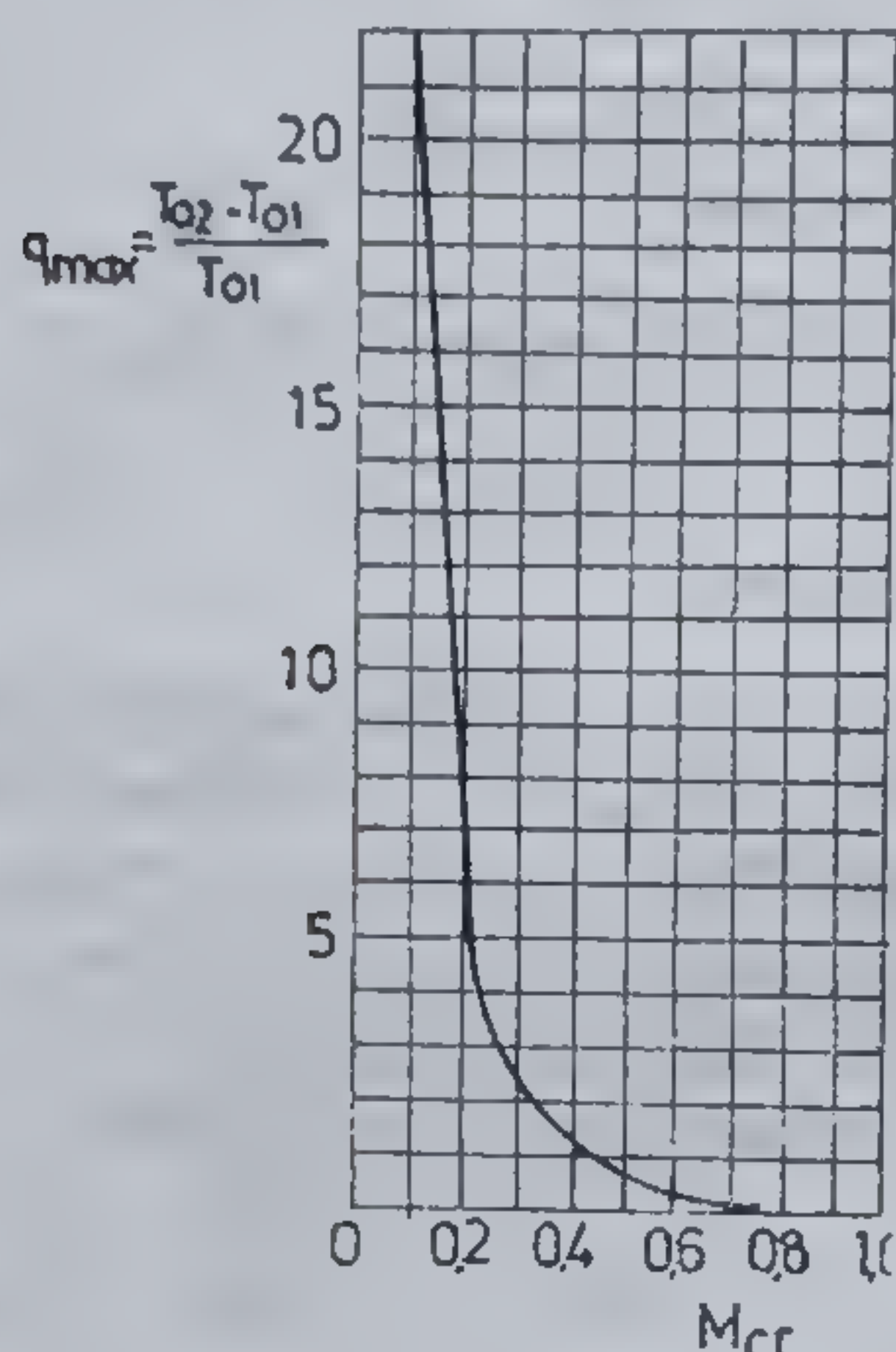


Fig. 6.15. Căldura primită de un gaz perfect într-un ajutoraj termic.

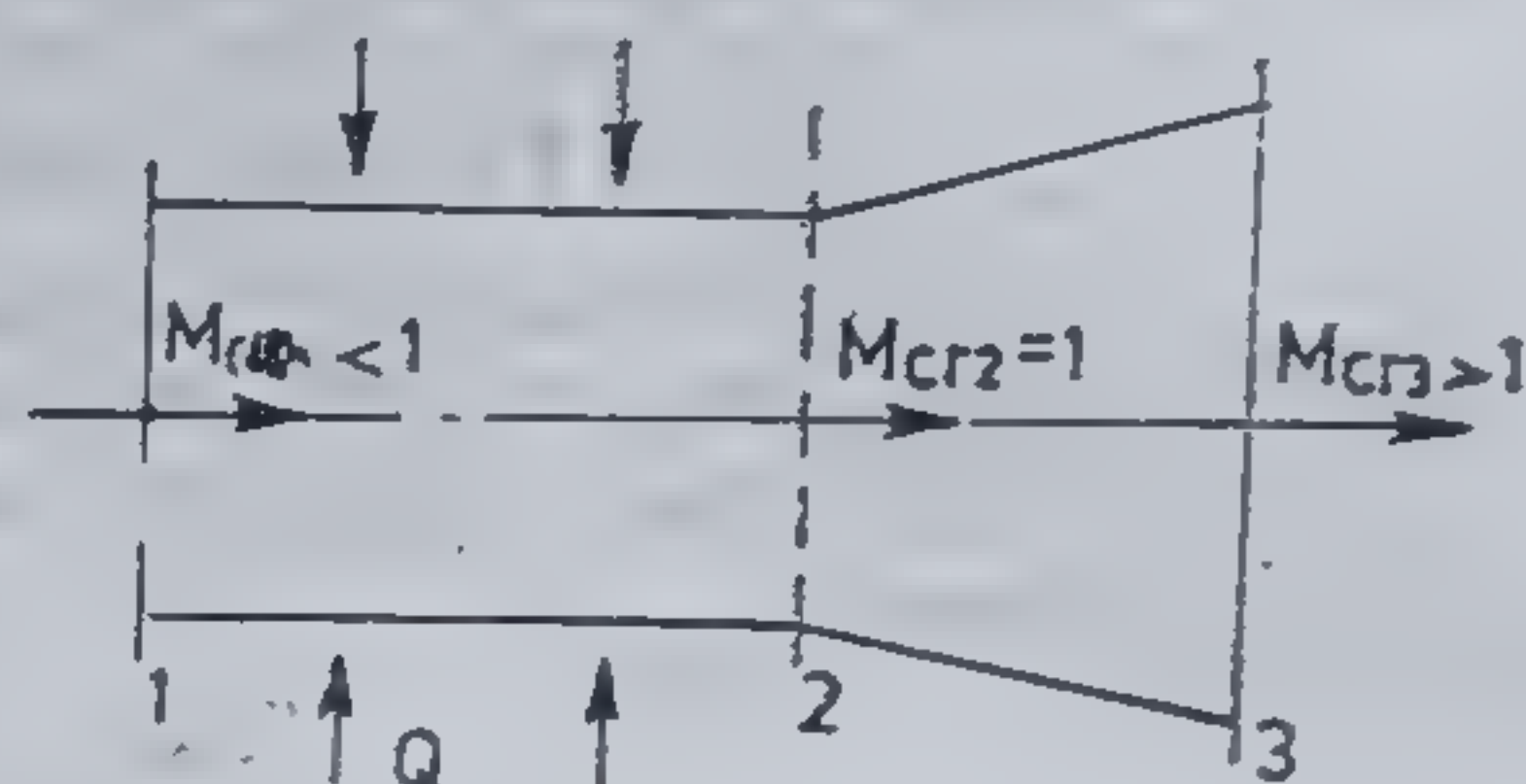


Fig. 6.16. Ajutaj semi-termic (termic-geometric).

ce trebuie dată pe conducta de secțiune constantă pentru ca $M_{cr2} = 1$ și un gaz perfect (figura 6.16) este

$$Q = q_{\max} m h_{01} \text{ [J]}$$

în care:

$$q_{\max} = \left[\frac{1 - M_{cr1}^2}{2M_{cr1}} \right]^2 = 5,75$$

Căderea de presiune frînă în ajutorajul semi-termic notată cu σ_{st} pe porțiunea 1-2 pentru $M_{cr2} = 1$ și $M_{cr1} = 0,2$ este

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \sigma_{st} = \frac{1 - M_{cr1}^2}{2} \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2}{\frac{2}{k+1}} \right]^{\frac{1}{k-1}} = 0,82$$

Pe porțiunea 2-3 a ajutorajului semi-termic, care corespunde unui ajutoraj geometric, presiunea frînă, în absența frecării, are o valoare constantă, deci $p_{03} = p_{02}$. Ca urmare, notînd cu $\sigma_g = p_{03}/p_{02} = 1$, căderea totală de presiune frînă în ajutorajul semi-termic este

$$\sigma_{tot} = \frac{p_{03}}{p_{02}} \cdot \frac{p_{02}}{p_{01}} = \sigma_{st} \sigma_g = \sigma_{st}$$

Presiunea momentană în secțiunea de ieșire a ajutorului semi-termic va fi

$$\frac{p_3}{p_{01}} = \frac{p_3}{p_{03}} \frac{p_{03}}{p_{02}} \frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_3}{p_{03}} \sigma_g \sigma_{st} = \frac{p_3}{p_{03}} \sigma_{st}.$$

Raportul dintre presiunea statică p_3 și presiunea frînată p_{03} se obține din relația (6.129) găsită în cazul ajutorului geometric deci :

$$\frac{p_3}{p_{01}} = \frac{p_3}{p_{03}} \sigma_{st} = \sigma_{st} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_3}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

În cazul cînd destinderea ar fi avut loc de la presiunea p_{01} la p_3 într-un ajutoraj geometric, s-ar fi obținut o viteză $M_{cr_{3g}}$ dată de relația (6.129)

$$\frac{p_3}{p_{01}} \Big|_g = \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_{3g}}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

Deoarece căderea de presiune p_3/p_{01} este aceeași atît în ajutorul geometric cît și în cel termic, trebuie să existe egalitatea

$$\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_{3g}}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} = \sigma_{st} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_3}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

Pentru a fi satisfăcută egalitatea de mai sus, este obligatoriu ca $M_{cr_{3g}} > M_{cr_3}$, deci viteza de ieșire w_3 a gazului din ajutorajul geometric pentru o cădere de presiune p_3/p_{01} să fie mai mare decît viteza de ieșire w_3 din ajutorajul semi-termic, pentru aceeași cădere de presiune. Sau, pentru a se realiza aceeași viteză de ieșire căderea de presiune în ajutorajul semi-termic trebuie să fie mai mare decît aceea din ajutorajul geometric.

6.6. CURGEREA GAZELOR PERFECTE PRIN LABIRINȚI DE ETANȘARE

În construcția turbomașinilor, etanșeitarea carcasei la arbore nu poate fi realizată prin suprafețe cu contact direct. Ca urmare se utilizează etanșări cu gaze sau așa-numitul labirint, prezentat schematic în figura 6.17. Punctul 0 corespunde interiorului turbomașinii, unde gazul are o presiune p_0 , iar punctul $2n$ corespunde mediului exterior unde presiunea este p_{2n} , existînd inegalitatea $p_0 > p_{2n}$. Ca urmare a diferenței de presiune $p_0 - p_{2n}$ va avea loc o curgere a gazului prin labirintul respectiv, astfel încît în camerele 2, 4, 6, ... $2n$ se va stabili o presiune care să satisfacă relația

$$p_0 > p_2 > p_4 > \dots > p_{2n-2} > p_{2n}$$

Prin fiecare strangulare 1, 3, 5, ..., $2n-1$ va curge același debit masic de gaz. Numărul de camere și de strangulări necesar ca să realizeze

în labirint căderea de presiune impusă etanșării constituie calculul lui. Se admite că pentru fiecare secțiune caracteristică 0—1, 1—2, 2—3, etc., precum și pentru ansamblul labirintului, sînt îndeplinite condițiile de adiabaticitate ($Q = 0$) și de nivel constant ($z = \text{const}$). Ca urmare, ecuația

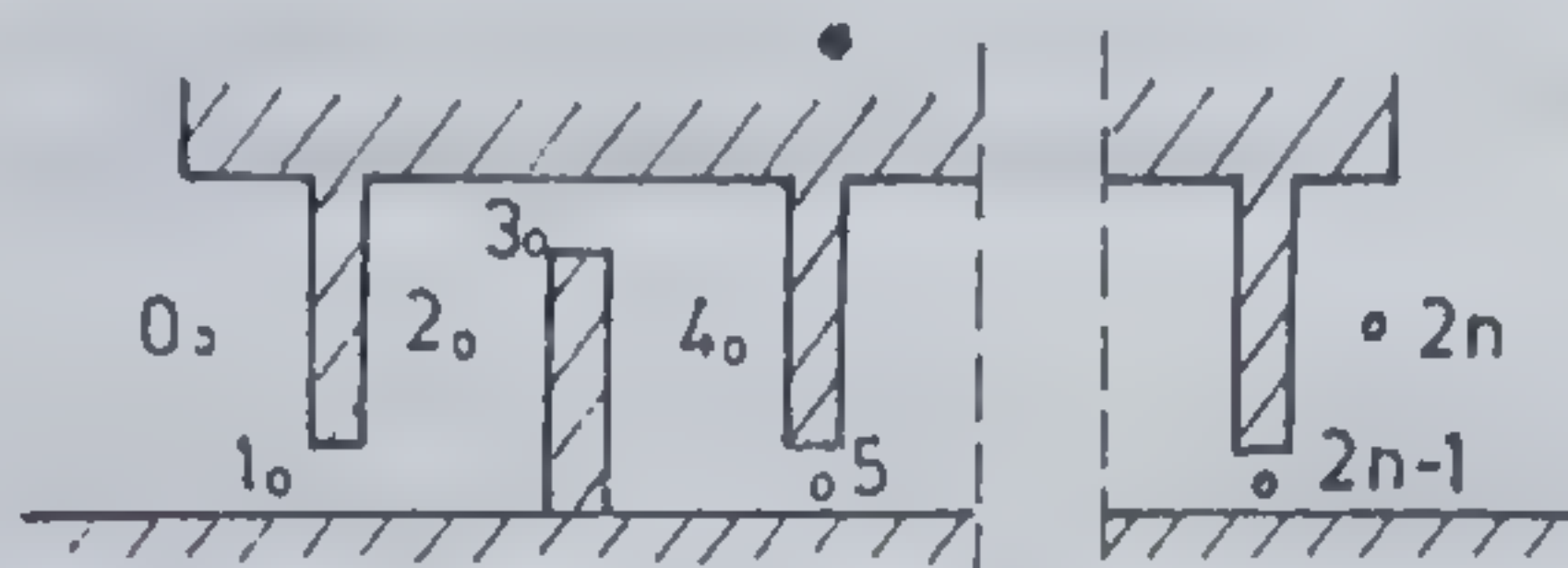


Fig. 6.17. Schemă de labirint de etanșare.

entalpiei, exprimată pentru o cameră sau pentru toate camerele ce formează labirintul, este

$$-\Delta h = -\int v dp - l_{fr} \quad (6.154)$$

Condițiile în care are loc curgerea gazului între secțiunile 0—1, 2—3, 4—5, etc. sînt diferite de cele între secțiunile 1—2, 3—4 ... 2n—1—2n. Între secțiunile 0—1, 2—3, etc. curgerea are loc însoțită de o destindere adiabată deci cu o accelerare a curentului de gaz, proces care se poate considera că are loc fără frecare, deci izentrop, și a cărei ecuație este

$$\frac{w_1^2 - w_0^2}{2} = (h_0 - h_1) = \int_0^1 v dp \quad (6.155)$$

Legătura dintre parametrii termofizici fiind $p_0 \cdot v_0^k = p_1 \cdot v_1^k = \text{const}$. Ecuația de continuitate, respectată pentru toate secțiunile înguste de trecere, exprimată pentru regimul permanent, este

$$\frac{\dot{m}}{A} = \frac{w_1}{v_1} = \frac{w_3}{v_3} = \dots = \frac{w_{2n-1}}{v_{2n-1}} \quad (6.156)$$

Evoluția gazului între secțiunile 1—2, 3—4 etc. este presupusă a fi izobară, energia cinetică disponibilă în punctele 1, 3, 5 etc. fiind consumată pentru învingerea lucrului mecanic de frecare. Deci are loc o frînare mecanică a curentului de gaz, iar ecuația caracteristică a acestei transformări are forma (6.157), scrisă pentru exemplificare pentru secțiunile 1 și 2:

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = h_2 - h_1 = l_{fr} = \int_1^2 T \cdot ds \quad (6.157)$$

Ca urmare, procesul termogazodinamic din labirint este reprezentat printr-o succesiune de adiabate izentropice, urmate fiecare de o compresie izobară. Aceste transformări au loc între două stări limită care vor repre-

zenta stările gazului în punctele 0, 2, 4 ... $2n - 2$ și respectiv 1, 3, 5 ... 2_{n-1} . Curba pe care se găsește stările gazului în punctele pare 0, 2, 4 ... 2_{n-2} este izoentalpa ce trece prin punctul 0, deoarece entalpia frînăată a curentului rămîne tot timpul constantă. Izoentalpa ce trece prin punctul 0 este dată de relația

$$h_{00} = h_0 + \frac{w_0^2}{2} = h_{02} = h_{04} = \dots = h_{2n-2} \quad (6.158)$$

Stările gazului în punctele 1, 3, ..., 2_{n-1} se obțin din (6.155) și (6.156), iar viteza de curgere din (6.159):

$$w_1 = \sqrt{2 \left(h_0 + \frac{w_0^2}{2} \right) - h_{00}} \quad [\text{m/s}] \quad (6.159)$$

Ecuția (6.159) reprezintă chiar curba lui Fanno din figura 6.7, cu asimptota $(h_0 + w_0^2/2)$. Deci toate stările gazului în secțiunile înguste ale labirintului se vor găsi pe curba lui Fanno ce trece prin starea 0.

În cazul gazului perfect, determinarea curbei lui Fanno se poate face cu ușurință prin puncte, pe diagrama $h - s$.

Numărul z de camere de labirint (o cameră de labirint este formată dintr-o secțiune îngustă urmată de o cameră de liniștire) pentru un debit dat și o secțiune îngustă a cărei valoare se alege corespunde în principiu unui număr de destinderi izentropice, urmate de frînări izobare, ce se pot înscrie între cele două curbe limită, pornind din starea 0, pînă la presiunea atmosferică sau aceea ce domnește în ultima cameră, înseamnă pe figura 6.17 cu p_{2n} .

Pentru exemplificare, se prezintă mai jos metoda de calcul a unui labirint de gaze, a cărui formulă constructivă este dată în figura 6.18. În cazul cînd diferența de presiune, notată (ca în figura 6.18) cu $p_1 - p_2$ este mică și numărul de camere de labirint este mare, se poate admite că între două camere succesive diferența de presiune $p - p'$ este atît de mică încît se poate accepta ipoteza că valorile greutății specifice (densității) a gazului la presiunea p și p' sînt practic egale și ca urmare viteza de curgere a gazului este dată de ecuația Bernoulli

$$w = \sqrt{2 \frac{p - p'}{\rho}} \quad [\text{m/s}] \quad (6.160)$$

Notînd cu A secțiunea minimă de curgere (secțiunea îngustă) în m^2 și cu \dot{m} debitul de gaz ce trece prin labirint, în kg/s , ecuația de continuitate are expresia

$$\dot{m} = Aw\rho = A \sqrt{2\rho(p - p')} \quad [\text{kg/s}] \quad (6.161)$$

$$\text{deci: } (p - p')\rho = \left(\frac{\dot{m}}{A} \right)^2 \frac{1}{2} = - \frac{\Delta p}{\Delta x} \rho = \frac{p^2}{2kA^2\Delta x} = \frac{B}{\Delta x} \quad (6.162)$$

în care $B = p^2/2kA^2 = \text{const.}$ pentru $\Delta p \rightarrow 0$:

$$-p \frac{dp}{dx} = \frac{B}{\Delta x} \quad (6.163)$$

Prin integrare de la p la p' și de la x_1 la x_2 se obține

$$p_1^2 - p_2^2 = 2B \frac{x_2 - x_1}{\Delta x} \quad (6.164)$$

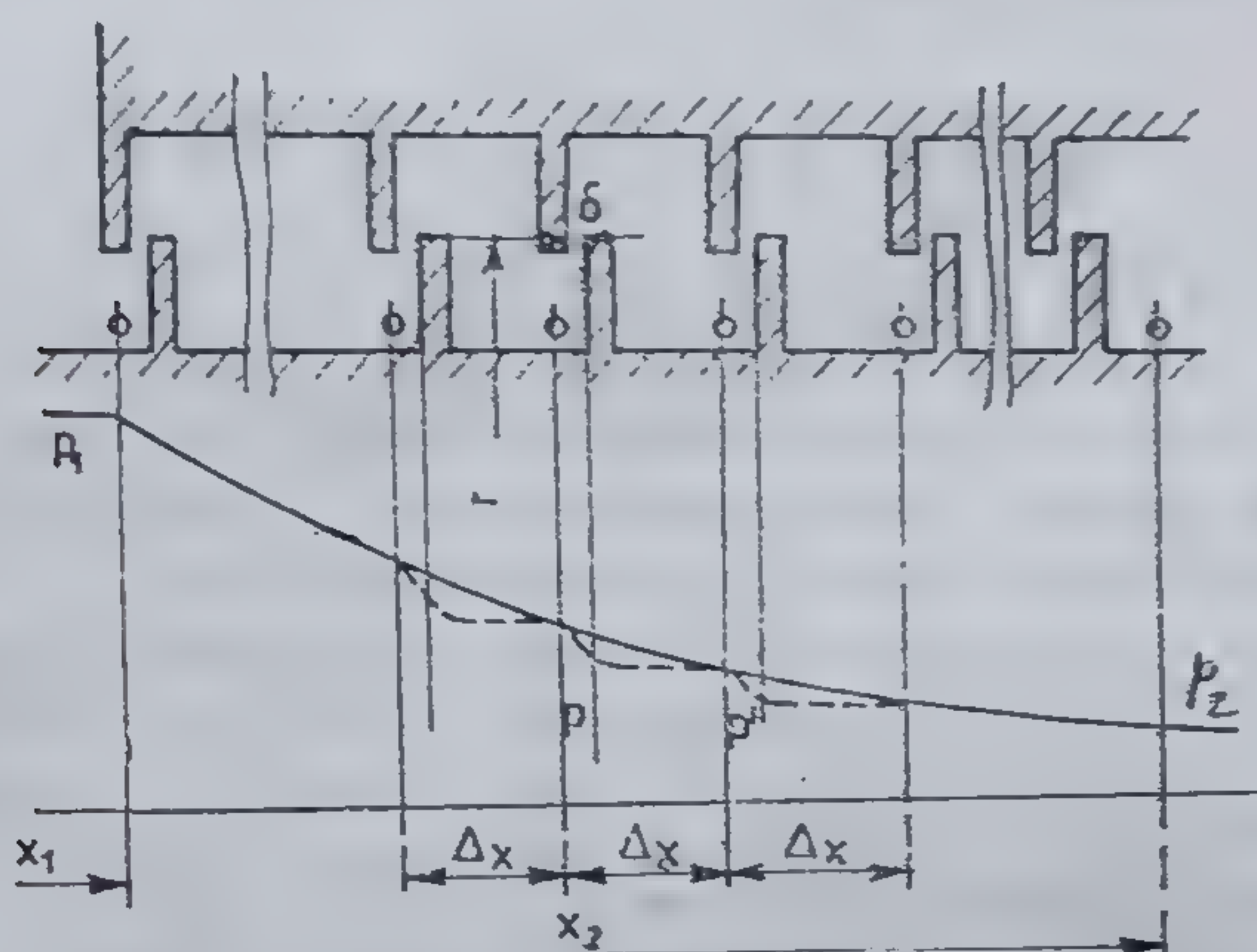


Fig. 6.18. Variația presiunii gazului într-un labirint de etanșare.

Cum $(x_2 - x_1)/\Delta x = z$ este numărul de camere de labirint, iar $1/\rho = kp$ (pentru destinderea izoentalpă), debitul masic este

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{k}{Z} (p_1^2 - p_2^2)} = \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{Z p v_1}} \quad [\text{kg/s}] \quad (6.165)$$

Secțiunea de curgere $A = 2\pi r \delta$, deci :

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{k}{Z} (p_1^2 - p_2^2) A_1 \cdot A_2} \quad [\text{kg/s}] \quad (6.166)$$

în care $A_1 = 2\pi r_1 \delta$ și $A_2 = 2\pi r_2 \delta$ (cu r_1 și r_2 notindu-se raza secțiunii minime la intrare și ieșire din labirint). În cazul când $r_1 = r_2$, așa cum este în figura 6.18, desigur că $A_1 = A_2$.

În cazul când diferența de presiune $p_1 - p_2$ este mai mare sau egală cu $p_1 - p_{cr}$, în ultima cameră de labirint se poate atinge viteza sunetului. Verificarea atingerii vitezei sunetului se face calculând viteza de curgere a gazului prin ultima cameră de labirint cu ecuația de continuitate și a vitezei sunetului în gazul de stare respectivă :

$$w_2 = \frac{\dot{m} v_2}{A} ; \quad v_2 = \frac{p_1 v_1}{p_2} ; \quad a_2 = \sqrt{kp_2 v_2}$$

Dacă $w_3 = a_3$, calculul debitului de gaz ce trece prin labirintul compus din Z camere (valoarea aleasă), sau al numărului Z de camere necesar pentru ca debitul de gaz să aibă o valoare impusă \dot{m} , se face cu relațiile (6.160) ... (6.166).

Dacă $w_3 \geq a_3$, calculul se face cu relațiile de mai jos. Se consideră că în ultima cameră a labirintului, starea gazului este caracterizată prin presiunea p_x și volumul specific v_x , în care caz debitul ce trece prin ea este debitul maxim ce trece printr-un ajutoraj geometric sonic dat de relația (v. cap. 5.1.)

$$\dot{m} = A \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \cdot \sqrt{p_x \rho_x} = \alpha A \sqrt{\frac{p_x}{v_x}} \quad (6.167)$$

Pentru $k = 1,4$ se obține $\alpha \approx 2$. Pentru cele $z - 1$ camere de labirint precedente se poate utiliza relația (6.166) care în cazul cînd $A_1 = A_2$ devine

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{k}{z-1} (p_1^2 - p_x^2)} \quad [\text{kg/s}] \quad (6.168)$$

Deoarece curgerea este permanentă, prin egalarea relației (6.167) cu (6.168) se obține presiunea p_x :

$$p_x^2 = \frac{p_1^2}{\alpha^2(Z-1)},$$

iar (6.167) devine

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{k p_1^2}{(Z-1) + \frac{1}{\alpha^2}}} \quad [\text{kg/s}] \quad (6.169)$$

Pentru $\alpha = 2$ și $k = 1$ (pentru o transformare izentalpă $p_1 v_1 = \text{ct}$), relația (6.169) capătă forma finală

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{p_1}{(Z+1,5)v_1}} \quad [\text{kg/s}] \quad (6.170)$$

6.7. CALCULUL MĂRIMILOR CARACTERISTICE ALE UNUI GAZ PERFECT ÎN CURGERE CU AJUTORUL FUNCȚIILOR GAZODINAMICE

Calculul mărimilor caracteristice ale gazului perfect în curgere ce efectuează și un proces termodinamic se poate face și cu ajutorul unor funcții a căror variabilă independentă este criteriul Mach sub formele M sau M_{cr} .

Astfel, raportul dintre temperatura frinată și momentană, la curgere adiabată a unui gaz perfect este dat de relația

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \quad (6.171)$$

Deci temperatura momentană a gazului în curgere, în funcție de temperatura frinată T_0 a lui, poate fi exprimată prin

$$T(M_{cr}) = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \quad (6.172)$$

$T(M_{cr})$ fiind o funcție monoton descrescătoare de la valoarea unu (ce corespunde lui $M_{cr} = 0$) la zero pentru $M_{cr \max}^2 = (k+1)/(k-1)$. De asemenea, presiunea momentană în funcție de valoarea frinată pentru o curgere adiabată izentropă este dată de relația (6.173):

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (6.173)$$

De asemenea densitatea ρ a gazului la p și T , în funcție de densitatea ρ_0 la presiunea și temperatura frinată p_0 și T_0 este dată de relația

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (6.174)$$

Ca și în cazul temperaturii, se pot introduce funcțiile

$$\frac{p}{p_0} = p(M_{cr}); \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \rho(M_{cr})$$

Pentru un gaz perfect sau gaz real asimilat celui perfect, ce ascultă de legea $p = \rho R T$, se poate obține relația dintre funcțiile $T(M_{cr})$, $p(M_{cr})$ și $\rho(M_{cr})$, denumite funcții gazodinamice ale gazului perfect, sub forma (6.175):

$$\rho(M_{cr}) = \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T} = \frac{p(M_{cr})}{T(M_{cr})} \quad (6.175)$$

Determinarea funcțiilor $T(M_{cr})$, $p(M_{cr})$ și $\rho(M_{cr})$, denumite „funcțiile gazodinamice ale gazului perfect”, pentru diferite valori M_{cr} , se poate face și cu ajutorul tabelului 6.2.

După cum se vede, funcțiile gazodinamice de temperatură, presiune și densitate, pentru un gaz perfect cu $k = 1,4$ devin

$$T(M_{cr}) = 1 - 0,166 \cdot M_{cr}^2$$

$$p(M_{cr}) = [1 - 0,166 \cdot M_{cr}^2]^{3,5}$$

$$\rho(M_{cr}) = [1 - 0,166 \cdot M_{cr}^2]^{2,5}$$

Tabelul 6.2.

Valoarea numerică a funcțiilor gazodinamice pentru $k = 2,4$

| M_{cr} | $T(M_{cr})$ | $p(M_{cr})$ | $\rho(M_{cr})$ | $q(M_{cr})$ | $\gamma(M_{cr})$ | $f(M_{cr})$ | $r(M_{cr})$ | M |
|----------|-------------|-------------|----------------|-------------|------------------|-------------|-------------|--------|
| 0,00 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 1,0000 | 1,00007 | 0,0000 |
| 0,01 | 1,0000 | 0,9990 | 0,9999 | 0,0158 | 0,0158 | 1,0000 | 0,9999 | 0,0091 |
| 0,02 | 0,9999 | 0,9990 | 0,9998 | 0,0315 | 0,0316 | 1,0002 | 0,9996 | 0,0183 |
| 0,03 | 0,9999 | 0,9995 | 0,9997 | 0,0473 | 0,0473 | 1,0006 | 0,9989 | 0,0274 |
| 0,04 | 0,9997 | 0,9990 | 0,9993 | 0,0631 | 0,0631 | 1,0009 | 0,9981 | 0,0365 |
| 0,05 | 0,9996 | 0,9986 | 0,9990 | 0,0788 | 0,0789 | 1,0015 | 0,9971 | 0,0457 |
| 0,06 | 0,9994 | 0,9979 | 0,9985 | 0,0945 | 0,0947 | 1,0021 | 0,9958 | 0,0548 |
| 0,07 | 0,9992 | 0,9971 | 0,9979 | 0,1102 | 0,1105 | 1,0028 | 0,9943 | 0,0639 |
| 0,08 | 0,9989 | 0,9963 | 0,9974 | 0,1259 | 0,1263 | 1,0038 | 0,9925 | 0,0731 |
| 0,09 | 0,9987 | 0,9953 | 0,9967 | 0,1415 | 0,1422 | 1,0047 | 0,9906 | 0,0822 |
| 0,10 | 0,9983 | 0,9942 | 0,9959 | 0,1571 | 0,1580 | 1,0058 | 0,9885 | 0,0914 |
| 0,11 | 0,9980 | 0,9920 | 0,9949 | 0,1726 | 0,1739 | 1,0070 | 0,9860 | 0,1005 |
| 0,12 | 0,9976 | 0,9916 | 0,9940 | 0,1882 | 0,1897 | 1,0083 | 0,9834 | 0,1097 |
| 0,13 | 0,9972 | 0,9901 | 0,9929 | 0,2036 | 0,2056 | 1,0100 | 0,9806 | 0,1190 |
| 0,14 | 0,9967 | 0,9886 | 0,9918 | 0,2190 | 0,2216 | 1,0113 | 0,9776 | 0,1280 |
| 0,15 | 0,9963 | 0,9870 | 0,9907 | 0,2344 | 0,2375 | 1,0129 | 0,9744 | 0,1372 |
| 0,16 | 0,9957 | 0,9851 | 0,9893 | 0,2497 | 0,2535 | 1,0147 | 0,9709 | 0,1460 |
| 0,17 | 0,9952 | 0,9832 | 0,9880 | 0,2649 | 0,2695 | 1,0165 | 0,9673 | 0,1560 |
| 0,18 | 0,9946 | 0,9812 | 0,9866 | 0,2801 | 0,2855 | 1,0185 | 0,9634 | 0,1650 |
| 0,19 | 0,9940 | 0,9791 | 0,9850 | 0,2925 | 0,3015 | 1,0206 | 0,9594 | 0,1740 |
| 0,20 | 0,9933 | 0,9768 | 0,9834 | 0,3102 | 0,3176 | 1,0227 | 0,9551 | 0,1830 |
| 0,21 | 0,9927 | 0,9745 | 0,9817 | 0,3252 | 0,3337 | 1,0250 | 0,9507 | 0,1920 |
| 0,22 | 0,9919 | 0,9720 | 0,9799 | 0,3401 | 0,3499 | 1,0274 | 0,9461 | 0,2020 |
| 0,23 | 0,9912 | 0,9695 | 0,9781 | 0,3549 | 0,3660 | 1,0298 | 0,9414 | 0,2109 |
| 0,24 | 0,9904 | 0,9668 | 0,9762 | 0,3696 | 0,3823 | 1,0315 | 0,9373 | 0,2202 |
| 0,25 | 0,9896 | 0,9640 | 0,9742 | 0,3842 | 0,3985 | 1,0350 | 0,9314 | 0,2290 |
| 0,26 | 0,9887 | 0,9611 | 0,9721 | 0,3987 | 0,4148 | 1,0378 | 0,9261 | 0,2387 |
| 0,27 | 0,9879 | 0,9581 | 0,9699 | 0,4131 | 0,4311 | 1,0406 | 0,9207 | 0,2480 |
| 0,28 | 0,9869 | 0,9550 | 0,9677 | 0,4274 | 0,4475 | 1,0435 | 0,9152 | 0,2573 |
| 0,29 | 0,9860 | 0,9518 | 0,9653 | 0,4416 | 0,4640 | 1,0465 | 0,9095 | 0,2670 |
| 0,30 | 0,9850 | 0,9485 | 0,9630 | 0,4557 | 0,4804 | 1,0496 | 0,9037 | 0,2760 |
| 0,35 | 0,9766 | 0,9303 | 0,9497 | 0,5243 | 0,5636 | 1,0661 | 0,8727 | 0,3228 |
| 0,40 | 0,9733 | 0,9097 | 0,9346 | 0,5897 | 0,6482 | 1,0842 | 0,8391 | 0,3701 |
| 0,45 | 0,9663 | 0,8868 | 0,9178 | 0,6515 | 0,7346 | 1,1036 | 0,8035 | 0,4179 |
| 0,50 | 0,9583 | 0,8616 | 0,8991 | 0,7091 | 0,8230 | 1,1239 | 0,7666 | 0,4663 |
| 0,55 | 0,9496 | 0,8344 | 0,8797 | 0,7623 | 0,9136 | 1,1445 | 0,7290 | 0,5152 |
| 0,60 | 0,9400 | 0,8053 | 0,8567 | 0,8109 | 1,0069 | 1,1651 | 0,6912 | 0,5649 |
| 0,65 | 0,9296 | 0,7745 | 0,8332 | 0,8543 | 1,1030 | 1,1852 | 0,6535 | 0,6154 |
| 0,70 | 0,9183 | 0,7422 | 0,8082 | 0,8924 | 1,2024 | 1,2042 | 0,6163 | 0,6688 |
| 0,75 | 0,9063 | 0,7086 | 0,7819 | 0,9250 | 1,3054 | 1,2216 | 0,5800 | 0,7192 |
| 0,80 | 0,8933 | 0,6738 | 0,7543 | 0,9518 | 1,4126 | 1,2370 | 0,5447 | 0,7727 |

Tabelul 6.2. (continuare)

| M_{cr} | $T(M_{cr})$ | $\rho(M_{cr})$ | $\rho(M_{cr})$ | $\eta(M_{cr})$ | $\nu(M_{cr})$ | $J(M_{cr})$ | $r(M_{cr})$ | M |
|----------|-------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------|-----------------------------|-----------------------------|--------|
| 0,85 | 0,8796 | 0,6382 | 0,7256 | 0,9729 | 1,5243 | 1,2498 | 0,5107 | 0,8274 |
| 0,90 | 0,8650 | 0,6019 | 0,6959 | 0,9879 | 1,6412 | 1,2595 | 0,4779 | 0,8833 |
| 0,95 | 0,8496 | 0,5653 | 0,6653 | 0,9970 | 1,7638 | 1,2658 | 0,4466 | 0,9409 |
| 1,00 | 0,8333 | 0,5283 | 0,6340 | 1,0000 | 1,8929 | 1,2679 | 0,4176 | 1,0000 |
| 1,05 | 0,8163 | 0,4913 | 0,6019 | 0,9969 | 2,0291 | 1,2655 | 0,3882 | 1,0609 |
| 1,10 | 0,7983 | 0,4546 | 0,5694 | 0,9880 | 2,1734 | 1,2584 | 0,3613 | 1,1239 |
| 1,15 | 0,7896 | 0,4184 | 0,5366 | 0,9735 | 2,3269 | 1,2463 | 0,3357 | 1,1890 |
| 1,20 | 0,7600 | 0,3827 | 0,5053 | 0,9531 | 3,4906 | 1,2286 | 0,3115 | 1,2566 |
| 1,25 | 0,7396 | 0,3479 | 0,4704 | 0,9275 | 2,660 | 1,2054 | 0,2886 | 1,3268 |
| 1,30 | 0,7183 | 0,3142 | 0,4274 | 0,8969 | 2,8547 | 1,1765 | 0,2670 | 1,4002 |
| 1,35 | 0,6962 | 0,2816 | 0,4045 | 0,8614 | 3,0585 | 1,1417 | 0,2467 | 1,4769 |
| 1,40 | 0,6733 | 0,2505 | 0,3720 | 0,8216 | 3,2798 | 1,1012 | 0,2275 | 1,5575 |
| 1,45 | 0,6496 | 0,2209 | 0,3401 | 0,7778 | 3,5211 | 1,0551 | 0,2094 | 1,6423 |
| 1,50 | 0,6250 | 0,1930 | 0,3088 | 0,7307 | 3,7858 | 1,0037 | 0,1923 | 1,7321 |
| 1,55 | 0,5996 | 0,1669 | 0,2784 | 0,6807 | 4,0778 | 0,9472 | 0,1762 | 1,8273 |
| 1,60 | 0,5733 | 0,1427 | 0,2498 | 0,6282 | 4,4020 | 0,8861 | 0,1611 | 1,9290 |
| 1,65 | 0,5463 | 0,1205 | 0,2205 | 0,5740 | 4,7647 | 0,8210 | 0,1467 | 2,0380 |
| 1,70 | 0,5183 | 0,1003 | 0,1934 | 0,5187 | 5,1735 | 0,7524 | 0,1333 | 2,1555 |
| 1,75 | 0,4896 | 0,0821 | 0,1677 | 0,4630 | 5,6383 | 0,6813 | 0,1205 | 2,2841 |
| 1,80 | 0,4600 | 0,0660 | 0,1435 | 0,4075 | 6,1723 | 0,6085 | 0,1085 | 2,4227 |
| 1,85 | 0,4296 | 0,0520 | 0,1210 | 0,3530 | 6,7934 | 0,5349 | 0,0971 | 2,5766 |
| 1,90 | 0,3983 | 0,0399 | 0,1002 | 0,3002 | 7,5243 | 0,4617 | 0,0864 | 2,7481 |
| 1,95 | 0,3662 | 0,0297 | 0,0812 | 0,2497 | 8,3985 | 0,3899 | 0,0763 | 2,9414 |
| 2,00 | 0,3333 | 0,0214 | 0,0642 | 0,2024 | 9,464 | 0,3203 | 0,0668 | 3,1622 |
| 2,05 | 0,2996 | 0,0147 | 0,0491 | 0,1588 | 10,794 | 0,2556 | 0,0576 | 3,4190 |
| 2,10 | 0,2650 | 0,0096 | 0,0361 | 0,1198 | 12,500 | 0,1956 | 0,0490 | 3,7240 |
| 2,15 | 0,2296 | 0,0058 | 0,0253 | 0,0857 | 14,772 | 0,1420 | 0,0408 | 4,0961 |
| 2,20 | 0,1933 | 0,0032 | 0,0164 | 0,0570 | 17,949 | 0,0960 | 0,0331 | 4,5674 |
| 2,25 | 0,1563 | 0,00151 | 0,00966 | 0,0343 | 22,712 | 0,0585 | 0,0258 | 5,1958 |
| 2,30 | 0,1183 | 0,00057 | 0,00482 | 0,0175 | 30,658 | 0,0302 | 0,0189 | 6,1033 |
| 2,35 | 0,0796 | 0,00014 | 0,00170 | 0,0063 | 46,593 | 0,0111 | 0,0122 | 7,6053 |
| 2,40 | 0,0400 | 0,128 · 10 ⁻⁴ | 0,0032 | 0,0012 | 94,703 | 0,0022 | 0,0059 | 10,957 |
| 2,41 | 0,0320 | 0,584 · 10 ⁻⁵ | 0,00018 | 0,0007 | 118,94 | 0,0012 | 0,0047 | 12,306 |
| 2,42 | 0,0239 | 0,214 · 10 ⁻⁵ | 0,88 · 10 ⁻⁵ | 0,0003 | 159,65 | 0,0006 | 0,0035 | 14,287 |
| 2,43 | 0,0158 | 0,49 · 10 ⁻⁶ | 0,31 · 10 ⁻⁶ | 0,0001 | 242,16 | 0,0002 | 0,025 | 17,631 |
| 2,44 | 0,0077 | 0,316 · 10 ⁻⁷ | 0,410 · 10 ⁻⁶ | 0,058 · 10 ⁻⁴ | 499,16 | 0,285 · 10 ⁻⁴ | 0,285 · 10 ⁻⁴ | 0,0011 |
| 2,49 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 |

Pentru calcule aproximative se poate folosi și diagrama din figura 6.19 întocmită pentru un gaz cu exponent adiabatic $k = 1,4$. Pe lângă funcțiile gazodinamice ale temperaturii, presiunii și densității, se mai utilizează și o serie de funcții gazodinamice ajutătoare, de exemplu funcția

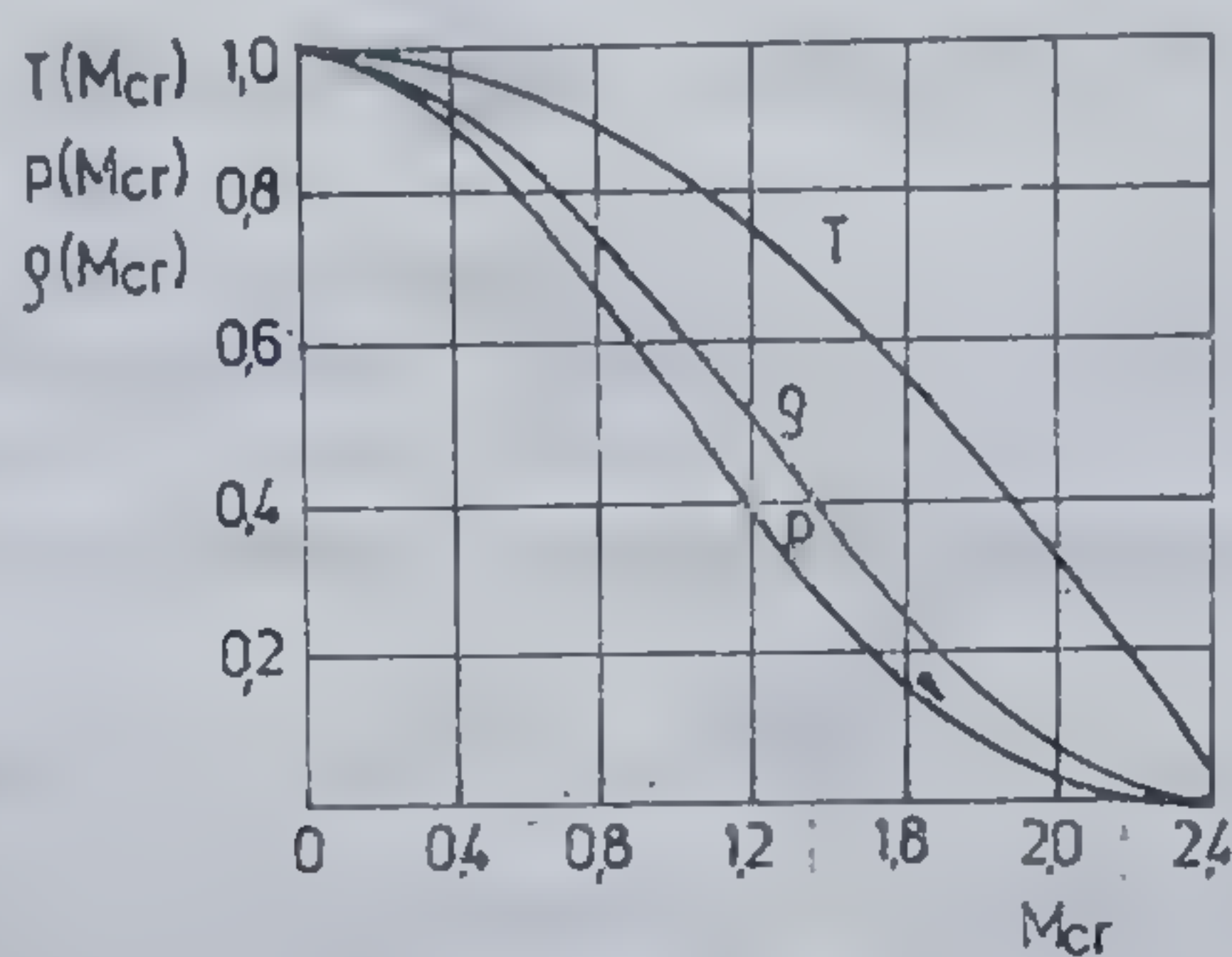


Fig. 6.19. Funcțiile gazodinamice $T(M_{cr})$, $p(M_{cr})$, și $q(M_{cr})$.

gazodinamică de debit și funcția gazodinamică de viteză. Pentru o curgere în regim permanent stabilizat, ecuația continuității este

$$\dot{m} = A w \rho$$

în care: \dot{m} este debitul masic de gaz; ρ = densitatea (kg/m^3) gazului; A = secțiunea canalului; ρ_0 = densitatea la presiunea și temperatura frînata a curenului. Pentru o curgere adiabată se cunosc relațiile

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (6.176)$$

sau :

$$\rho = \frac{p_0}{R T_0} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (6.177)$$

Viteza medie de curgere exprimată în funcție de M_{cr} este dată de relația

$$w = M_{cr} \cdot a_{cr} = M_{cr} \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_0} \quad (6.178)$$

Ca urmare, debitul masic de gaz se poate exprima în funcție de M_{cr} prin relația

$$\dot{m} = \frac{p_0}{R \cdot T_0} \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R \cdot T_0} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot A \cdot M_{cr} \quad (6.179)$$

Înmulțind expresia (6.179) cu a_{cr} din (6.178) se obține relația

$$\dot{m} a_{cr} = 2 \frac{k}{k+1} p_0 A M_{cr} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (6.180)$$

Se observă că în partea dreaptă a expresiei (6.180) se regăsește funcția $\rho(M_{cr})$ și anume :

$$M_{cr} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} = M_{cr} \cdot \rho(M_{cr})$$

Notînd cu $q(M_{cr})$ funcția gazodinamică de debit, dată de expresia (6.181)

$$q(M_{cr}) = \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot M_{cr} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (6.181)$$

sau

$$q(M_{cr}) = \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot M_{cr} \rho(M_{cr})$$

pentru gazul perfect capătă forma :

$$q(M_{cr}) = 1,2^{2,5} \cdot M_{cr} \cdot \rho(M_{cr}).$$

Deci și funcția termodinamică de debit depinde numai de criteriul M_{cr} al curgerii.

Înlocuind în relația (6.180) pe (6.181) și expresia vitezei sunetului

$$a_{cr} = \sqrt{2 \frac{k-1}{k+1} R \cdot T_0} \quad (6.182)$$

debitul de gaz devine

$$\dot{m} = V \frac{p_0 A q(M_{cr})}{\sqrt{T_0}}, \quad (6.182)$$

în care cu V este notată expresia :

$$V = \sqrt{\frac{1}{R}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

Funcția de debit $q(M_{cr})$ are valoarea egală cu 1 pentru $M_{cr} = 1$ și ea urmează să aibă sensul fizic al unei densități masice adimensionale de forma

$$q(M_{cr}) = \frac{\rho w}{\rho w|_{cr}}$$

S-a notat cu $\rho w|_{cr}$ valoarea maximă a densității masice, care corespunde vitezei sonice de curgere a gazului. Funcția $q(M_{cr})$ este invers proporțională cu secțiunea.

În figura 6.20 și tabelul 6.2 este prezentată funcția $q(M_{cr})$ în funcție de M_{cr} . Creșterea lui M_{cr} de la 0 la 1 duce la creșterea lui $q(M_{cr})$ de la 0 la 1, iar pentru $1 < M_{cr} \leq M_{cr, \max}$ funcția $q(M_{cr})$ scade din nou pînă la valoarea zero. Funcția gazodinamică $q(M_{cr})$ devine zero pentru

$$M_{cr, \max} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} = 2,449 \quad | \quad k=1,4$$

La curgerea gazului cu frecare printr-o conductă cilindrică sau canal de secțiune constantă, pentru $\dot{m} = \text{Const}$, $T_0 = \text{Const.}$, și $A = \text{Const.}$, din (6.182) se constată că variația vitezei în lungul conductei este de forma dată de expresia

$$q(M_{cr}) = \frac{\text{const}}{p_0} \quad (6.183)$$

Deoarece presiunea scade la curgerea cu frecare în lungul conductei, înseamnă că valoarea lui $q(M_{cr})$ crește în lungul ei. După cum s-a văzut la curgerea subsonică, frecarea duce la o accelerare a vitezei pînă la apariția vitezei sonore ($M_{cr} = 1$), iar la cea supersonică va duce la scăderea vitezei pînă la valoarea critică. Pentru a se exprima debitul de gaz în funcție de presiunea momentană se face apel la relația dintre presiunea frînată p_0 și cea momentană p dată de relația cunoscută

$$p_0 = \frac{p}{p(M_{cr})} = \frac{p}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2\right]^{\frac{k}{k-1}}} \quad (6.184)$$

Deci debitul de gaz se poate exprima prin relația

$$\dot{m} = V \frac{Ay(M_{cr})}{\sqrt{T_0}} \quad (6.185)$$

în care $y(M_{cr})$ este funcția masică a gazodinamicii dată de expresia (6.186) și preprezentată în figura 6.21 și tabelul 6.2:

$$y(M_{cr}) = \frac{q(M_{cr})}{p(M_{cr})} = \left[\frac{k+1}{2}\right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot \frac{M_{cr}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2} \quad (6.186)$$

După cum se vede din (6.186) funcția $y(M_{cr})$ crește cu creșterea lui M_{cr} și pentru $M_{cr} = M_{cr, \max}$ funcția de debit $y_{or}(M) \rightarrow \infty$.

Ecuatia cantității de mișcare scrisă numai pentru forțele de presiune pe direcția de curgere, pentru o secțiune oarecare, este

$$\dot{m}w + pA = \dot{m}\left(w + \frac{p}{\rho \cdot w}\right) \quad (6.187)$$

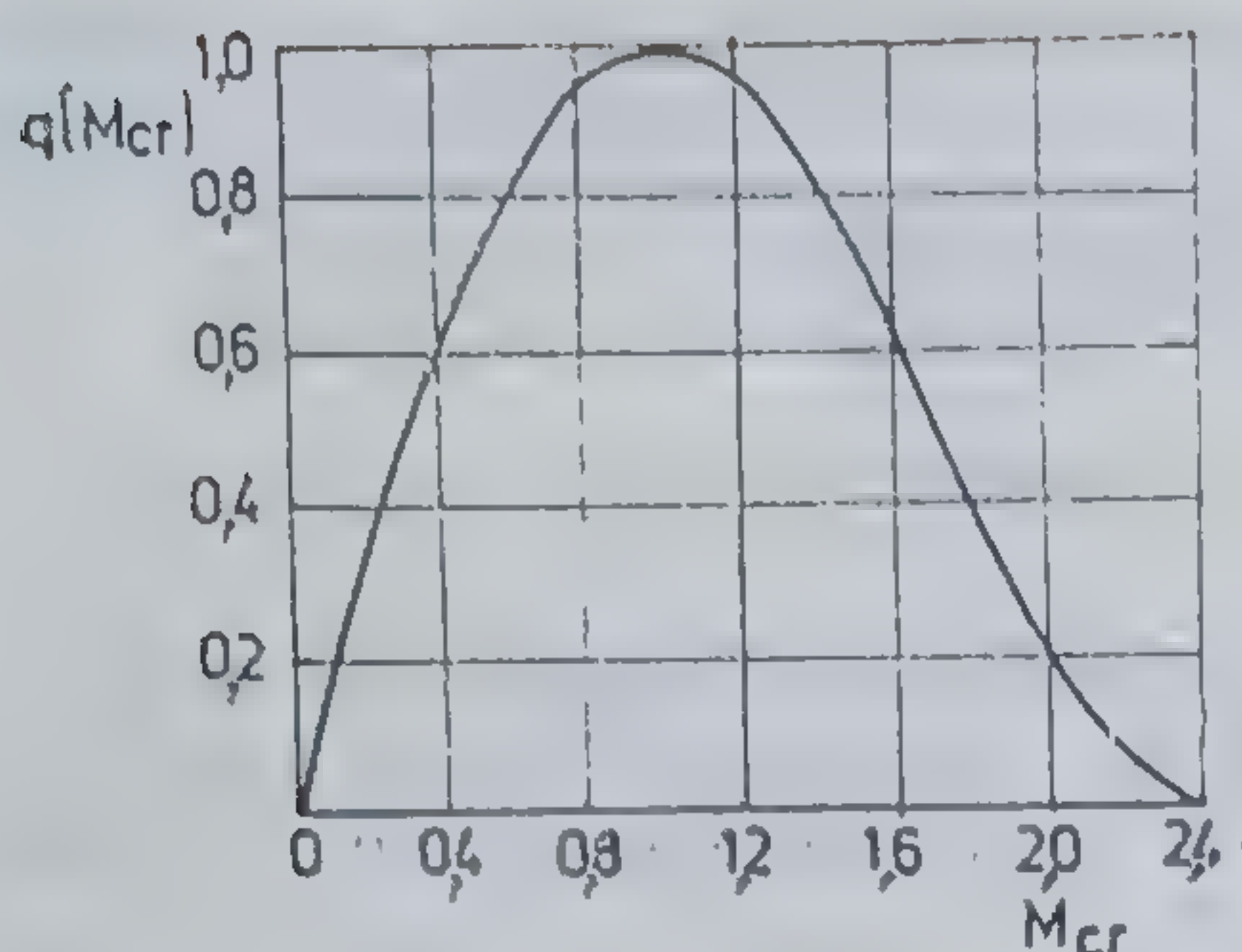


Fig. 6.20. Funcția gazodinamică $q(M_{cr})$.

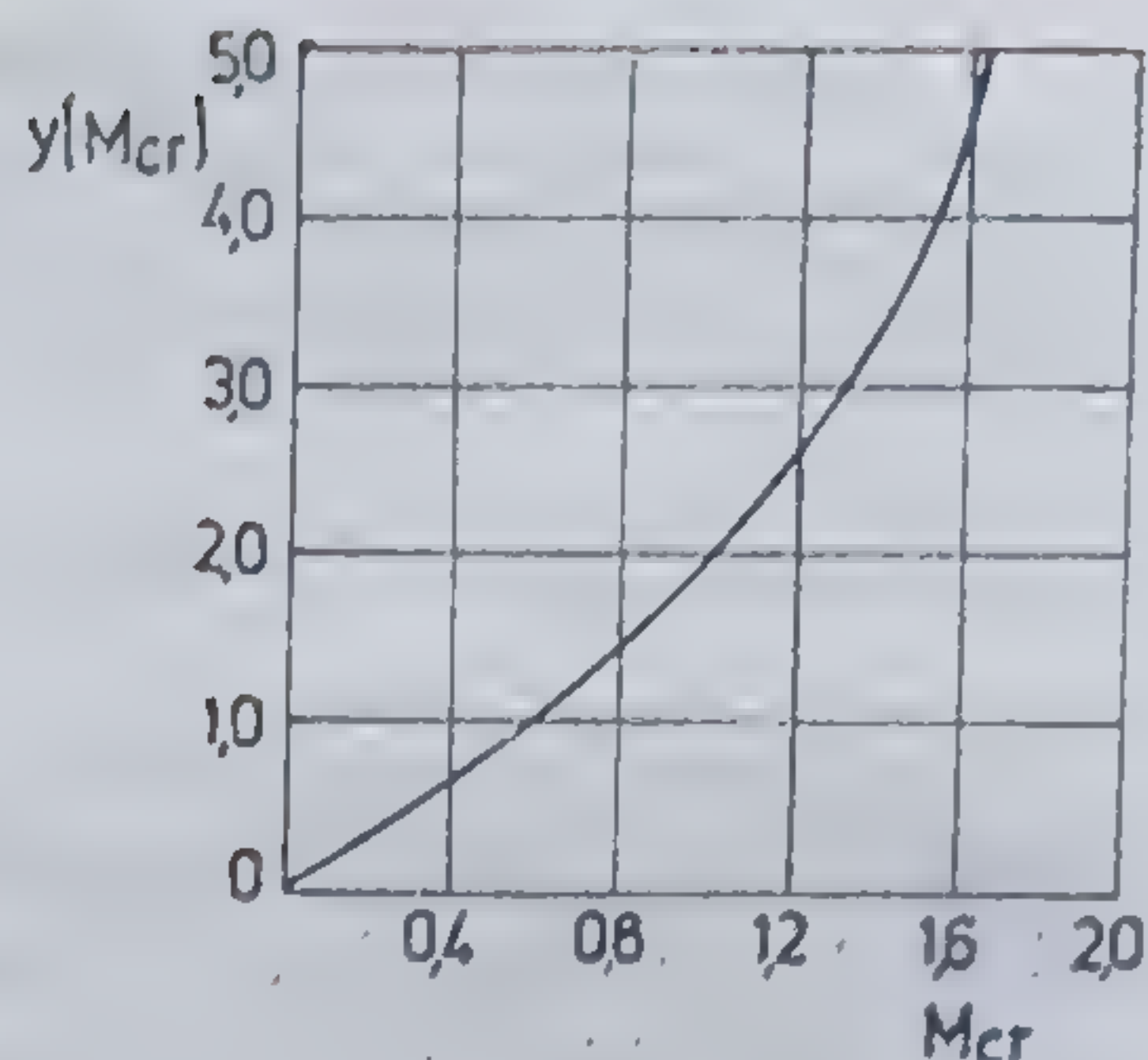


Fig. 6.21. Funcția gazodinamică $y(M_{cr})$.

Deoarece pentru un gaz perfect

$$\frac{p}{\rho} = RT = RT_0 \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right] = \frac{k+1}{2k} a_{cr}^2 \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]$$

Se obține pentru (6.187) forma (6.188) știind că $w = M_{cr} \cdot a_{cr}$:

$$\begin{aligned} \dot{m}w + pA &= \dot{m} \left[M_{cr} a_{cr} + \frac{k+1}{2k} \frac{a_{cr}}{M_{cr}} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right) \right] \\ \dot{m}w + pA &= \frac{k+1}{2k} \dot{m} a_{cr} \cdot z(M_{cr}) \end{aligned} \quad (6.188)$$

în care funcția $z(M_{cr})$ este funcția de impuls a dinamicii gazelor dată de expresia

$$z(M_{cr}) = M_{cr} + \frac{1}{M_{cr}}, \quad (6.189)$$

reprezentată și în figura 6.22. În curgerile sub și supersonice $z(M_{cr}) > 2$, valoarea minimă fiind pentru $M_{cr} = 1$ când $z(M_{cr}) = 2$. Funcția $z(M_{cr})$ este utilizată în toate cazurile unde ecuația impulsului stă la baza fenomenului fizic, ca de exemplu: curgerea gazelor cu schimb de căldură, curgerea cu frecare, fenomenul undei de șoc, calculul forțelor dinamice ce acționează asupra pereților canalului de palete al turbomașinilor etc. Deoarece aplicațiile tehnice ale impulsului sînt foarte numeroase și diversificate, se mai utilizează pentru impuls și alte două funcții, care se obțin din (6.188) ținînd seama de relația (6.180):

$$\dot{m}w + pA = p_0 A M_{cr} \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot z(M_{cr})$$

sau:

$$\dot{m}w + pA = \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{1}{k-1}} p_0 A q(M_{cr}) \cdot z(M_{cr}) \quad (6.190)$$

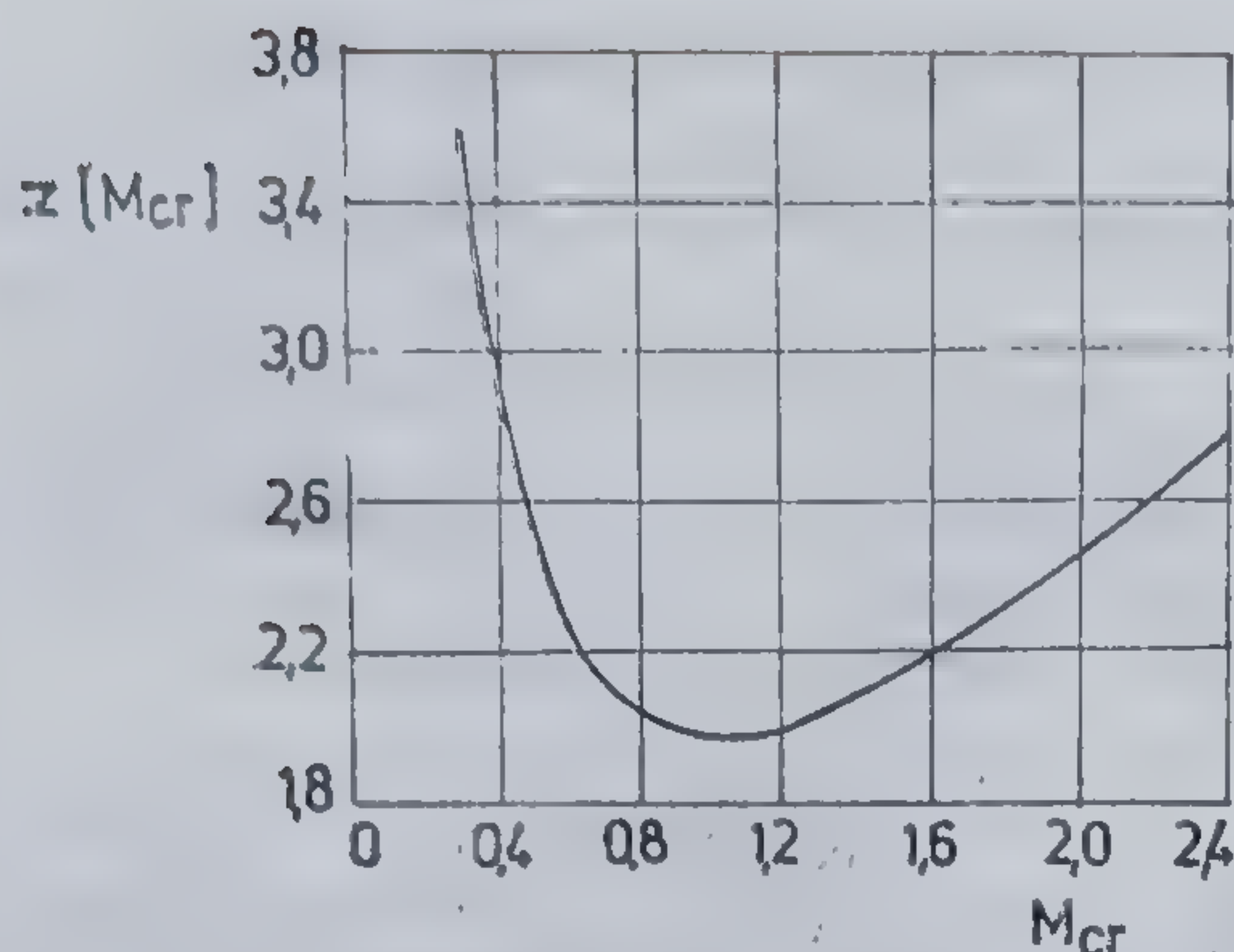


Fig. 6.22. Funcția gazodinamică $z(M_{cr})$.

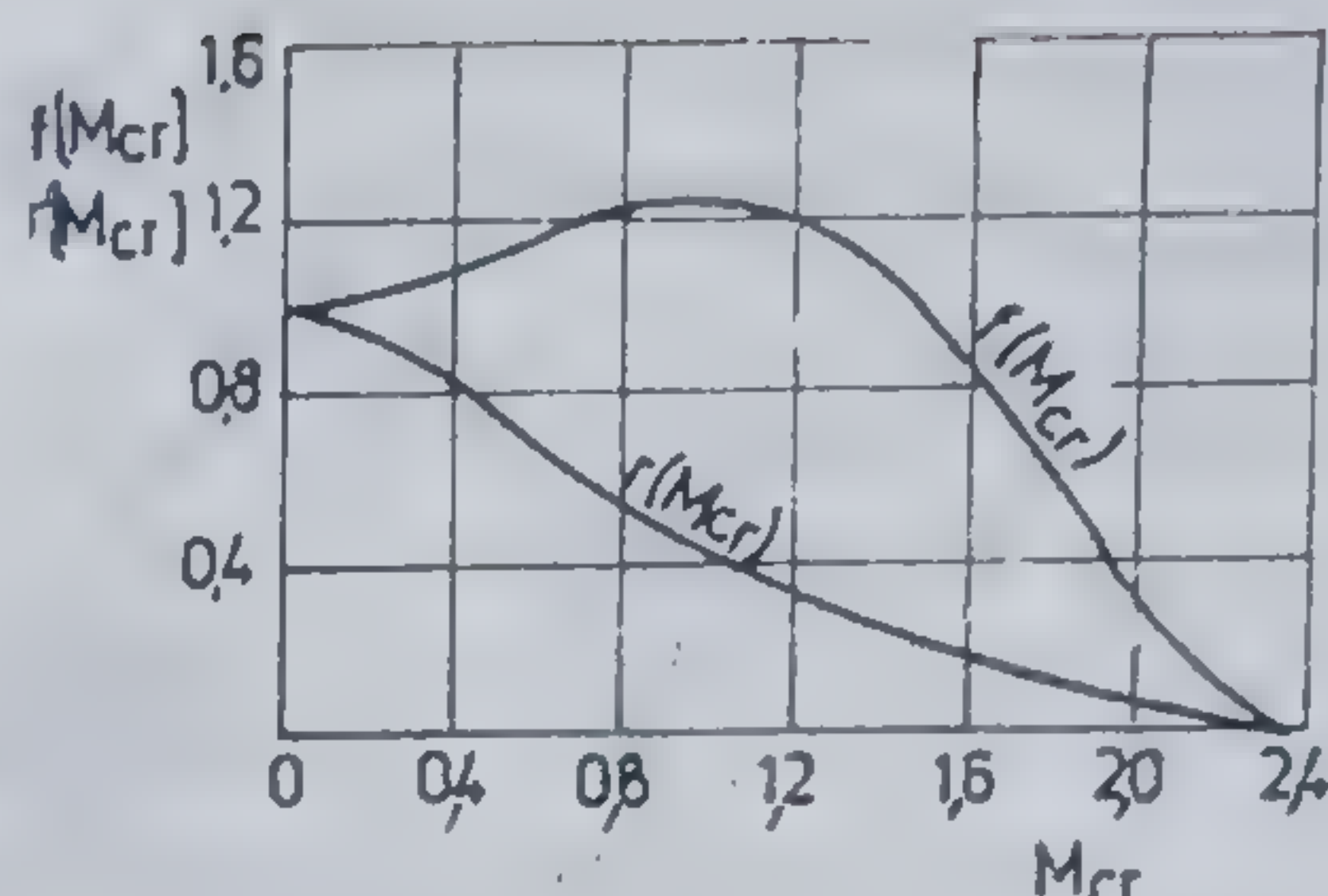


Fig. 6.23. Funcțiile gazodinamice $f(M_{cr})$ și $r(M_{cr})$.

Relația (6.190), exprimată în funcție de presiunea momentană, are forma

$$\left. \begin{aligned} \dot{m}w + pA &= pA \frac{M_{cr}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2} z(M_{cr}) \\ \dot{m}w + pA &= \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot pA y(M_{cr}) z(M_{cr}) \end{aligned} \right\} \quad (6.191)$$

Se obțin astfel funcțiile $f(M_{cr})$ și $r(M_{cr})$, denumite funcții complementare de impuls ale dinamicii gazelor, și a căror expresie este

$$f(M_{cr}) = \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{1}{k-1}} \cdot q(M_{cr}) \cdot z(M_{cr}) = (M_{cr}^2 - 1) \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (6.192)$$

$$r(M_{cr}) = \left(\frac{k+1}{2} \right) \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2}{y(M_{cr}) \cdot z(M_{cr})} = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2}{M_{cr}^2 + 1} \quad (6.193)$$

Ca urmare, ecuația impulsului aplicat unui gaz în curgere poate fi exprimată în funcție de $f(M_{cr})$ sau $r(M_{cr})$ cu relațiile (6.194) sau (6.195):

$$\dot{m}w + pA = p_0 A f(M_{cr}) \quad (6.194)$$

$$\dot{m}w + pA = pA \frac{1}{r(M_{cr})} \quad (6.195)$$

În figura 6.23 și tabelul 6.2 sînt prezentate funcțiile $f(M_{cr})$ și $r(M_{cr})$ în funcție de M_{cr} al curgerii într-o secțiune oarecare. În figura 6.24 sînt

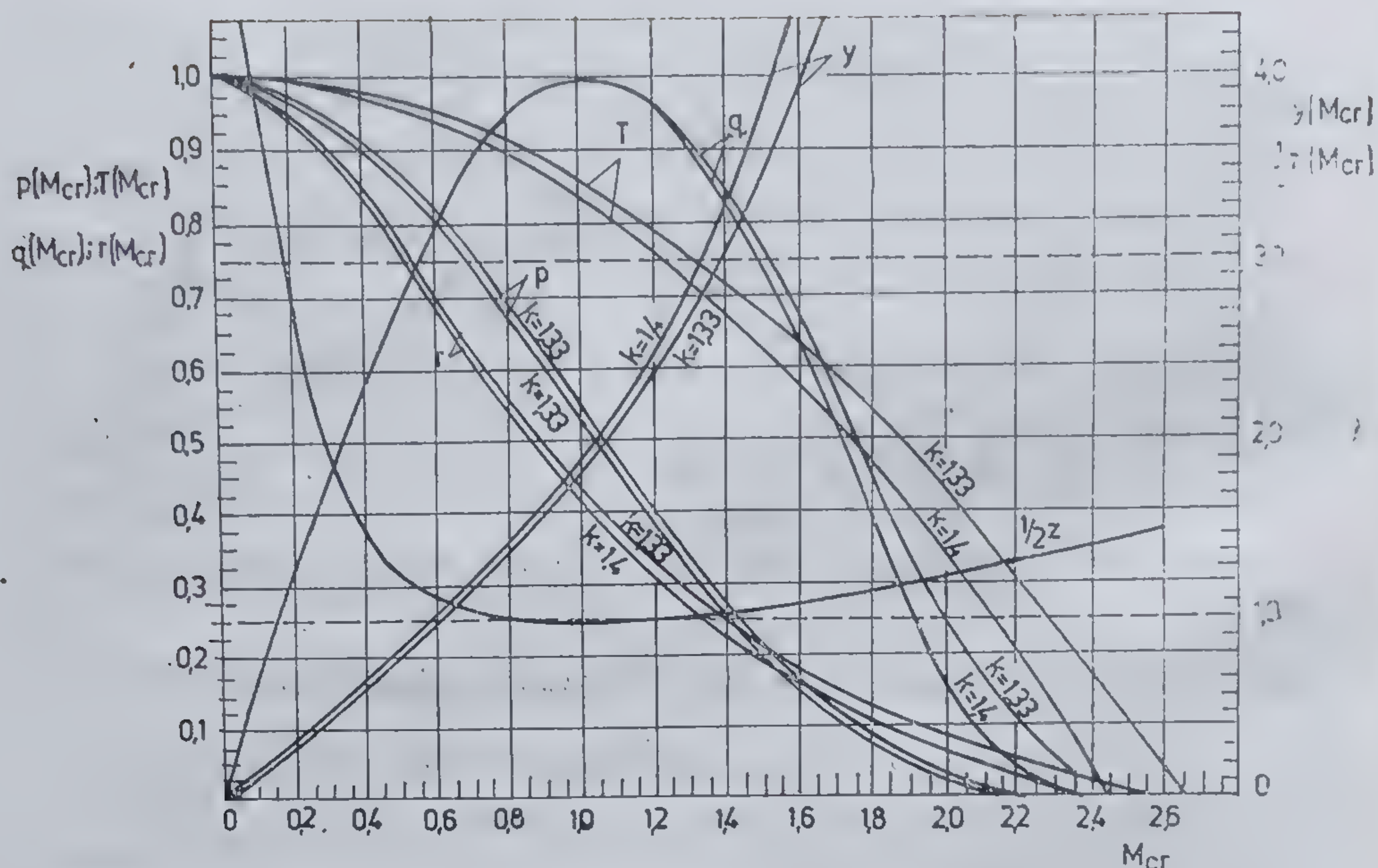


Fig. 6.24. Valorile funcțiilor gazodinamice pentru un gaz perfect ($k = 1,4$) în funcție de M_{cr} .

reprezentate grafic, pentru calcule aproximative, funcțiile gazodinamice pentru $k = 1,4$ (gazul perfect) și $k = 1,33$ (pentru vapori de apă supraîncălziți).

6.8. CURGEREA PRIN CONDUCTE SAU CANALE A MEDIULUI BIFAZIC MONOCOMPONENT CU O UMIDITATE $2\% < y_0 < 6\%$

Procesele termogazodinamice ce au loc în medii bifazice monocomponente diferă fundamental în cazul când fazele se găsesc în amestec intim (faza de lichid dispersată în faza de vapori), față de cazul când ele se găsesc separate. Cazul amestecului intim al celor două faze — lichid și gazos — corespunde unei concentrații reduse a masei lichide în amestec (umiditate redusă), pe când cel al curgerilor cu faze separate corespunde unei concentrații mari a fazei lichide (umiditate mare). În general este dificil să se precizeze granița care separă cele două situații, deoarece procesele de schimb de masă interfazic (de vaporizare sau condensare) ce au loc în timpul curgerii fac ca o curgere de un anumit tip să treacă în timpul curgerii în alt tip. Ca o indicație a domeniului de separare a tipului de curgere, se recomandă, (ca urmare a cercetărilor experimentale) valoarea

concentrației de lichid pentru care în stratul limită apare o peliculă de lichid, adică o umiditate de 6% în amestecul de lichid și gaz. Deci pentru umidități cuprinse între 2% și 6% se consideră un amestec bifazic în care picăturile de lichid se găsesc în suspensie în amestec de gaz, iar pentru umidități mai mari de 6% se consideră o curgere separată a fazei lichide față de cea gazoasă. Pentru umidități mai mici de 2% s-a constatat experimental că se poate considera amestecul bifazic ca un curent monofazic de gaz și, ca urmare, toți parametrii termofizici ai curentului respectă legile termogazodinamicii gazului perfect.

Studiul analitic al curgerii unui amestec bifazic cu faza lichidă în suspensie se poate face, cu suficientă exactitate, cu următoarele ipoteze simplificatoare :

— particulele de lichid se consideră nedeformabile, daci ca o fază înghețată ;

— în timpul curgerii nu se modifică numărul de particule lichide din unitatea de cantitate a mediului bifazic.

Prima problemă ce trebuie rezolvată constă în determinarea influenței pe care o are particula lichidă asupra vitezei medii de deplasare a fazei gazoase. Modificările valorii parametrilor termofizici ai mediului bifazic precum și a vitezei de curgere a fazei gazoase sînt determinate de schimbul de căldură interfazic al mediului cu pereții canalului precum și de interacțiunea mecanică între faze. S-a constatat experimental că dacă raza picăturii lichide este foarte mică, viteza de curgere a ei este aproximativ egală cu aceea a fazei gazoase, deci nu are loc o interacțiune mecanică între faze.

Valoarea razei maxime a picăturii de lichid pentru ca interacțiunea interfazică să nu aibă loc se obține pe cale experimentală, ea depinzînd de natura fluidului. În general, ea corespunde acelei dimensiuni pentru care sînt satisfăcute legile de plutire a ei într-un curent de gaz (viteza de cădere a particulei 10,8 ... 27 m/h; dimensiunea picăturii $d = 10 \dots 100 \mu$).

Pentru a se studia comportarea amestecului bifazic ce curge prin tr-un canal sau conductă circulară, trebuie determinate relațiile ce caracterizează : transferul de căldură interfazic ; lucrul mecanic de frecare între faza lichidă și cea de vapori ; ecuația de continuitate ; legea conservării energiei ; căderea de presiune datorată frecării mediului de pereții canalului.

Se consideră un canal prin care curge un amestec de gaz și particule înghețate de lichid (nedeformabile), cu notațiile din figura 6.25. În secțiunea de intrare A , gazul are parametrii notați cu indicele g , iar picăturile de lichid cu indicele l . Mărimile fazei gazoase și lichide la intrare sînt cunoscute și trebuie determinate valorile pe care ele le capătă în secțiunea de ieșire $A + dA$. Se consideră cazul general cînd $T_g \neq T_l$. Ca urmare a diferenței de temperatură, va avea loc un schimb de căldură interfazic. Mărimile termofizice și mecanice luate în calcule sînt valorile medii în secțiunile respective. Se acceptă ipoteza curgerii unidirecționale, iar canalul fiind de lungime mică se neglijează forțele de frecare precum și

schimbul de căldură cu pereții canalului, deci se consideră că are loc un proces adiabat-izentrop. Nu se ia în considerare interacțiunea dintre particulele lichide sau dintre ele și pereții conductei (fără strat limită lichid). Faza gazoasă se consideră că ascultă de legea generală a gazului perfect și se neglijează efectul volumului ocupat de particulele lichide în volumul fazei gazoase. Schimbul de căldură interfazic are loc numai convectiv, ca

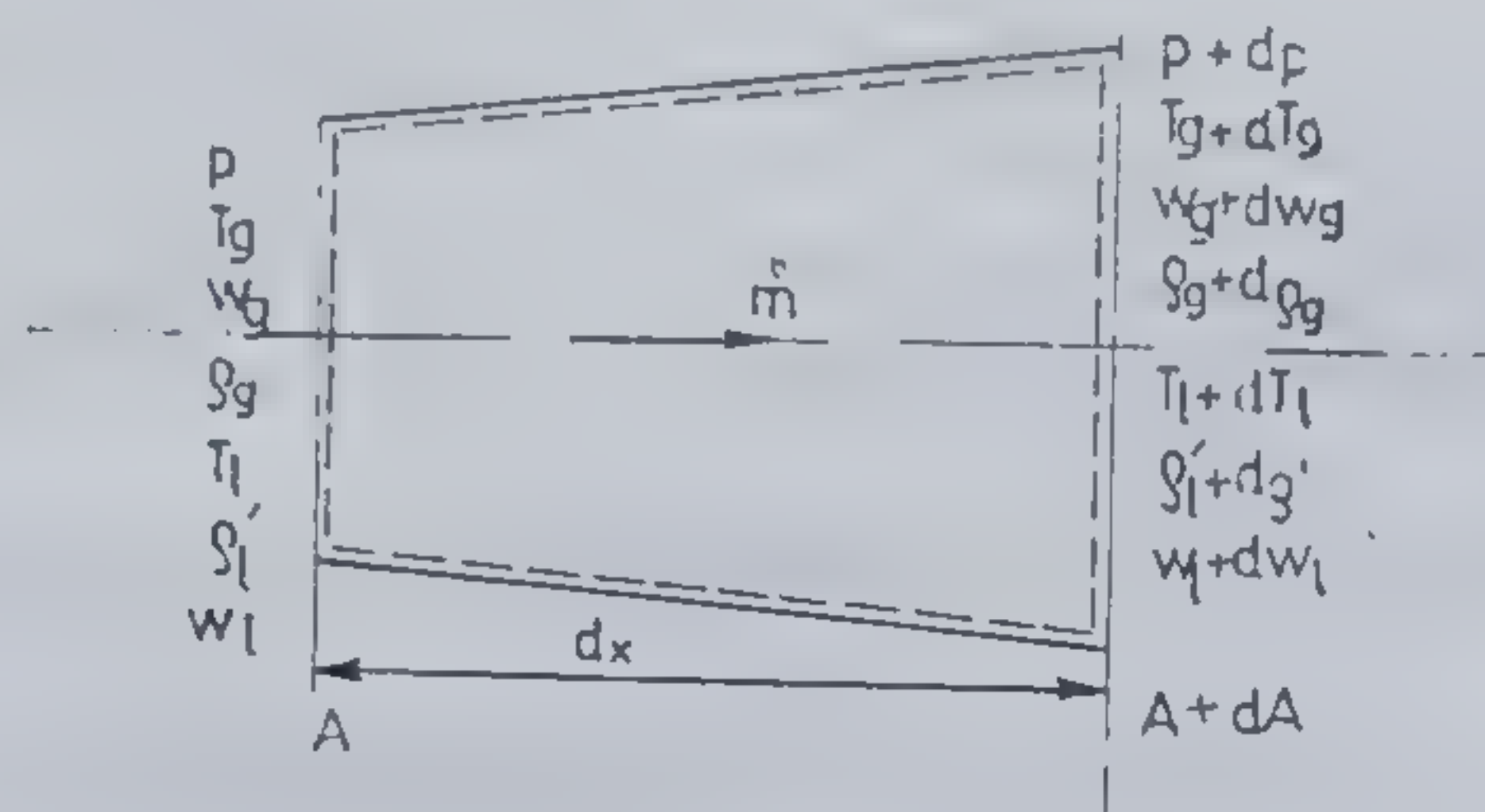


Fig. 6.25. Model fizic de curgere bifazică.

urmare a diferenței dintre temperatura particulei lichide față de a gazului.

Parametrii termofizici și dinamici ai celor două faze vor fi exprimați în funcție de secțiunile respective. Cu notațiile din figura 6.25, ecuația de continuitate pentru cele două faze a căror debit total este \dot{m} este

$$\rho_g w_g A = (1 - x) \dot{m} \quad (6.196)$$

$$\rho_l w_l A = x \dot{m} \quad (6.197)$$

în care ρ_g este densitatea fazei gazoase; ρ_l — masa particulelor de lichid din unitatea de volum a amestecului bifazic; x — participația fazei lichide în unitatea de masă bifazică (titlul amestecului).

Se acceptă ipoteza că faza gazoasă ascultă de legea gazului perfect, și ca urmare presiunea ei în amestecul bifazic este

$$p = \rho_g R_g T_g \quad [\text{N/m}^2] \quad (6.198)$$

Variația de presiune a amestecului bifazic între secțiunea A și $A + dA$ în ipoteza neglijării volumului ocupat de particulele lichide în masa de amestec bifazic este dată de relația cunoscută

$$dp = R_g (1 - x) \dot{m} \left[\frac{dT_g}{A w_g} - \frac{T_g}{A^2} \frac{dA}{w_g} - \frac{T_g}{A} \frac{dw_g}{w_g^2} \right] \quad (6.199)$$

sau

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT_g}{T_g} - \frac{dw_g}{w} - \frac{dA}{A} \quad (6.200)$$

Forța de presiune ce generează mișcarea mediului bifazic se obține din ecuația impulsului, aplicată atât fazei lichide cât și celei gazoase, care are forma

$$-dp = (1 - x) \frac{\dot{m} dw_g}{A} + x \frac{\dot{m} dw_l}{A} \quad (6.201)$$

Pentru o curgere adiabat-izentropă ($dq = 0$; $dl_{ir} = 0$) la care entalpia frînata este constantă, legea conservării energiei curentului bifazic este

$$(1 - x)\dot{m} \left[c_{p_g} \cdot T_g + \frac{w_g^2}{2} \right] + x\dot{m} \left[c_{p_l} T_l + \frac{w_l^2}{2} \right] = \text{Const.} \quad (6.202)$$

din care se obține temperatura momentană a fazei gazoase :

$$dT_g = \frac{w_g \cdot dw_g}{c_{p_g}} - \frac{x}{1 - x} \left[\frac{c_{p_l}}{c_{p_g}} dT_l + \frac{w_l dw_l}{c_{p_l}} \right] \quad (6.203)$$

unde c_{p_g} , c_{p_l} sînt căldurile specifice la presiune constantă a fazei gazoase, respectiv lichide.

Prin egalarea relațiilor (6.199) și (6.200) se obține :

$$dT_g = \frac{dA}{A} T_g - \frac{x}{1 - x} \frac{w_g \cdot dw_l}{R_g} - w_g dw_g \left[\frac{1}{R_g} - \frac{T_g}{w_g^2} \right] \quad (6.204)$$

Deci variația temperaturii gazului este o funcție de forma

$$dT_g = f(dw_g, dw_l, dA) |_{R=\text{Const}; x=\text{Const.}} \quad (6.205)$$

Din relațiile (6.203) și (6.204) se obține relația (6.206), ce exprimă variația vitezei de curgere a fazei gazoase :

$$dw_g = \frac{R_g T_g \frac{dA}{A} - \frac{x}{1 - x} \left[\frac{c_{p_l}}{c_{p_g}} R_g dT_l - \frac{w_l dw_l \cdot R_g}{c_{p_g}} + w_g dw_l \right]}{w_g \left[1 - \frac{R_g}{c_{p_g}} - \frac{R_g T_g}{w_g^2} \right]} \quad (6.206)$$

Deci variația vitezei gazului este o funcție de forma

$$dw_g = f(dw_l, dT_l, dA) |_{x=\text{Const}; R=\text{Const.}} \quad (6.207)$$

Introducînd valoarea lui dw_g din (6.206) în expresia (6.204) se obține funcția de variație a temperaturii mediului gazos :

$$dT_g = f(dw_l, dT_l, dA) |_{x=\text{Const}; R=\text{Const.}} \quad (6.208)$$

Pe de altă parte, pentru determinarea funcției de variație a presiunii momentane ținînd seama de (6.208) și de (6.201) se obține

$$dp = f(dw_l, dT_l, dA) |_{x=\text{Const}; R=\text{Const.}} \quad (6.209)$$

Din expresiile de mai sus, se obțin ecuațiile analitice de calcul a variației temperaturii, presiunii și vitezei fazei gazoase pe porțiunea de canal dx (fig. 6.25). Aceste ecuații sînt.

$$\frac{dw_g}{dx} = \frac{\frac{T_g \cdot R_g}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{x}{1-x} \left[\frac{-c_{p_l}}{c_{p_g}} R_g \frac{dT_l}{dx} - \frac{w_l R_g}{c_{p_g}} \frac{dw_l}{dx} + w_g \frac{dw_l}{dx} \right]}{w_g \left[1 - \frac{R_g}{c_{p_g}} - \frac{R_g T_g}{w_l^2} \right]} \quad (6.210)$$

$$\frac{dT_g}{dx} = \frac{T_g}{A} \frac{dA}{dx} - \frac{x}{1-x} \frac{w_g}{R_g} \frac{dw_l}{dx} - w_g \frac{dw_g}{dx} \left[\frac{1}{R_g} - \frac{T_g}{w_g^2} \right] \quad (6.211)$$

$$\frac{dp}{dx} = R_g(1-x)m \left[\frac{1}{Aw_g} \frac{dT_g}{dx} - \frac{T_g}{A^2 w_g} \frac{dA}{dx} - \frac{T}{w_g^2 A} \frac{dw_g}{dx} \right] \quad (6.212)$$

Pentru a pune în evidență influența picăturilor de lichid din gaz, asupra curgerii amestecului bifazic, indiferent de natura ei (subsonică sau supersonică), se pleacă de la relațiile (6.204) și (6.206), care, așezate sub o formă dependentă de criteriul Mach al curgerii respective, devin (6.213) și (6.214) :

$$\frac{dw_g}{w_g} = - \frac{dA}{A} \frac{1}{1-M^2} \frac{dw_l}{w_l} \frac{w_l}{w_g} - \left[\frac{x}{1-x} \frac{k \cdot M^2 - (k-1)M^2 \frac{w_l}{w_g}}{1-M^2} \right] - \frac{c_{p_l}}{c_{p_g}} \frac{T_l}{T_g} \frac{dT_l}{T_l} \left[\frac{x}{1-x} \frac{1}{1-M} \right] \quad (6.213)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_g}{T_g} = & \frac{dA}{A} \frac{(k-1)M^2}{1-M^2} - \frac{w_l}{w_g} \frac{dw_l}{w_l} \left[\frac{x}{1-x} \frac{(k-1)}{1-M^2} \left(M^2 - k M^2 \frac{w_l}{w_g} + \frac{w_l}{w_g} \right) \right] - \\ & - \frac{c_{p_l}}{c_{p_g}} \frac{T_l}{T_g} \frac{dT_l}{T_l} \left[\frac{x}{1-x} \frac{1-kM^2}{1-M^2} \right] \end{aligned} \quad (6.214)$$

Introducînd expresiile (6.213) și (6.214) în (6.200) se obține

$$\begin{aligned} \frac{dp}{p} = & \frac{dA}{A} \frac{k M^2}{1-M^2} - \frac{w_l}{w_g} \frac{dw_l}{w_l} \left[\frac{x}{1-x} \frac{M^2}{1-M^2} \left\{ (k-1) \left(k M^2 - k M^2 \frac{w_l}{w_g} + k \right) \right\} + \right. \\ & \left. + \frac{c_{p_l}}{c_{p_g}} \frac{T_l}{T_g} \frac{dT_l}{T_l} \left[\frac{x}{1-x} \frac{k M^2}{1-M^2} \right] \right] \end{aligned} \quad (6.215)$$

În relațiile (6.213) ... (6.215), criteriul Mach se referă la faza gazoasă, deci :

$$M = \frac{w_g}{\sqrt{k \cdot R_g \cdot T_g}} \quad (6.216)$$

$$\frac{dM}{M} = \frac{dw_g}{w_g} - \frac{1}{2} \frac{dT_g}{T_g} \quad (6.217)$$

Substituind în (6.217) relațiile (6.213) și (6.214), se obține variația criteriului Mach pe porțiunea dx de conductă și anume :

$$\begin{aligned} \frac{dM}{M} = & - \frac{dA}{A} \left[\frac{1 + \frac{1}{2}(k-1)M^2}{1-M^2} \right] + \\ & + \frac{dw_l}{w_l} \frac{w_l}{w_g} \left[\frac{x}{1-x} \frac{M^2}{1-M^2} \left\{ k M^2 \frac{k-1}{2} \cdot \left(1 - \frac{w_l}{w_g} \right) + k - \frac{k-1}{2} \frac{w_l}{w_g} \right\} \right] - \\ & - \frac{c_{pl}}{c_{pg}} \frac{T_l}{T_g} \frac{dT_l}{T_l} \left[\frac{x}{1-x} \frac{1+kM^2}{2(1-M^2)} \right] \end{aligned} \quad (6.218)$$

Forța de antrenare a particulei de lichid prin frecare interfazică de curen-
tul de gaz este

$$\dot{m}_l \frac{d^2 l}{d\tau^2} = c_f \frac{1}{2} \rho_g (w_g - w_l)^2 A_l \quad (6.219)$$

în care: \dot{m}_l este masa unei particule de lichid; c_f — coeficientul de fre-
care gaz-lichid (considerat ca o funcție numai de criteriul Reynolds al
curgerii); A_l — suprafața exterioară a particulelor lichide. Coeficientul de
frecare c_f între gaz și particula lichidă pentru apă și vapori de apă este
dat în figura 6.26. Pentru alte lichide se poate folosi și relația aproxima-
tivă

$$c_f = f \frac{24}{Re} \quad (6.220)$$

$$f = \frac{28Re^{-0,85} + 0,48}{24Re^{-1}} \quad (6.221)$$

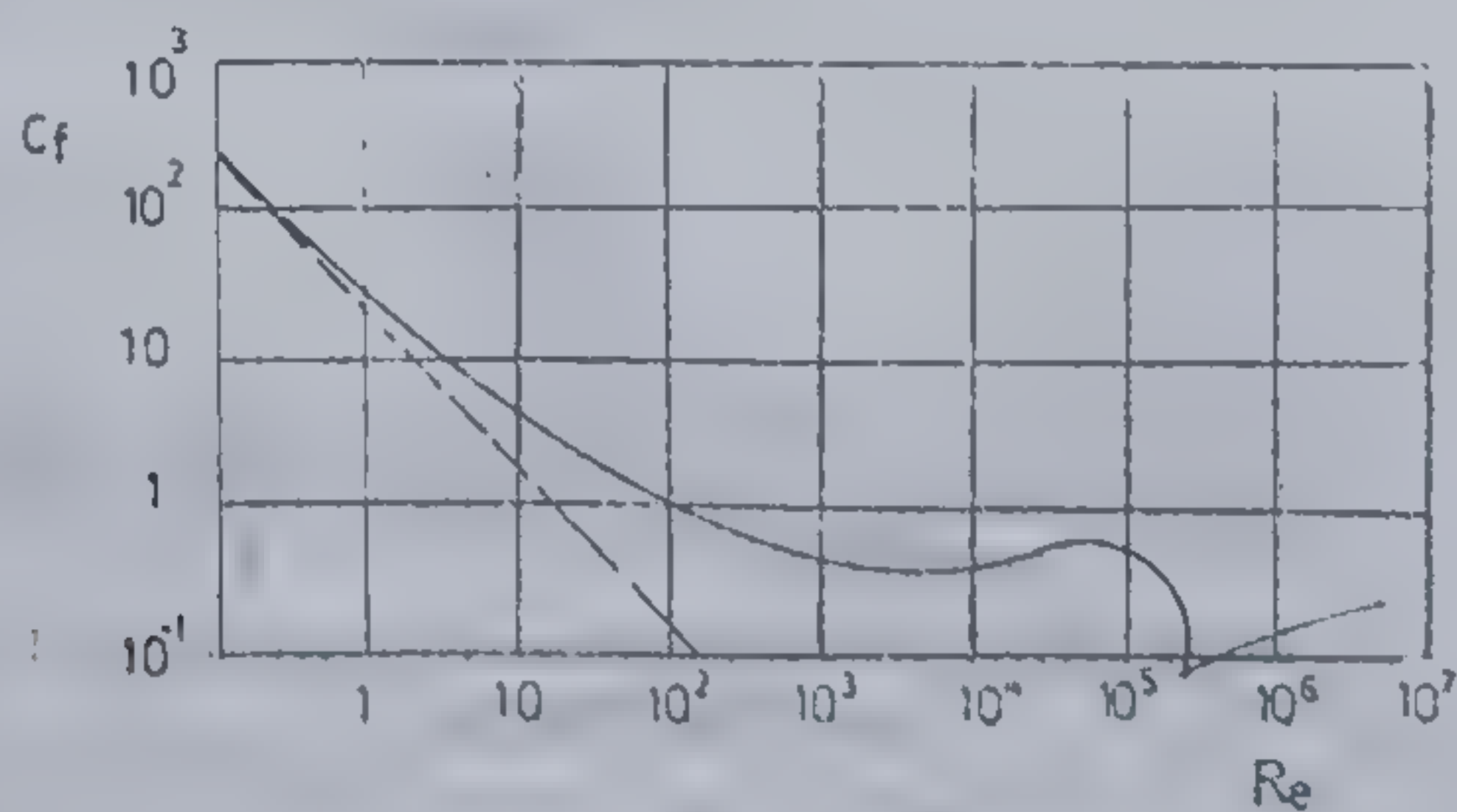


Fig. 6.26. Coeficientul de frecare c_f dintre
faza gazoasă și particula lichidă într-un
mediu bifazic în curgere.

Pentru o picătură sferică, relația (6.219) capătă forma (6.222) sau (6.223) :

$$\dot{m}_l \cdot w_l \frac{dw_l}{dx} = f \frac{24}{\text{Re}} \frac{1}{2} \rho_g (w_g - w_l)^2 A_l = 3\pi \cdot \mu_g \cdot f (w_g - w_l) \quad (6.222)$$

$$w_l \frac{dw_l}{dx} = \alpha_m (w_g - w_l) \quad (6.223)$$

în care :

$$\alpha_m = \alpha f \quad (6.224)$$

$$\alpha = \frac{3\pi \cdot \mu_g d_l}{m_l} = \frac{18 \mu_g}{\rho_l d_l^2} \quad (6.225)$$

unde μ_g este viscozitatea dinamică a gazului; ρ_g — densitatea lui; d_l = = diametrul particulei lichide considerată nedeformabilă. Cu relația (6.223) se poate determina variația vitezei de curgere a particulei lichide, curgera avînd loc fără schimb de căldură interfazică sau cu exteriorul și fără frecare de pereți.

În cazul cînd între faza gazoasă și cea lichidă are loc un schimb de căldură convectiv, mărimea fluxului termic schimbat este dat de valoarea coeficientului convectiv α_c care poate fi cel dat de (6.226) și respectiv (6.227) :

$$\text{Nu}_c = 2 + 0,6 \cdot \text{Re}^{0,5} \cdot \text{Pr}^{0,333} \quad (6.226)$$

$$\alpha_c = \frac{\lambda_g}{d_l} (2 + 0,6 \cdot \text{Re}^{0,5} \cdot \text{Pr}^{0,333}) \quad (6.227)$$

Fluxul termic schimbat prin convecție în timpul $d\tau$ corespunzător parcurgerii lungimii dx între particulele a căror suprafață exterioară este A_l va fi dat de (6.228) :

$$\alpha_c A_l (T_l - T_g) d\tau = \dot{m}_l c_{p_l} (-dT_l) \quad (6.228)$$

Variația temperaturii fazei lichide, ca urmare a fluxului termic interfazic, este

$$w_l \frac{dT_l}{dx} = - \frac{\alpha_c A_l (T_l - T_g)}{\dot{m}_l c_{p_l}} \quad (6.229)$$

$$w_l \frac{dT_l}{dx} = - \frac{6\lambda_g}{\rho_l c_{p_l} d_l^2} (2 + 0,6 \text{Re}^{0,5} \cdot \text{Pr}^{0,333}) (T_l - T_g) \quad (6.230)$$

În care λ_g este conductivitatea fazei gazoase. S-a considerat că schimbul de căldură are loc între lichidul mai cald și gazul mai rece. Relațiile rămîn valabile și în cazul cînd $T_g > T_l$.

Ecuatiile de mai sus permit rezolvarea problemelor curgerii pentru o umiditate a mediului bifazic de 2% ... 6%, în absența însă a unui proces de condensare sau evaporare în masa lui.

Pentru o conductă cu o secțiune inițială oarecare A pentru care se cunosc parametrii termofizici și mecanici ai mediului bifazic, se pot determina parametrii pe care îi va avea gazul după parcurgerea unei distanțe mici dx cunoscându-se geometria conductei dA/dx . Din relațiile (6.223) și (6.230) se obțin dw_l/dx și dT_l/dx . Substituind valorile obținute în (6.210) și (6.211) și (6.212) se obțin dw_g/dx , dT_g/dx și dp/dx . Apoi, se consideră ca secțiune inițială $x + dx$ și se reface calculul pentru o nouă distanță dx și așa mai departe.

În cazul cînd între cele două faze, în timpul parcurgerii unei distanțe mici dx , nu are loc schimb de căldură, iar particula lichidă nu afectează energia cinetică a fazei gazoase, curgerea capătă un aspect particular. Această situație poate avea loc într-o conductă sau un canal de secțiune constantă, sau variabilă în cazul cînd dimensiunile picăturilor sînt foarte mici (aerosoli). În această situație, pentru o secțiune constantă ecuația ce exprimă variația vitezei particulei lichide în funcție de rezistența la înaintare este

$$w_l \frac{dw_l}{dx} = \alpha_m (w_g - w_l) \quad (6.231)$$

Se notează cu $\Phi = (w_g - w_l)/w_g$. Deoarece prin ipoteză, gazul nu este afectat dinamic de faza lichidă, w_g este constant, la fel ca și α_m . Se notează cu X :

$$X = \frac{w_g}{\alpha_m} \left[\ln \frac{\Phi_0}{\Phi} - (\Phi_0 - \Phi) \right], \quad (6.232)$$

unde indicele zero indică valoarea lui Φ pentru condițiile inițiale ale curgerii.

Se consideră cazul unei curgeri printr-o conductă sau prin canal cu secțiune variabilă, admitînd o variație lineară a vitezei w_g cu lungimea x , de forma

$$w_g = w_{g_0} + ax \quad (6.233)$$

unde cu a s-a notat accelerația curentului pe unitatea de lungime a canalului. Ținînd seama de (6.233), ecuația (6.231) capătă forma

$$w_l \frac{dw_l}{dx} = \alpha_m (w_{g_0} + ax - w_l) \quad (6.234)$$

Omogenizarea ecuației (6.234) (neomogenă în w și x) se poate face prin schimbarea originii coordonatei x în χ , dată de expresia

$$\chi = x + \frac{c}{a} \quad (6.235)$$

în care $c = -\alpha_m \cdot w_{g0}$. Pentru noua origine, expresia (6.234), integrată, devine

$$\begin{aligned} & \chi \left[\left(\frac{w_l}{\chi} + Q \right) \left(\frac{w_l}{\chi} + Q' \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{w_l}{\chi} + Q \right]^{\frac{\alpha_m}{4Z^{1/2}}} = \\ & = \chi_0 \left[\left(\frac{w_{l0}}{\chi_0} + Q \right) \left(\frac{w_{l0}}{\chi_0} + Q' \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{w_{l0}}{\chi_0} + Q \right]^{\frac{\alpha_m}{4Z^{1/2}}} \end{aligned} \quad (6.236)$$

în care: $Z = \alpha_m \left(a + \frac{1}{4} \alpha_m \right); \quad Q = \frac{1}{2} \alpha_m + Z^{\frac{1}{2}}; \quad Q' = \frac{1}{2} \alpha_m - Z^{\frac{1}{2}}.$

6.9. MODELE DE CURGERE A MEDIULUI BIFAZIC MONO-COMPONENT CU O UMIDITATE $y_0 > 6\%$

Curgerea mediilor bifazice monocomponente cu umiditate mai mare de 6% s-a constatat experimental că se diferențiază fenomenologic de curgerea celor cu umiditate mai mică de 6%. Faza lichidă nu se mai găsește dispersată în faza gazoasă (sub forma unor picături mici sau sub formă de aerosoli), ci ca o fază continuă, a cărei masă ocupă un volum finit în amestecul bifazic. Pe de altă parte, de câte ori curgerea mediului bifazic cu umiditate mai mare de 6% este însoțită de un schimb de căldură cu exteriorul, sau de o încălzire determinată de transformarea lucrului mecanic de frecare în căldură, apare și un schimb de masă interfazic, ceea ce face ca pierderile de presiune, variația densității etc., să fie foarte greu de determinat analitic. Experimental s-a constatat că valoarea reală a unor criterii de similitudine a mediului bifazic cu umiditate mare are alte valori decât cele obținute prin calcul.

O metodă simplă utilizată pentru determinarea mărimilor caracteristice termofizice ale mediului bifazic cu umiditate mai mare de 6% constă în medierea mărimilor respective proporțional cu participația masică a fiecărei faze în amestec, pentru lungimi mici ale canalului prin care are loc curgerea, și apoi medierea lor pentru toată lungimea lui. O altă metodă (cu rezultate aproximative), aplicabilă curgerilor adiabat-izentropice, constă în medierea logaritmică a valorilor obținute pentru secțiunile de intrare și ieșire din canal. Astfel, considerînd că densitatea amestecului bifazic la intrarea și ieșirea din canal are valoarea ρ_1 , respectiv ρ_2 , valoarea medie este

$$\rho = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\ln \frac{\rho_1}{\rho_2}} \quad (6.237)$$

Pentru calcule exacte, determinarea mărimilor termofizice și mecanice se face în funcție de sistemul fizic al curgerii. În general, curgerea prin canale a mediilor bifazice poate avea loc după cum urmează :

a) curgerea izotermă prin canale orizontale, fără modificarea raportului masic al fazelor ;

b) curgerea izotermă prin canale verticale, fără modificarea raportului masic al fazelor ;

c) curgerea mediului bifazic prin canale însoțită de un schimb de masă (treccrea unei faze în alta), în prezența unui schimb de căldură cu pereții. În cazul curgerilor cu pierderi mari de presiune apare o vaporizare a fazei lichide, însoțită de o mărire a volumului specific al amestecului bifazic. Ca urmare, are loc o creștere importantă a energiei cinetice a curentului și deci o pierdere de presiune momentană mare.

Curgerea izotermă prin canale orizontale. Această curgere poate avea loc după cum urmează :

1. Curgerea cu faza de vapori sub formă de bule dispersate în faza lichidă).

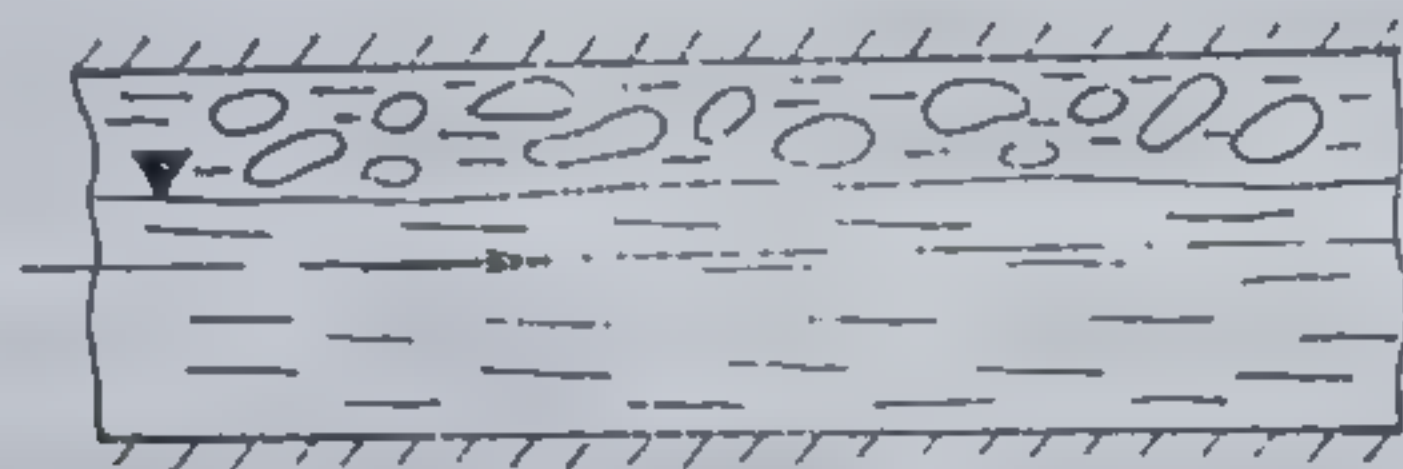
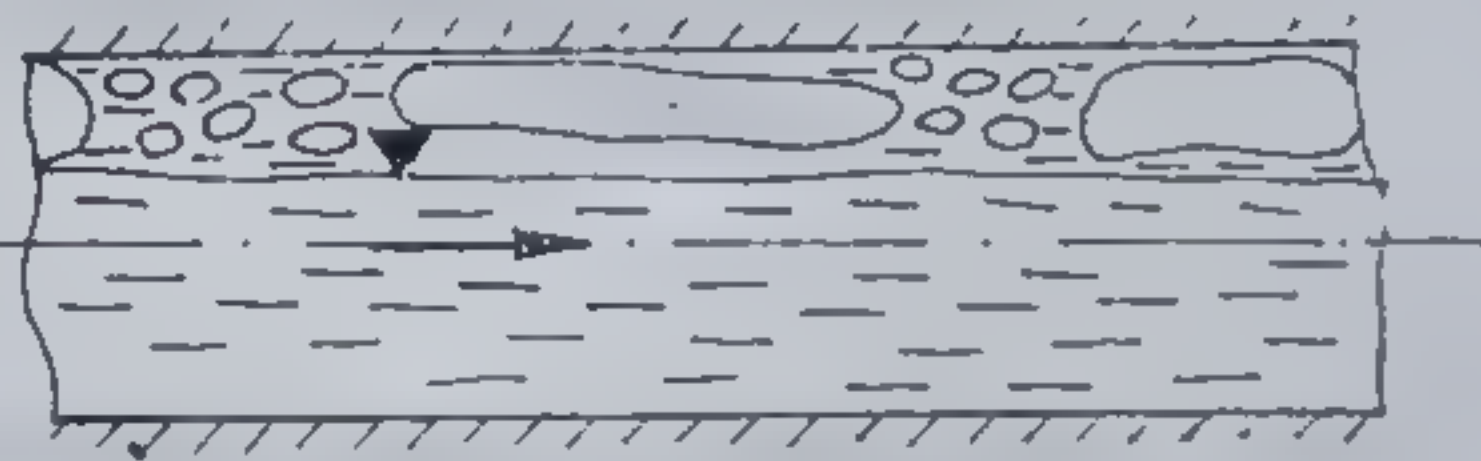


Fig. 6.27. Modelul curgerii separate a fazelor cu bule de vapori disperse în faza lichidă.

2. Curgerea separată a fazei lichide în partea inferioară a canalului, iar a celei de vapori sub forma unor bule dispersate în faza lichidă în partea superioară a canalului (fig. 6.27). Vitezele de deplasare a bulelor de vapori, constatăte experimental, este egală cu aceea a fazei lichide.

3. Curgerea sub formă de dopuri (fig. 6.28). Faza lichidă curge compact în partea inferioară a canalului, iar faza gazoasă sub forma unor bule mari întrerupte de o fază dispersă de bule de vapori în lichid, prezentând aspectul unor dopuri de vapori.

Fig. 6.28. Modelul curgerii bifazice cu dopuri de vapori.



4. Curgerea stratificată (fig. 6.29). Se caracterizează printr-o separare completă a fazei lichide de faza de vapori. Este caracteristică amestecului bifazic cu o umiditate la care volumul specific al fazei gazoase este aproape egal cu cel al fazei lichide ($y > 80\%$).

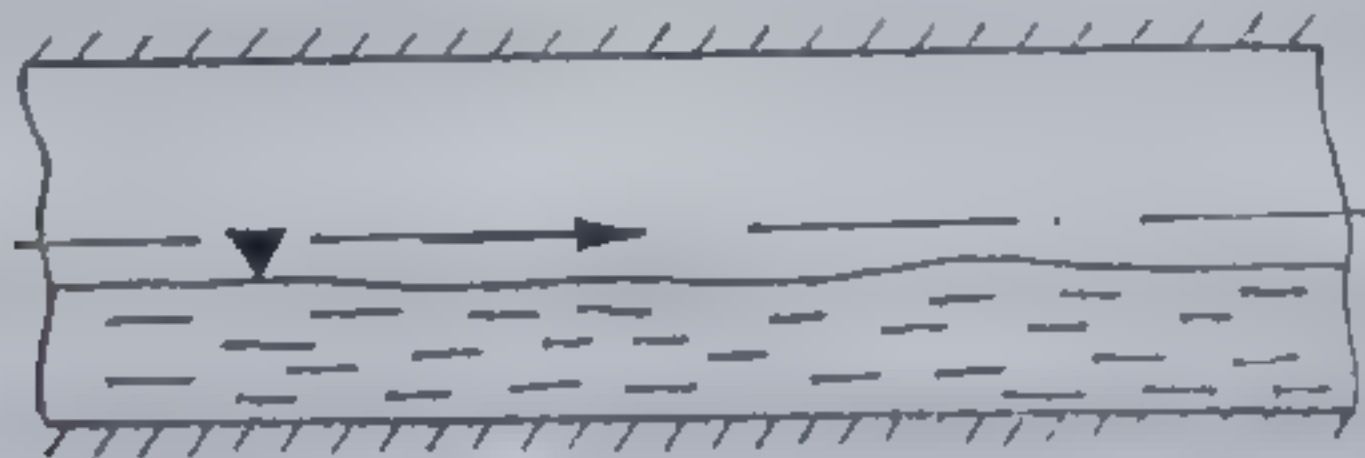


Fig. 6.29. Modelul curgerii bifazice stratificate.

5. Curgerea ondulată (fig. 6.30). este caracterizată prin curgerea complet separată a fazei lichide de cea gazoasă, apărând la intervale mai

rare sau mai dese unde de amplitudine și perioadă redusă, ca urmare a frecării viscoase interfazice.



Fig. 6.30. Modelul curgerii bifazice ondulate.

6. Curgerea ca valuri (fig. 6.31). Se aseamănă cu modelul ondulat, cu diferența că amplitudinea undelor este mai mare, ceea ce îi dă aspectul de valuri.

Fig. 6.31. Modelul curgerii bifazice cu valuri.



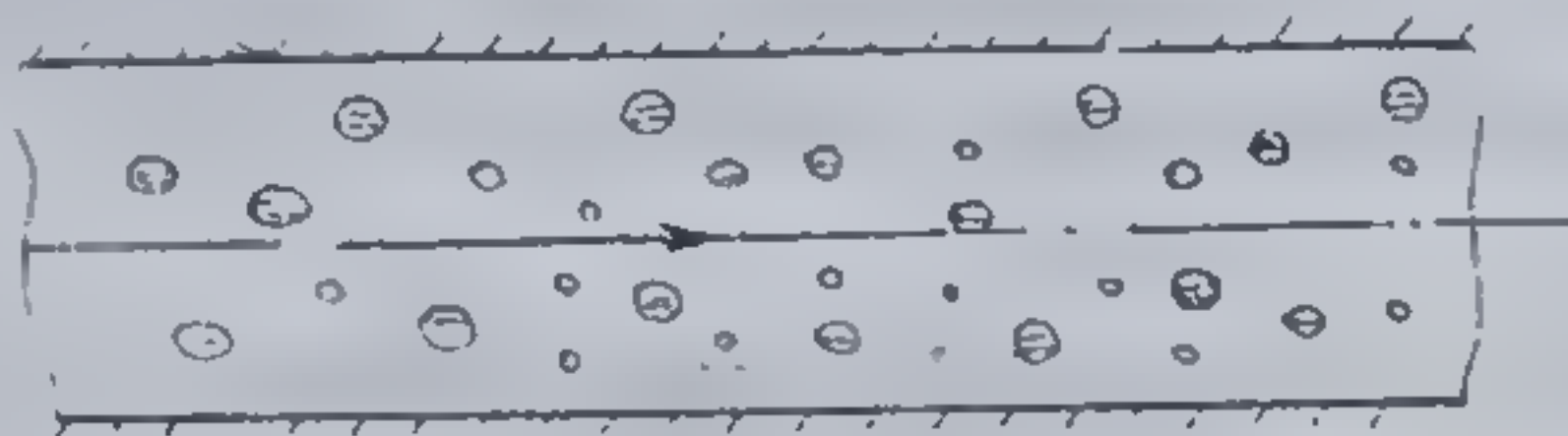
7. Curgerea inelară (fig. 6.32). Acest model este caracteristic unei umidități reduse și unei viteze de curgere ridicată. Ea este o fază a creșterii substratului limită lichid de la pereți, caracteristică umidității $y > 6\%$.



Fig. 6.32. Modelul curgerii bifazice inelare.

8. Curgerea dispersă (fig. 6.33). Este caracteristică unei umidități $y > 6\%$; faza lichidă este dispersată sub formă de picături în faza de vapori.

Fig. 6.33. Modelul curgerii bifazice disperse.



Aceste modele de curgere sînt instabile, un model trecînd de la sine în altul, fără o cauză bine determinată, ceea ce are ca urmare o instabilitate a cîmpurilor de forțe gravitaționale, de viscozitate, de inerție, presiune, tensiune superficială etc.

Cele expuse mai sus, la care se adaugă și dificultățile legate de rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale curgerii, fac ca studiul analitic al curgerii mediului bifazic cu un grad mare de umiditate să fie mai puțin folosit în favoarea metodelor experimentale.

O problemă importantă ce trebuie luată în considerație în studiile referitoare la curgerile bifazice este stabilitatea regimului de curgere din punct de vedere al modelului geometrie al ei prezentat în figurile 6.27 ... 6.33. În cazul canalelor scurte, cum este cazul ajutajelor, grătarelor de palete ale turbomașinilor, elementelor de aparate termice industriale

(difuzoare, ejectoare, schimbătoare de căldură etc.), sistemul de curgere se poate considera adiabat avînd în vedere realizarea rapidă a echilibrului termic dintre temperatura masei feroase a pereților subțiri ai canalelor și aceea a mediului bifazic. În cazul conductelor foarte lungi, realizarea echilibrului de temperatură poate dura ore sau chiar zile. Observațiile experimentale au pus în evidență raportul direct dintre timpul de atingere a echilibrului și diametrul și lungimea canalului sau conductei, și raportul invers dintre acest timp și debitul masic de mediu bifazic.

b) **Curgerea izotermă prin canale verticale.** În cazul curgerii izoterme a unui mediu bifazic prin canale verticale, modelele de curgere uzual întîlnite sînt :

1. Curgerea dispersă. Acest sistem apare în două condiții limită a umidității. În cazul umidităților mari $6y_0\% < y_0 < 10y_0\%$ faza gazoasă se găsește dispersată în faza lichidă compactă, așa cum este arătat în figura 6.34. În cazul umidităților foarte mici $y_0 < 6\%$, curgerea are loc tot sub aceeași formă, dar cu faza lichidă dispersată sub formă de picături în masa de vapori. Aspectul fizic este similar cu cel prezentat în figura 6.33.

2. Curgerea inelară fig. 6.35. O parte din faza lichidă aderă parțial la pereți, iar cea gazoasă, curgînd central, are în ea dispersată mici picături de lichid.

Curgerea însoțită de schimb de căldură cu pereții (fig. 6.36). În cazul cînd în timpul curgerii, mediul bifazic monocomponent primește sau cedează căldură pereților canalului orizontal sau vertical prin care are loc curgerea va apărea și un schimb de masă interfazic intern, adică o vaporizare sau o condensare a fazei lichide. Curgerea își va schimba deci mode-

Fig. 6.34. Curgere dispersă a mediului bifazic cu umiditate mare, printr-un canal vertical.

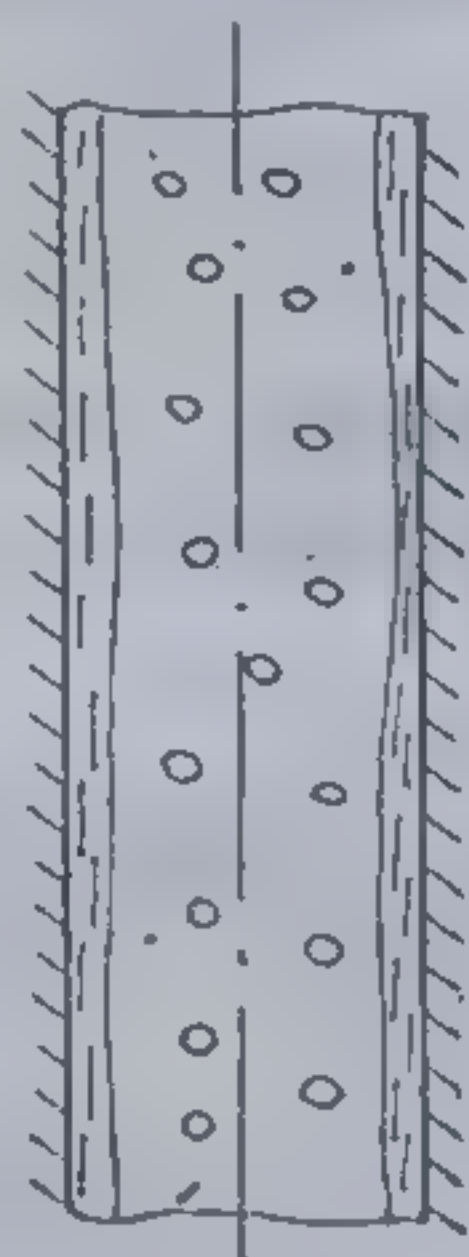
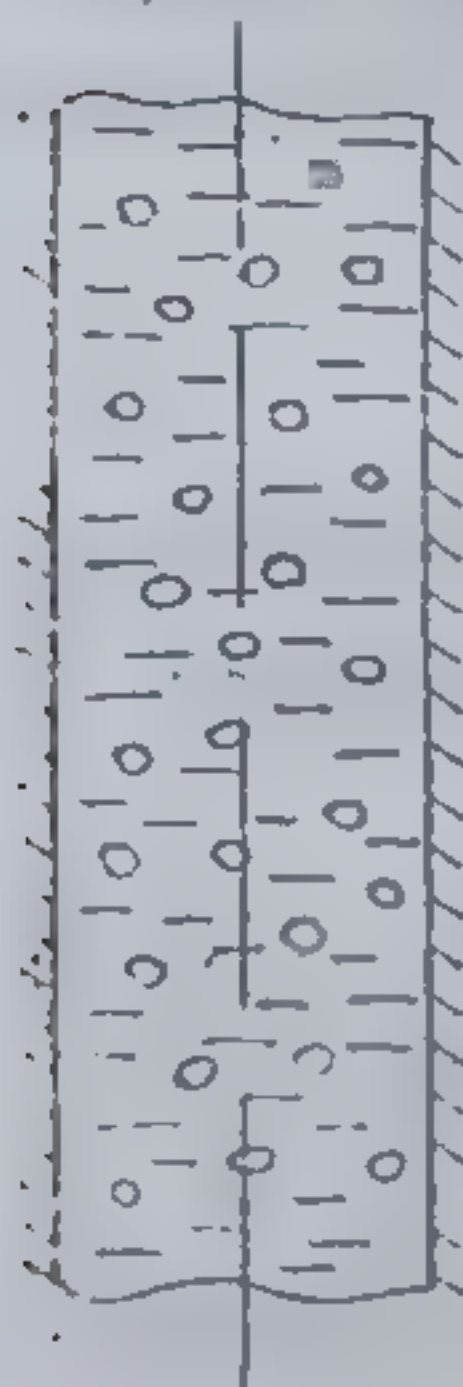
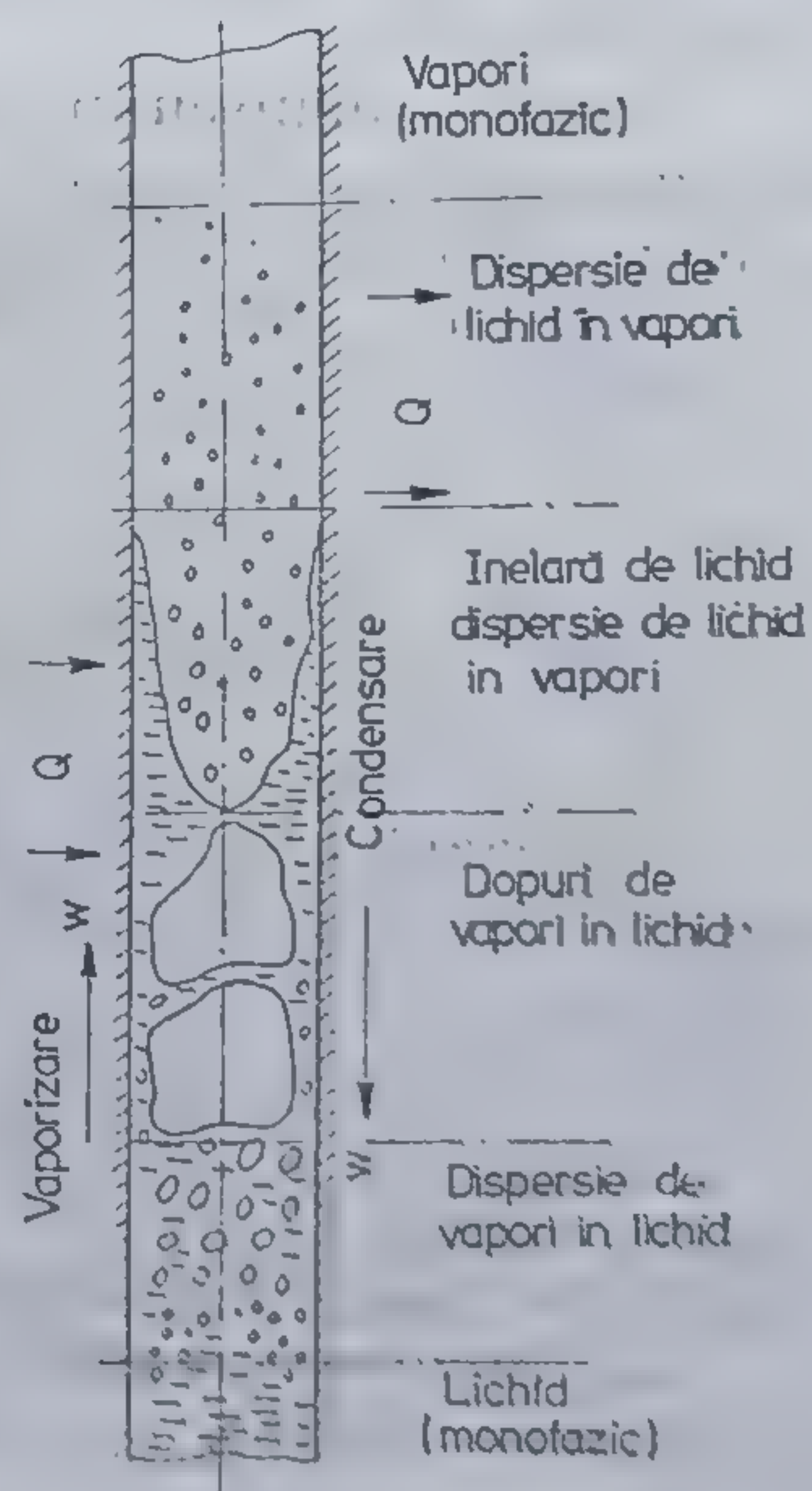


Fig. 6.35. Curgere inelară a mediului bifazic printr-un canal vertical.

Fig. 6.36. Curgere bifazică cu schimb de căldură cu mediul exterior.



lul în funcție de raportul dintre masa fazei lichide și a celei gazoase în lungul curgerii, care, ca urmare a fluxului termic schimbat cu pereții, este variabilă.

Sistemul de curgere pentru „vaporizare” va fi succesiv: curgere lichidă (monofazică); curgere cu bule de vapori dispersate în faza lichidă; curgere cu dopuri de vapori în lichid; curgere inelară; curgere cu dispersie de lichid în faza de vapori, curgere a fazei gazoase (monofazică). Curgerile cu încălzirea fluidului pot avea loc fie în utilaje încălzitoare, special construite pentru acest scop (cazane, distilatoare, fierbătoare, etc.), fie în conducte foarte lungi.

6.10. CURGEREA MEDIULUI BIFAZIC MONOCOMPONENT CU O UMIDITATE MARE ($y_0 > 6\%$) PRIN CONDUCTE SCURTE

Curgerea mediului bifazic monocomponent cu umiditate mare și cu schimb de căldură cu mediul exterior se face cu viteze mici. Cazul este întâlnit: în cazanele de abur; în schimbătoare de căldură fierbătoare sau condensatoare lucrând cu vapori de apă umezi; în curgerea fluidelor frigorifice și a produselor petroliere, etc.

Elementul hotărâtor al cantității de căldură schimbată de fluid cu peretele este dimensiunea bulei de vapori. Fluxul termic schimbat depinde de o serie de factori, printre care: gradul de prelucrare a suprafeței peretelui canalului; mărimea și sensul fluxului termic schimbat de mediu cu pereții; forma bulei de vapori la formarea ei pe perete; gradul de umezire a peretelui etc.

Forma meniscului lichidului la perete depinde de unghiul θ , cazul din figura 6.37 *a*, fiind cel al apei, iar cazul din figura 6.37 *b* al unui lichid ce nu aderă la perete. Pentru apă, lichid ce aderă la perete, unghiul meniscului este $\theta = 50^\circ$, iar pentru mercur, lichid care nu aderă la perete $\theta = 130^\circ$.

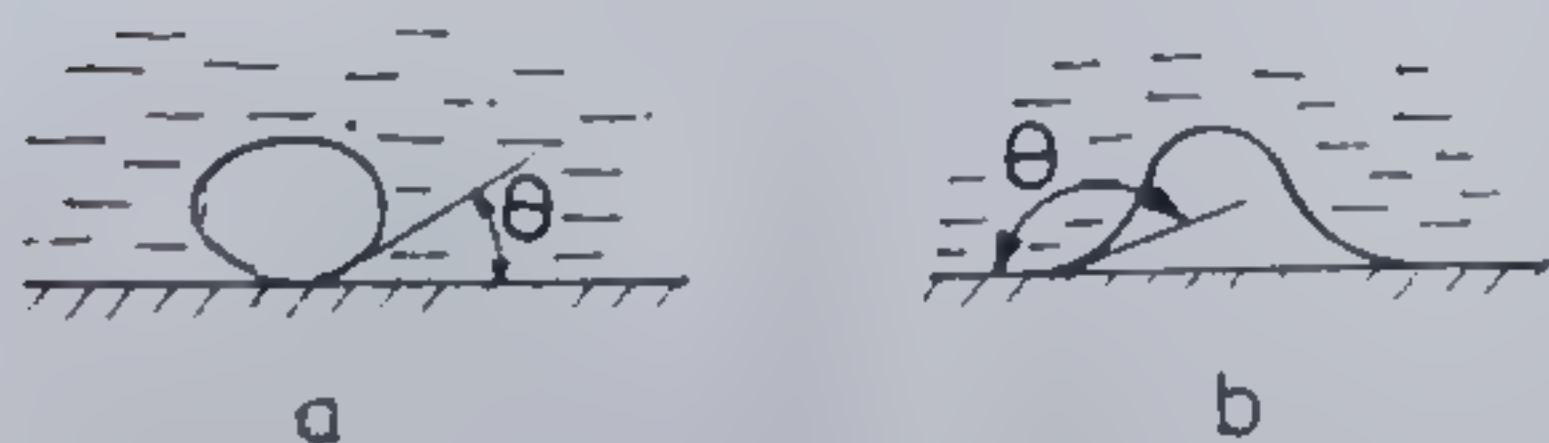


Fig. 6.37. Meniscul bulei de vapori la peretele cald: *a* — lichid ce udă peretele; *b* — lichid ce nu udă peretele.

În cazul unei faze lichide în repaus, diametrul bulei de vapori în momentul desprinderii de pe perete se poate calcula cu relația

$$d_{bul} = 0,018 \cdot \theta \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_l - \rho_v}} \quad [m] \quad (6.238)$$

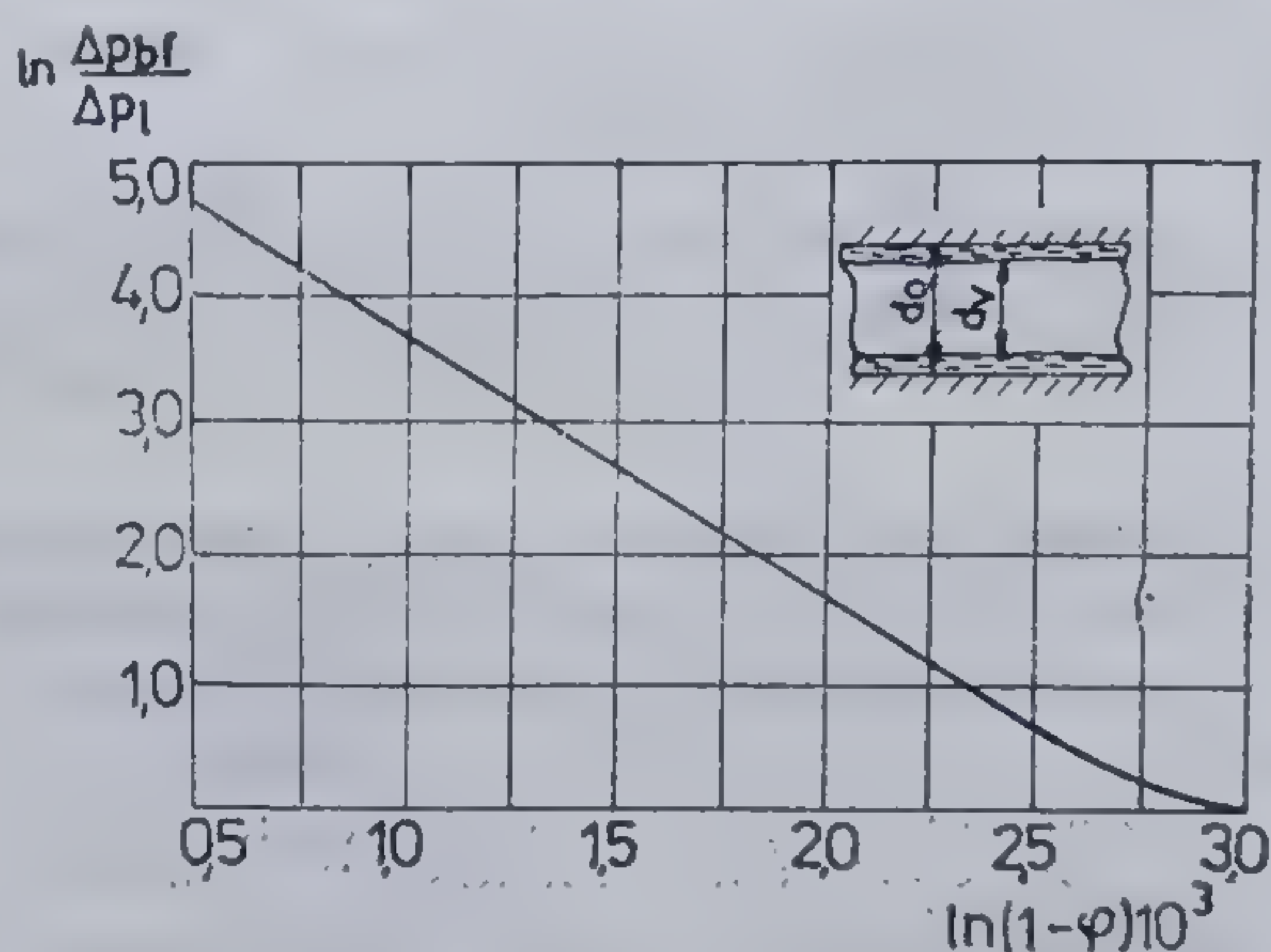
în care σ este tensiunea superficială; θ — unghiul meniscului; ρ_l , ρ_v — densitatea lichidului respectiv a vaporilor. Pentru un lichid în curgere, s-a constatat experimental că diametrul bulei de vapori scade exponențial cu viteza la pătrat a curentului, față de valoarea calculată analitic cu (6.238).

Experimental s-a constatat că pentru viteze de curgere mici și o umiditate mare, la fluidele ce udă pereții curgerea are un caracter inelar., La un conținut de vapori mai mare, sau la viteze de curgere mai mari, începe o curgere cu faze separate, sub formă de bule, de dopuri sau chiar stratificată. Dacă viteza crește și mai mult, datorită turbulenței generate de frecarea interfazică, apar perturbații, făcând să apară sistemul de curgere ondulară sau în valuri. La o umiditate foarte mică, sau foarte mare, curgerea va fi dispersă (a fazei de vapori în lichid sau a fazei lichide în cea de vapori).

Indiferent de modelul curgerii sau de poziția canalului, calculele analitice acceptă ipoteza egalității vitezei de curgere a lichidului cu a vaporilor. În cazul fluidelor ce nu udă pereții canalului, bulele de vapori, chiar în număr mic, deci la umidități foarte mari, formează o zonă continuă lângă perete, faza lichidă circulând prin centrul canalului. Pe măsură ce crește masa de vapori, se mărește grosimea stratului de vapori aderent la perete, iar faza lichidă capătă aspectul unei emulsii, circulând axial. La viteze foarte mari, curgerea capătă aspectul unei emulsii ce umple întreaga secțiune a canalului sau conductei prin care curge.

De exemplu, pentru o curgere turbulentă sub formă inelară a unui amestec bifazic de apă și vapori de apă, se prezintă în figura 6.38 raportul $\Delta p_{bf}/\Delta p_l$ dintre pierderea de presiune a amestecului bifazic față de cel al unei faze lichide în greutate egală, în funcție de raportul $\varphi = (\bar{d}_v/\bar{d}_0)^2$ în care \bar{d}_0 este diametrul conductei, iar \bar{d}_v diametrul secțiunii prin care curg numai vapori.

Fig. 6.38. Pierderile de presiune ale mediului bifazic în funcție de cele ale fazei lichide.



În cazul vitezelor și presiunilor mari și o curgere sub formă de emulsie, calculul dinamic al curgerii se recomandă a fi făcut considerînd mediul bifazic ca un mediu monofazic omogen ale cărei mărimi termodinamice au valorile medii ale celor două faze. Pierderea de presiune pe unitatea de lungime a canalului se face cu relația (6.239) în care indicele m se referă la valorile medii:

$$\frac{\Delta p_{bf}}{\Delta l} = \xi_m \frac{\rho_m w_m^2}{2\bar{d}_0} \quad (6.239)$$

sau în funcție de mărimile fiecărei faze, cu (6.240) :

$$\frac{\Delta p_{bf}}{\Delta l} = - \xi_m \frac{\rho_l w_0}{2d_0} \left[1 + \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_l} \right) \frac{w_{0v}}{w_0} \right] \quad (6.240)$$

în care w_{0v} este viteza de curgere calculată ca și cum prin secțiunea canalului ar trece întreaga cantitate de mediu bifazic numai sub formă de vapori, în m/s; w_m — viteza medie reală în secțiune a amestecului, pentru densitatea reală a amestecului $w_m = (w_0 + w_{0l})/2$, în m/s; w_{0l} — viteza medie de curgere calculată ca și cum prin secțiunea canalului ar trece întreaga cantitate de mediu bifazic numai sub formă lichidă, în m/s;

$$w_0 = w_{0l} + \frac{\rho_v}{\rho_l} w_{0v}$$

ρ_m — densitatea medie în secțiune a amestecului $= (1 - x)\rho_l + x\rho_v$, în kg/m²; x — titlul amestecului bifazic (kg vapori/kg amestec bifazic); ξ_m — coeficientul mediu de frecare a mediului bifazic de pereții canalului determinat experimental.

Un model de curgere instabil este cel sub formă de dopuri denumit și „curgere cu cavitare ondulată” sau cu „cavitare cu valuri”, care însă se amortizează după un timp relativ foarte scurt, revenind la unul din sistemele menționate mai sus.

În figura 6.39 se prezintă dependența dintre dimensiunile dopurilor gazoase și frecvența apariției lor, în funcție de timp. Apariția bulelor de

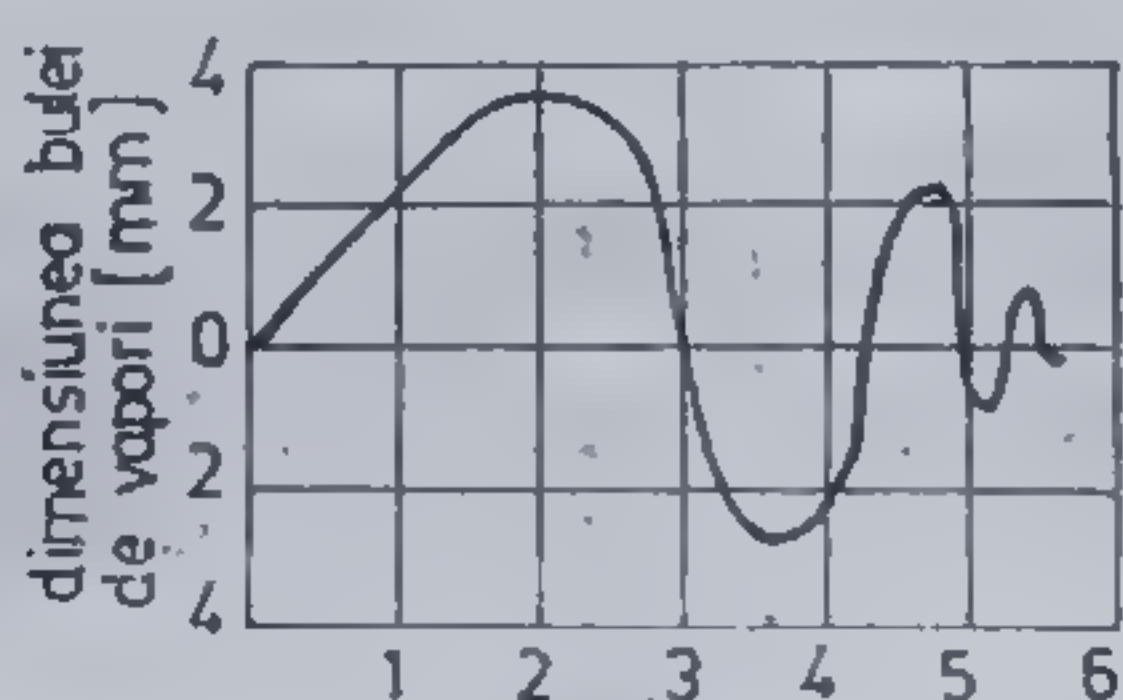


Fig. 6.39. Dimensiunea dopurilor gazoase în funcție de frecvența apariției lor.

vapori în masa de lichid poate să aibă loc și datorită pierderilor de presiune. În această situație, presiunea devenind mai scăzută decât cea corespunzătoare temperaturii de saturație, are loc o vaporizare spontană în masa de lichid. Acest fenomen de vaporizare, cu denumirea de *cavitare*, este caracteristic curgerilor cu viteză ridicată și presupune existența unor nuclee de vaporizare pe pereții canalului sau în mediu, cum ar fi particule solide, bule macroscopice de aer etc. În cazul curgerii unidirectionale a gazului perfect, în prezența unui schimb de căldură are loc o creștere sau o scădere a presiunii frânate și o creștere sau scădere a entropiei în funcție de sensul fluxului termic. În cazul răcirii mediului în curgere, entropia va scădea, iar presiunea frânată va crește, și invers.

În cazul curgerii unui mediu bifazic cu cedare de căldură către pereții canalului, se produce nu o răcire a gazului, ci un proces de condensare, ce conduce la o scădere a vitezei medii de curgere deoarece masa fazei lichide va crește și, ca urmare, volumul specific al amestecului va scădea.

Ca urmare, modelul fizic al curgerii unui mediu bifazic însoțit de răcire, deci de o condensare ca urmare a schimbului de căldură cu pereții va corespunde unui ajutoraj de debit. Pentru viteze de curgere subsonice cu $M < 0,2$, neglijând reducerea secțiunii reale de curgere a vaporilor, ca urmare a măririi cantității de fază lichidă aderentă la perete, ecuația de continuitate pentru faza de vapor este

$$\frac{d\dot{m}_v}{\dot{m}_v} = \frac{d\rho_v}{\rho_v} + \frac{dw_v}{w_v} + \frac{dA}{A} \quad (6.241)$$

Deoarece secțiunea conductei este constantă ($A = \text{ct}$) se obține :

$$\frac{dA}{A} = 0; \quad \frac{d\rho_v}{\rho_v} = w_v \frac{dw_v}{a_v^2}$$

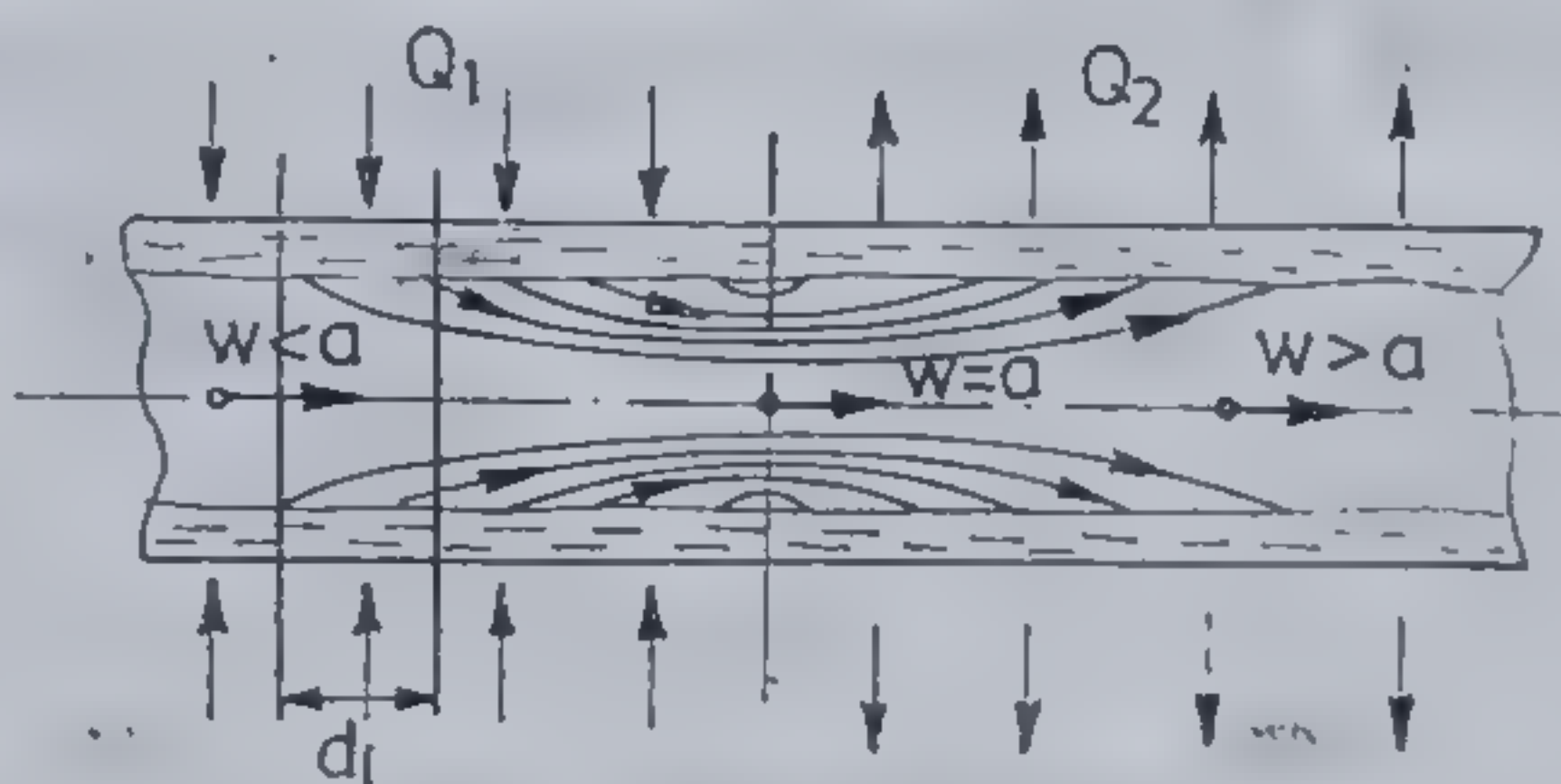
iar ecuația de continuitate are forma

$$\frac{d\dot{m}_v}{\dot{m}_v} = (1 - M_v^2) \frac{dw_v}{w_v} \quad (5.242)$$

Într-un canal de secțiune constantă și în prezența unui schimb de căldură, schimbul de masă interfazic conduce la accelerarea sau decelerarea curentului bifazic ca urmare a schimbării masei de vapor din amestec, deci canalul lucrează ca un ajutoraj de debit.

În cazul curgerii unui mediu bifazic se poate obține o curgere supersonică, deci o trecere de la o curgere subsonică la una supersonică, dacă în partea subsonică mediul va fi încălzit (vaporizînd faza lichidă), iar în partea supersonică va fi răcit condensînd faza de vapor. În figura 6.40 este reprezentat modelul ajutorajului de debit pentru un mediu bifazic, în cazul unui model de curgere inelară.

Fig. 6.40. Ajutoraj de debit pentru un mediu bifazic.



Temperatura vaporilor în timpul curgerii corepunde stării de saturație $T_s = \text{const}$, fluxul termic primit fiind notat cu Q_1 , respectiv cedat Q_2 . Se consideră segmentul de conductă de lungime dl pe care are loc un schimb interfazic de masă. Ecuația continuității pentru valorile medii ale mediului bifazic este

$$\dot{m} = \rho w A; \quad \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dw}{w} \quad (6.243)$$

Considerînd, pentru simplificare, că fiecare fază ocupă o parte separată din secțiunea conductei, se poate scrie

$$\dot{m} = \dot{m}_v + \dot{m}_l \text{ [kg/s]}; A = A_v + A_l \text{ [m}^2\text{]}$$

$$w = x \cdot w_v + (1 - x) w_l \text{ [m/s]}; \quad \rho = \frac{1}{\frac{x}{\rho_v} + \frac{1-x}{\rho_l}} \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

Ca urmare,

$$\frac{dp}{p} + \frac{dA}{A} + \frac{\tau_w \cdot dS + dR_w}{pA} + \frac{\rho w dw}{p} + \frac{\rho w(w - w_m) d\dot{m}}{\rho \dot{m}} = 0 \quad (6.244)$$

în care dS este suprafața peretelui prin care are loc schimbul de căldură, în m^2 ; τ_w — forța tangențială de frecare la perete; R_w — forțele de rezistență mecanică; w_m = viteza transferului masei $d\dot{m}$ dintr-o fază în alta. Deoarece

$$\tau_w = \zeta_m \frac{\rho w^2}{2} = \zeta_m \frac{k p M^2}{2}; \quad a^2 = k \frac{p}{\rho}; \quad \frac{dS}{A} = 4 \frac{dl}{D}$$

unde ζ_m este coeficientul de frecare; D — diametrul conductei, se obține:

$$\frac{dp}{p} + \frac{dA}{A} + \frac{k M^2}{2} \frac{dw^2}{w^2} + \frac{k M^2}{2} \left[4 \zeta_m \frac{dl}{D} + \frac{2 dR_w}{k p A M^2} \right] + k M^2 (1 - v_m^*) \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = 0 \quad (6.245)$$

în care $v_m^* = w_m/w$.

Ecuatia conservării energiei are forma (6.246) sau (6.247)

$$\dot{m} dh - (h_{m_0} - h_m) d\dot{m} + \dot{m} \frac{dw^2}{2} + \left(\frac{w^2}{2} - \frac{w_m^2}{2} \right) d\dot{m} + \dot{m} dl + \dot{m} dq = 0 \quad (6.246)$$

$$\frac{dw^2}{2} + dh + dl + dq + \left[\frac{w^2}{2} (1 - v_m^*) - \Delta h_m \right] \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \quad (6.247)$$

în care dl este lucrul mecanic exterior, iar dq fluxul termic schimbat cu peretele.

Cu relația (6.246) se poate determina debitul $d\dot{m}$ ce trece dintr-o fază în alta. Un alt caz întâlnit des în tehnică este curgera unui mediu bifazic cu umiditate foarte mare printr-o conductă scurtă, fără schimb de căldură cu pereții dar cu o cădere mare de presiune. Această situație se întâlnește în transportul apei supraîncălzite, la curgeri prin canale scurte de

secțiune foarte mică și cu viteză mare (în aparate de schimb de căldură compacte), în regeneratoare, conducte de condens etc.

Curgerea fazei lichide la temperatura de saturație și schimb de masă interfazic cu pierderi mari de presiune are loc în condiții de dezechilibru termodinamic, care depinde de :

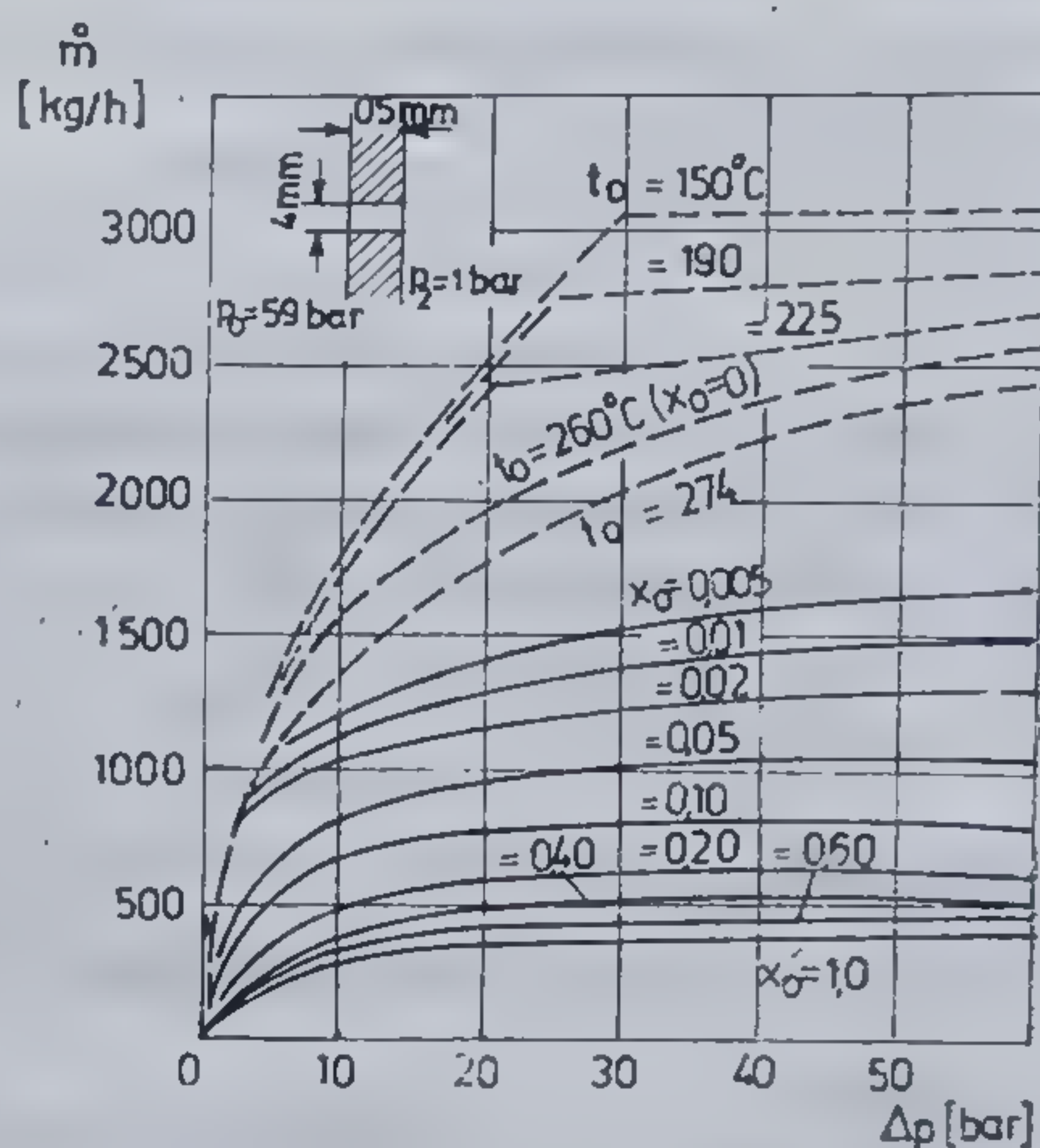
- lungimea relativă a conductei l/d ;
- forma geometrică a secțiunii canalului și rugozitatea pereților;
- valoarea parametrilor termofizici inițiali (presiune, temperatură, umiditate, subrăcire etc.).

Debitul de fluid ce curge într-o conductă cu secțiune foarte mică este dat de (6.248) :

$$\dot{m} = B\varphi A \sqrt{\rho_0 \Delta p} \quad (6.248)$$

în care : B este coeficientul de adaptare $\approx 0,95$; φ = coeficientul de contracție (0,90 ... 0,95); A — secțiunea canalului; Δp — diferența de presiune totală $p_0 - p_2$.

Fig. 6.41. Debitul de mediu bifazic ce poate curge printr-o conductă cu diametrul foarte mic.



În figura 6.41 se prezintă variația debitului ce curge printr-un orificiu în funcție de diferența de presiune Δp_0 ; pentru un canal cu dimensiunile din figură, parcurs de apă la starea de saturație (sau amestec bifazic cu titlul x), o influență hotărâtoare o are gradul de supraîncălzire a lichidului față de temperatura de saturație ($t - t_s$) și titlul x al amestecului bifazic.

Pentru conducte cu o lungime finită l , debitul ce trece prin canal depinde de presiunea inițială p_0 și lungimea relativă l/d . În figura 6.42 se prezintă raportul dintre debitul masic de lichid \dot{m} la o temperatură inițială de saturație corespunzătoare presiunii inițiale și debitul aceluiași lichid \dot{m}_{20} la temperatura de 20°C. După cum se vede din figura 6.42 scăderea de presiune de la valoarea inițială p_0 la cea finală, considerată egală cu 1 bar, are loc mai accentuat în partea finală a conductei. Pentru o conductă cu diametrul $d = 2,2$ mm s-a obținut căderea de presiune de la p_0

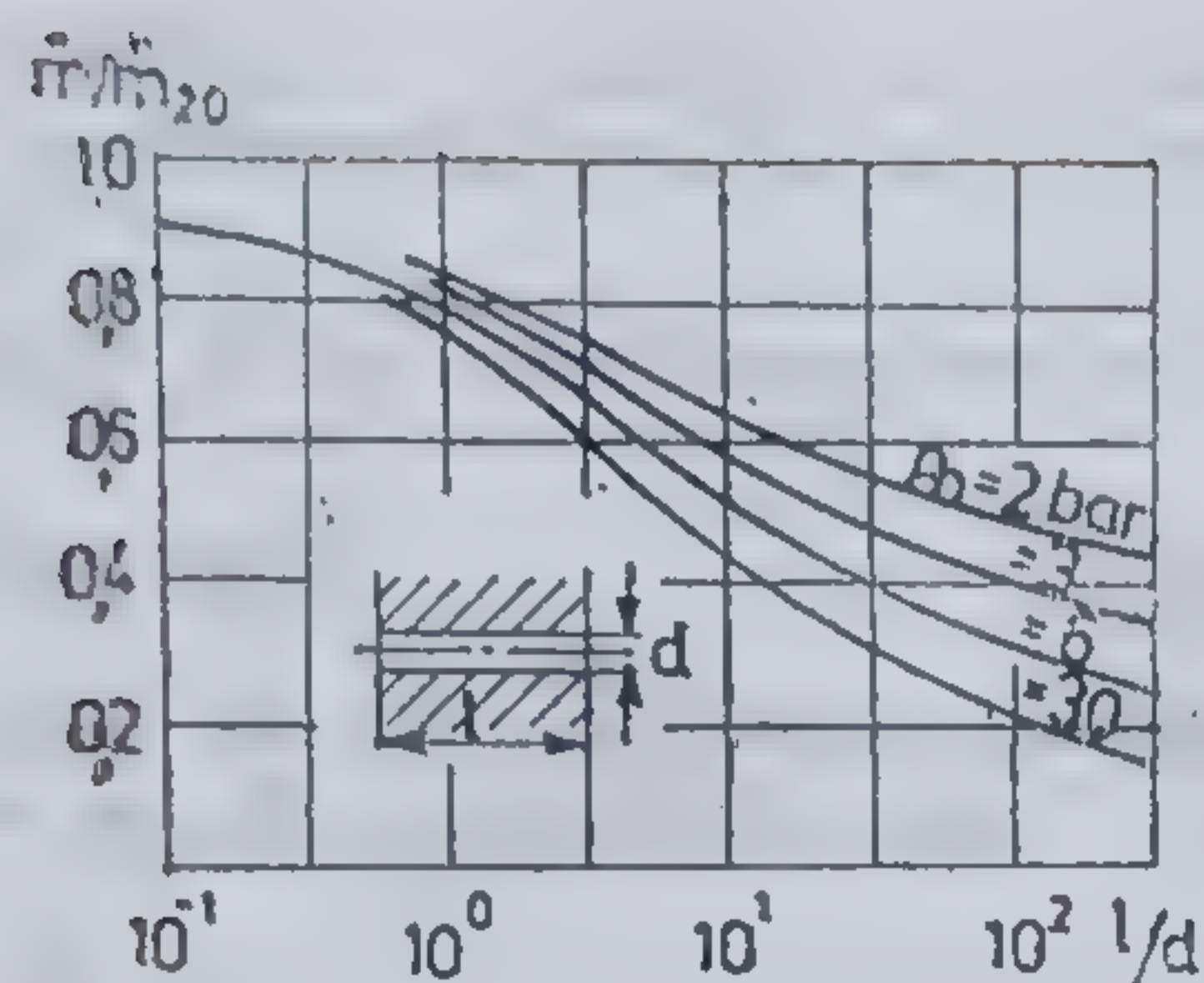


Fig. 6.42. Variația în funcție de presiune a debitului de mediu, bifazic ce curge printr-o conductă cu diametrul foarte mic.

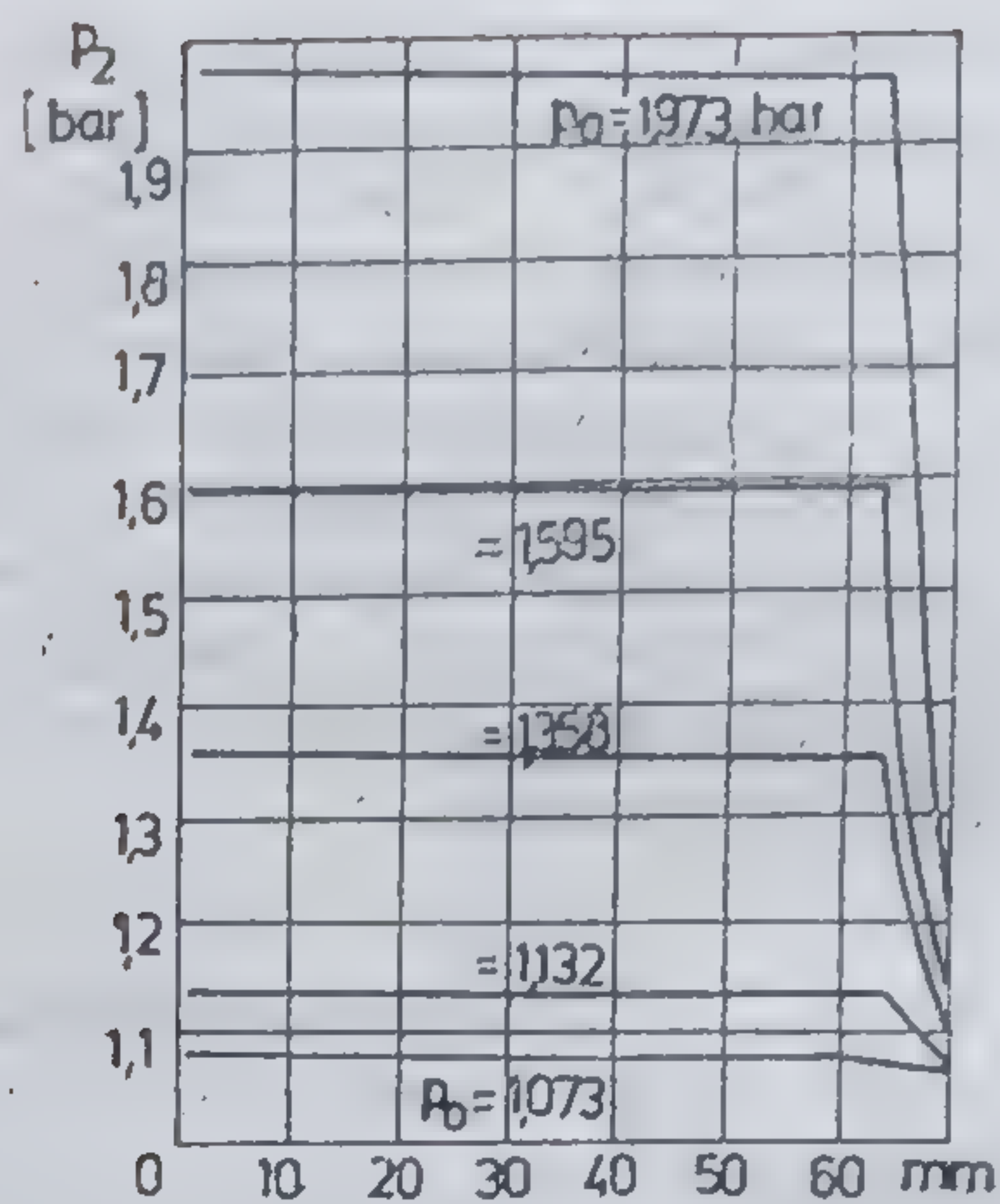


Fig. 6.43. Căderea de presiune la curgerea mediului bifazic prin conducte cu diametrul foarte mic.

la $p_2 = 1$ bar numai dacă l/d depășește 60, așa cum se vede în figura 6.43. Asupra căderii de presiune și debitului influențează în mare măsură forma inițială a canalului. Astfel, pentru o conductă foarte scurtă și o secțiune de intrare racordată, debitul ce trece prin canal va fi majorat cu circa 15% de cel arătat în figura 6.42. O rugozitate mare a pereților conductei foarte scurte influențează favorabil procesul de vaporizare a fazei lichide.

Debitul de mediu bifazic cu umiditate foarte mare ($x > 0,2$) ce poate curge printr-o conductă scurtă poate fi calculat cu relația

$$\dot{m} = \mu^* \cdot \mu_{br}^* - \mu_{i/a}^* \cdot \mu_{\Delta t}^* \dot{m}_{20} \quad (6.249)$$

în care :

μ^* este un coeficient de corecție pentru asimilarea curgerii bifazice cu aceea a fazei lichide (0,88 ... 0,95);

μ_{br}^* — coeficient de corecție ce ține seama de trecerea fazei lichide în faza de vapor în timpul curgerii dat de relația :

$$\mu_{br}^* = 1 - 0,39 \left[1 - \frac{p_2}{p_0} \right]^{0,63}$$

$\mu_{i/a}^*$ — coeficient de corecție ce ținea seama de lungimea relativă a conductei, dat de relația :

$$\mu_{i/a}^* = 1,1 (l/d)^{-0,25}$$

$\mu_{\Delta t}^*$ — coeficient de corecție ce ține seama de apariția fenomenului de subrăcire a lichidului, dat de relația :

$$\mu_{\Delta t}^* = 1 - 0,034(1 - 0,024 p_{0s}) \Delta t_{s0}$$

în care :

p_0 — este presiunea de saturație la temperatura inițială a lichidului;
 Δt_{s0} — diferența de temperatură $t_0 - t_{s0}$ (în care t_0 = temperatura inițială;
 t_{s0} — temperatura de saturație în secțiunea inițială, corespunzătoare presiunii inițiale p_{0s}).

6.11. CURGEREA MEDIULUI BIFAZIC MONOCOMPONENT CU O UMIDITATE MARE ($y_0 > 6\%$) PRIN CONDUCTE FOARTE LUNGI

În studiul curgerii mediului bifazic cu umiditate mare prin conducte foarte lungi trebuie să se determine în primul rînd pierderile de presiune în funcție de proprietățile fluidului și geometria secțiunii de curgere. Metodele uzuale de calculare a pierderilor de presiune la curgerea mediilor bifazice prin conducte admit ca ipoteză simplificatoare secțiuni de curgere constante.

Se prezintă mai jos cu titlu de exemplu cîteva din metodele curent folosite la calculul pierderilor de presiune la curgerea mediilor bifazice prin canale circulare orizontale.

Metoda curgerilor independente. Metoda se bazează pe ipoteza că pierderea de presiune a mediului bifazic este egală cu aceea ce ar avea loc la curgerea prin conductă a unei singure faze (lichidă sau gazoasă) afectată de un coeficient de corecție ce depinde de pierderile de presiune ale fiecărei faze în parte și de natura curgerii (turbulente sau laminare).

Calculul se face în următoarea ordine :

1. Se determină căderea de presiune pentru cazul cînd fiecare fază ar curge singură prin conducta sau canalul respectiv, obținîndu-se raportul X dat de relația :

$$X = \sqrt{\frac{|\Delta p / \Delta l|_l}{|\Delta p / \Delta l|_g}} = \sqrt{\frac{\Delta p_l}{\Delta p_g}} \quad (6.250)$$

Pierderea de presiune pentru faza gazoasă poate fi determinată cu relațiile obișnuite ale hidrodinamicii, ca de exemplu relația (6.251), aplicabilă conductelor lungi :

$$p_1^2 - p_2^2 = 1614 \cdot \rho_g \cdot \lambda \cdot \beta \frac{T_g}{T_0} V^2 l d^{-5} \quad (6.251)$$

în care p_1, p_2 reprezintă presiunea, în daN/cm², la cele două extremități ale conductei; V — debitul de gaz în m³/h; ρ_g = densitatea relativă a gazului (raportată la densitatea aerului); β — coeficientul de compresibilitate al gazului; T_g, T_0 — temperatura reală a gazului, respectiv temperatura de referință = 288 K; l, d — lungimea, în m, respectiv diametrul conductei în mm; λ — coeficientul de frecare.

Căderea de presiune, considerînd că prin conductă curge numai faza lichidă, se determină cu oricare din formulele cunoscute sau cu relația

$$\Delta p = \frac{w_l^2}{2} \rho_l \frac{l}{d} \lambda \quad (6.252)$$

în care, de exemplu, pentru regimul de curgere laminar $\lambda = 64/Re$, iar pentru cel turbulent :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -\ln \left[\frac{\varepsilon}{3,7d} + \frac{2,51}{Re_l \sqrt{\lambda}} \right] \quad (6.252)$$

în care ε este rugozitatea pereților conductei.

2. Se determină apoi valoarea criteriului Rexynolds pentru faza lichidă și respectiv gazoasă, ca și cum fiecare fază ar curge separat. În funcție de valorile obținute pentru Re_{lcr} și Re_{gcr} se determină din tabelul 6.3 natura curgerii mediului bifazic.

Tabelul 6.3.

Valoarea criteriului Re_{lcr} și Re_{gcr} de separație a regimului de curgere laminar de cel turbulent

| Natura curgerii fazelor | Valoarea criteriului Reynolds critic pentru | |
|------------------------------------|---|------------|
| | Re_{lcr} | Re_{gcr} |
| Lichidul turbulent—gazul turbulent | 2000 | 2000 |
| Lichidul laminar — gazul turbulent | 1000 | 2000 |
| Lichidul turbulent — gazul laminar | 2000 | 1000 |
| Lichidul laminar — gazul laminar | 1000 | 1000 |

3. Se determină apoi valoarea lui X din relația (6.250) și din figura 6.44 se determină factorii Φ_g și Φ_l . Pierderile de presiune ale mediului bifazic se calculează cu relația

$$\Delta p_{bf} = \Phi_g^2 \Delta p_g \text{ sau } \Delta p_{bf} = \Phi_l^2 \Delta p_l \quad (6.253)$$

Metoda curgerilor independente descrisă mai sus nu este însă aplicabilă curgerilor cu emulsie de vapori în lichid și invers ; celor însoțite de un schimb de căldură activ între mediu bifazic și pereții canalului ; curgeri lor ce au loc cu accelerarea sau decelerarea curentului.

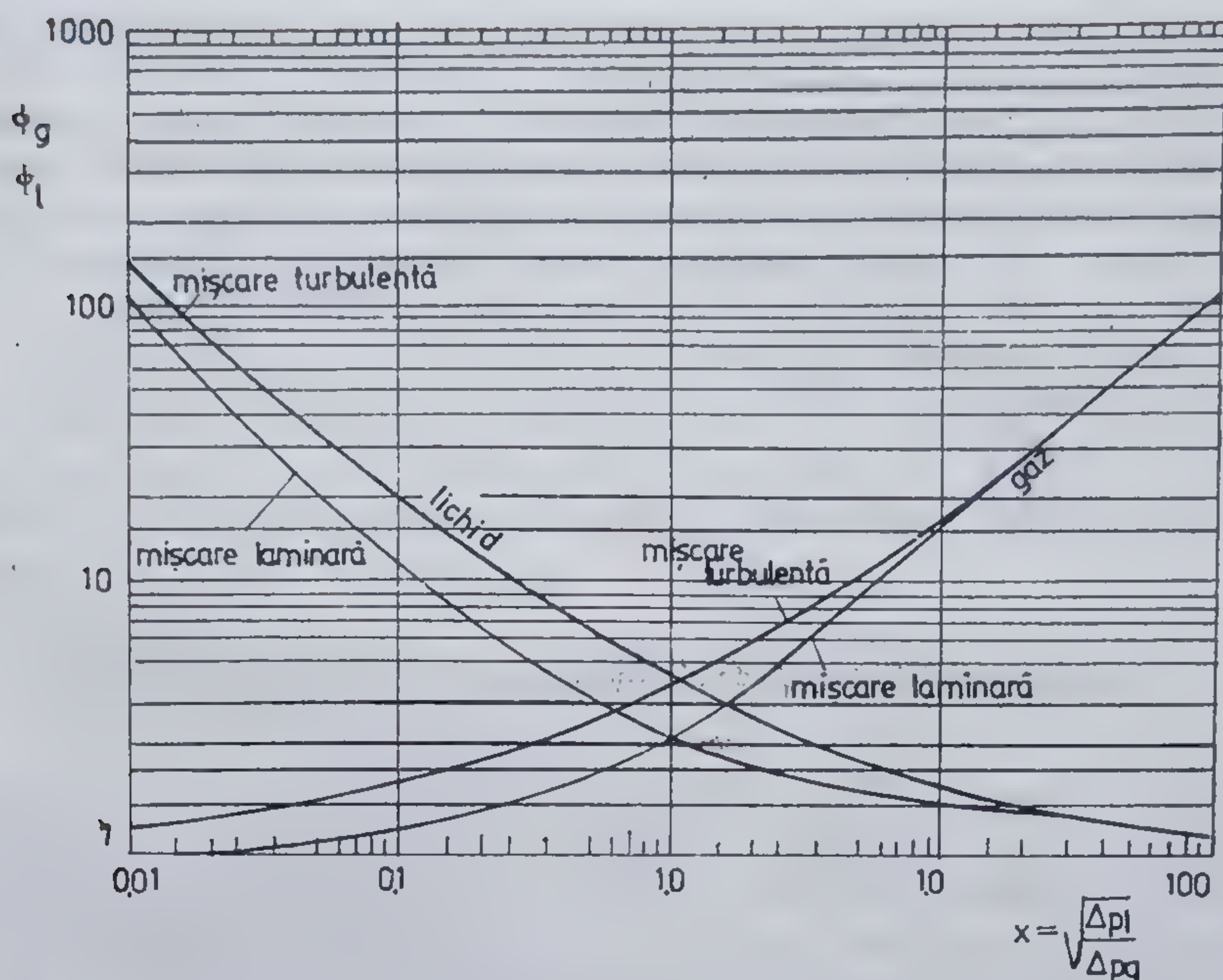


Fig. 6.44. Coeficienții Φ_g și Φ_l pentru mediul bifazic.

Metoda curgerilor cu viteză diferită a gazelor. Așa cum este și denumită, metoda se aplică atunci când fazele curg separat în secțiunea canalului și cu viteze diferite de curgere. În general curgerea fazei gazoase are loc cu viteze de 2 pînă la 10 ori mai mari decît a fazei lichide, existînd tendința ca la început lichidul să se acumuleze în conducta sau canalul respectiv. Pentru mediile bifazice cu umiditate mare, o parte importantă din secțiunea canalului va fi ocupată de lichid. În figura 6.45 se reprezintă cota parte din volumul unei conducte circulare ocupat de faza lichidă, în funcție de valoarea lui X dată de relația (6.250). Asupra fenomenului de acumulare a fazei lichide pe conductă, ce apare ca urmare a frecării interfazice, influențează natura curgerii (laminară sau turbulentă), presiunea

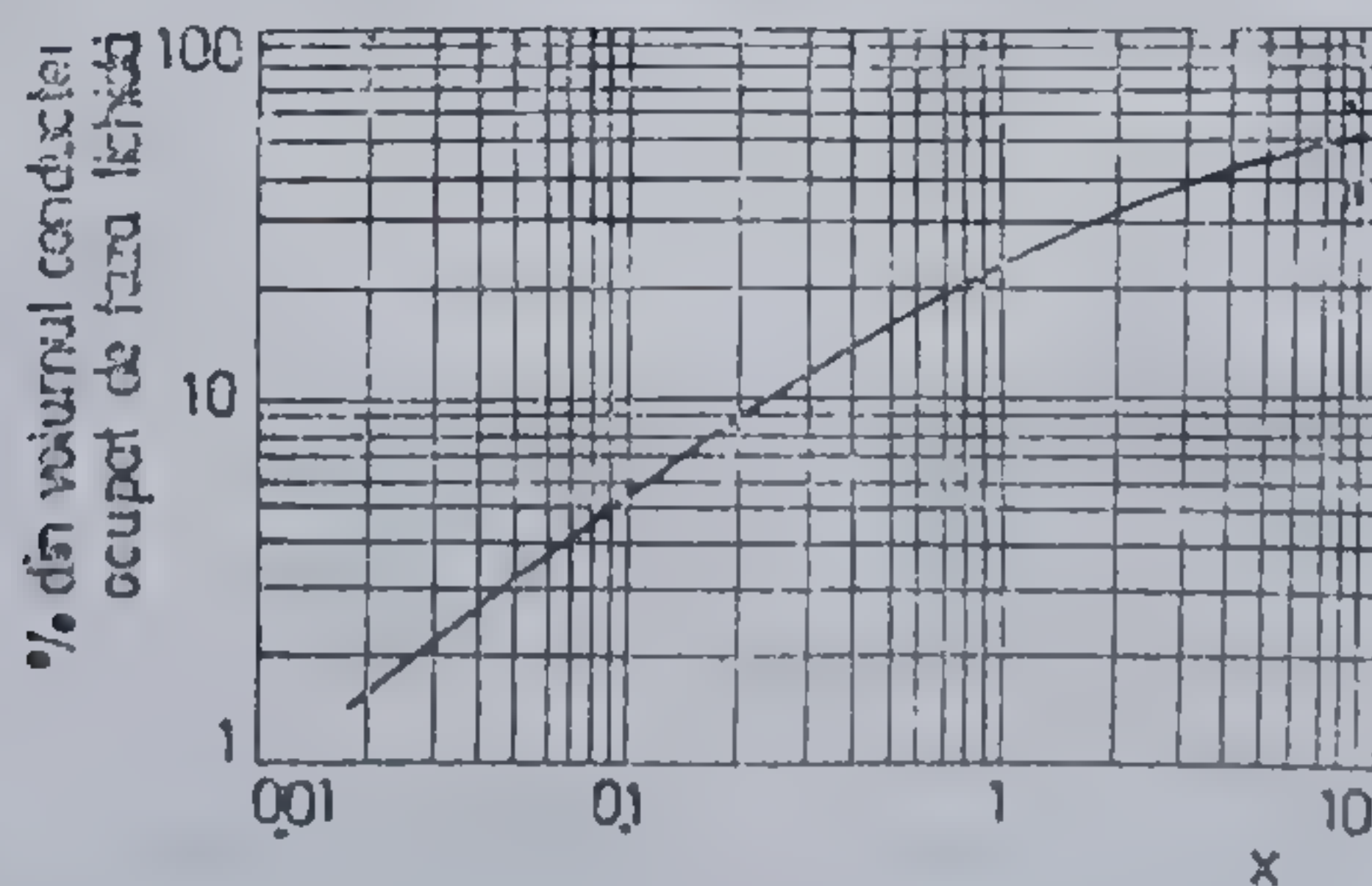


Fig. 6.45. Procentul de volum ocupat de faza lichidă într-o conductă.

frinată a curentului, fluxul termic schimbat cu pereții și sensul acestuia, diametrul conductei și modelul curgerii

Volumul de lichid acumulat și reținut în conductă reduce secțiunea disponibilă pentru faza gazoasă și ca urmare pierderea de presiune variază cu inversul puterii a cincea a diametrului echivalent oferit real de conductă pentru curgere. La viteze de curgere scăzute, pierderea de presiune la interfața lichid-gaz are valoarea echivalentă celei corespunzătoare curgerii printr-o conductă netedă. Dacă viteza fazei gazoase crește apare un model de curgeri ondulat sau în valuri, ceea ce conduce la o importantă pierdere de energie cinetică pentru faza de vapori, iar pierderea de presiune la interfață este echivalentă curgerii printr-o conductă rugoasă. În acest caz (acumulare fără valuri) calculul pierderilor de presiune se face cu relația (6.254):

$$\Delta p_{bl} = \Delta p_g \Phi_g^2 = \Delta p_g H R \quad (6.254)$$

Tabelul 6.4

Valorile H și Φ_g^2 în funcție de X pentru curgeri cu acumulare de lichid

| X | Procentul din secțiunea conductei ocupate de lichid % | Diametrul echivalent disponibil curgerii fazei gazoase, raportat la diametrul total | Coeficientul de pierdere de presiune datorită acumulării de lichid H | Coeficientul Φ_g^2 |
|------|---|---|--|-------------------------|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0,04 | 4,1 | 0,979 | 1,11 | 2,37 |
| 0,1 | 8,4 | 0,956 | 1,25 | 3,42 |
| 0,4 | 22 | 0,884 | 1,85 | 8,0 |
| 1 | 36 | 0,800 | 3,06 | 17,64 |
| 4 | 60 | 0,633 | 9,80 | 90,2 |
| 10 | 78 | 0,469 | 44,1 | 306 |

Tabelul 6.5

Valorile Φ_g^2 și R în funcție de X pentru curgerea cu valuri

| X | Coeficientul de pierdere de presiune datorate acumulării de lichid H | Φ_g^2 | Coeficientul de pierdere de presiune datorat rugozității curgerii în valuri, R | Înălțimea relativă a valurilor (raportată la diametrul d al conductei) |
|------|--|------------|--|--|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0,04 | 1,11 | 2,37 | 2,13 | 0,0068 $\cdot d$ |
| 0,1 | 1,25 | 3,42 | 2,74 | 0,00145 $\cdot d$ |
| 0,4 | 1,85 | 8,0 | 4,32 | 0,046 $\cdot d$ |
| 1 | 3,06 | 17,64 | 5,76 | 0,08 $\cdot d$ |
| 4 | 9,80 | 90,2 | 9,20 | 0,18 $\cdot d$ |
| 10 | 44,1 | 306 | 6,94 | 0,12 $\cdot d$ |

În tabelul 6.4 sînt date valorile lui H (pierderile de presiune ale fazei gazoase și coeficientul Φ_g^2 (în condiții de acumulare a fazei lichide) în funcție de X . În tabelul 6.5 sînt date valorile lui Φ_g^2 și R pentru curgerea cu valuri.

7. | PERTURBAȚII ÎN PROCESELE DE CURGERE. UNDA DE ȘOC

7.1. CARACTERISTICILE CURGERII SUPERSONICE A GAZELOR PERFECTE

Curgerea cu viteză supersonică ($M > 1$) diferă fenomenologic de curgerile subsonice ($M < 1$). După explicația fizică dată de Prandtl, un curent de gaz ce se deplasează cu viteză supersonică se lovește „orbește” de un obstacol așezat în fața lui. Aceasta înseamnă că perturbațiile produse de un obstacol întâlnit nu au timp să se propage înapoi, deci nu au timp să informeze particulele ce vin către el în prezența lui. Pentru exemplificare se consideră că într-un curent de gaz, începînd de la un anumit timp τ , se produce periodic, într-un anumit punct, o mică perturbație. Dacă gazul s-ar fi găsit în repaus, perturbația s-ar fi propagat în masă lui sub forma unor unde sferice cu o viteză egală cu viteza sunetului. Într-un gaz în mișcare, însă, peste mișcarea undei sonice sferice se suprapune mișcarea curentului și ca urmare suprafețele sferice de perturbație vor fi antrenate de curentul de gaz.

Desigur că viteza sonică de propagare a perturbației se va compune cu viteza de curgere a fluidului dînd o viteză rezultantă.

Dacă viteza de curgere a fluidului este mai mică decît viteza sonică, perturbația avînd viteză de deplasare mai mare și de sens contrar (egală cu cea sonoră), se va deplasa în sens contrar direcției de mișcare a gazului și, ca urmare, după un timp oarecare, întreaga masă de gaz va fi perturbată.

În cazul unui gaz ce curge cu viteză supersonică, perturbația va cuprinde numai o parte din masa gazului și anume aceea cuprinsă în interiorul unui con, așa cum se vede în figura 7.1.

Deplasarea unei perturbații la o mișcare subsonică a curentului de gaz, deci cu $M < 1$, este prezentată în figura 7.1 a, iar la o mișcare supersonică, cu $M > 1$, figura în 7.1 b.

În cazul unei curgeri supersonice, perturbația cuprinde un spațiu format dintr-un con cu unghiul α la vîrf, a cărui valoare este $\sin \alpha = w/a$.

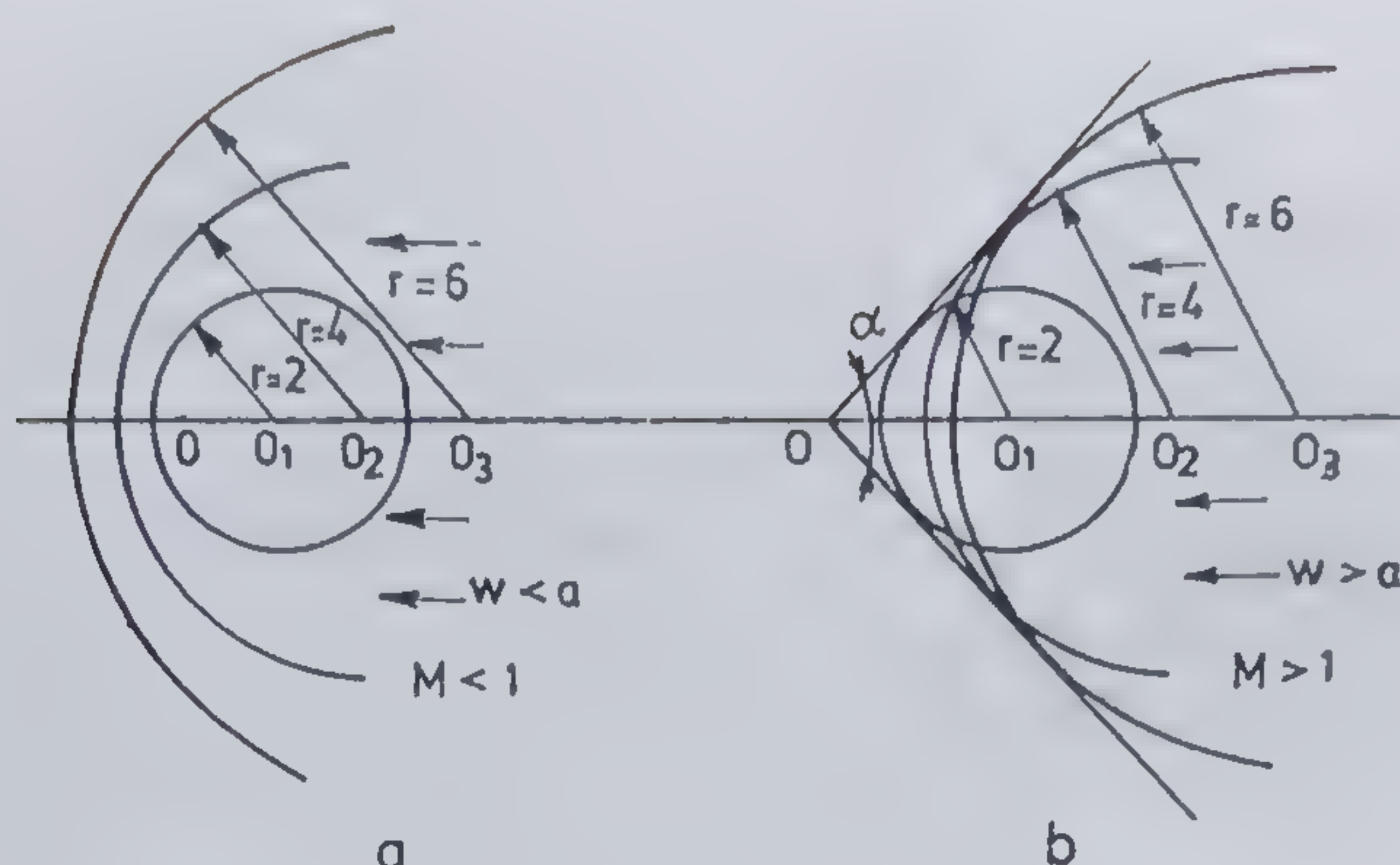


Fig. 7.1. Generarea unei unde de șoc:
a—viteză de curgere subsonică; b—viteză de curgere supersonică.

În consecință, la zona de întâlnire a undei de perturbație cu curentul supersonic, deci pe suprafața laterală a conului, se va produce o frînare a curentului, și ca urmare a frînării va apărea o discontinuitate în presiunea gazului, denumită *salt de compresiune* sau *undă de șoc*.

7.2. APARIȚIA UNDEI DE ȘOC. VITEZA DE DEPLASARE A UNDEI DE ȘOC

În cazul curgerii unui gaz prin turbomașini sau mașini reactoare cu viteză supersonică, gazul întâlnește pereții și muchii ale organelor acestora, care determină apariția unei perturbații ce va genera o undă de șoc.

Deoarece în unda de șoc apare o frînare a curentului de gaz, ca un corolar va apărea și o undă de compresiune. Undele slabe de compresiune se deplasează cu viteza cu care se propagă sunetul în mediul respectiv, iar cele puternice cu viteze mai mari decât acestea.

Unda de compresie datorată unei perturbații puternice denumită *undă de compresiune puternică* se caracterizează prin aceea că odată cu apariția saltului de presiune în masa gazului va apărea și un salt de densitate și de temperatură. Aceste salturi au loc într-un strat foarte subțire de gaz, ce poartă denumirea de „frontul undei de compresiune”. Deci unda de compresiune (unda de șoc) este însoțită întotdeauna de o undă de șoc termică și de una de densitate. Grosimea aproximativă a frontului undei de șoc puternice este de ordinul drumului liber mijlociu molecular.

În figura 7.2 se prezintă viteza de deplasare a frontului unei unde de șoc ce a apărut la un moment dat într-un curent de gaz.

Unda de șoc apare inițial de forma profilului ce a produs perturbarea și este reprezentată prin curba 1—2. Datorită saltului de compresiune ce are loc în ea, apare și un salt de temperatură. Desigur că cu cât saltul de presiune va fi mai puternic cu atât mai mare va fi saltul de temperatură între amonte și avalul frontului undei de șoc. Cu linie punctată este

redat în figura 7.2 saltul de temperatură. Deoarece odată cu creșterea temperaturii crește și viteza de propagare a sunetului, care este totodată și viteza de deplasare a undei de șoc, înseamnă că aceasta se va deplasa mai repede spre partea cu temperatură mai ridicată (zonele $1'$, $1''$, etc.) și mai încet în partea unde temperatura este scăzută (zonele $2'$, $2''$, etc.), adică se va deforma pînă se va stabiliza și va ajunge de exemplu în $1^{IV} - 2^{IV}$, cînd devine o dreaptă.

Odată stabilizată poziția și forma undei de compresiune se stabilizează și salturile de temperatură, densitate, viteză etc., care vor coincide cu ea. Ele se numesc tot unde de șoc, dar cu referire la mărimea ce prezintă discontinuitatea, deci unda de șoc de viteză, undă de șoc de temperatură etc. Ele mai sînt numite și salt de viteză, salt de temperatură etc.

Experimental s-a constatat că în unele cazuri speciale, ca de exemplu într-un front de flacără la apariția detonației, în unda de șoc apare, în locul unei compresiuni, o depresiune. Această depresiune apare și în cazul cînd în frontul undei de șoc are loc un aport de căldură în masa gazului de la pereți sau din interior. Apariției acestui salt de depresiune în loc de salt de presiune contravine teoriei aplatizării undei de șoc prezentată mai sus, deoarece în aceste cazuri avînd loc un aport de căldură din exterior în zona 2 va crește temperatura gazului în această zonă, crescînd totodată și viteza de propagare a sunetului, ceea ce va avea ca urmare o mărire a pantei frontului undei. În cazul unei curgeri adiabate, frontul undei de șoc poartă numele de *adiabata lui Huguenot* și în ea nu pot apare salturi de depresiune.

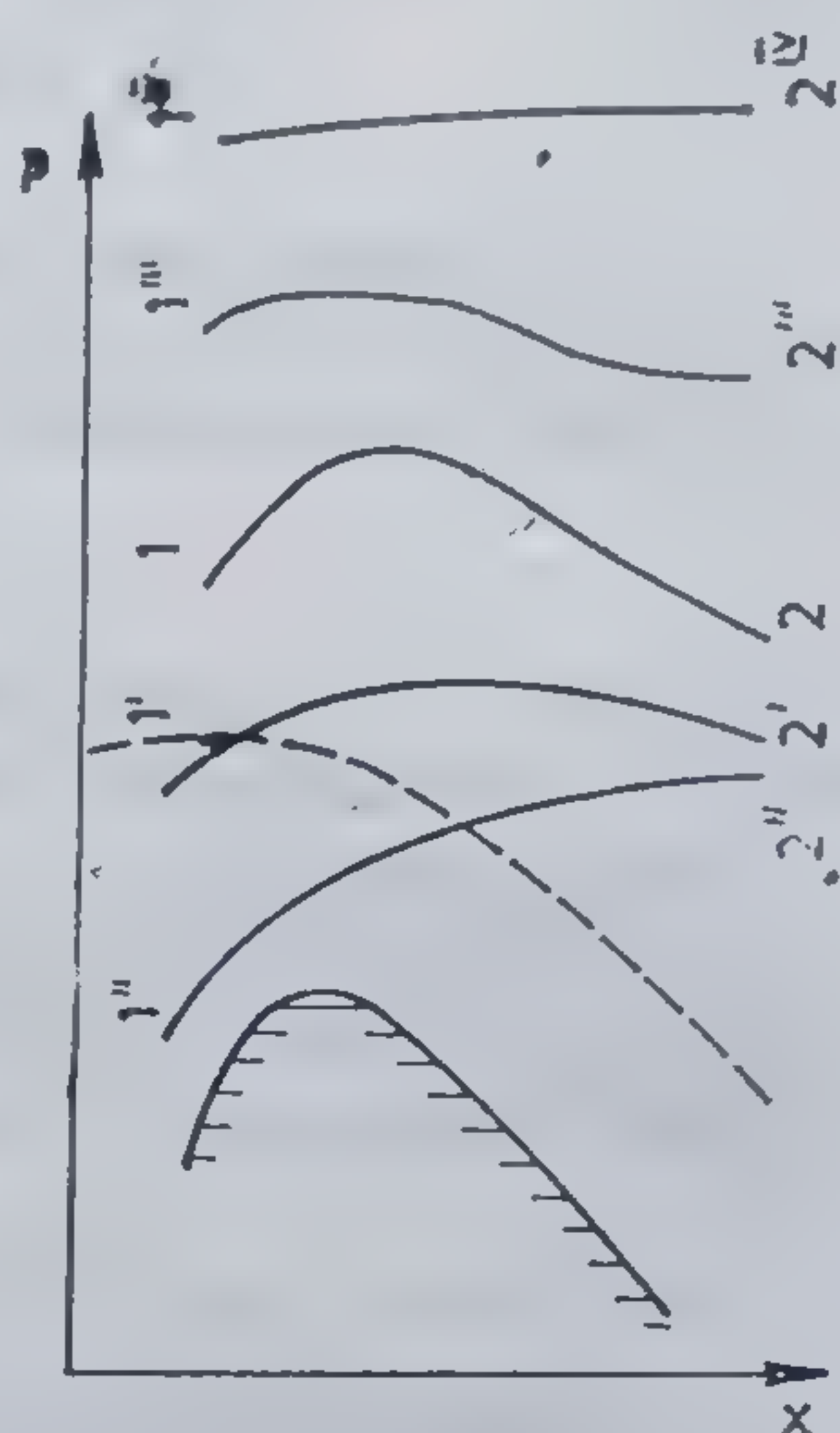


Fig. 7.2. Deplasarea undei de șoc.

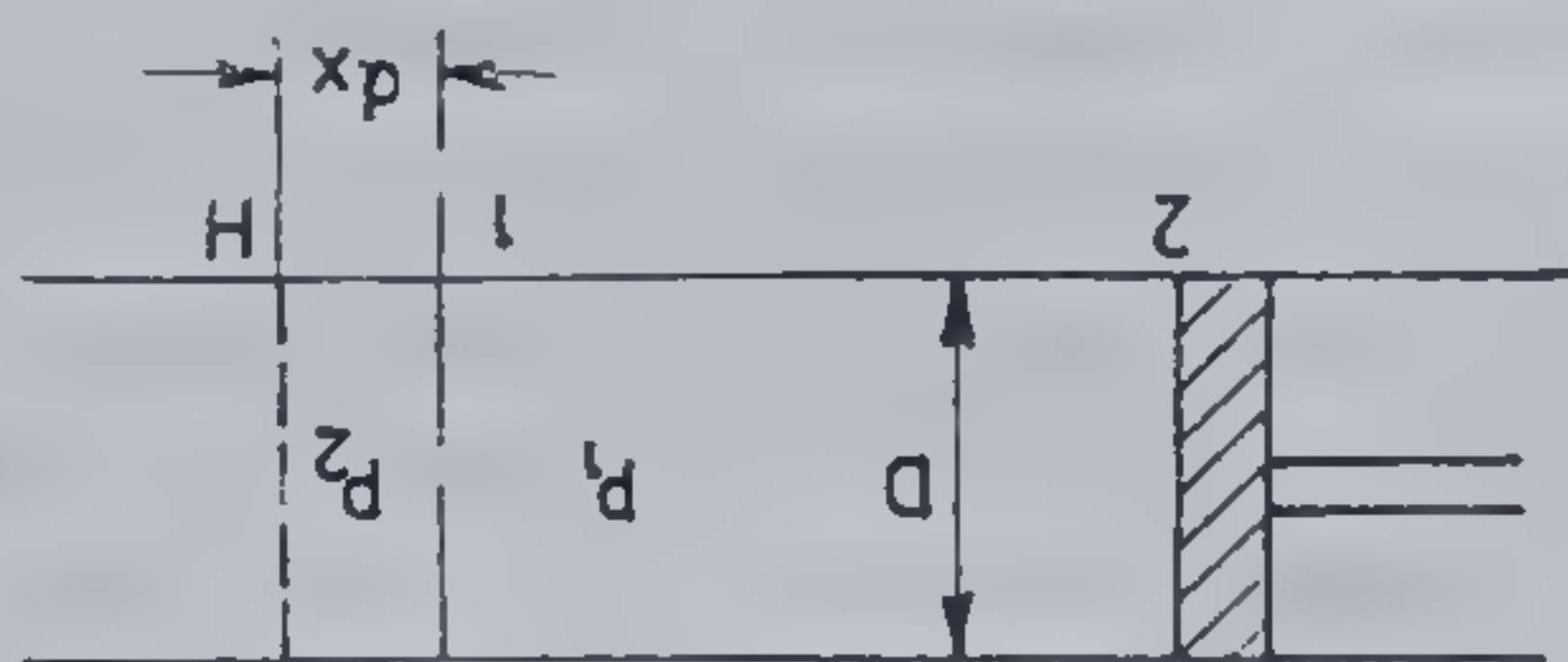


Fig. 7.3. Modelul fizic al generării unei unde de șoc într-un gaz perfect.

Pentru prezentarea fenomenologică a undei de șoc se face apel la următorul model. Se consideră o conductă în care se deplasează brusc un piston, așa cum se vede în figura 7.3. Ca urmare a acestei perturbații, în curent apare o undă de șoc în secțiunea 1, care se deplasează în timpul $d\tau$ din 1 în H, deci parcurge distanța dx . Presiunea gazului înainte de

frontul undei de șoc din secțiunea 1, este p_1 , iar în zona din spatele ei este p_2 . Ca urmare a saltului de presiune, în zona 1— H va avea loc o creștere a densității gazului de la ρ_1 la ρ_2 . Însemnând cu A secțiunea conductei se obține

$$\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 \text{ [kg/m}^3\text{]}; A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \text{ [m}^2\text{]}$$

Creșterea densității gazului presupune că în volumul cuprins între secțiunile 1 și H va pătrunde din volumul cuprins între secțiunile 1 și 2 o cantitate de gaz a cărei valoare este dată de relația

$$dm = (\rho_2 - \rho_1) A \cdot dx \text{ [kg]} \quad (7.1)$$

Deci în timpul propagării unei unde de șoc puternice, gazul din spatele frontului undei se pune în mișcare în direcția de deplasare a undei de șoc cu viteza w_c .

Cantitatea masică de gaz ce pătrunde în 1— H cu viteza w_c , în timpul $d\tau$, prin conducta de diametrul D , este exprimată de ecuația de continuitate :

$$dm = \rho_2 \frac{\pi \cdot D^2}{4} w_c \cdot d\tau = \rho_2 \cdot A w_c \cdot d\tau \quad (7.2)$$

Din egalarea lui (7.1) cu (7.2) se obține viteza de curgere a gazului :

$$w_c = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{dx}{d\tau} \text{ [m/s]} \quad (7.3)$$

Cum viteza de deplasare a undei de șoc este $dx/d\tau = w_u$, relația (7.3) capătă forma

$$w_u = w_c \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_1} \quad (7.4)$$

Pentru determinarea vitezei de deplasare a undei de șoc se aplică ecuația cantității de mișcare masei de gaz ce umple domeniul 1— H , a cărei valoare este $\rho_1 A dx$ și care după timpul $d\tau$ trece din stare de repaos la o mișcare cu viteza w_c . Variația cantității de mișcare a acestei mase de gaz va fi egală cu impulsul forțelor de presiune ce acționează asupra secțiunilor 1 și H , dată de relația

$$(p_2 - p_1) A \cdot d\tau = \rho_1 \cdot A (w_c - 0) dx \quad (7.5)$$

Din relația (7.5) se determină w_u știind că $w_u = dx/d\tau$.

Deci :

$$w_u = \frac{dx}{d\tau} = \frac{p_2 - p_1}{\rho_1 \cdot w_c} \quad (7.6)$$

Prin înlocuirea vitezei w_c dată de (7.4) în (7.6) se obține viteza de deplasare a undei de șoc în funcție de saltul de presiune și saltul de densitate:

$$w_u = \frac{p_2 - p_1}{\rho_1 w_u \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}}; w_u = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} \frac{\rho_2}{\rho_1}} \text{ [m/s]} \quad (7.7)$$

În cazul unei unde de șoc de mică intensitate (undă de perturbație slabă) se poate considera că $\rho_1 \approx \rho_2$ și $p_2 \approx p_1$. Ca urmare, viteza de propagare a undei de șoc pentru un salt de presiune infinit mic dp și de densitate $d\rho$ va fi dată de (7.8)

$$w_u = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = a \text{ [m/s]} \quad (7.8)$$

Deci pentru unde slabe de perturbație și pentru curgeri cu viteze ce corespund la $M = 1$, viteza de propagare a undei este chiar viteza sonică. Pentru undele puternice de perturbație, ce presupun curgeri cu $M \gg 1$, viteza de propagare a undei de șoc este mai mare ca viteza sunetului, deoarece $\rho_2 \neq \rho_1$ și $p_2 \neq p_1$.

În cazul undei de șoc ce se propagă cu viteza sunetului se poate considera că saltul de presiune și densitate este mic și are loc adiabat, deci fără variația de entropie; ca urmare, din ecuația izentropiei ($p/\rho^k = \text{const.}$) ecuația (7.8) devine

$$\frac{dp}{d\rho} = d\left(\frac{p}{\rho^k}\right) = k \frac{p}{\rho} = RTk; \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{RTk} = a \text{ [m/s]} \quad (7.9)$$

Prin egalarea relației (7.7) cu (7.4) se obține relația ce exprimă viteza de deplasare a gazului în spatele frontului undei de șoc:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} \frac{\rho_2}{\rho_1} = w_c \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_1}$$

$$w_c = \sqrt{\frac{(p_2 - p_1)(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2 - \rho_1}} \text{ [m/s]} \quad (7.10)$$

Din relația (7.10) se observă că pentru o undă de compresie slabă la care $\rho_2 \approx \rho_1$ și $p_2 \approx p_1$, viteza de deplasare a gazului w_c devine nulă. În realitate însă, unda sonică fiind formată din zone alternante regulate de compresie și destindere, gazul în spatele undei de șoc are o mișcare vibratorie slabă și numai mișcarea de translație a particulelor gazoase este nulă. Din relația (7.10) se constată că viteza de deplasare a gazului scade odată cu scăderea saltului de densitate.

În cazul unei perturbații puternice, w_c nu va mai fi nulă ci va avea o valoare din ce în ce mai mare cu cât saltul de presiune și de densitate este mai puternic. Ca urmare, gazul din secțiunea 1-2 (figura 7.3), anume

din spatele frontului unei unde de șoc puternice, se va deplasa în timpul Δt spre secțiunea $I-H$, dînd naștere unei depresiuni.

Deci formarea unei unde de șoc, ca urmare a unei perturbații unice, ca de exemplu o explozie, o deplasare bruscă a pistonului, o detonație, o vaporizare bruscă etc. într-un mediu imobil se va amortiza destul de repede. Numai în cazul cînd sursa de perturbație își manifestă continuu prezența, unda de șoc este întreținută și nu se va amortiza.

Deoarece unda de șoc puternică se propagă cu o viteză mai mare ca viteza sonică și în sens contrar direcției de curgere a gazului, undele de șoc ce se formează în fața unui obstacol generator de perturbații pot rămîne neamortizate numai dacă gazul se deplasează și el cu o viteză supersonică. Ca urmare poziția spațială a frontului undei de șoc va depinde de raportul dintre viteza de curgere a gazului și aceea de deplasare a undei de șoc.

Deci dacă viteza de curgere a gazului este mai mică decît viteza de deplasare a undei de șoc, ea se va amortiza (se va pierde în masa de gaz).

7.3. UNDA DE ȘOC DREAPTĂ

Prin undă de șoc se înțelege unda a cărei front este perpendicular pe direcția de curgere a gazului.

Se consideră o undă de șoc dreaptă și cu poziție spațială staționară, într-un curent de gaz a cărei viteză medie de curgere este supersonică. Pentru exemplificare se consideră că viteza de curgere a gazului notată cu w_1 este egală cu aceea de deplasare a undei de șoc notată cu w_u , așa cum se arată în figura 7.4. Deci :

$$w_1 = -w_u$$

Ca urmare a egalității vitezelor w_1 și w_u , unda de șoc are o poziție spațială fixă în curentul de gaz, deci toate liniile de curent vor suferi salturile de densitate, de viteză, presiune și temperatură în același plan.

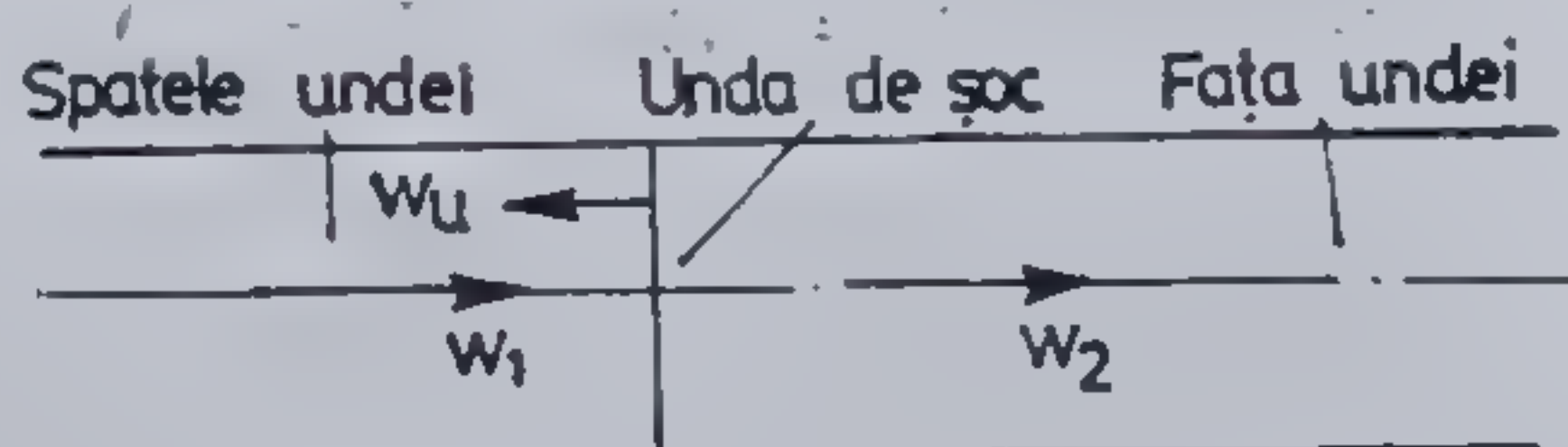


Fig. 7.4. Undă de șoc dreaptă staționară.

Pentru reprezentarea modelului fizic, se consideră curgerea unui gaz într-un tunel aerodinamic cu viteza supersonică, peste un profil ce constituie sursa de perturbație.

Pentru determinarea raportului dintre viteza de deplasare a gazului înaintea frontului undei de șoc, notată cu w_1 , și în spatele ei, notată cu w_2 , se scriu ecuațiile curgerii unidirectionale considerînd secțiunea canalului egală cu unitatea ($A = 1 \text{ m}^2$). Se obțin :

— ecuația de continuitate :

$$\rho_1 \cdot w_1 = \rho_2 \cdot w_2 \quad (7.11)$$

— ecuația cantității de mișcare :

$$p_2 - p_1 = \rho_1 w_1 (w_1 - w_2) \quad (7.12)$$

Din (7.11) și (7.12) se obține :

$$p_2 - p_1 = \rho_1 \cdot w_1 (w_1 - w_2) = \rho_1 \cdot w_1^2 - \rho_1 \cdot w_1 \cdot w_2 = \rho_1 w_1^2 = \rho_1 \cdot w_2^2 \quad (7.13)$$

Folosind ecuația de continuitate rezultă :

$$p_2 - p_1 = \rho_1 w_1 (w_1 - w_2) = \rho_2 w_1 w_2 - \rho_1 w_1 w_2 = w_1 w_2 (\rho_2 - \rho_1) \quad (7.14)$$

$$\text{de unde} \quad w_1 \cdot w_2 = \frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} \quad [\text{m}^2/\text{s}^2] \quad (7.15)$$

Deoarece grosimea frontului undei de șoc este foarte mică, iar curgerea este adiabată, se poate considera că procesul are loc pe adiabata lui Huguenot și ca urmare este satisfăcută condiția egalității temperaturii frânate în fața și în spatele undei de șoc :

$$T_0 = T_{01} = T_{02} = \frac{h_{01}}{c_p} = \frac{h_{02}}{c_p} = \text{const};$$

$$T_1 + \frac{w_1^2}{2c_p} = T_2 + \frac{w_2^2}{2c_p} = \text{const.} \quad (7.16)$$

Deci temperatura momentană a gazului în fața undei de șoc este dată de relațiile

$$T_1 = T_0 - \frac{w_1^2}{2c_p}; \quad T_0 = \frac{p_{01}}{\rho_{01}R} = \frac{p_{02}}{\rho_{02}R} = \text{const} \quad (7.17)$$

în care T_0 , p_0 și ρ_0 sînt valorile frânate ale temperaturii presiunii și densității gazului notate cu indicele 1 în fața și cu 2 în spatele frontului undei de șoc.

Din ecuația de stare a gazului se obțin constanta generală a gazului :

$$R = \frac{p_2}{\rho_2 T_2} = \frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \text{const.} \quad (7.18)$$

Din relațiile (7.17) și (7.18) se obțin presiunile momentane p_1 și p_2 în fața și în spatele frontului undei de șoc :

$$p_1 = \rho_1 R T_1 = \rho_1 R \left[T_0 - \frac{w_1^2}{2c_p} \right] \rho_1 = R \left[\frac{p_{01}}{R \rho_{01}} - \frac{w_1^2}{2c_p} \right]$$

$$p_1 = \rho_1 \left[\frac{p_{01}}{\rho_{01}} - \frac{R w_1^2}{2c_p} \right] \quad [\text{N/m}^2] \quad (7.19)$$

Deoarece pentru gazul perfect, constanta generală se poate scrie sub forma

$$R = c_p \frac{k - 1}{k}$$

relația (7.19) capătă forma (7.20)

$$p_1 = \rho_1 \left[\frac{p_{01}}{\rho_{01}} - \frac{k-1}{2k} w_1^2 \right] \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (7.20)$$

și analog :

$$p_1 = \rho_2 \left[\frac{p_{02}}{\rho_{02}} - \frac{k-1}{2k} w_2^2 \right] \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (7.21)$$

Și din (7.14), (7.20) și (7.21) se obține valoarea saltului de presiune în unda de șoc :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{2k}{k+1} \frac{p_{01}}{\rho_{01}} \quad (7.23)$$

Ținând seama de relația care exprimă viteza critică, și anume

$$a_{cr}^2 = \frac{2 \cdot k}{k+1} R \cdot T_0 = \frac{2 \cdot k}{k+1} \frac{p_{01}}{\rho_{01}}, \quad (7.24)$$

expresia (7.23) capătă forma

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{2k}{k+1} \frac{p_{01}}{\rho_{01}} = a_{cr}^2 \quad (7.25)$$

Ținând seama de (7.15), se obține raportul dintre viteza de curgere a gazului înainte și după frontul undei de șoc drepte :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = w_1 w_2 = a_{cr}^2 \quad (7.26)$$

Știind că $M_{cr} = w/a_{cr}$, relația (7.26) poate fi scrisă și sub forma

$$\frac{w_1}{a_{cr}} \cdot \frac{w_2}{a_{cr}} = 1; \quad M_{cr} \cdot M_{cr2} = 1 \quad (7.27)$$

Analizînd relația (7.27) se constată că la apariția unei unde de șoc drepte, viteza supersonică a gazului din fața undei trece în viteza subsonică în spatele ei, deoarece pentru satisfacerea relației (7.26) dacă $w_1 > a_{cr}$ este obligatoriu ca $w_2 < a_{cr}$. Deci cu cît raportul w_1/a_{cr} este mai mare, cu atît w_2/a_{cr} va fi mai mic. Se observă că pentru $w_1 = a_{cr}$ se obține $w_2 = w_1 = a_{cr}$.

Pentru determinarea creșterii presiunii și a densității gazului ca urmare a apariției unui front de undă de șoc se face apel la relațiile (7.20) și (7.21). Se obține relația (7.28) :

$$p_2 - p_1 (\rho_2 - \rho_1) \frac{p_{01}}{\rho_{01}} - \frac{k-1}{2k} (\rho_1 w_1^3 + \rho_2 w_2^3) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (7.28)$$

Ținând seama că ecuația continuității permite înlocuirea ultimului termen al ecuației (7.28) cu expresia (7.29), adică

$$\rho_1 w_1^2 + \rho_2 w_2^2 = w_1 w_2 (\rho_2 + \rho_1) \quad (7.29)$$

se obține pentru (7.28) forma

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{p_{01}}{\rho_{01}} - \frac{k-1}{2k} w_1 w_2 \quad (7.30)$$

Cu ajutorul relațiilor (7.15) și (7.23) se obține în final

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = k \frac{p_2 + p_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (7.31)$$

După cum se vede din (7.31) creșterea presiunii și a densității în frontul unei unde de șoc este proporțională cu raportul dintre presiunea lui înainte și după undă și densitatea medie. Deci pentru un salt de densitate infinit mică, când $p_1 \approx p_2$ și $\rho_1 \approx \rho_2$ se obține $dp/d\rho = kp/\rho$. Ca urmare, unei unde sonice de mică intensitate îi corespunde un proces adiabat-izenotrop.

7.4. MĂRIMILE TERMOFIZICE ALE GAZULUI PERFECT ÎN ADIABATA DE ȘOC DREAPTĂ. ADIABATA LUI HUGUENOT

Ecuația (7.31) se mai poate scrie și sub forma

$$\frac{\rho_2 + \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = k \frac{p_2 + p_1}{p_2 - p_1}; \quad \frac{\frac{\rho_2}{\rho_1} + 1}{\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1} = k \frac{1 + \frac{p_1}{p_2}}{1 - \frac{p_1}{p_2}} \quad (7.32)$$

Din relația (7.32) se obține creșterea de densitate în funcție de saltul de presiune:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{k+1}{k-1} + \frac{p_1}{p_2}}{1 + \frac{k+1}{k-1} \frac{p_1}{p_2}} \quad (7.33)$$

Expresia (7.33) este ecuația ce leagă între ele presiunea și densitatea în frontul unei unde de șoc pentru o curgere adiabată, denumită și „undă de

șoc adiabată” sau „adiabata lui Huguenot”. Pentru o transformare termodinamică adiabată, aceiași parametri sînt legați prin relația cunoscută

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (7.34)$$

Deci există o diferență între ecuația undei de șoc adiabate (7.33) și ecuația transformării adiabate (7.34); această diferență însă nu este prea mare.

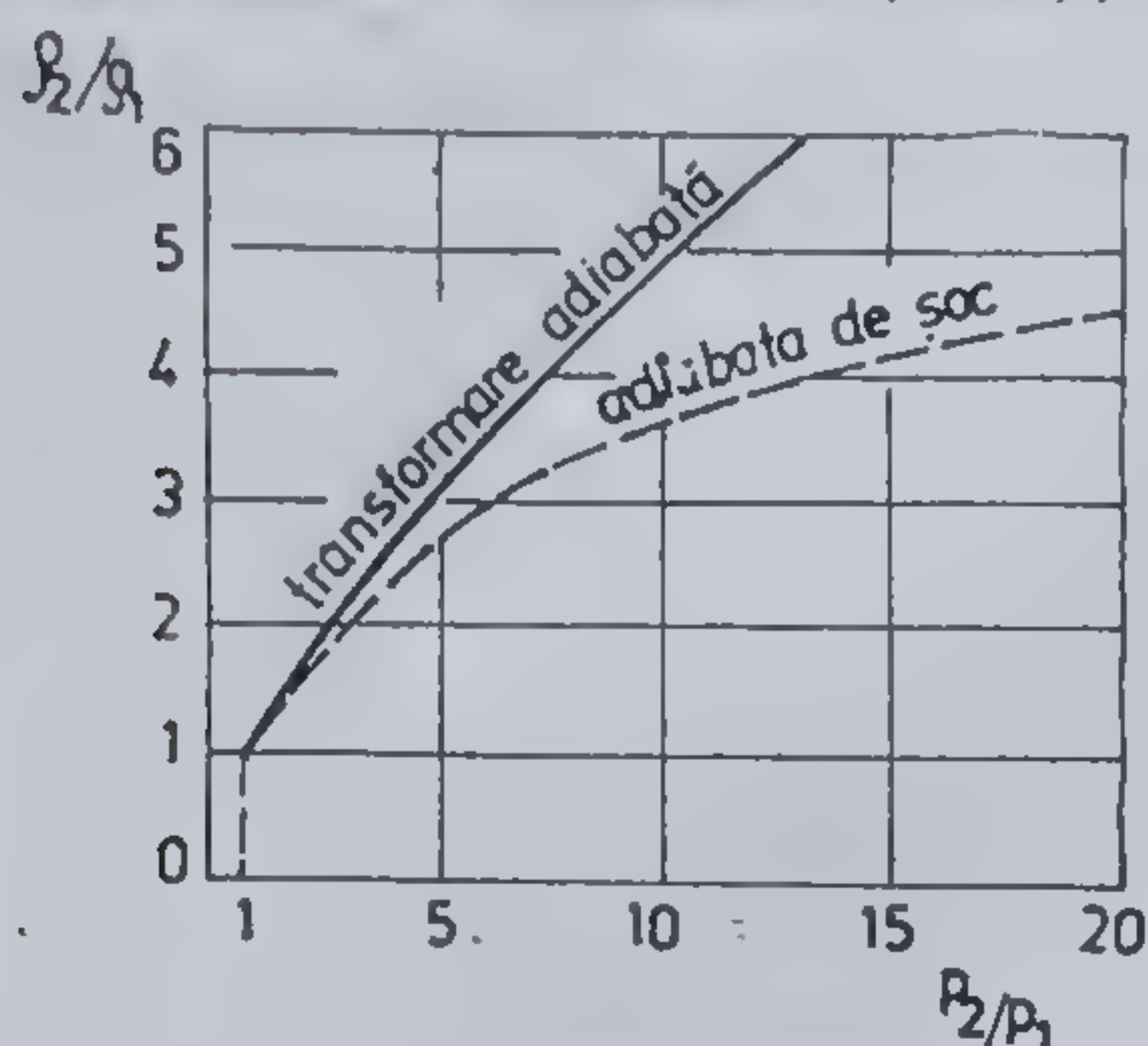


Fig. 7.5. Ecuațiile adiabatei în termodinamică și în unda de șoc.

În figura 7.5 este prezentată curba de variație a lui $\rho_2/\rho_1 = f(p_2/p_1)$ într-un proces adiabat termodinamic și în unda de șoc adiabată, denumită și adiabata de șoc.

Saltul maxim de densitate $|\rho_2/\rho_1|_{\max}$ va corespunde saltului maxim de presiune $|p_1/p_2|_{\max}$, adică valorii lui $p_2 \rightarrow \infty$. În cazul acesta, din relația (7.33) se obține valoarea maximă a saltului de densitate :

$$\left. \frac{\rho_2}{\rho_1} \right|_{\max} = \frac{\frac{k+1}{k-1} + \frac{p_1}{p_2}}{1 + \frac{k+1}{k-1} \frac{p_1}{p_2}} \bigg|_{p_2 \rightarrow \infty} = \frac{k+1}{k-1} \quad (7.35)$$

Pentru un gaz perfect cu $k = 1,4$:

$$\left. \frac{\rho_2}{\rho_1} \right|_{\max} = \frac{k+1}{k-1} = 6; \quad \rho_2 = 6 \rho_1.$$

Pentru o curgere adiabată, relația cunoscută dintre presiune și densitate permite calculul saltului de presiune în funcție de saltul de densitate. Din relația

$$\frac{p_2}{p_1} - 1 = k M_1^2 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \quad (7.36)$$

în care : $M_1 = w_1/a_1$ (unde w_1 este viteza gazului înainte de frontul undei de șoc; iar a_1 — viteza sunetului înaintea frontului undei de șoc). Înlocuind

pe ρ_2/ρ_1 din (7.33) în (7.36) se obține relația de calcul a saltului de presiune statică (7.37), ce are loc în frontul undei pentru o curgere cu $M_1 > 1$:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1} \quad (7.37)$$

Ținând seama de expresia ce leagă pe M de M_{cr} , relația (7.37) poate căpăta și forma

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{cr1}^2 - \frac{k-1}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2} \quad (7.38)$$

După cum se vede din (7.38), odată cu micșorarea vitezei supersonice deci cînd $M_{cr1} \rightarrow 1$, saltul de compresie tinde să dispară, deoarece $p_2 \rightarrow p_1|_{M_{cr} \rightarrow 1}$.

Deci într-un curent de gaz cu viteză subsonică nu este posibilă apariția unei unde de șoc drepte.

După cum se vede din relațiile (7.37) și (7.38), apariția saltului de presiune în curentul de gaz, ca urmare a undei de șoc, este posibilă numai dacă viteza de curgere a gazului corespunde lui $M_1 > 1$. Pentru $M_1 \leq 1$, $p_2 \leq p_1$, deci unda de șoc dreaptă apare numai în curgerea supersonică, iar mărimea saltului de presiune, pentru un gaz oarecare, depinde numai de valoarea criteriului M_1 .

Pentru determinarea relației de calcul a saltului de densitate în funcție de valoarea criteriului Mach a curentului incident M_1 se introduc relația (7.37) și relația (7.33) obținîndu-se

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{\frac{k+1}{k-1}}{1 + \frac{1}{M_1^2} \frac{2}{k-1}} \quad (7.39)$$

Unda de șoc este un proces ireversibil și, ca urmare, aduce după sine pierderi energetice. Aceste pierderi vor aduce după sine pierderi de presiune totală.

În cazul apariției unei unde de șoc, datorită ireversibilității lui, presiunea frînată a curentului după frontul undei de șoc, notată cu p_{02} , va fi mai mică decît cea din față p_{01} , deci

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02} = p_{01} \left(1 - \frac{p_{02}}{p_{01}} \right) = p_{01} \sigma_p$$

unde cu σ_p s-a notat coeficientul de pierdere de presiune totală.

Pentru o curgere adiabată printr-o conductă cu secțiune constantă este satisfăcută relația

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{w_1}{w_2} = M_{cr1}^2 \quad (7.40)$$

Presiunea frînată din spatele undei de șoc, notată cu p_{02} sau din față notată cu p_{01} se determină cu relațiile (2.115). Se obține

$$(7.41) \quad p_{02} = \frac{p_2}{\left[1 + \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2\right]^{\frac{k}{k-1}}} = \frac{p_2}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr1}^2}\right]^{\frac{k}{k-1}}} \quad (7.41)$$

$$(7.42) \quad p_{01} = \frac{p_1}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2\right]^{\frac{k}{k-1}}} \quad [\text{N/m}^2] \quad (7.42)$$

Din relațiile (7.41) și (7.42) se determină coeficientul de salt al presiunii totale în frontul undei de șoc :

$$(7.43) \quad \sigma_p = \frac{p_{02}}{p_{01}} = M_{cr1}^2 \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr1}^2}} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (7.43)$$

Relația (7.43) este valabilă numai pentru $M_{cr} > 1$.

Pentru o viteză $w_1 \rightarrow \infty$, deci pentru $M_{cr_{\max}}^2 = (k+1)/(k-1)$ se obține $\sigma_p = 0$. În figura 7.6 se prezintă variația lui σ_p în funcție de M_{cr} , pentru o valoare a exponentului adiabatic $k = 1,4$.

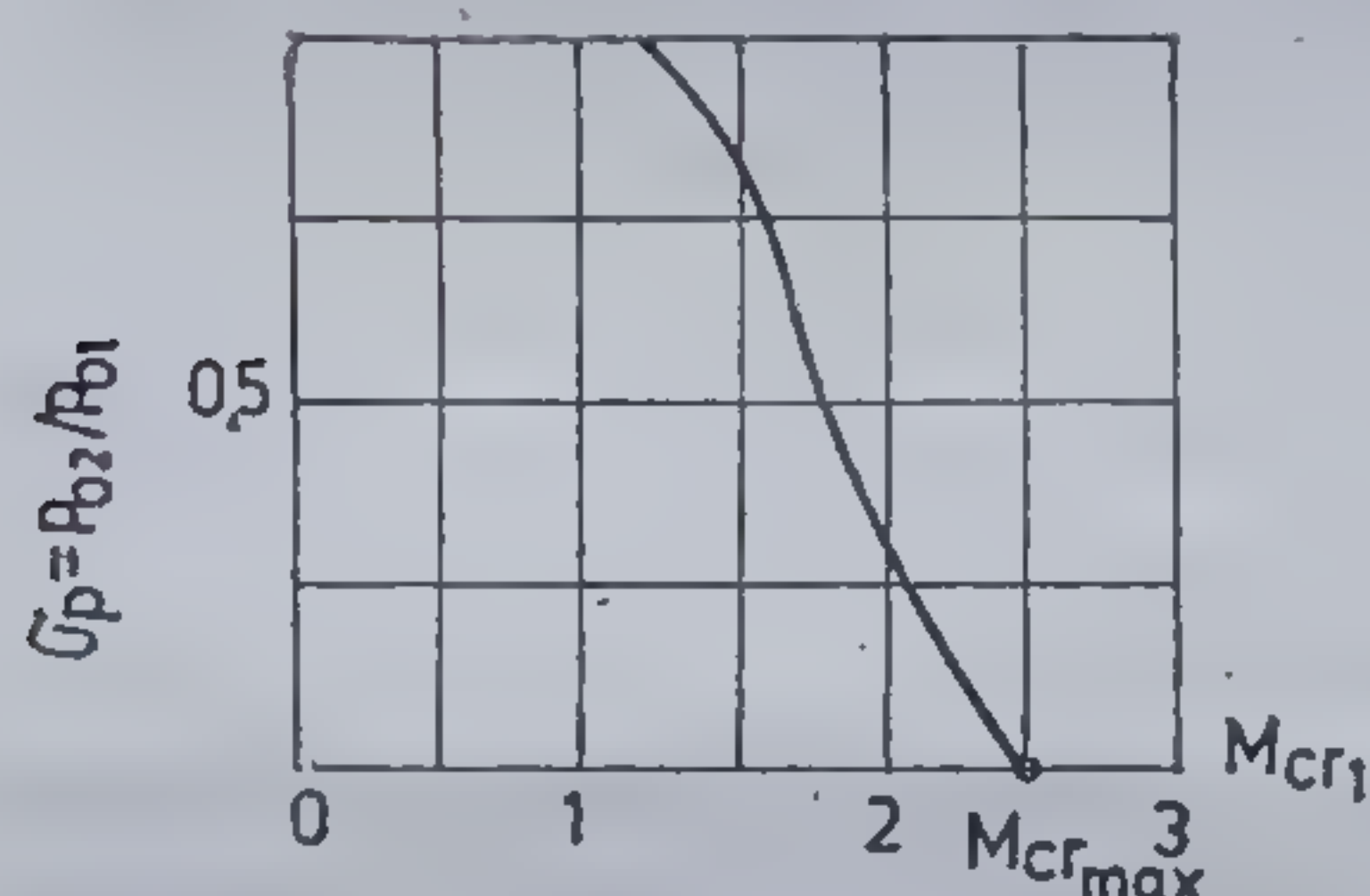


Fig. 7.6. Saltul de presiune σ_p în unda de șoc.

Densitatea gazului la presiunea și temperatura frînată a lui după unda de șoc dreaptă se obține din (7.39) și este

$$(7.44) \quad \frac{\rho_{02}}{\rho_1} = \frac{M_{cr1}^2}{\left[1 + \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr1}^2}\right]^{\frac{1}{k-1}}} \quad (7.44)$$

Viteza gazului în spatele undei de șoc este dată de (7.45) obținută cu ajutorul relațiilor (7.39) și 7.26) :

$$(7.45) \quad w_2 = a_{cr} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \quad [\text{m/s}] \quad (7.45)$$

Valoarea minimă a criteriului Mach critic al curgerii pentru care poate apare o undă de șoc este dată de relația (7.46)

$$M_{cr1min} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} = 2,449; \quad M_{cr2min} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} = 0,408 \quad (7.46)$$

pentru $k = 1,4$

7.5. UNDA DE ȘOC OBLICĂ

Unda de șoc oblică apare atunci când în frontul unei unde de șoc gazul își modifică direcția de curgere. În figura 7.7 se prezintă un salt de compresie ce apare la întâlnirea unui curent de gaz cu viteză de curgere supersonică w_1 cu un con. Ca urmare a formei conului, are loc o deviație a direcției de curgere a curentului. Viteza de curgere în spatele frontului undei de șoc este w_2 . În figura 7.8 se prezintă schema și mărimile caracteristice ale undei de șoc oblice.

Din figura 7.7 se vede că unda de șoc oblică apare la întâlnirea unui curent de gaz supersonic cu un corp oarecare și are ca punct de discontinuitate generatorul de perturbație al acestuia, care în cazul de față este vârful conului. Deci frontul undei de șoc oblice prezintă două ramuri ce se întâlnesc în vârful conului. De asemenea, după cum se vede din figura 7.8, unda de șoc ce a apărut în curentul de gaz supersonic face cu direcția de curgere a vitezei w_1 un unghi α . Viteza w_2 subsonică, din spatele frontului undei de șoc, face ca frontul undei de șoc un unghi $\beta = \alpha - \omega$, în care α este unghiul făcut de curentul de gaz inițial cu frontul undei de șoc. După cum se vede din figura 7.9 vectorii vitezelor w_1 și w_2 se pot descompune în

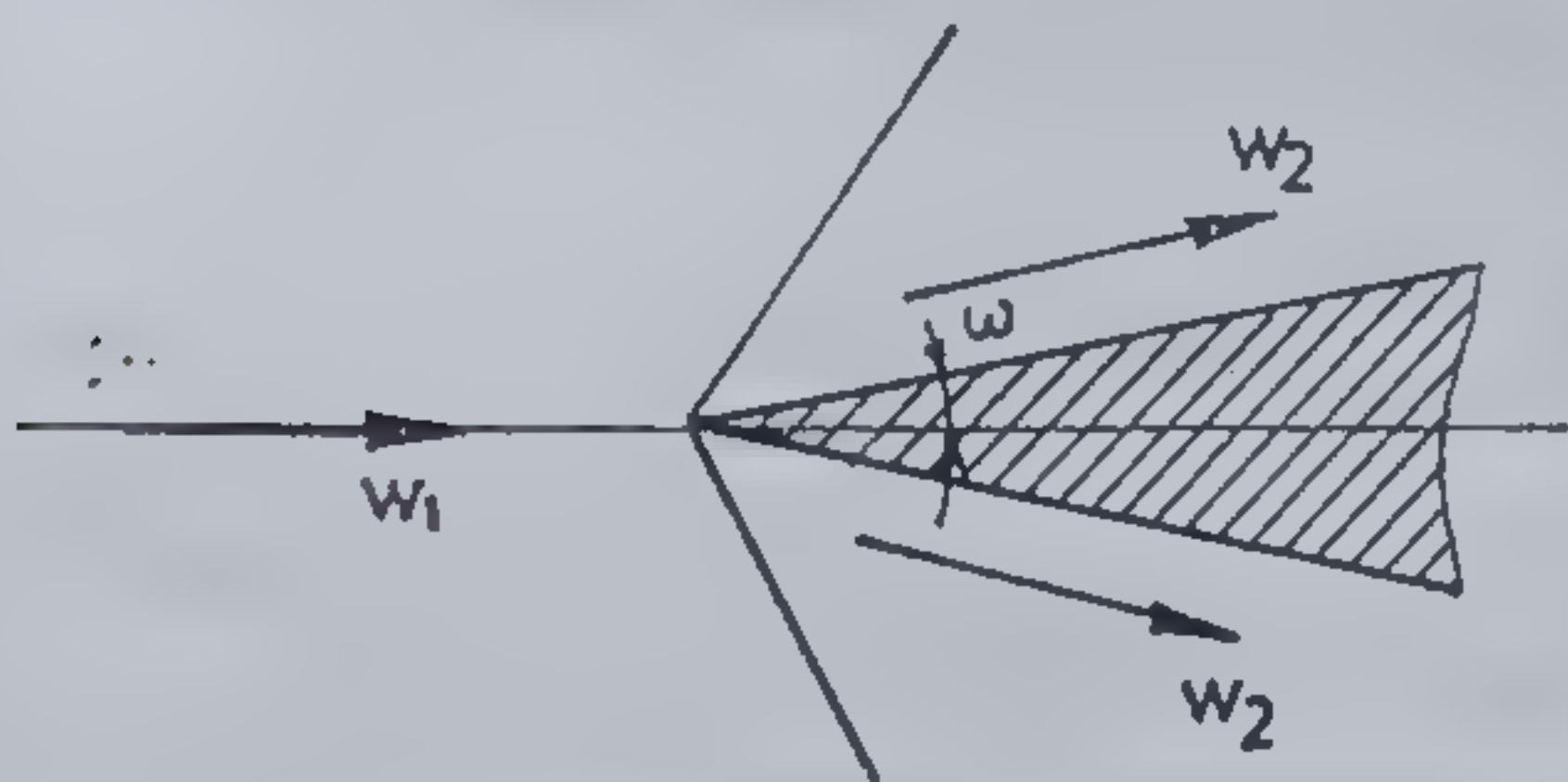


Fig. 7.7. Undă de șoc oblică.

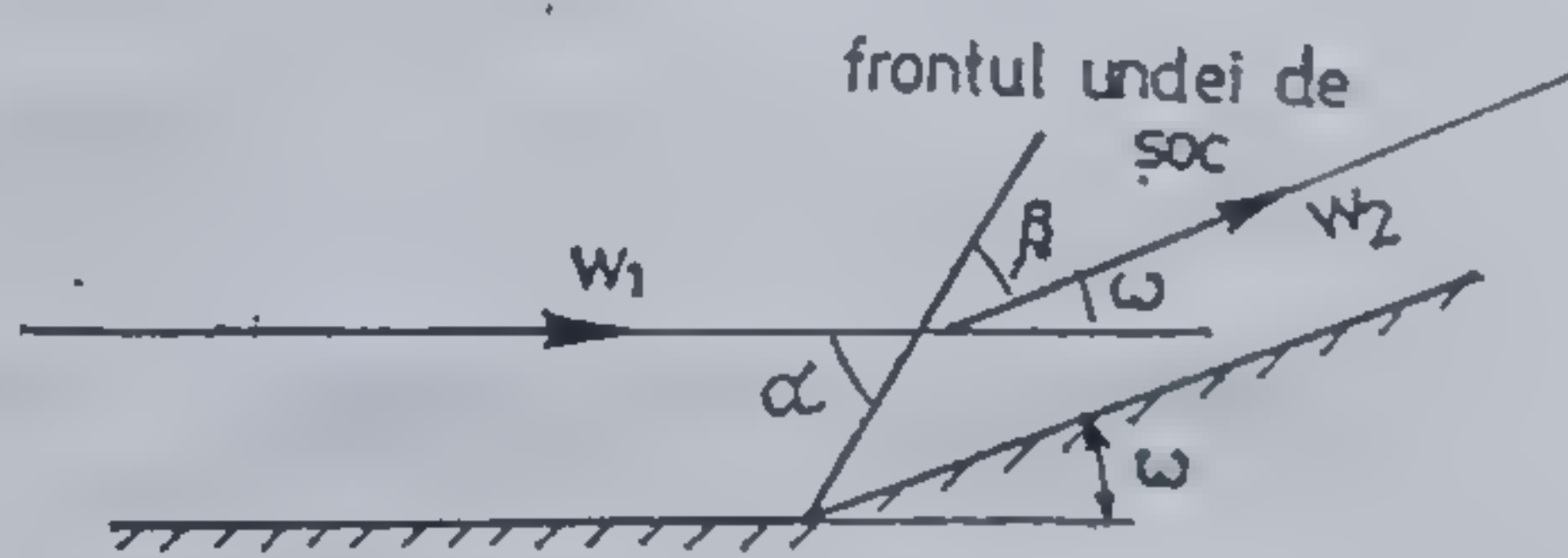


Fig. 7.8. Mărimile caracteristice ale unei unde de șoc oblice.

componente după direcția normală pe frontul undei de șoc (n) și paralelă cu el (t) notate cu w_n și w_t . Componenta paralelă w_t cu frontul undei rămâne la valoarea constantă, deci $w_{1t} = w_{2t}$, în timp ce componenta perpendiculară pe front scade, deci $w_{2n} < w_{1n}$.

Ecuația cantității de mișcare pe direcția $II - 1$ perpendiculară pe frontul undei de șoc, așa cum se vede în figura 7.10, este

$$p_2 - p_1 = \rho_1 w_{1n} (w_{1n} - w_{2n}) \quad [N/m^2] \quad (7.47)$$

Deci unda de șoc oblică se reduce în ultimă analiză la o undă de șoc dreaptă, care se deplasează în direcția t cu viteza constantă w_t . Deosebirea față de unda dreaptă constă în aceea că în ea nu are loc o discontinuitate a

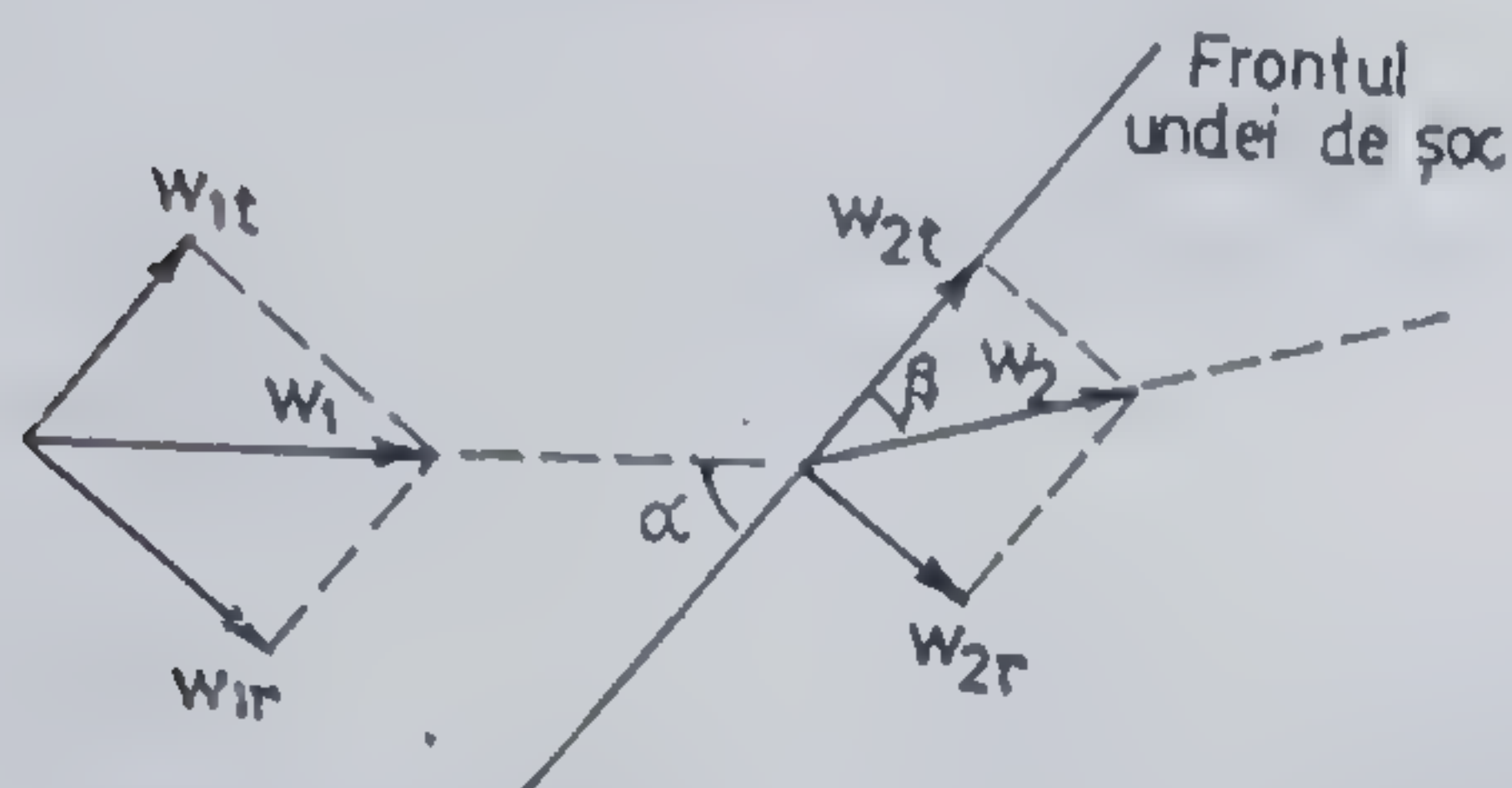


Fig. 7.9. Componentele vitezei de curgere a gazului în unda de șoc oblică.

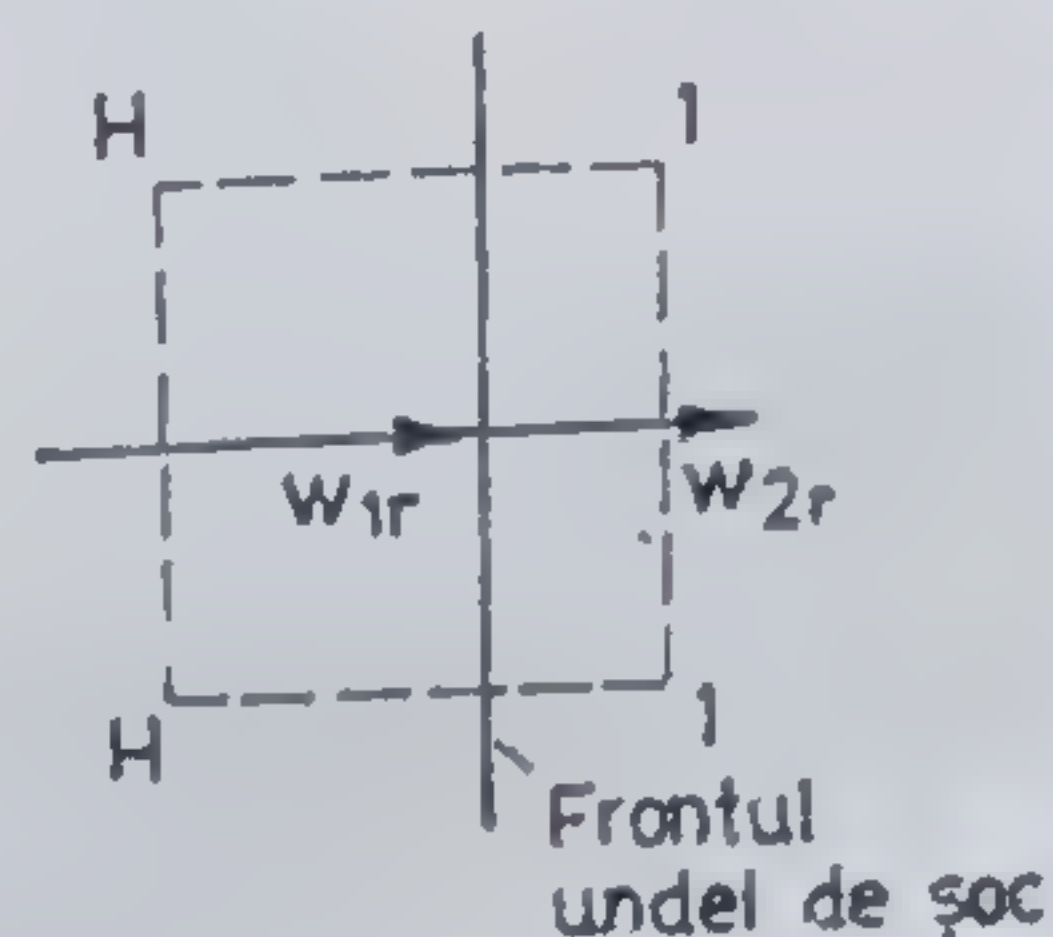


Fig. 7.10. Undă de șoc.

vitezei medii de curgere (ca în cazul undei de șoc drepte), ci numai a componentei acesteia pe direcția perpendiculară pe unda de șoc.

7.6. MĂRIMILE TERMOFIZICE ALE GAZULUI PERFECT ÎN UNDA DE ȘOC OBLICĂ

Pentru o curgere adiabată în regim permanent printr-o conductă cu secțiunea constantă, ecuația continuității pentru componenta vitezei pe direcția n are expresia

$$\rho_2 \cdot w_{2n} = \rho_1 \cdot w_{1n} \quad (7.48)$$

Pentru o undă de șoc oblică izentropă este respectată condiția de egalitate a temperaturii frînate a gazului înainte și după frontul undei deci :

$$T_{01} = T_{02} = T_0 \quad [K]$$

$$T_0 = T_1 + \frac{w_1^2}{2} = T_2 + \frac{w_2^2}{2} \quad [K] \quad (7.48)$$

Din figura 7.9 se obține :

$$w_1^2 = w_{1n}^2 + w_t^2; w_2^2 = w_{2n}^2 + w_t^2; w_{1t} = w_{2t}.$$

Din (7.49), considerînd $c_{pT_1} = c_{pT_2} = c_p$, pentru direcția n :

$$c_p \cdot T_1 + \frac{w_{1n}^2}{2} = c_p \cdot T_2 + \frac{w_{2n}^2}{2} \quad (7.50)$$

Prin analogie cu noțiunea de temperatură frînată a unui gaz de curgere, se introduce noțiunea de temperatură parțial frînată. Ea se referă la temperatura frînată a unui gaz în curgere luînd în considerare numai o componentă a vitezei de curgere și anume pe o direcție oarecare. De exem-

plu, temperatura parțial frînată a unui gaz pentru direcția normală este

$$T_{0n} = T_1 + \frac{w_{1n}^2}{2c_p} = T_2 + \frac{w_{2n}^2}{2c_p} \quad [\text{K}] \quad (7.51)$$

iar pentru direcția t :

$$T_{0t} = T_1 + \frac{w_{1t}^2}{2c_p} = T_2 + \frac{w_{2t}^2}{2c_p} \quad [\text{K}]$$

Deoarece $w_{1t} = w_{2t}$, desigur că $T_1 = T_2$, ceea ce ar însemna că temperatura momentană în fața și în spatele undei de șoc pe direcția t este aceeași, ceea ce nu este adevărat.

O undă de șoc oblică are aceeași definiție și sens fizic ca și una dreaptă, singurele deosebiri neesențiale din punct de vedere fenomenologic fiind:

1. Pentru calculul analitic al proceselor ce au loc în frontul undei de șoc se ia în considerare, în locul vitezei medii a curentului de gaz, numai componenta perpendiculară pe front, notată cu w_n .

2. În locul temperaturii frînate a curentului, exprimată în funcție de viteza medie de curgere a gazului, se folosește temperatura parțial frînată, dată de o expresie analoagă, dar în care se introduce componenta vitezei de curgere pe direcție perpendiculară pe frontul undei de șoc w_{1n} , respectiv w_{2n} .

Ca urmare, relațiile analitice obținute la studiul undei de șoc drepte sînt valabile și în cazul celei oblice, ele avînd formele de mai jos:

— în locul relației (7.26) se folosește (7.52):

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = w_{2n}w_{1n} \quad (7.52)$$

— în locul relației (7.25) se folosește (7.53):

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{2k}{k+1} RT_{0n} = \frac{2k}{k+1} \frac{p_{0n}}{\rho_{0n}} = a_{cr,n}^2 \quad (7.53)$$

în care $a_{cr,n}$ este viteza critică ce corespunde temperaturii frînte parțial T_{0n}

Relația fundamentală a saltului de presiune drept (7.26), devine pentru saltul oblic

$$w_{2n}w_{1n} = a_{cr,n}^2 \quad (7.54)$$

Relația dintre viteza critică $a_{cr,n}$ și a_{cr} se obține din relația

$$a_{cr}^2 = a_{cr,t}^2 + a_{cr,n}^2$$

Deci viteza critică, dată pentru unda dreaptă de (7.24), devine (7.55):

$$a_{cr}^2 = \frac{2k}{k+1} RT_0 = a_{cr,n}^2 + \frac{k-1}{k+1} w_t^2 \quad (7.55)$$

Ținând seama de (7.54), relația (7.55) poate căpăta următoarea formă, mai comodă :

$$w_{2n}w_{1n} + \frac{k-1}{k+1} w_t^2 = a_{cr}^2 \quad (7.56)$$

În cazul cînd unghiul α al frontului undei de șoc oblice cu direcția curentului incident devine 90° , unda de șoc a devenit o undă dreaptă și ca urmare $w_t = 0$, $w_{1n} = w_1$ și $w_{2n} = w_2$, iar relațiile de mai sus capătă formele prezentate la unda de șoc dreaptă :

Notînd cu

$$M_{cr1n} = \frac{w_{1n}}{a_{cr,n}}; \quad M_{cr2n} = \frac{w_{2n}}{a_{cr,n}}$$

Din (7.54) se obține o relație analoagă cu (7.27) și anume :

$$M_{cr1n} \cdot M_{cr2n} = 1 \quad (7.57)$$

Relația (7.31) este valabilă și pentru unda de șoc oblică, fără nici o modificare, deci sub forma

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} = k \frac{p_2 + p_1}{\rho_2 - \rho_1}, \quad (7.58)$$

iar relația (7.33), valabilă și pentru unda de șoc oblică, are forma

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{k+1}{k-1} + \frac{p_1}{p_2}}{1 + \frac{k+1}{k-1} \frac{p_1}{p_2}} \quad (7.59)$$

Valorile presiunilor momentane (statice) p și frîmate (totale) p_0 sînt date, pentru saltul drept, de relațiile (7.39) și (7.41), iar saltul de presiune totală de (7.43). Pentru unda de șoc oblică, în relațiile respective se înlocuiește M_{cr1} și M_{cr2} cu M_{cr1n} și M_{cr2n} ele căpătînd formele (7.60) ... (7.62) :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{cr1n}^2 - \frac{k-1}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1n}^2} \quad (7.60)$$

$$p_{02} = \frac{p_2}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2n}^2\right]^{\frac{k}{k-1}}} = \frac{p_2}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr1n}^2}\right]^{\frac{k}{k-1}}} \quad (7.61)$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \sigma_p = M_{cr1n}^2 \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1n}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr1n}^2}} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (7.62)$$

Pentru exprimarea saltului de presiune statică în frontul unei unde de șoc oblice sub unghiul α în funcție de viteza medie de curgere a gazului w_1 , se recurge la legea impulsului exprimată de relația (7.47) :

$$p_2 - p_1 = \rho_1 \cdot w_{1n}(w_{1n} - w_{2n}) = \rho_1 \cdot w_{1n}^2 - \rho_1 \cdot w_{1n} \cdot w_{2n}$$

Ținând seama de relația (7.56), expresia (7.47) devine

$$p_2 - p_1 = \rho_1 \cdot w_{1n}^2 - \rho_1 \left[a_{cr}^2 - \frac{k-1}{k+1} w_{1t}^2 \right] \text{ [N/m}^2\text{]}$$

Prin împărțire și înmulțire cu a_{cr}^2 se obține :

$$p_2 - p_1 = \rho_1 \cdot M_{cr1n}^2 \cdot a_{cr}^2 - \rho_1 \cdot a_{cr}^2 \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1t}^2 \right]$$

$$p_2 - p_1 = \rho_1 \cdot a_{cr}^2 \left(M_{cr1n}^2 - 1 + \frac{k-1}{k+1} M_{cr1t}^2 \right)$$

Din figura 7.8 se obține

$$M_{cr1n}^2 = M_{cr1}^2 \cdot \sin^2 \alpha; \quad M_{cr1t}^2 = M_{cr1}^2 \cdot \cos^2 \alpha \text{ [m}^2\text{/s}^2\text{]}$$

Ca urmare :

$$p_2 - p_1 = \rho_1 a_{cr}^2 \left(M_{cr1}^2 \sin^2 \alpha - 1 + \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \cos^2 \alpha \right) \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (7.63)$$

și deci :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{2k}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \cos^2 \alpha} \frac{1}{a_{cr}^2} \quad (7.64)$$

care, introdusă în relația (7.63) permite determinarea saltului de presiune statică în frontul undei de șoc :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{cr1}^2 \left[1 - \frac{4 \cdot k^2}{(k+1)^2} \cos^2 \alpha \right] - \frac{k-1}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \cos^2 \alpha} \quad (7.65)$$

Desigur că pentru $\alpha = 90^\circ$ (front drept), relația (7.65) capătă forma cunoscută de la saltul drept și anume (7.38). Ca exemplu, pentru un gaz perfect

($k=1,4$) relația (7.65) capătă forma (7.66) pentru un front oblic cu un unghi oarecare α :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{cr1}^2(1 - 0,972 \cdot \cos^2 \alpha) - 0,167}{1 - 0,167 \cdot M_{cr1}^2} \quad (7.66)$$

Iar în cazul cînd $\alpha = 90^\circ$ (front drept) și pentru $k = 1,4$ se obține expresia (7.67) în funcție de M_1 sau M_{cr1} :

$$\frac{p_2}{p_1} = 1,167 \cdot M_1^2 - 0,167 = \frac{M_{cr1}^2 - 0,167}{1 - 0,167 \cdot M_{cr1}^2} \quad (7.67)$$

Saltul de presiune totală în frontul undei de șoc, în funcție de vitezele medii de curgere w_1 și w_2 este

$$\sigma_p = \frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_{02}}{p_1} \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{01}} \quad (7.68)$$

Din relația (7.61) se obține

$$\frac{p_{02}}{p_2} = \frac{1}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2n}^2\right]^{\frac{k}{k-1}}} = \frac{1}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2 \cdot \sin^2 \alpha\right]^{\frac{k}{k-1}}} \quad (7.69)$$

Prin analogie

$$\frac{p_{01}}{p_1} = \frac{1}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1n}^2\right]^{\frac{k}{k-1}}} = \frac{1}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \sin^2 \alpha\right]^{\frac{k}{k-1}}} \quad (7.70)$$

iar p_2/p_1 este dată de relația (7.65). Deoarece $M_{cr1} \cdot M_{cr2} = 1$ se obține

$$\sigma_p = \frac{1}{\left[1 + \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr1}^2 \cdot \sin^2 \alpha}\right]^{\frac{k}{k-1}}} \cdot \frac{M_{cr1}^2 \left[1 - \frac{4k^2}{(k+1)^2} \cos^2 \alpha\right] - \frac{k-1}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2} \cdot \left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2 \sin^2 \alpha\right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (7.71)$$

Pentru determinarea criteriului M_{cr2} (în spatele frontului undei de șoc) se folosește relația

$$M_{cr2}^2 = \frac{w_2^2}{a_{or}^2} = \frac{w_{2n}^2}{a_{or}^2} + \frac{w_{2t}^2}{a_{or}^2} \quad (7.72)$$

Din relația (7.55) se obțin relațiile de calcul al componentelor vitezei medii de curgere w_{2n} și w_{2t} :

$$w_{2n} = \frac{a_{cr}^2 - \frac{k-1}{k+1} w_1^2}{w_{1n}} = \frac{a_{cr}^2 - \frac{k-1}{k+1} w_1^2 \cos^2 \alpha}{w_1 \cdot \sin \alpha} \quad (7.73)$$

$$w_{2t} = w_1 \cdot \cos \alpha \quad (7.74)$$

Se introduc relațiile (7.73) și (7.74) în (7.72) și se obține

$$M_{cr_2}^2 = M_{cr_1}^2 \cdot \cos^2 \alpha + \frac{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_1}^2 \cdot \cos^2 \alpha \right]^2}{M_{cr_1}^2 (1 - \cos^2 \alpha)} \quad (7.75)$$

După cum se vede, pentru $\alpha = 90^\circ$ relația (7.75) devine $M_{cr_1} M_{cr_2} = 1$, relație găsită și pentru unda de șoc dreaptă.

Pentru determinarea gradului de creștere a presiunii statice în unda de șoc oblică se face apel la: notațiile din figura 7.9; relația (7.37) găsită pentru unda de șoc dreaptă; analogia găsită pînă în prezent între relațiile undei de șoc drepte și oblice. Se cunoaște:

$$w_{1n} = w_1 \cdot \sin \alpha \quad (7.76)$$

Atunci, prin analogie cu relația (7.37), pentru unda de șoc oblică se obține

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2k}{k+1} M_{1n}^2 - \frac{k-1}{k+1}, \quad (7.77)$$

iar în funcție de M_1 :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2k}{k+1} M_1^2 \sin^2 \alpha - \frac{k-1}{k+1} \quad (7.78)$$

După cum se vede din (7.78), saltul de presiune statică în unda de șoc oblică este de intensitate mai mică decît în unda de șoc dreaptă dată de (7.37) pentru același M_1 .

Pentru un salt de presiune statică infinit mic, cînd $p_2/p_1 \rightarrow 1$ ($p_2 = p_1$) unghiul α făcut de unda de șoc oblică cu direcția de curgere w_1 capătă valoarea minimă și este notat cu $\alpha_{min} = \alpha_0$, dat de relația

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{M_1} \quad (7.79)$$

Se consideră că în punctul O din figura 7.11 apare o perturbație slabă într-un curent de gaz cu viteză supersonică, perturbație care se deplasează în toate direcțiile cu viteza sunetului $= a$. După o secundă ($\tau = 1s$), perturbația va cuprinde o sferă cu raza $r = a$.

Deoarece curentul de gaz se deplasează cu o viteză medie mai mare ca viteza sunetului ($w_1 > a$), undele de șoc slabe nu vor putea ieși dincolo de limitele conului a cărui suprafață este învăluitoare undelor sferice și al cărui unghi este $2\alpha_0$. Generatoarea acestui con cu unghi la vîrf $= 2\alpha_0$ poartă denumirea de „caracteristică” sau „linia Mach” iar unghiul de propagare a perturbațiilor slabe, notat cu α_0 , se numește „unghiul Mach”

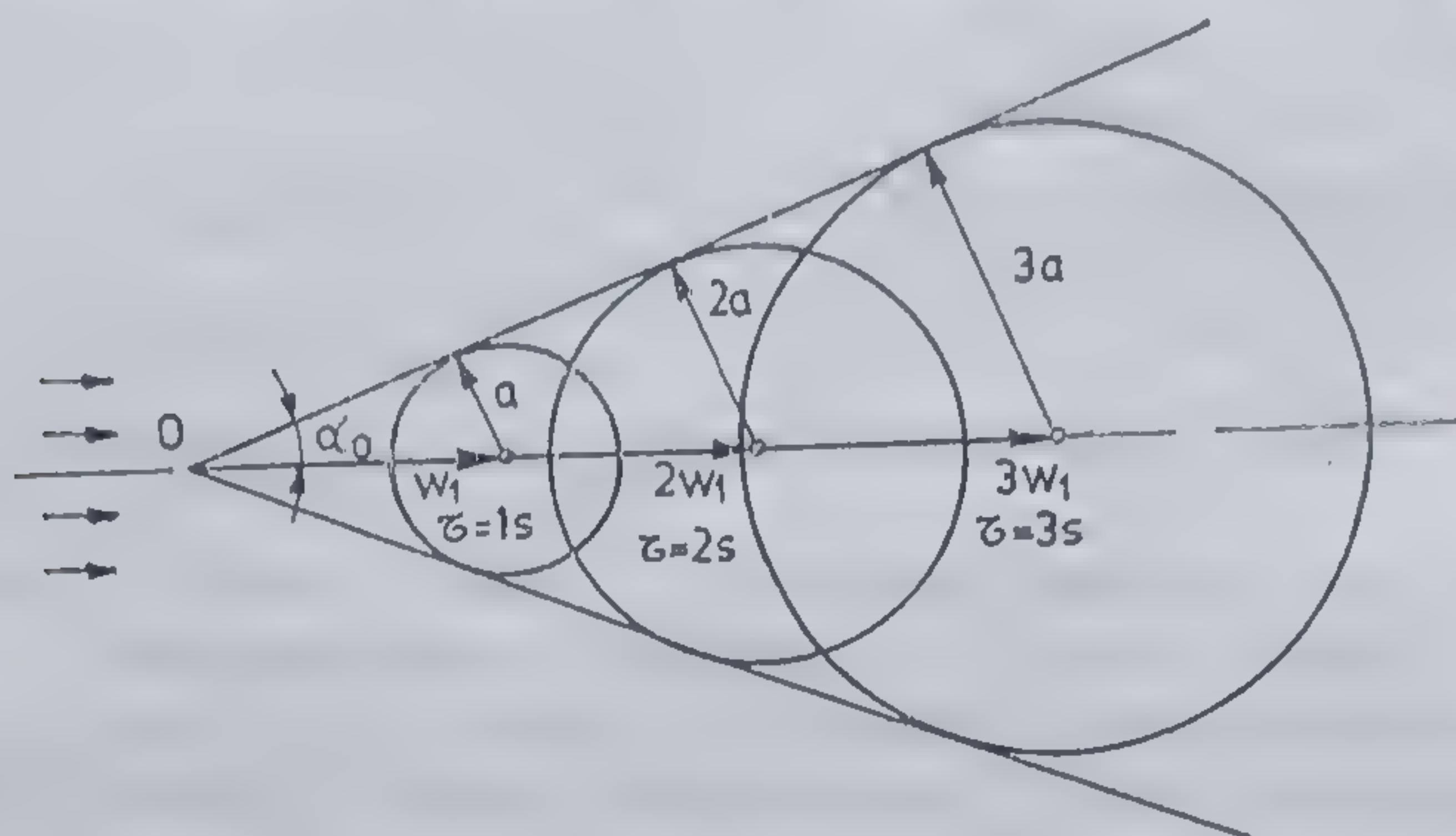


Fig. 7.11. Caracteristică undei de șoc (linia Mach).

Valoarea lui α_0 se determină ținând seama de notațiile din figura 7.11, și relația (7.79):

$$\sin \alpha_0 = \frac{a}{w_1} = \frac{1}{M_1}$$

Deci frontul undei de șoc oblice (slabe) care face un unghi α_0 față de curentul de gaz incident se propagă în spațiu cu viteza sunetului.

În cazul unei perturbații puternice, frontul acestei unde de șoc va face cu curentul de gaz un unghi $\alpha > \alpha_0$.

Pentru determinarea saltului maxim de densitate ce are loc în frontul unei unde de șoc puternice, când $p_2 \rightarrow \infty$ se face apel la relația (7.39), înlocuindu-se cu M_1 cu $M_1 \sin \alpha$:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{k+1}{k-1}}{1 + \frac{1}{M_1^2 \sin^2 \alpha} \frac{2}{k-1}}$$

După cum se vede, saltul de densitate pentru valorile extreme ale lui α devine

$$\begin{aligned} \text{pentru } \alpha_{\min} = \alpha_0 &\rightarrow M_1 = \frac{1}{\sin \alpha} \rightarrow p_2 = p_1 \\ \text{pentru } \alpha = 90^\circ &\rightarrow \text{relația (7.39).} \end{aligned}$$

Pentru a se determina unghiul de abatere ω , care reprezintă unghiul cu care este deviat curentul de gaz (figura 7.8), se face apel la ecuația continuității ($\rho_1 \cdot w_{1n} = \rho_2 \cdot w_{2n}$) și, ținând seama de notațiile din figura 7.10, se obține

$$\frac{w_{2n}}{w_{1n}} = \frac{\lg \beta}{\lg \alpha}; \quad \lg \beta = \frac{\rho_1}{\rho_2} \lg \alpha$$

Ținând seama și de relația (7.80) se obține valoarea unghiului β :

$$\lg \beta = M_{cr1}^2 \cdot \lg \alpha = \frac{\frac{k+1}{2} M_1^2 \cdot \sin^2 \alpha}{1 - \frac{k-1}{2} M_1^2 \cdot \sin^2 \alpha} \lg \alpha$$

sau
$$\lg \beta = \frac{k-1}{k+1} \left[1 + \frac{2}{k-1} \frac{1}{M_1^2 \cdot \sin^2 \alpha} \right] \lg \alpha \quad (7.80)$$

Unghiul β se mai poate determina și din relația $\beta = \alpha - \omega$. Bineînțeles dacă se cunoaște valoarea lui ω , care este unghiul făcut de suprafața exterioară a obstacolului cu direcția curentului de gaz, se determină valoarea unghiului α , făcut de frontul undei de șoc cu direcția curentului de gaz în funcție de M_1 . Pe diagrama din figura 7.12 se reprezintă variația lui α în funcție de ω pentru diferite criterii M_1 ale vitezei de curgere incidente, și pentru $k = 1,4$. Unghiul ω este pus în evidență în figurile 7.7 și 7.8. Analizând curbele din figura 7.12, se observă că fiecărei valori a criteriului M_1 al curgerii incidente îi corespunde un unghi ω_{max} peste care nu mai poate apărea un front de undă de șoc. În figura 7.12 este prezentat ca exemplu ω_{max} pentru un gaz curge cu $M_1 = 3$.

Pentru un unghi $\omega > \omega_{max}$ și $M_1 = 3$ nu mai poate apărea unda de șoc. Deci evitarea apariției undei de șoc oblice într-un curent de gaz, se poate face mărinđ unghiul de deviație al curentului datorat geometriei obstacolului peste valoarea lui ω_{max} corespunzător criteriului M_1 al curgerii incidente.

Se vede că pentru unghiuri de deviație $\omega < \omega_{max}$ apar două posibilități de înclinare α a frontului undei de șoc. Experiențele au arătat că probabilitatea cea mai mare este pentru

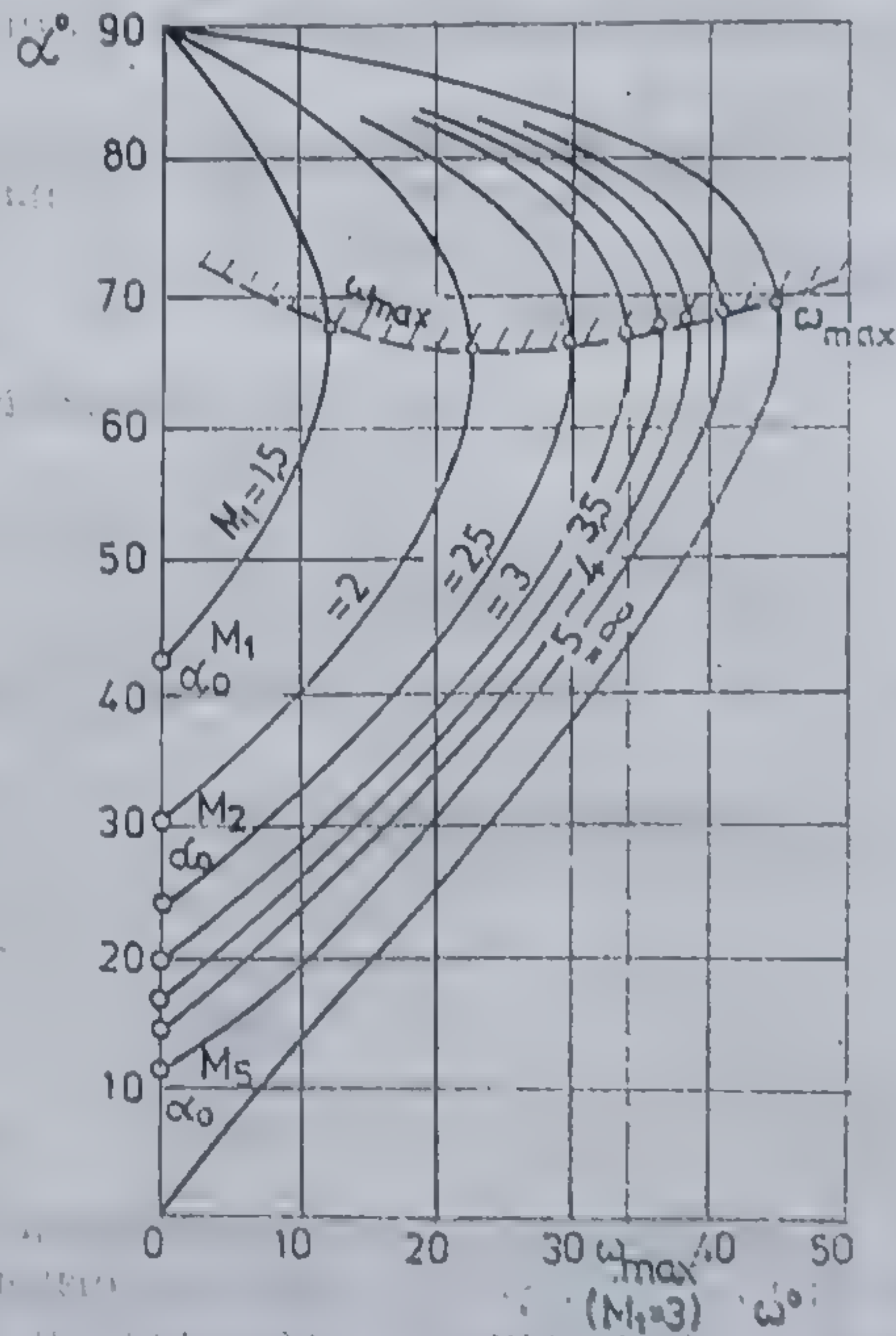


Fig. 7.12. Unghiul α al unei unde de șoc oblice.

α_{\min} . Deci apariția undei de șoc cu o valoare a unghiului de înclinare α de deasupra liniei punctate ce definește valorile lui ω_{\max} este mai puțin probabilă, dar totuși posibilă.

Intersecția ramurilor inferioare ale curbelor din figura 7.12 cu axa ordonatelor corespunde valorii minime a lui α , adică lui α_0 , denumit și *unghiul de degenerare a undei de șoc*. Sub valoarea lui α_0 care corespunde unghiului făcut de frontul undei de șoc la o perturbație slabă, corespunzătoare unei curgeri incidente cu M_1 , nu mai pot apărea unde de șoc.

Există totuși posibilitatea apariției unui front de undă de șoc și în cazul cînd unghiul făcut de învăluitoarea corpului ce produce perturbația cu direcția de curgere a gazului ω este mai mare decît ω_{\max} al curgerii respective. În acest caz, însă, se formează așa-numitul *front oblic-drept*. În fața bordului de atac al obstacolului el este un front drept, iar spre exterior se curbează devenind un front oblic. Deci forma frontului oblic-drept este curbilinie și nu atinge vîrfurile generator de perturbații. Schematic, forma acestui front este prezentat în figura 7.13. Suprafața frontului curbiliniu se deplasează în fața obstacolului și, la distanțe mari de el, degenează într-o undă de șoc slabă.

Teoretic, frontul drept-oblic este format dintr-un front drept în fața bordului de atac al corpului generator de perturbații, și dintr-un front oblic spre exterior. Ținînd seama de ireversibilitatea procesului ce are loc în realitate, forma reală a frontului este curbilinie, așa cum se vede în figura 7.13.

Viteza de curgere a gazului în spatele frontului unei unde de șoc oblice se determină geometric ținînd seama de notațiile din figura 7.9, care reprezintă triunghiurile de viteză în față și în spatele frontului undei de șoc. Se obțin relațiile (7.81) ... (7.83):

$$w_{1t} = w_{2t} = w_t = w_2 \cdot \cos \beta = w_1 \cos \alpha$$

$$w_2 = w_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \quad (7.81)$$

sau:

$$M_{cr_2} = M_{cr_1} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \quad (7.82)$$

sau, în funcție de M_2 :

$$M_2 = \frac{\frac{2}{k+1} M_{cr_2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_1}^2} \quad (7.83)$$

În figura 7.14 sînt reprezentate curbele de variație a lui $M_2 = f(\alpha)$ pentru $k = 1,4$ și trei valori ale criteriului M_1 ale curenților incident în unda de șoc. După cum se vede, pentru $\alpha < 60^\circ$ viteza w_2 în spatele frontului undei de șoc este supersonică. Punctele notate cu A corespund valorilor lui α_0 , deci unui front de perturbație slabă.

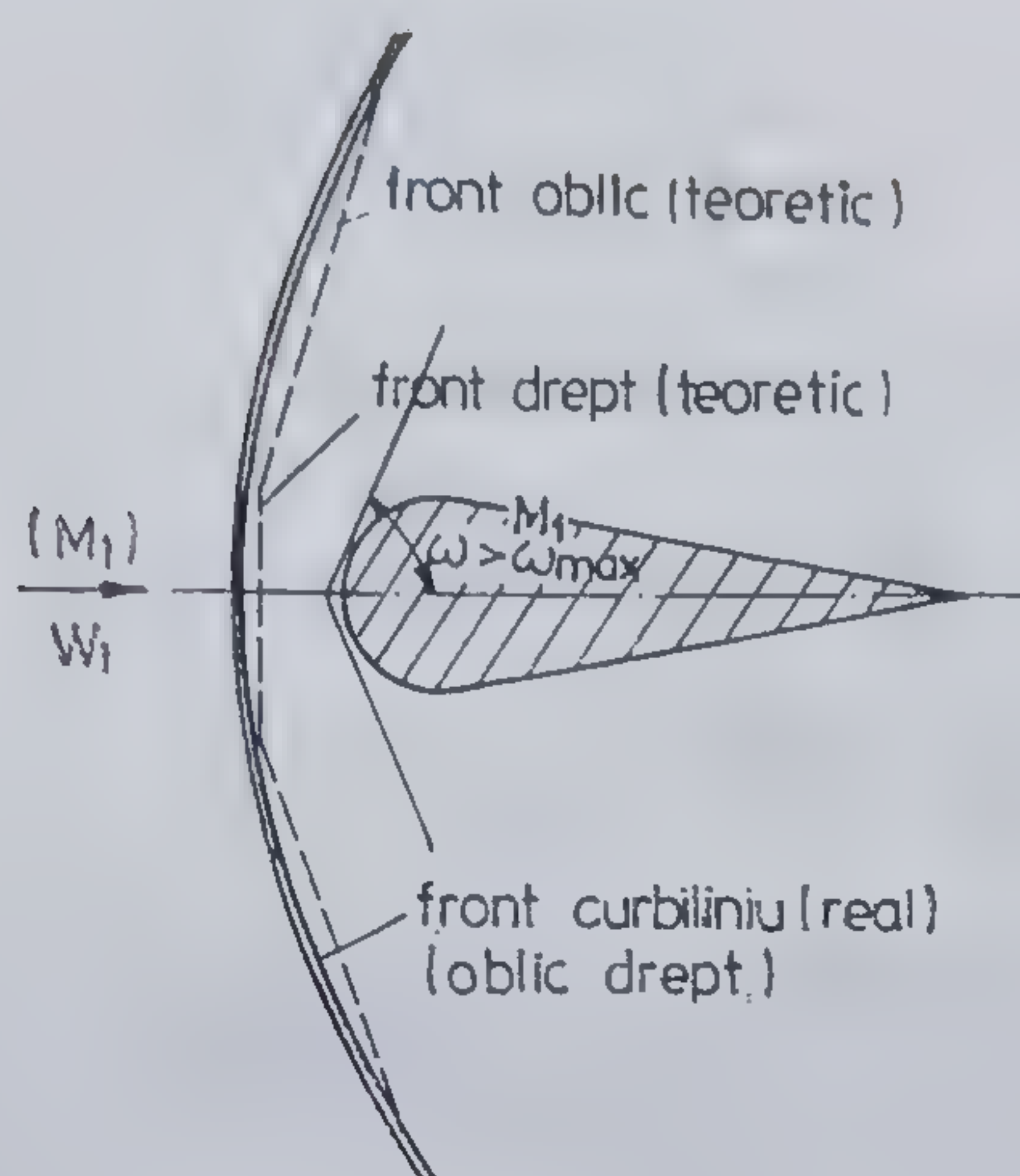


Fig. 7.13. Frontul unei unde de șoc oblică.

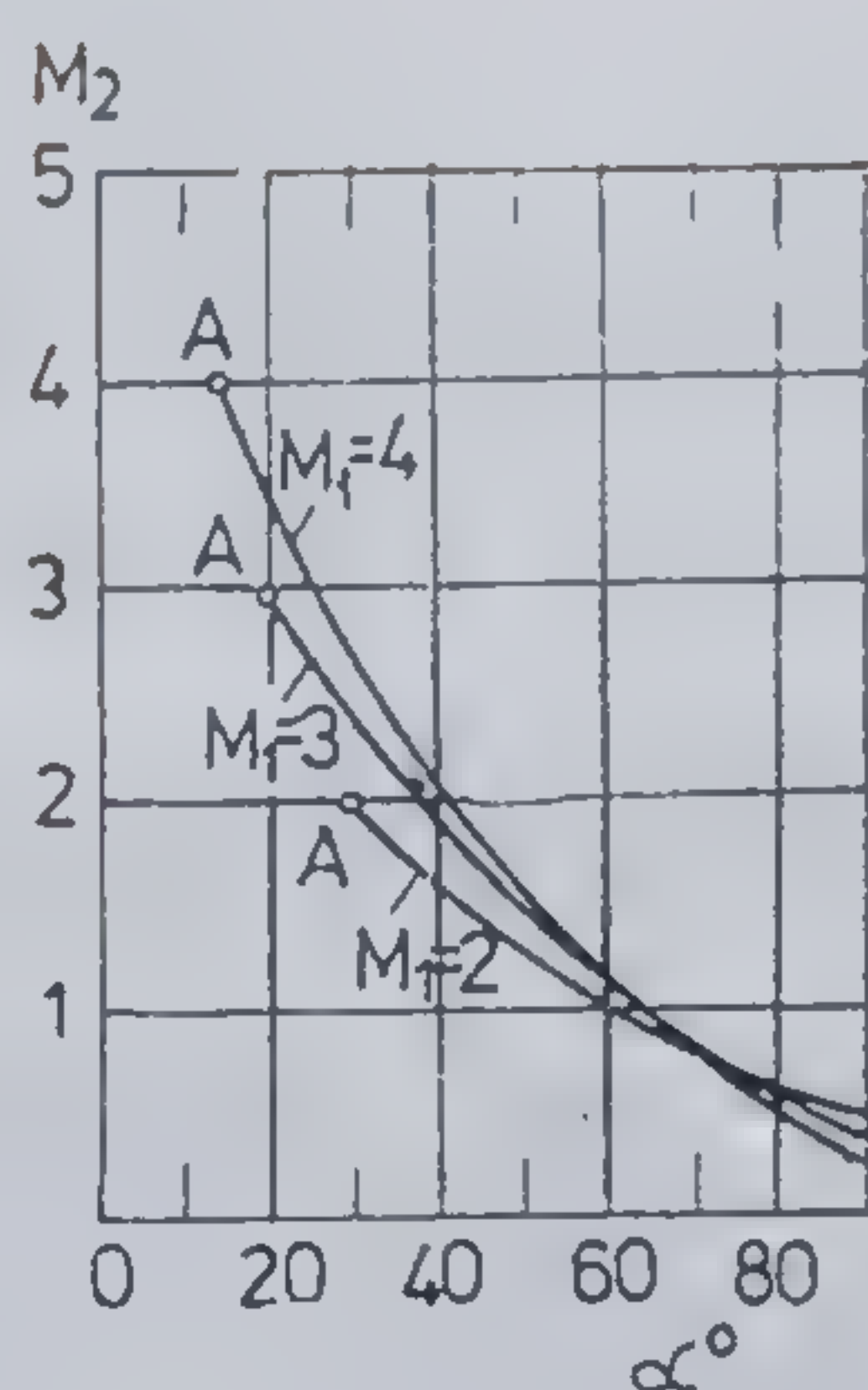


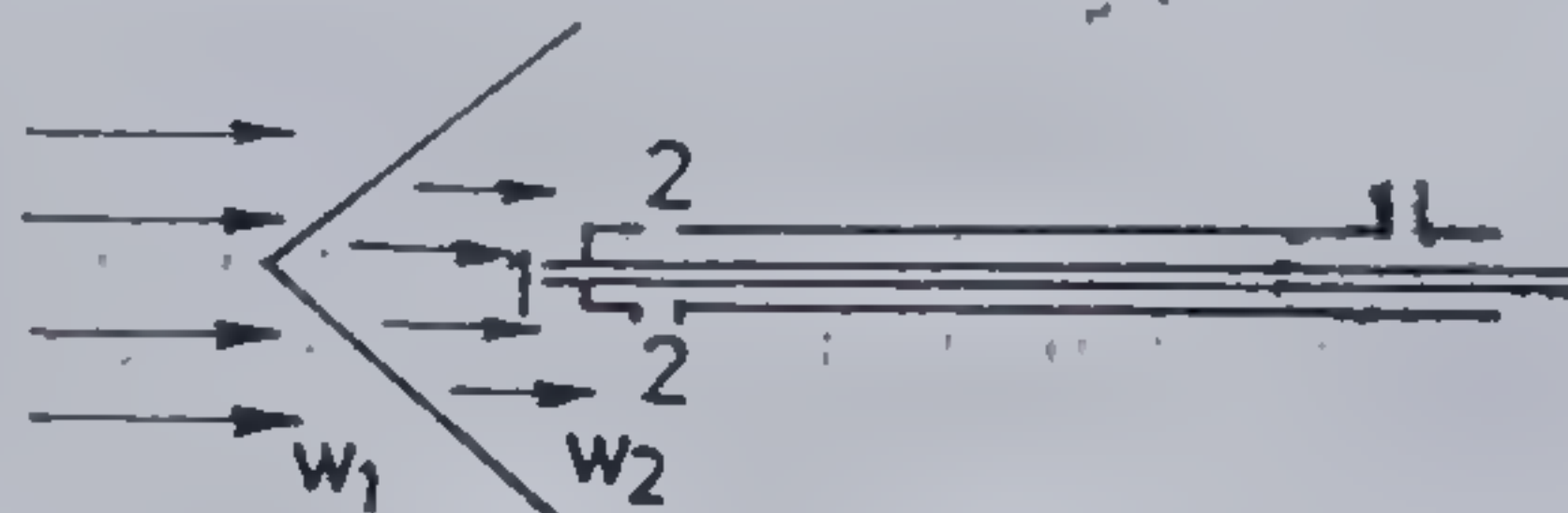
Fig. 7.14. Curbele de variație $M_2/f(\alpha)$ pentru un gaz perfect ($k = 1,4$).

7.7. UTILIZAREA TUBULUI PITOT LA MĂSURAREA VITEZELOR SUPERSONICE

După cum s-a arătat în capitolul 3, viteza de curgere subsonică a unui gaz se poate măsura corect și direct cu ajutorul unui tub Pitot.

În cazul unei curgeri supersonice, în fața tubului Pitot apare o undă de șoc dreaptă, în frontul căreia viteza va scădea de la w_1 înainte de front la $w_2 < w_1$. Apoi, așa cum se vede și din figura 7.15, în orificiul 1 al tubului

Fig. 7.15. Frontul unei unde de șoc oblică în fața unei sonde Pitot.



Pitot viteza de curgere va scădea din nou de la w_2 la 0, deoarece în canalul orificiului curentul se frânează complet. Ca urmare, sonda 1 va măsura presiunea frînata a curentului, adică p_{02} , dată de relația

$$\frac{p_{02}}{p_2} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

în care cu p_2 și M_2 s-au notat presiunea momentană (statică) și cifra Mach a curentului în spatele frontului unde de șoc

$$M_2^2 = \frac{\frac{2}{k+1} M_{cr2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr2}^2} = \frac{\frac{2}{k+1} \frac{1}{M_{cr1}^2}}{1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr1}^2}} = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}{k \cdot M_1^2 - \frac{k-1}{2}} \quad (7.84)$$

$$1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 = \frac{\left[\frac{k+1}{2} \right]^2 M_1^2}{\frac{k-1}{2} \left[\frac{2k}{k-1} M_1^2 - 1 \right]} \quad (7.85)$$

Considerînd că în fața tubului Pitot frontul undei de șoc este drept se face apel la relația (7.37):

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1}$$

care, introdusă în relația de mai sus, permite să se determine presiunea p_{02} în funcție de M_1 și de presiunea p_1

$$\frac{p_{02}}{p_1} = \left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{k+1}{k-1}} \left[\frac{2}{k-1} \right]^{\frac{1}{k-1}} \frac{M_1^{\frac{2k}{k-1}}}{\left[\frac{2k}{k-1} M_1^2 - 1 \right]^{\frac{1}{k-1}}} \quad (7.86)$$

Presiunea p_{02} fiind cunoscută prin măsurare cu sonda 1, iar p_1 fiind cunoscută pentru curentul incident (măsurată la peretele conductei), se determină cu relația (7.86) valoarea lui M_1 .

Ca exemplu se prezintă relația (7.86) pentru aer ($k=1,4$)

$$\frac{p_{02}}{p_1} = \frac{166,7 M_1^7}{(7 M_1^2 - 1)^{2,5}} \quad (7.87)$$

Presiunea momentană p_2 se măsoară la sondă cu orificiile 2. Aceste orificii trebuie să fie așezate (așa cum s-a stabilit experimental) la o distanță de orificiul 1, de minimum 4—5 diametre ale ansamblului tubului Pitot.

Cu relația (7.86) se obține cifra M_1 a curentului de gaz incident în funcție de cele două presiuni măsurate p_{02} și p_1 . Pentru determinarea vitezei de curgere w_1 trebuie determinată viteza sunetului în gazul de stare 1 (înaintea frontului undei de șoc). Pentru aceasta se folosește relația cunoscută

$$w_1 = M_1 \cdot a_1; \quad a_1 = \sqrt{k R T_1}$$

După cum se vede este necesară numai determinarea temperaturii T_1 , care se măsoară.

Pentru determinarea vitezei de curgere, în locul criteriului M se poate folosi criteriul Mach critic (M_{cr}). În acest caz, relația de calcul al vitezei de curgere w_2 în funcție de M_{cr1} și de presiunile p_{02} și p_1 măsurate cu sondele tubului Pitot, sînt

$$\frac{p_{02}}{p_1} = \frac{1}{\left[\frac{1}{M_{cr1}^2} - \frac{k-1}{k+1} \right] \left[1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{M_{cr1}^2} \right]^{\frac{1}{k-1}}} \quad (7.88)$$

care, de exemplu, pentru $k = 1,4$ capătă forma simplă

$$\frac{p_{02}}{p_1} = \frac{1}{\left[\frac{1}{M_{cr1}^2} - 0,167 \right] \left[1 - \frac{0,167}{M_{cr2}^2} \right]^{2,5}} \quad (7.89)$$

iar

$$a_{cr} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_{01}} \quad (7.90)$$

$$T_{01} = \frac{T_1}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr1}^2}; \quad w_1 = M_{cr1} \cdot a_{cr}.$$

7.8. CARACTERISTICILE DINAMICE ALE UNDEI DE ȘOC

În cele de mai sus s-a considerat că unda de șoc, oblică sau dreaptă, este o suprafață geometrică deci fără grosime. Dacă se analizează unda de șoc din punct de vedere fizic, se ajunge la concluzia că procesele ce au loc în ea impun considerarea ei ca o suprapunere de suprafețe de discontinuitate a mărimilor termofizice ale gazului respectiv. Deci frontul unei unde de șoc trebuie să fie considerat ca o succesiune de straturi de grosime finită, în care au loc salturile de densitate, viteză, presiune etc. Grosimea acestor straturi este, bineînțeles, invers proporțională cu criteriul M_1 . Ca urmare, pentru valori mari ale vitezei medii de curgere a curenților de gaz înaintea frontului unde de șoc, discontinuitățile în strat sînt atît de mari și deci grosimea stratului atît de mică încît se poate accepta ipoteza că ea este o suprafață și deci grosimea frontului unde este egală cu zero.

Structura și grosimea frontului unde de șoc se pot determina ținînd seama de condițiile acceptate ca ipoteze pînă acum și anume cele exprimate de respectarea legii continuității, a constanței impulsului, a egalității presiunilor frîmate înainte și după undă și a egalității entalpiei frîmate, valabile pentru gazodinamica izotermă, precum și de inexistența celor două procese specifice termogazodinamicii și anume termoconducția și lucrul mecanic de frecare intern și extern.

Considerînd această suprafață de discontinuitate din frontul unde de șoc ca un strat de fluid de grosime finită, condițiile exprimate de premisele acceptate pînă acum nu pot fi considerate valabile și pentru stările din fața și spatele frontului, ci numai pe grosimea unui astfel de strat.

Ecuația continuității rămîne desigur valabilă și în cazul unui front de o grosime finită, dar ipoteza egalității presiunii și entalpiei frîmate din curent, înainte și după front, nu mai poate fi valabilă avînd în vedere că unui front de grosime finită i se va asocia un flux suplimentar de impuls și de energie, datorat frecării vîscoase interne și termoconducției dintre straturi.

Densitatea impulsului suplimentar primit de gaz în frontul unde de șoc după direcția de curgere a lui datorită forțelor de vîscozitate depinde de forța tangențială τ_{xx} și este dată de relația

$$\tau_{xx} = -\frac{4}{3} \eta \frac{dw}{dx} \quad (7.91)$$

Introducând pe (7.91) în ecuația lui Bernoulli, se obține

$$p + \frac{\rho \cdot w^2}{2} - \frac{4}{3} \eta \frac{dw}{dx} = \text{const.} \quad (7.92)$$

Deoarece $w_1 \rho_1 = \rho_2 w_2 = \text{const.}$, se obține $w = \text{const.}$, $v = Cv$ (în care v este volumul specific al gazului). Ca urmare

$$\frac{dw}{dx} = C \frac{dv}{dx} \quad (7.93)$$

Ținând seama de (7.93), relația (7.92) devine :

$$p + C^2 \cdot v - \frac{4}{3} C \cdot \eta \frac{dv}{dx} = \text{const.} \quad (7.94)$$

Ca urmare, la o distanță mare de frontul undei de șoc, mărimile caracteristice termofizice ale curentului de gaz nu mai depind de poziția lor. Notînd cu indicele (1) starea gazului în fața undei de șoc și fără indice aceleași mărimi într-un strat din undă, se obține relația (7.95) ce exprimă saltul de presiune datorat viscozității gazului :

$$(p - p_1) + C^2(v - v_1) - \frac{4}{3} C \cdot \eta \frac{dv}{dx} = 0 \quad (7.95)$$

Densitatea fluxului de energie primit în frontul undei de șoc ca urmare a termoconducției este dată de legea lui Fourier și anume $q = -\lambda \frac{dt}{dx}$, iar fluxul de căldură primit datorită frecării viscoase $-\tau_{xx} \cdot w$ (considerînd vectorul vitezei dirijat în direcția x). Deci, pentru un proces adiabatic

$$-\tau_{xx} \cdot w = \frac{4}{3} \eta \cdot w \cdot \frac{dw}{dx} \quad (7.96)$$

În această situație, entalpia frînată, considerată pînă acum ca avînd forma egalității

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h + \frac{w^2}{2}, \quad (7.97)$$

va căpăta acum forma

$$w \left(h + \frac{w^2}{2} \right) - \frac{4}{3} \eta w \frac{dw}{dx} - \lambda \frac{dt}{dx} = 0 \quad (7.98)$$

Relația (7.98) poate fi exprimată și în funcție de volumul specific, dacă se ținea seama că $w = C \cdot v$, ea devenind în acest caz

$$h + \frac{C^2 v^2}{2} - \frac{4}{3} C \eta v \frac{dv}{dx} - \frac{\lambda}{C} \frac{dt}{dx} = h_1 + \frac{C^2 \cdot v_1^2}{2} \quad (7.99)$$

Deoarece s-a admis că frontul undei de șoc este compus dintr-o serie de straturi infinit mici ca grosime, în care au loc salturi infinit mici de presiune și densitate și deci și de volum specific, valorile diferențelor $v - v_1$ și $p - p_1$ vor fi de asemenea, infinități mici. Dezvoltând în serie pe $v - v_1$ în funcție de $p - p_1$ și de diferența de entropie $s - s_1$ se obține

$$v - v_1 = \left. \frac{\partial v}{\partial p} \right|_s (p - p_1) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right|_s (p - p_1)^2 + \left. \frac{\partial v}{\partial s} \right|_p (s - s_1) + \dots \quad (7.100)$$

Introducând relația (7.100) în (7.95) se obține :

$$\left[1 + \left. \frac{\partial v}{\partial p} \right|_s C^2 \right] (p - p_1) + \frac{C^2}{2} \left. \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right|_s (p - p_1)^2 + \left. \frac{\partial v}{\partial s} \right|_p (s - s_1) C^2 = \frac{4}{3} \eta \cdot C \frac{dv}{dx} \quad (7.101)$$

Deoarece

$$\frac{dv}{dx} = \left. \frac{\partial v}{\partial p} \right|_s \frac{dp}{dx} + \left. \frac{\partial v}{\partial s} \right|_p \frac{ds}{dx}, \quad (7.102)$$

în care $\left. \frac{\partial v}{\partial p} \right|_s \frac{dp}{dx}$ se poate neglija în raport cu $\left. \frac{\partial v}{\partial s} \right|_p \frac{ds}{dx}$ prin înlocuirea lui $\frac{dv}{dx}$ în relația (7.101) se obține

$$\begin{aligned} \left[1 + \left. \frac{\partial v}{\partial p} \right|_s C^2 \right] (p - p_1) + \frac{C^2}{2} \left. \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right|_s (p - p_1)^2 + \left. \frac{\partial v}{\partial s} \right|_p (s - s_1) &= \\ &= \frac{4}{3} \eta \left. \frac{\partial v}{\partial p} \right|_s C \frac{dp}{dx} \end{aligned} \quad (7.103)$$

Înmulțind relația (7.95) cu $(v + v_1)/2$ și scăzând-o din (7.99) se obține

$$(h - h_1) - \frac{1}{2} (p - p_1)(v + v_1) - \frac{C}{2} \frac{4}{3} \eta (v - v_1) \frac{dv}{dx} - \frac{\lambda}{C} \frac{dt}{dx} = 0 \quad (7.104)$$

Cel de-al treilea termen al ecuației (7.104) fiind infinit mic se poate neglija, astfel că ea capătă forma

$$(h - h_1) - \frac{1}{2} (p - p_1)(v + v_1) - \frac{\lambda}{C} \frac{dt}{dx} = 0 \quad (7.105)$$

Deoarece,

$$\frac{dt}{dx} = \left. \frac{\partial t}{\partial p} \right|_s \frac{dp}{dx} + \left. \frac{\partial t}{\partial s} \right|_p \frac{ds}{dx} \approx \left. \frac{\partial t}{\partial p} \right|_s \frac{dp}{dx} \quad (7.106)$$

Se obține
$$T(s - s_1) = \frac{\lambda}{C} \frac{\partial t}{\partial p} \bigg|_s \frac{dp}{dx} \quad (7.107)$$

Introducând expresia lui $(s - s_1)$ din (7.107) în relația (7.103) se obține

$$\begin{aligned} \frac{C^2}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \bigg|_s (p - p_1)^2 + \left[1 + \frac{\partial v}{\partial p} \bigg|_s C^2 \right] (p - p_1) = \\ = \left[-\frac{\lambda}{T} \frac{\partial v}{\partial s} \bigg|_p \frac{\partial t}{\partial p} \bigg|_s + \frac{4}{3} \gamma \frac{\partial v}{\partial p} \bigg|_s \right] C \frac{dp}{dx} \end{aligned} \quad (7.108)$$

Pentru o undă de perturbație slabă, viteza medie de curgere w_1 este apropiată de viteza sunetului a , deci există egalitatea

$$C = \frac{w}{v} \approx \frac{a}{v}$$

La o distanță oarecare de o parte și de alta a unui strat de discontinuitate din frontul undei de șoc considerat, termenul al doilea din partea stângă a ecuației (7.108) precum și termenul dp/dx din partea dreaptă se anulează, iar presiunile devin p_1 în fața frontului și p_2 în spatele frontului. Ca urmare ecuația (7.108) admite ca rădăcini $p = p_1$ și $p = p_2$.

Scriind ecuația (7.108) în funcție de $(p - p_1)(p - p_2)$ și aranjând convenabil termenii, se obține ecuația diferențială a funcției $p(x)$ sub forma

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \bigg|_s (p - p_1)(p - p_2) = -\frac{v^3}{a^3} \left[\frac{4}{3} \gamma + \frac{\lambda}{T} \frac{\partial t}{\partial p} \bigg|_s \frac{\partial v}{\partial s} \bigg|_p a^2 \rho^2 \right] \frac{dp}{dx} \quad (7.109)$$

Din termodinamică se obține

$$\frac{\partial v}{\partial s} \bigg|_p = \frac{\partial t}{\partial p} \bigg|_s; \quad -\frac{dp}{dx} = 2v^2 \cdot a; \quad \gamma = a\omega^2$$

în care γ este coeficientul de absorbție (amortizare) al undei sonore, iar ω — frecvența perturbației. Deci se poate scrie:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{1}{4v^2 a} \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \bigg|_s (p - p_1)(p - p_2) \quad (7.110)$$

Integrând (7.110) se obține:

$$\begin{aligned} x = -\frac{4v^2 a}{\frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \bigg|_s} \int \frac{dp}{(p - p_1)(p - p_2)} \\ x = -\frac{4av^2}{\frac{p_2 - p_1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \bigg|_s} \operatorname{arctg} \frac{p - \frac{p_1 + p_2}{2}}{\frac{p_2 - p_1}{2}} + \text{const} \end{aligned} \quad (7.111)$$

Și deoarece constanta de integrare este nulă relația (7.111) devine

$$p - \frac{p_2 + p_1}{2} = \frac{p_2 - p_1}{2} \operatorname{th} \frac{x}{\delta} \quad (7.113)$$

în care s-a notat cu δ grosimea frontului undei de șoc, a cărei valoare este dată de relația

$$\delta = \frac{8av^2}{(p_2 - p_1) \left. \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right|_s} \quad (7.113)$$

Cu relația (7.112) se determină variația presiunii în stratul elementar al unei unde de șoc. În fața și în spatele undei de șoc presiunile gazului au valorile p_1 și p_2 . Originea abscisei se alege în centrul frontului undei de șoc, unde presiunea are valoarea $p = (p_1 + p_2)/2$. Deci creșterea presiunii de la valoarea p_1 la p_2 are loc în grosimea δ , care poartă denumirea de „grosimea undei de șoc”. După cum se vede din relația (7.112) grosimea δ a undei de șoc este cu atât mai mică cu cât saltul de presiune $p_2 - p_1$ este mai mare.

Variația entropiei în unda de șoc, deci în grosimea δ , se obține din relațiile (7.107) și (7.112), care permit obținerea ecuației (7.114):

$$s - s_1 = \frac{\lambda}{16avT} \left. \frac{\partial t}{\partial p} \right|_s \left. \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right|_s \frac{(p_2 - p_1)^2}{2} \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{x}{\delta}} \quad (7.114)$$

După cum se vede din (7.114), variația de entropie în frontul undei de șoc nu este monotonă, deoarece pentru $x = 0$, $s \rightarrow s_{\max}$, iar pentru $x = \pm\infty$ se obține $s = s_1$ și $s = s_2$.

Relația (7.112) ce exprimă grosimea undei de șoc δ a fost obținută pentru o perturbație de intensitate slabă, gazul avînd o viteză medie incidentă: $w_1 \approx a$.

Totuși relația (7.113) poate fi utilizată cu destulă exactitate și în cazul unei perturbații puternice cînd $w_1 \gg a$. O analiză fenomenologică a proceselor ce au loc în frontul unei unde de șoc puternice permite o simplificare a metodei analitice de determinare a grosimii δ a lui.

După cum se știe din termodinamică viteza sunetului în gazele perfecte este de ordinul vitezei medii de deplasare termică a moleculelor, notată cu w_t , iar vîscozitatea cinematică a lor este dată de relația $\nu = l \cdot w_t \approx l \cdot a$, în care l este drumul liber mijlociu molecular. Deoarece $a = l/a_{cr}^2$, se obține pentru un gaz perfect:

$$\left. \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right|_s \approx \frac{v}{p^2}; \quad p \cdot v \approx a_{cr}^2 \quad (7.115)$$

Introducînd pe (7.115) în (7.113), se obține $\delta \approx l$. Deci grosimea frontului undei de șoc pentru gazele perfecte în cazul unui salt mare de presiune ($M_1 \gg 1$) este practic egală cu lungimea drumului liber mijlociu molecular l .

În tehnică procesele termice și dinamice fiind considerate numai din punct de vedere macroscopic, grosimea unei perturbații puternice este considerată nulă. Pe de altă parte, în cazul când în frontul undei de șoc au loc și procese de relaxare, cu desfășurare lentă în timp, ca de exemplu reacții chimice, procese de ardere etc, chiar și în cazul unei perturbații foarte puternice grosimea δ a undei de șoc nu mai este egală cu zero, ci are o valoare finită ce depinde de timpul de relaxare τ_r a procesului respectiv.

Considerînd timpul de relaxare a procesului ca fiind cunoscut și de valoare τ , cele două suprafețe limită ale grosimii frontului undei de șoc trebuind să reprezinte stări de echilibru, distanța parcursă în frontul undei va trebuie să fie $\tau_r \cdot w_1$, care reprezintă tocmai grosimea δ .

7.9. PROPAGAREA PERTURBAȚIILOR ÎN MEDIU BIFAZIC MONOCOMPONENT

Procesul de propagare a perturbațiilor de mare sau mică intensitate, în gazul perfect a fost explicat cu ajutorul teoriei cinetico-moleculare care admitea, prin ipoteză, că variația parametrilor fizici ai lui (presiune, densitate, temperatură) se datora schimbului de cantitate de mișcare ce avea loc la nivel intermolecular.

În cazul însă când unda de perturbație se deplasează într-un mediu bifazic (în amestecul de vapori și picături ale lichidului său) ea va duce la apariția unor fenomene specifice mediului bifazic, de exemplu condensări sau vaporizări ale picăturilor de lichid, subrăcirii ale vaporilor, supraîncălziri ale lichidului, apariția unui fenomen de rezonanță a picăturilor de lichid etc.

Pentru precizarea cantitativă a acestor fenomene, este necesar să se cunoască dependența dintre viteza de propagare a sunetului într-un mediu bifazic și frecvența perturbației. Dispersarea unei unde critice într-un mediu bifazic poate duce, în anumite condiții fizice, la o defazare între unda ce se propagă în mediul gazos și aceea ce se propagă în mediu lichid. Dacă masa de lichid este mică, iar frecvența undei nu este prea mare, atunci vîscozitatea vaporilor amortizează oscilațiile particulelor de lichid ce iau naștere datorită perturbației, modificînd viteza de propagare a undei în amestecul bifazic și anume micșorînd-o. Gradul de modificare a vitezei de propagare a undei de șoc va depinde de frecvența undei de perturbație și de participația fazei lichide în amestecul bifazic.

O altă cauză a amortizării undei de perturbație, ce poate merge pînă la stingerea ei, este și apariția fenomenelor de metastabilitate termodinamică, adică apariția proceselor de condensare a fazei gazoase sau de vaporizare a celei lichide. Cu cît perturbația are o frecvență mai ridicată și cu cît dimensiunile picăturilor de lichid din amestecul bifazic pentru același titlu sînt mai mari, cu atît timpul de relaxare a proceselor de condensare sau vaporizare, deci de schimb de masă interfazic, poate deveni egal cu perioada perturbației, ceea ce va duce la apariția dezechilibrului în amestec.

Acest dezechilibru se va manifesta prin schimbarea comportării fazei lichide, care în această situație se va comporta ca un corp solid.

Un element important în studiul undelor de șoc în mediul bifazic este amplitudinea perturbației. În cazul mediilor bifazice, intensitatea perturbației nu va influența numai parametrii termofizici ai mediului de curgere, de exemplu presiunea, densitatea și temperatura, ca în cazul gazului perfect, ci va aduce după sine și modificări de stare sau chiar de procese termodinamice. Astfel un salt puternic de presiune va aduce după sine atât un salt de temperatură, presiune etc. cât și o modificare a participăției fazei lichide în amestecul bifazic, ca urmare a apariției fenomenului de condensare. În consecință va apărea și o micșorare a vitezei de curgere ca urmare a antrenării de către faza gazoasă a unei cantități mai mari de lichid. Desigur că în cazul unei unde de șoc de intensitate foarte mare, saltul mare de temperatură din frontul ei poate duce chiar la dispariția fazei lichide și deci la trecerea de la curgerea unui mediu bifazic la curgerea unui mediu monofazic ce poate fi considerat un gaz perfect.

7.10. VITEZA DE PROPAGARE A UNDEI DE ȘOC ÎN MEDIU BIFAZIC MONOCOMPONENT

Propagarea undei de șoc într-un mediu bifazic este o problemă mult mai complexă decât cea ce are loc într-un mediu monofazic de gaz perfect. Această complexitate se datorește proceselor noi ce apar, specifice mediului bifazic și anume: dispersarea energiei cinetice a masei de gaz în masa de lichid ce este antrenată numai de aceasta; trecerea, în timpul curgerii, a unei faze în alta; apariția unor procese de relaxare; absorbția și reflexia undelor de perturbație în și de suprafața mediului lichid; apariția fenomenului de rezonanță etc.

Pentru studiul analitic al vitezei de propagare a undei de șoc în mediu bifazic se face apel la metodele termodinamicii, ele fiind mai simple și dând aceleași rezultate ca cele acustice, cinetico-moleculare sau gazodinamice.

Mărimile ce se referă la faza lichidă vor fi afectate cu indicele l , cele pentru faza gazoasă cu indicele v , cele pentru amestecul bifazic cu „bf”, iar cele la starea lichidă sau de vapori pe curbele limită cu „sat”.

Pornind de la ecuația lui Laplace pentru viteza de propagare a sunetului în mediu lichid sau gazos pe curbele limită

$$a = \left. \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \right|_{\text{sat}} = \left. \sqrt{-v^2 \frac{dp}{dv}} \right|_{\text{sat}} \quad (7.116)$$

Rezolvarea derivatei $|dp/dv|_{\text{sat}}$ pe curbele limită și în interiorul lor, pentru diverse titluri x fiind dificilă, se face apel la ecuațiile potențialelor termodinamice. Viteza sunetului în mediul bifazic se obține cu relațiile

(7.117) în funcție de viteza sunetului în faza lichidă din amestecul bifazic sau (7.118) în funcție de viteza sunetului în faza gazoasă :

$$a_{bf} = \sqrt{\frac{v^2}{-\left.\frac{dv}{dp}\right|_{sat}(1-x) - \left.\frac{dx}{dp}\right|_{sat}x}} \quad (7.117)$$

$$a_{bf} = v \frac{dp}{dT} \sqrt{\frac{T}{c'_v(1-x) + c''_v x}} \quad (7.118)$$

în care indicele „bf” se referă la mediul bifazic, iar (') și (") la valorile pe curbele limită ale lichidului ($x = 0$) și vaporilor saturați ($x = 1$). Deoarece $|dv/dp|$ prezintă discontinuități pe curbele limită, și valoarea sunetului în mediu bifazic va prezenta o discontinuitate pentru stările respective. Legătura între viteza sunetului în lichid și vaporii pe curba limită a lichidului ($x = 0$) este dată de relația

$$\left(\frac{v''}{a''_{bf}}\right)^2 - \left(\frac{v'}{a'_{bf}}\right)^2 = \left[J' - J'' + (v'' - v') \frac{d^2p}{dT^2}\right] \frac{dT}{dp} \quad (7.119)$$

în care: a''_{bf} este viteza sunetului în vaporii saturați pe curba limită; a'_{bf} — viteza sunetului în lichid pe curba limită a lichidului; $J = c_{sat}^2 / T \cdot c_p$; c_{sat} — căldura specifică pe curbele de limită (J' pe curba limită a lichidului și J'' pe curba limită a vaporilor). Iar pe curba limită a vaporilor saturați, $x = 1$ se obține ecuația (7.120) similară cu (7.119):

$$(a'_{bf})^2 - (a''_{bf})^2 = T \left(\frac{dp}{dT}\right)^2 \left(\frac{v'^2}{c'^2_{vbf}} - \frac{v''^2}{c''^2_{vbf}}\right) \quad (7.120)$$

În figura 7.16 se prezintă viteza sunetului în amestecul bifazic de vaporii de apă și picături de apă în funcție de titlul lor.

Determinarea vitezei sunetului în medii bifazice are la bază următoarele ipoteze: ecuația continuității este satisfăcută; curgerea are loc în regim permanent stabilizat; ambele faze ale mediului se deplasează cu aceeași viteză; se neglijează procesele ireversibile de compresie și destin-

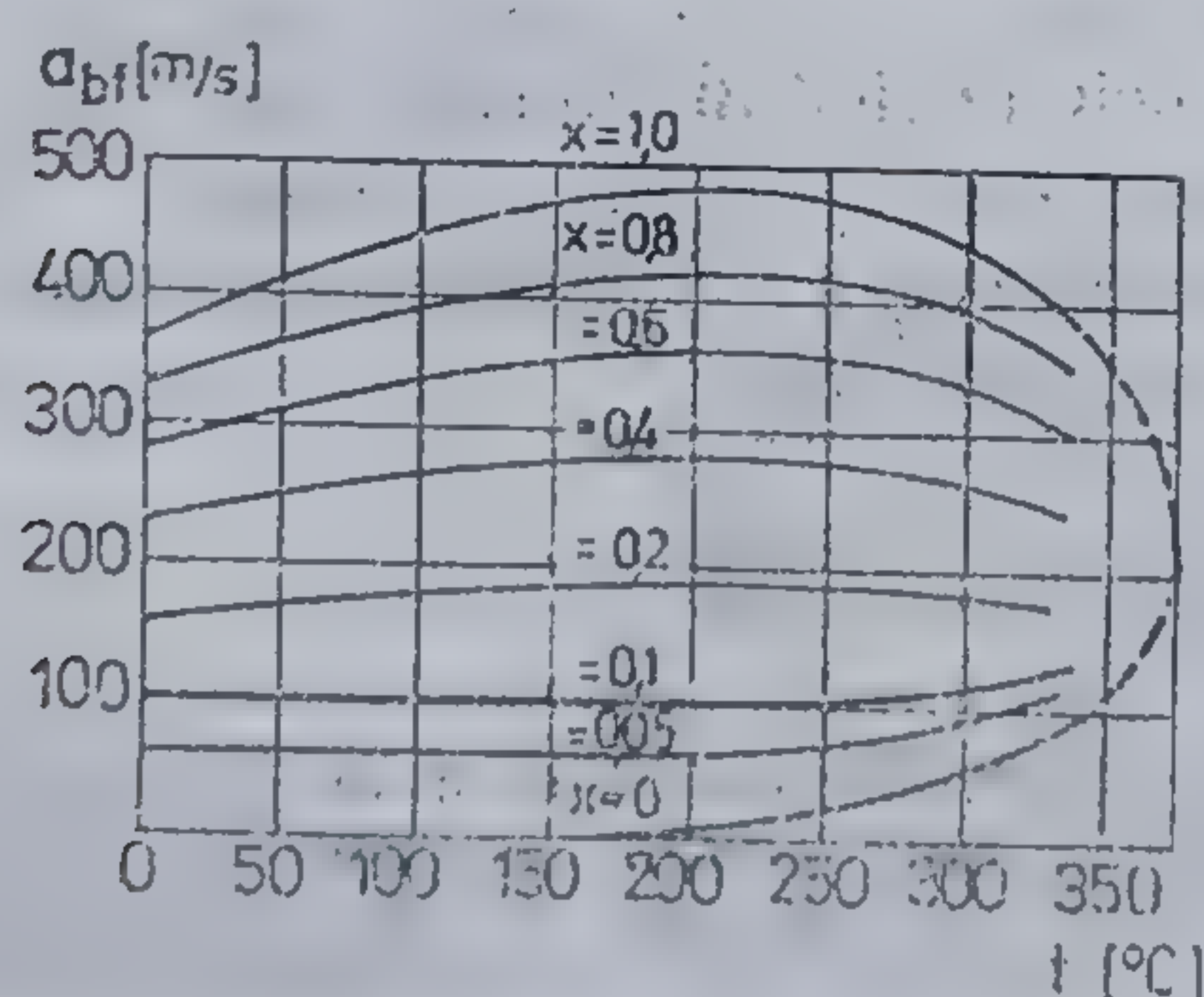
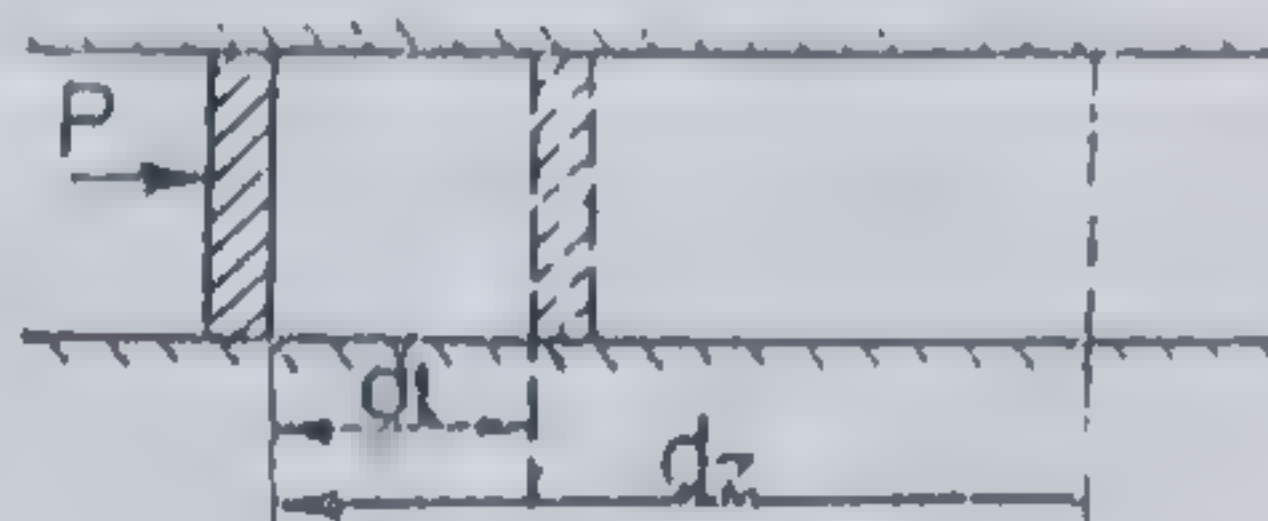


Fig. 7.16: Viteza sunetului în amestecul bifazic apă-vapori de apă în funcție de titlul x .

dere din frontul undei de șoc. Modelul fizic al generării unei perturbații într-un mediu bifazic este identic cu cel folosit la gazul perfect și anume se consideră gazul închis într-un cilindru de un piston mobil (figura 7.17). La un moment dat pistonul se deplasează cu viteză sonică pe distanța dl , producând în masa imobilă de gaz din cilindru o perturbație care se deplasează cu distanța dz în timpul cit pistonul s-a deplasat cu dl . Cu nota-

Fig. 7.17. Modelul fizic al unui generator de undă de șoc în mediu bifazic



țiile din figura 7.17, se consideră că perturbația apare în mediul mobil, ca urmare a deplasării pistonului de suprafață A , sub acțiunea unei forțe P , deci sub acțiunea unei forțe specifice P/A . Se notază cu E modulul lui Young al mediului bifazic și cu dl/dz , raportul dintre deplasarea pistonului și deplasarea perturbației, în timpul $d\tau$.

Pentru cazul în care lichidul se găsește sub formă de picături, prin egalarea impulsului elementar cu variația cantității de mișcare se obține expresia (7.121), unde raportul p/A este dat de legea lui Guk (7.122):

$$Pd\tau = \rho_v A dz \varphi_v \frac{dl_v}{d\tau} + \rho_p A dz \varphi_p \frac{dl_p}{d\tau} \quad (7.121)$$

$$\frac{P}{A} = E \frac{dl}{dz} \quad (7.122)$$

Se utilizează indicele v pentru faza gazoasă și p pentru cea lichid numai sub formă de picături. S-a notat cu $dl/d\tau$ viteza medie de deplasare a vaporilor (v), respectiv picăturilor (p) și cu φ volumele specifice relative ale fazelor date de relațiile (7.123) în care v_{bf} este volumul specific al amestecului bifazic:

$$\varphi_v = \frac{v_v}{v_{bf}} = (1 - y) \frac{\rho_{bf}}{\rho_v}; \quad \varphi_p = \frac{v_p}{v_{bf}} = y \frac{\rho_{bf}}{\rho_p} \quad (7.123,$$

unde x = titlul vaporilor; $y = 1 - x$ = umiditatea amestecului; ρ_v, ρ_p ρ_{bf} = densitatea participanților și a amestecului bifazic. Prin introducerea expresiei forței P din (7.122) în (7.121) se obține

$$\frac{E}{a_{bf}^2} = x \rho_{bf} \frac{dl_v}{dl} + (1 - x) \rho_{bf} \frac{dl_p}{dl} \quad (7.124)$$

Admițând că $dl = dl_v$ și $dl_v/dl_p = \frac{a_{crp}}{a_{crv}}$, se obține viteza sunetului în mediu bifazic

$$a_{bf} = \sqrt{\frac{E}{x \cdot \rho_{bf} \left[1 + \frac{1 - x}{x} \frac{a_{crp}}{a_{crv}} \right]}} \quad (7.125)$$

Modulul lui Young pentru un mediu bifazic se poate exprima în funcție de presiune și densitate, considerînd că unei variații mici de presiune dp îi corespunde proporțional o variație elementară de volum specific dv/v deci $dp = -E \cdot dv/v$. Deoarece regimul de curgere este permanent stabilizat, $d(\rho v)/d\tau = 0$ și deci $d\rho/\rho = -dv/v$. Ca urmare se obține expresia modulului lui Young E cu expresia (7.126)

$$E = \rho_{bf} \frac{dp}{d\rho_{bf}} \quad (7.126)$$

Deci relația (7.125) devine

$$a_{bf} = \sqrt{\frac{dp}{d\rho_{bf} \cdot x \left[1 + \frac{1-x}{x} \frac{a_{crp}}{a_{crv}} \right]}} \quad (7.127)$$

Saltul de compresiune ce apare în frontul undei de șoc în mediul bifazic nu este un proces adiabat, ca în cazul gazului perfect, din cauza proceselor ireversibile ce îl însoțesc și care au fost prezentate în paragraful 7.9. Asimilînd procesul adiabat neizentrop ca fiind o politropă cu exponent politropic n , pentru care $d\rho_{bf}/\rho_{bf} = np/\rho_{bf}$ și introducînd această valoare în relația (7.127) ea capătă formă

$$a_{bf} = \sqrt{\frac{n \cdot p}{x \cdot \rho_{bf} \left[1 + \frac{1-x}{x} \frac{a_{crp}}{a_{crv}} \right]}} \quad (7.128)$$

Analizînd relația (7.128) se observă că pentru cazul gazului perfect (cînd $x = 1$), din relația (7.128) se obține relația cunoscută a vitezei sunetului în gazul perfect cu condiția $n = k$:

$$a_{bf} \Big|_{x=1} = \sqrt{k \frac{p}{\rho}} = \sqrt{kRT} = a$$

În cazul cînd picăturile de lichid sînt mari, și ele nu pot fi antrenate de vapori cu aceeași viteză ca a lor, deci nu mai este valabilă ipoteza egalității vitezelor celor două faze, deci nu este valabil raportul $a_{crp}/a_{crv} = 0$, viteza de propagare a perturbației va fi viteza de propagare a sunetului în vapori, dată de relația

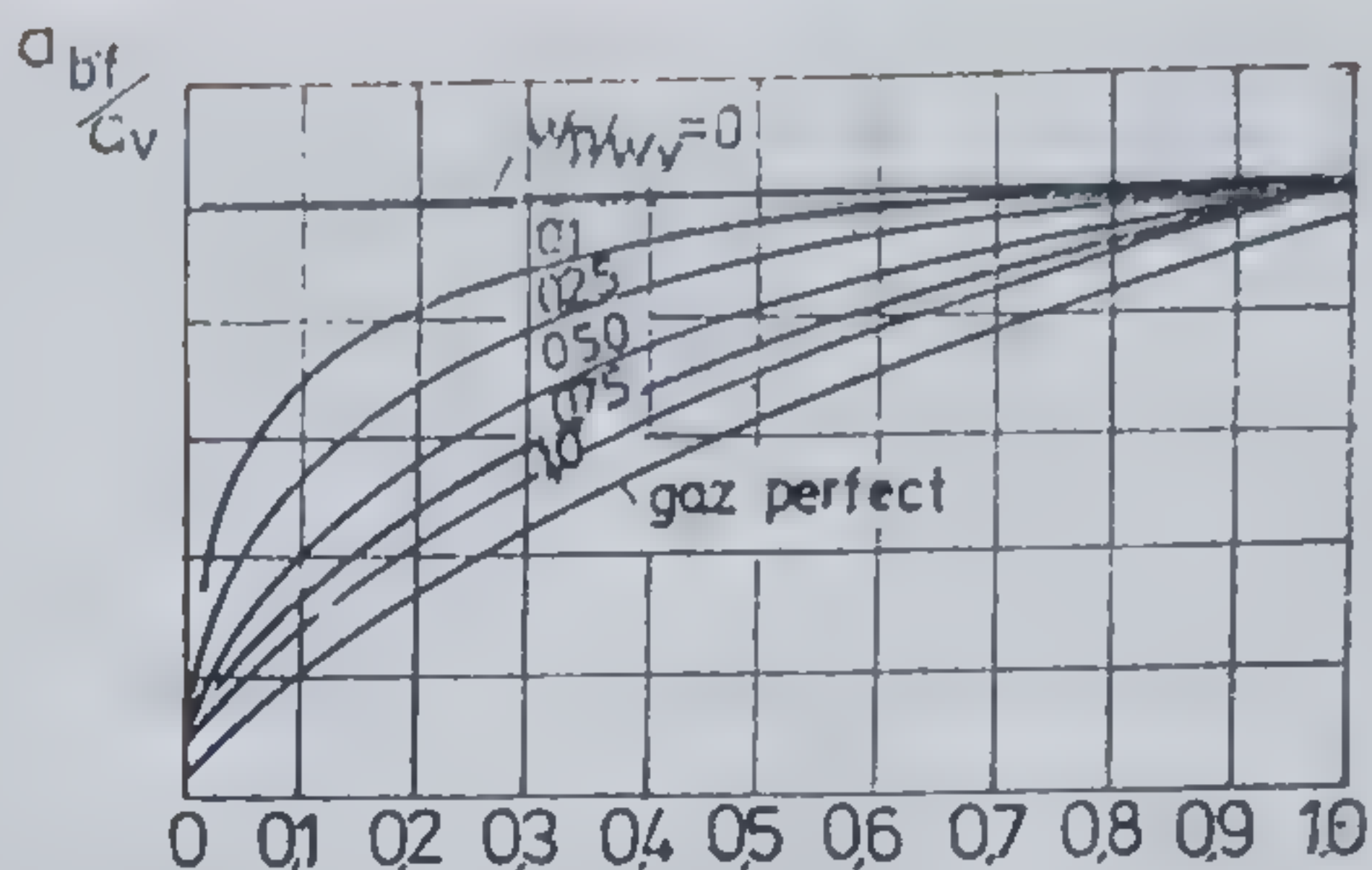
$$a_{bf} = \sqrt{\frac{n \cdot p}{\rho_{bf}}} = \sqrt{\frac{np}{\rho_v \phi_v}} = \sqrt{\frac{nR_v T x}{\phi_v}} = a_v \quad (7.129)$$

În figura 7.18 se prezintă viteza sunetului în mediu bifazic în funcție de titlul vaporilor și raportul dintre viteza lichidului sub formă de picături și a vaporilor, considerînd exponentul politropic al transformării $n = 1,3$, calculată cu relația (7.125), pentru o temperatură de 100°C .

Legătura dintre viteza critică a lichidului și aceea a vaporilor saturați ai acestuia se obține din legea lui Stokes (7.130) în ipoteza că picăturile au forma sferică:

$$\frac{4}{3} \pi \cdot r_p^3 \rho_p \frac{da_{crp}}{d\tau} = -6 \cdot \pi r_p \mu_v (a_{crv} - a_{crp}) \quad (7.130)$$

Fig. 7.18. Viteza sunetului în mediu bifazic pentru $n = 1,3$.



în care :

$$a_{cr_v} = |a_{cr_v}|_0 \frac{\tau}{\Delta\tau} ; \quad \tau_0 = \frac{2}{9} \frac{\rho_p \cdot v^2}{\mu_v}$$

τ = timpul ($0 \leq \tau \leq \Delta\tau$) ;

$\Delta\tau$ = timpul în care are loc saltul de presiune $\approx \tau_0$;

r = raza picăturii de lichid ;

μ_v = vîscozitatea dinamică a vaporilor ;

ρ_p = densitatea lichidului sub formă de picături ;

$|a_{cr_v}|_0$ = viteza critică a vaporilor la 0°C .

$$\frac{da_{cr_p}}{d\tau} + \frac{a_{cr_p}}{\tau_0} = \frac{|a_{cr_v}|_0}{\tau_0} \frac{\tau}{\Delta\tau} \quad (7.131)$$

Prin integrarea ecuației (7.131) se obține relația finală

$$\frac{a_{cr_p}}{|a_{cr_v}|_0} = \frac{\tau_0}{\Delta\tau} \left[e^{-\frac{\Delta\tau}{\tau_0}} + \frac{\tau}{\tau_0} - 1 \right] \quad (7.132)$$

7.11. UNDA DE ȘOC DREAPTĂ ÎN MEDIU BIFAZIC MONOCOMPONENT

Studiul undei de șoc în mediu bifazic trebuie să țină seama că odată cu saltul de presiune are loc și un salt de condensare. Se presupune, prin ipoteză, verificată apoi experimental, că saltul de condensare are loc înaintea frontului undei de șoc, iar curgerea lichidului are loc sub forma unor picături fine, dispersate uniform în masa de vapor, cu o viteză de curgere egală cu aceea a vaporilor. Se consideră că în amestecul bifazic, fazele de lichid și vapor de găsesc în stare de echilibru termodinamic.

S-a constatat experimental că salturile de condensare apar numai într-un domeniu limitat al vitezei de curgere și anume la aceea corespunzătoare unei valori a criteriului Mach $1,5 \leq M \leq 1,3$. Ca urmare, pentru evitarea apariției acestui fenomen este recomandabil a se ocoli acest domeniu de viteze medii de curgere a mediului bifazic.

Se notează cu indicele (1) mărimile caracteristice ale mediului bifazic înaintea frontului undei de șoc și cu (2) cele după el. Se acceptă următoarele ipoteze : viteza de curgere a picăturilor foarte fine de lichid se consideră a fi egală cu aceea a vaporilor ($w_l/w_v = 1$) ; nu există forțe de

frecare superficiale interfazice; vaporii sînt considerați gaze perfecte; mărimile termofizice ale vaporilor și lichidului sînt cele corespunzătoare pe curbele limită ale lichidului și vaporilor saturați; volumul ocupat de lichid în amestecul bifazic poate fi neglijat față de cel al vaporilor.

Ecuațiile utilizate la studiul undei de șoc sînt: ecuația continuității (7.133); ecuația impulsului (7.134); ecuația conservării energiei (7.135):

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{x_2}{x_1} \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2} \quad (7.133)$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho'' w_1}{x_1} (w_1 - w_2) \quad (7.134)$$

$$h_0 = h'_1 + r_1 x_1 + \frac{w_1^2}{2} = h'_2 + r_2 x_2 + \frac{w_2^2}{2} \quad (7.135)$$

Criteriile Mach ale curgerii înainte și după salt sînt M_1 și M_2 :

$$M_1 = \frac{w_1}{\sqrt{kRT_1}}; \quad M_2 = \frac{w_2}{\sqrt{kRT_2}}$$

Ținînd seama de M_1 și M_2 ecuațiile (7.133)–(7.135) devin

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{x_2}{x_1} \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2}; \quad \frac{p_2}{p_1} - 1 = \frac{k}{x_1} M_1 (M_1 - M_2) \quad (7.136)$$

$$h_0 = h'_1 + r_1 + \frac{1}{2} M_1^2 k R T_1 = h'_2 + r_2 x_2 + \frac{1}{2} M_2^2 k R T_2$$

Atunci:

$$M_1 \frac{x_2}{x_1} \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2} = M_1 - \frac{x_1}{k M_1^2} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \quad (7.137)$$

Din ecuațiile conservării energiei și (7.137) se determină titlul vaporilor după frontul undei de șoc, cu relațiile (7.138) sau (7.139):

$$x_2 = \frac{r_1 x_1 - (h'_2 - h'_1)}{r_2} + \frac{1}{2} \frac{k R T_1}{r_2} (M_1^2 - M_2^2) \quad (7.138)$$

$$x_2 = \frac{r_1 x_1 - (h'_2 - h'_1)}{r_2} + \frac{R T_1}{2 r_2} \frac{x_1}{M_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \left[2 M_1 - \frac{x_1}{k M_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \right] \quad (7.139)$$

Introducînd pe (7.139) în (7.137) se obține

$$\begin{aligned} M_1 \frac{r_1 x_1 - (h'_2 - h'_1)}{x_1 r_1} + \frac{1}{2} \frac{R T_1}{r_2} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) 2 M_1 - \frac{x_1}{k M_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) = \\ = \frac{T_1}{T_2} \frac{p_2}{p_1} M_1 - \frac{x_1}{k M_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \end{aligned} \quad (7.140)$$

Parametrii mediului bifazic în curentul incident p_1, M_1 și x_1 sînt cunoscuți prin datele problemei, singura necunoscută din relația (7.140) fiind p_2 , deoarece ceilalți parametri p_1, T_1, r_1, h_1 și h_2, T_2, r_2 sînt legați direct de presiunea p_2 . Rezolvarea ecuației se face prin încercări succesive.

Domeniul de valabilitate a relației (7.140) fiind în interiorul curbelor limită depinde de valoarea lui x_2 . Valorile limită ale lui x_2 sînt deci $0 < x_2 < 1$. Pentru zona din afara curbelor limită, deoarece legătura dintre presiune și temperatură (p_2 și T_2) în domeniul supraîncălzit nu mai este fixă, ecuația este nedeterminată.

Pentru cazul limită $x_2 = 1$, din relația (7.137) se obține expresia lui M_1 sub forma

$$M_1 = \sqrt{\frac{\frac{x_1}{k} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right)}{1 - \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2} \frac{1}{x_1}}} \quad (7.141)$$

și, ca urmare, ecuația energiei capătă forma

$$r_2 - r_1 \cdot x_1 (h'_2 - h'_1) = \frac{RT_1}{2} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \left(x_1 + \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2} \right) \quad (7.142)$$

Cu relația (7.142) se determină saltul maxim de presiune p_2/p_1 ce are loc în unda de șoc într-un mediu bifazic pentru valori date ale lui p_1 și x_1 , în cazul cînd $x_2 = 1$. Odată determinat saltul maxim de presiune p_2/p_1 , introducîndu-se valoarea găsită în relația (7.141), se obține valoarea maximă a criteriului Mach M_1 . Dacă M_1 al curgerii este mai mare ca $M_{1\max}$ obținut, atunci relațiile de mai sus nu mai sînt aplicabile, avînd în vedere că s-a intrat în domeniul vaporilor supraîncălziți.

În cazul cînd $M_1 > M_{1\max}$ gazul este monocomponent și, ca urmare, ecuația conservării energiei dată în (7.136) capătă forma

$$h_0 = h'_1 - (1 - x_1)r_1 + \frac{kRT_1}{2} M_1^2 = h_2 + \frac{kRT_1}{2} M_2^2 \quad (7.143)$$

Ținînd seama că pentru un gaz perfect $h = c_p \cdot T$, relația (7.143) poate fi exprimată și numai în funcție de temperatură, după cum urmează :

$$T_2 = T_1 - (1 - x_1) \frac{r_1}{c_p} + \frac{kRT_1}{2c_p} (M_1^2 - M_2^2) \quad (7.144)$$

iar pentru $x_2 = 1$, relația (7.137) capătă forma :

$$\frac{M_1}{x_1} \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2} = M_1 - \frac{x_1}{kM_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \quad (7.145)$$

Introducând expresia lui T_2 din relația (7.144) în (7.145) și apelînd la ecuația impulsului, se obține ecuația

$$\begin{aligned} T_1 &= (1 - x_1) \frac{r_1}{c_p} + \frac{R}{2c_p} \left[2M_1 - \frac{x_1}{k \cdot M_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \right] \frac{x_1}{k \cdot M_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \\ &= \frac{p_2}{p_1} \frac{T_1 x_1}{M_1} \left[M_1 - \frac{x_1}{k \cdot M_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (7.146)$$

Cu ajutorul relației (7.146) se obține mărimea saltului de presiune p_2/p_1 , în funcție de mărimile caracteristice ale curentului înainte de salt, pentru $M_1 > M_{1\max}$ și $x_2 = 1$. Aranjînd convenabil termenii ecuației (7.146) se obține relația (7.147):

$$\begin{aligned} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right)^2 &= \frac{c_v - c_p \frac{x_1}{k \cdot M_1^2}}{c_p \frac{R}{2}} \frac{k \cdot M_1^2}{x_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) - \\ &- \frac{(1 - x_1)(r_1 - c_p T_1)kM_1^2}{\left(c_p - \frac{R}{2} \right) T_1 \cdot x_1^2} = 0 \end{aligned}$$

Iar valorile lui p_2/p_1 sînt:

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{p_1} &= 1 + \frac{k}{k+1} \left(\frac{M_1^2}{x_1} - 1 \right) \pm \\ &\pm \sqrt{\left(\frac{k}{k+1} \right)^2 \left(\frac{M_1^2}{x_1} - 1 \right)^2 + \frac{2(k \cdot M_1)^2 \left(\frac{r_1}{c_p \cdot T_1} - 1 \right) (1 - x_1)}{(k+1) x_1^2}} \end{aligned} \quad (7.147)$$

În figura 7.19 se prezintă o nomogramă pentru calculul saltului de presiune în unda de șoc pentru curgerea vaporilor de apă umezi, cu $x_1 < 1$, întocmită după relația (7.140). În funcție de valoarea criteriului Mach M_1 și titlul vaporilor x_1 pentru $p_1 = 0,56$ at se obține din figura 7.19 saltul de presiune p_2/p_1 pe prima scară verticală. Pentru altă presiune inițială se folosește diagrama ajutătoare din stînga figurii, obținîndu-se saltul p_2/p_1 pe axa orizontală.

Relația (7.147), scrisă pentru abur saturat uscat, deci pentru $x_1 = 1$, devine relația cunoscută de la saltul de presiune al gazului perfect monofazic și anume

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{k+1}{k-1} \left(\frac{2k}{k+1} M_1^2 - 1 \right) \quad (7.148)$$

Valoarea aproximativă a cifrei M_2 după frontul undei de șoc într-un mediu bifazic (poate fi calculată și cu relația

$$M_2 = M_1 - \frac{x_1}{k \cdot M_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \quad (7.149)$$

Valoarea exactă a saltului p_2/p_1 se poate obține cu relația (7.147) sau mai ușor din diagrama prezentată în figura 7.19.

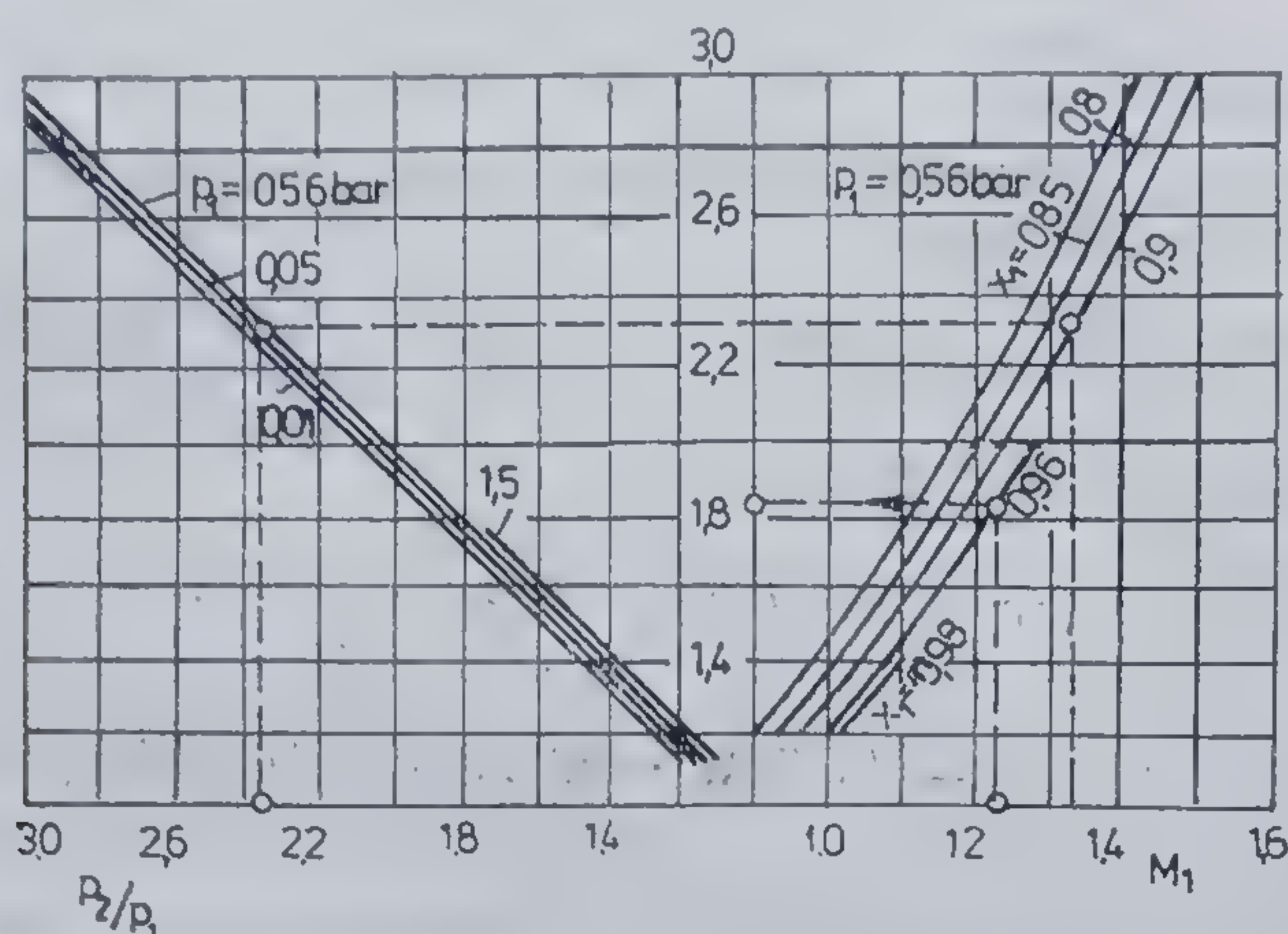


Fig. 7.19. Saltul de presiune în unda de șoc dreaptă al unui amestec bifazic apă — vapori de apă

După cum s-a arătat, pentru o anumită stare inițială a amestecului bifazic caracterizată prin p_1 și x_1 se pot folosi la calculul saltului de presiune în unda de șoc relațiile (7.141) și (7.142) numai dacă $M_1 < M_{1max}$. În cazul când $M_1 > M_{1max}$ se folosește relația (7.147).

Temperatura pe care o capătă mediul bifazic în spatele undei de șoc pentru $x_2 = 1$ (vapori saturați uscați) se obține cu relația

$$T_2 = M_2 \frac{x_1 \cdot T_1}{M_1} \frac{p_2}{p_1} \quad (7.150)$$

7.12. UNDA DE ȘOC OBLICĂ ÎN MEDIU BIFAZIC MONOCOMPONENT

Calculul undei de șoc oblice se face urmînd aceeași metodă ca în cazul undei de șoc drepte. Notățiile folosite sînt prezentate în figura 7.20. Ipotezele și ecuațiile ce stau la baza calculului sînt aceleași cu cele prezentate la studiul undei de șoc oblice a gazului perfect. Ecuațiile de bază sînt :

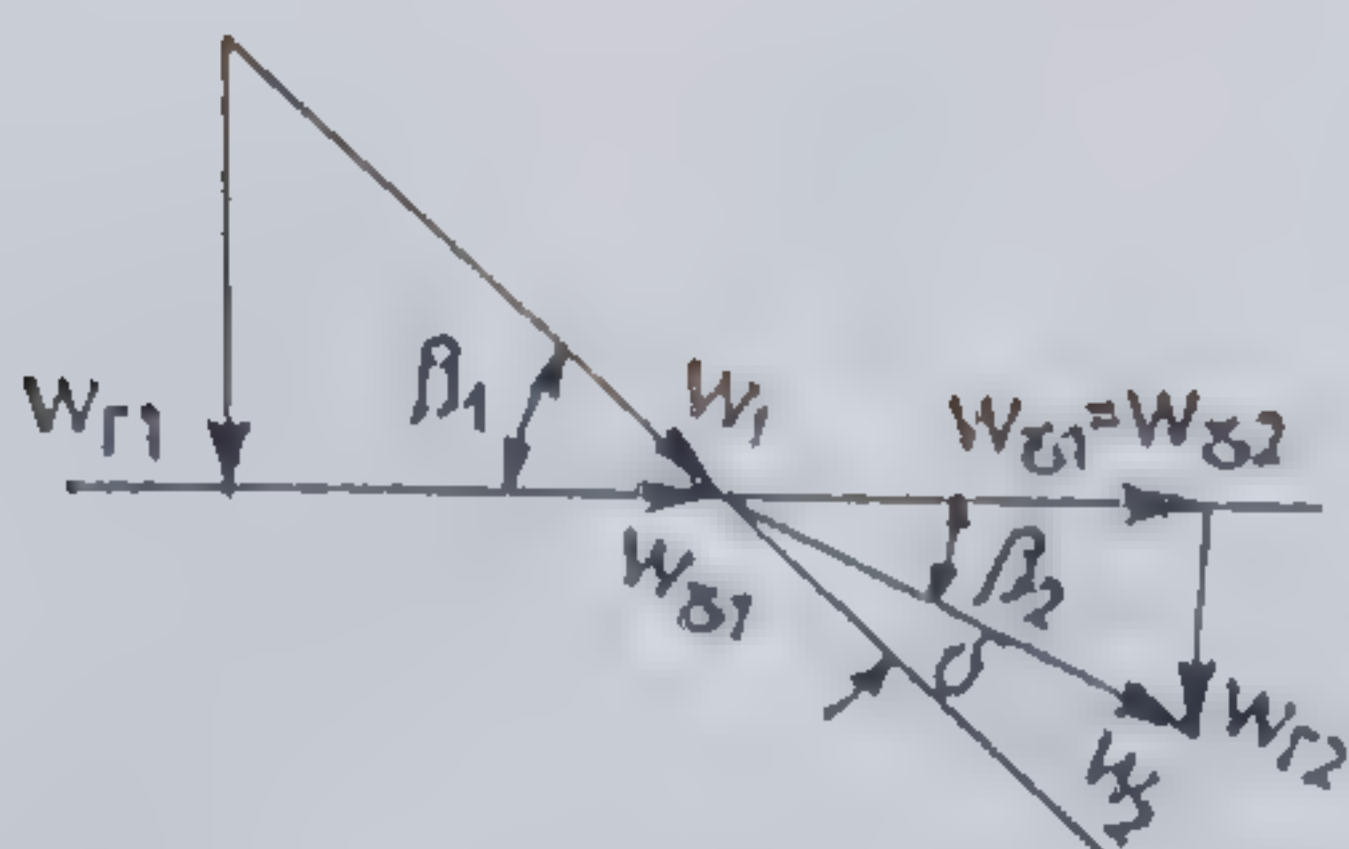


Fig. 7.20. Unda de șoc oblică în mediu bifazic monocomponent

— ecuația continuității (7.151), care se obține ținând seama de relația (7.133) și de construcția geometrică din figura 7.20 ;

$$\frac{w_{2n}}{w_{1n}} = \frac{w_2 \cdot \sin \beta_2}{w_1 \cdot \sin \beta_1} = \frac{M_2 \cdot \sin \beta_2}{M_1 \cdot \sin \beta_1} \quad (7.151)$$

$$\frac{M_2 \cdot \sin \beta_2}{M_1 \cdot \sin \beta_1} = \frac{x_2}{x_1} \frac{T_2}{T_1} \frac{p_1}{p_2}$$

— ecuația impulsului scrisă pentru două secțiuni, de o parte și de alta a frontului undei de șoc :

$$M_2 \cdot \sin \beta_2 = M_1 \cdot \sin \beta_1 - \frac{x_1}{k \cdot M_1 \cdot \sin \beta_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \quad (7.152)$$

— ecuația conservării energiei :

$$\begin{aligned} h_0 &= h_1' + r_1 x_1 + \frac{1}{2} k R_1 T_1 M_1^2 \cdot \sin^2 \beta_1 + \frac{1}{2} M_1^2 k R T_1 \cdot \cos^2 \beta_1 = \\ &= h_2' + r_2 x_2 + \frac{1}{2} k R T_1 M_2^2 \cdot \sin^2 \beta_2 + \frac{1}{2} M_2^2 \cdot k R T_1 \cdot \cos^2 \beta_1 \end{aligned} \quad (7.135)$$

în care β_1 și β_2 sînt unghiurile făcute de vectorul vitezei cu frontul undei de șoc înainte și după el.

După cum se vede, relațiile pentru calculul undei de șoc oblice sînt similare cu cele obținute la unda de șoc dreaptă. Ca urmare, ele pot fi folosite atît pentru $x_2 < 1$ cît și pentru $x_2 = 0$ (vezi paragraful 7.11). Singura problemă suplimentară constă în determinarea unghiului de rotire δ . Se face apel la ecuația impulsului, de unde se obține (7.154) :

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \beta_1 - \frac{x_1}{k M_1^2 \cdot \sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \quad (7.154)$$

După cum se vede din figura 7.20, $\delta = \beta_1 - \beta_2$. Folosind relația

$$\sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1 = \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{1 + \operatorname{tg} \beta_1} \quad (7.155)$$

se poate determina valoarea lui δ cu relația (7.156), după ce în prealabil s-a determinat mărimea saltului de presiune p_2/p_1 , cu relațiile văzute la saltul drept, sau cu nomograma din figura 7.19 :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_1} \frac{\frac{x_1}{k \cdot M_1^2} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right)}{1 - \frac{x_1}{k \cdot M_1^2} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right)} \quad (7.156)$$

Din analiza relației (7.156) se constată că pentru valorile cunoscute ale mărimilor M_1 , x_1 și p_2/p_1 se poate determina unghiul δ , și cu aceasta problema undei de șoc oblice este complet rezolvată.

Dacă $M_1 > M_{1\max}$ și pentru $x = 1$ sau vaporii supraîncălziți, rezolvarea problemelor se face cu relațiile (7.147) și (7.156) din care se obține

$$\operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad (7.157)$$

în care :

$$\alpha = \frac{x_1}{k \cdot M_1^2} \left[\frac{k}{k+1} \left(\frac{M_1^2 \cdot \sin^2 \beta_1}{x_1} - 1 \right) + \right. \\ \left. + \sqrt{\left(\frac{k}{k+1} \right)^2 \left(\frac{M_1^2 \cdot \sin^2 \beta_1}{x_1} - 1 \right) + \frac{2k^2(1-x_1)}{x_1^2(k+1)^2}} M_1 \cdot \sin^2 \beta_1 \left(\frac{r_1}{c_p \cdot T_1} - 1 \right) \right]$$

8. TERMOGAZODINAMICA JETURILOR DE GAZE

Prin jet liber de gaz se înțelege o vînă de gaz ce pătrunde liberă (nelimitată de pereți) într-un gaz cu aceleași proprietăți termofizice sau cu proprietăți diferite. Curgerea este de obicei turbulentă, întrucît particule de gaz din jet ies în afara limitelor lui, iar în locul lor pătrund particule din mediul înconjurător, stabilindu-se în acest fel un schimb de masă cu exteriorul. Ca urmare, masa de gaz ce curge prin secțiunea lui se mărește adică limitele jetului cresc. În figura 8.1 este reprezentat schematic un jet.

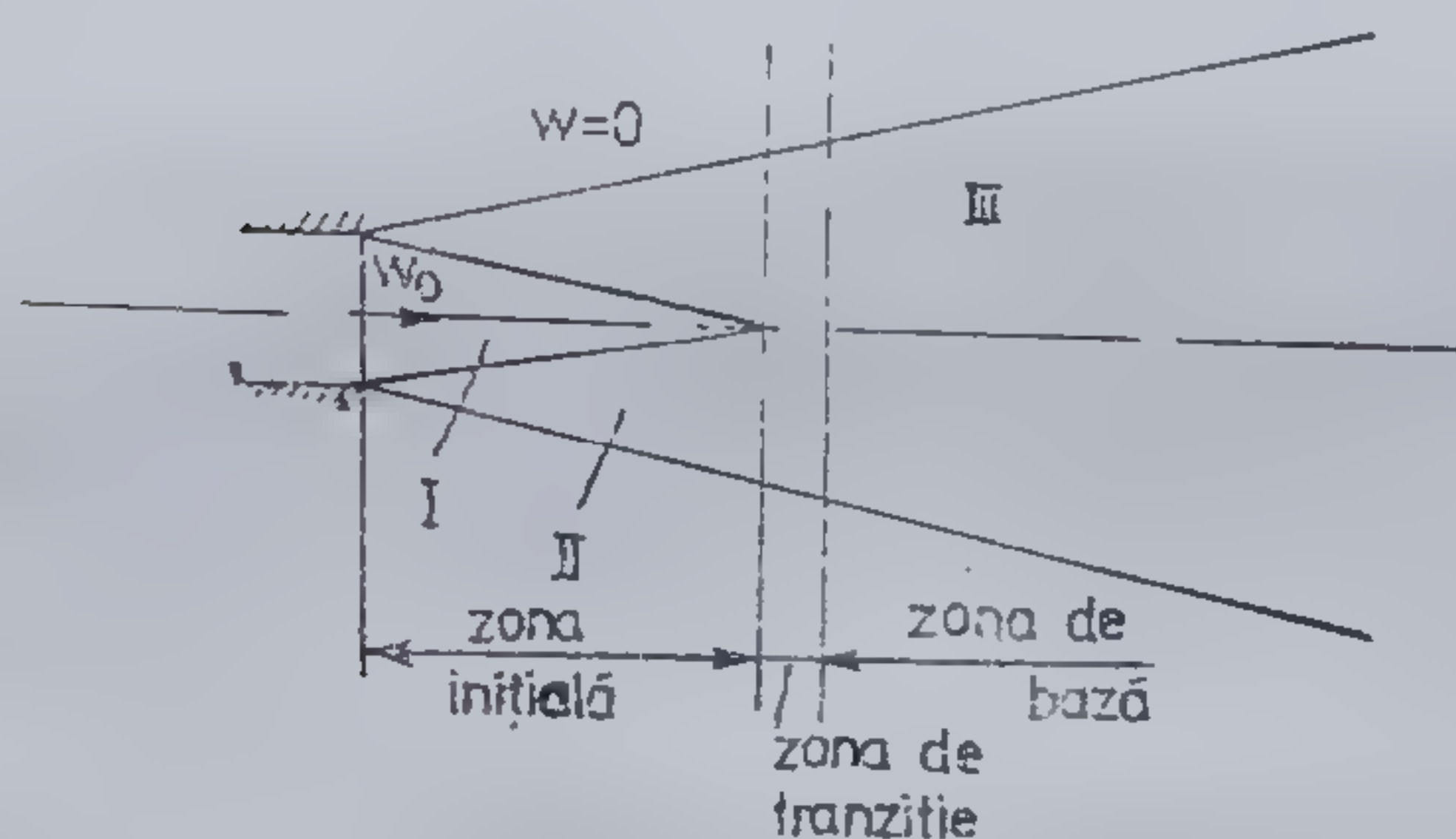


Fig. 8.1. Jet liber de gaz.

Dintr-un orificiu de o formă oarecare, denumit „secțiunea inițială a jetului”, curenul de gaz iese cu o viteză medie uniformă pe secțiune, notată cu w_0 . Viteza mediului ambiant în care pătrunde jetul de gaz cu viteza w_0 , notată cu w_{ma} , poate fi egală cu zero, în care caz jetul se numește „liber” sau „îneecat”, sau poate avea o valoare $w_0 > w_{ma} > 0$, în care caz se denumește „jet însoțit”, sau poate fi $w_{ma} \geq w_0$ în care caz nu se mai formează un jet, ci o curgere potențială. Ca urmare a schimburilor de impuls între particulele din jet și cele ale mediului ambiant, deci datorită schimbului de masă, viteza inițială w_0 rămîne constantă numai în așa-numitul „nucleu al jetului” însemnat cu *I* pe figura 8.1, în afara lui apărînd în secțiune o variație de viteză, deci un strat limită notat cu *II* a cărui grosime se mărește continuu, dacă jetul este liber ($w_{ma} = 0$). Zona în care există un nucleu de gaz cu viteză w_0 , deci zona în care grosimea stratului limită este mai mică decît raza jetului, se numește *zona inițială*.

Tabelul 8.1.

Clasificarea jeturilor libere de gaz

| Denumirea | Caracteristicile exterioare | Natura gazului din jet | Exemple de medii în jet | Caracteristicile termice ale jetului |
|--------------------------|---|------------------------|--|--------------------------------------|
| Jet liber (inecat) | $w_{ma} = 0$ — fără pereți limitatori | omogen | — monofazic monocomponent — mediul în jet același cu mediul ambiant | izoterm $T_0 = T_{ma}$ |
| | | eterogen | — polifazic, policomponent — mediul în jet diferit de mediul ambiant | neizoterm $T_0 \neq T_{ma}$ |
| | | omogen | — monofazic, monocomponent — mediul în jet același cu mediul ambiant | izoterm $T_0 = T_{ma}$ |
| | | eterogen | — polifazic, policomponent — mediu gazos din jet egal sau diferit de mediul ambiant | neizoterm $T_0 \neq T_{ma}$ |
| Jet limitat (insoțit) | $w_{ma} \geq 0$ — cu pereți limitatori | omogen | — monofazic, monocomponent — mediul în jet diferit de mediul ambiant | izoterm $T_0 = T_{ma}$ |
| | | eterogen | — polifazic, policomponent — mediu gazos din jet egal sau diferit de mediul ambiant | neizoterm $T_0 \neq T_{ma}$ |
| | | omogen | — monofazic, mono- sau policomponent — mediul diferit atât al jetului cât și a mediului ambiant | izoterm $T_0 = T_{ma}$ |
| | | eterogen | — polifazic, policomponent — mediul diferit în jet și în mediul ambiant | neizoterm $T_0 \neq T_{ma}$ |
| Jeturi concurente | $w_{ma} > 0$ — $w_{jet1} \neq w_{jet2}$ — fără sau cu pereți limitatori | omogen | — monofazic, mono- sau policomponent — mediul diferit atât al jetului cât și a mediului ambiant | izoterm $T_0 = T_{ma}$ |
| | | eterogen | — polifazic, policomponent — mediul diferit în jet și în mediul ambiant | neizoterm $T_0 \neq T_{ma}$ |
| | | omogen | — monofazic, mono- sau policomponent — mediul diferit atât al jetului cât și a mediului ambiant | izoterm $T_0 = T_{ma}$ |
| | | eterogen | — polifazic, policomponent — mediul diferit în jet și în mediul ambiant | neizoterm $T_0 \neq T_{ma}$ |

Stabilizarea grosimii stratului limită egală cu raza jetului se face pe o lungime oarecare, denumită *zonă de tranziție*, care în calculele tehnice se consideră egală cu zero. Apoi, urmează *zona de bază* a jetului, care durează atâta timp cât va mai exista mișcare în jet.

Un jet este caracterizat prin mărimile termofizice și dinamice ale lui în secțiunea de formare și în raport cu cele ale mediului înconjurător, având ca mărime constantă egalitatea presiunii frânate cu cea a mediului. Ca urmare, din punct de vedere termodinamic, jetul de gaz execută o transformare izobară. Clasificarea jeturilor este prezentată în tabelul 8.1. Pentru exemplificare sunt prezentate în figura 8.2 câteva din tipurile de jeturi descrise în tabelul 8.1. Deoarece mișcarea jeturilor este diferită în funcție de natura lor, iar interacțiunea geometrică, termică sau fazică nu poate fi precizată analitic, studiul jeturilor de gaze se face numai experimental.

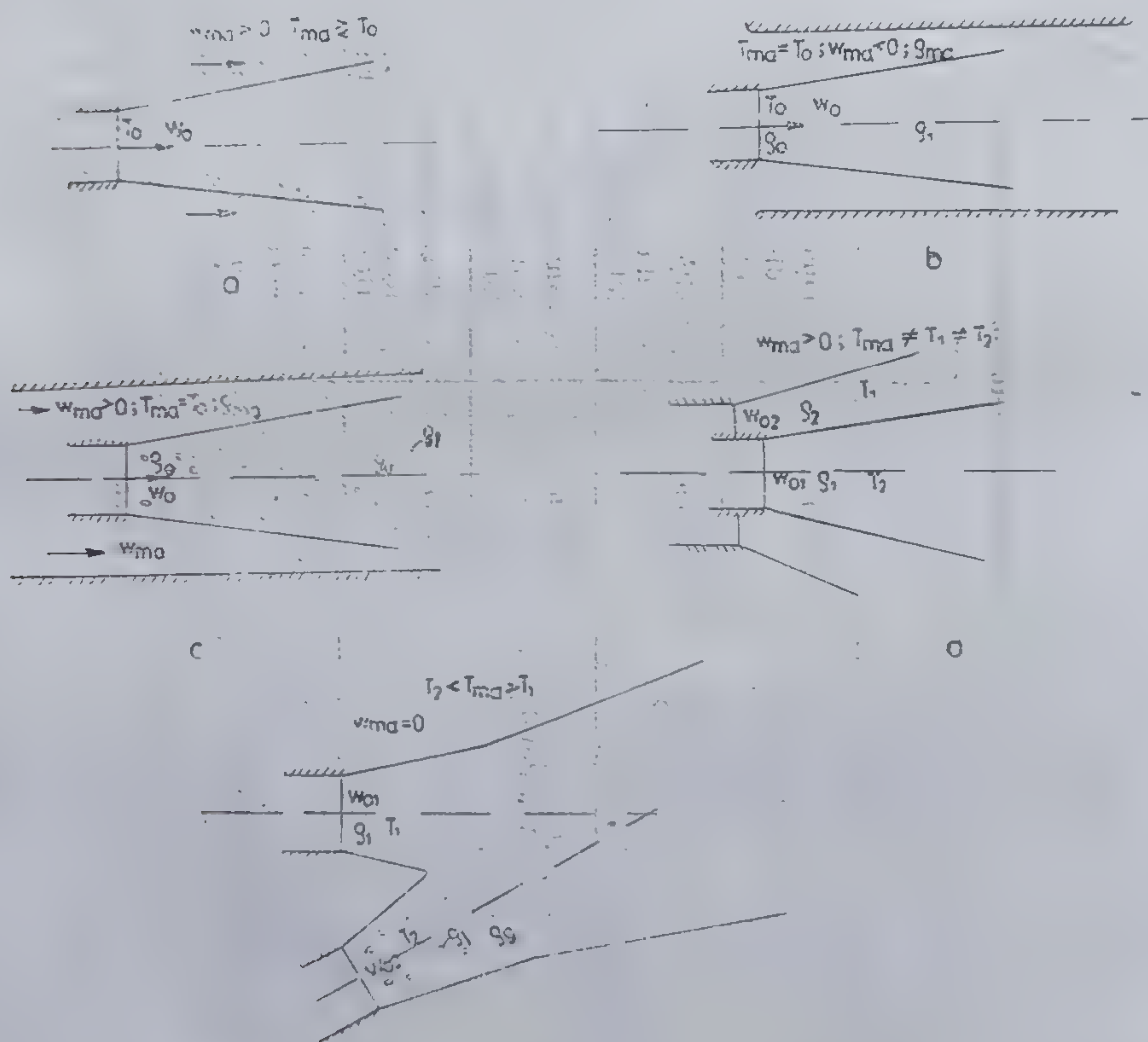


Fig. 8.2. Tipuri caracteristice de jeturi libere de gaz:

a — jet însoțit, omogen, neizoterm; b — jet limitat, izoterm; c — jet limitat, izoterm, polifazic; d — jeturi concen-

rente, concentrice, izoterme, omogene; e — jeturi concurente, polifazice, neizoterme.

8.1. MĂRIMILE CARACTERISTICE ALE UNUI JET DE GAZ IZOTERM

Curile de formare a jeturilor au forme și dimensiuni foarte variate, ele depinzând de scop. Astfel se întâlnesc secțiuni rotunde (la ejectoare, arzătoare de gaze, ajutorul de reacție al reactoarelor etc.) sau rectangulare (ajutajele turbinelor de abur și gaze, instalații de ventilație etc.). La ieșirea din secțiunea de formare jetul de gaz are tendința de a-și păstra caracterele inițiale; ca urmare apare un nucleu al jetului iar curba de distribuție a vitezei are forma unui trapez, așa cum se vede în figura 8.3. Granita jetului (virtuală) venind în contact cu mediul înconjurător, creează, datorită viscozității, turbioane ce se propagă în interiorul jetului, antrenând o masă din gazul exterior în masa lui, ducând la îngroșarea stratului limită, deci la mărirea lui R_{gr} .

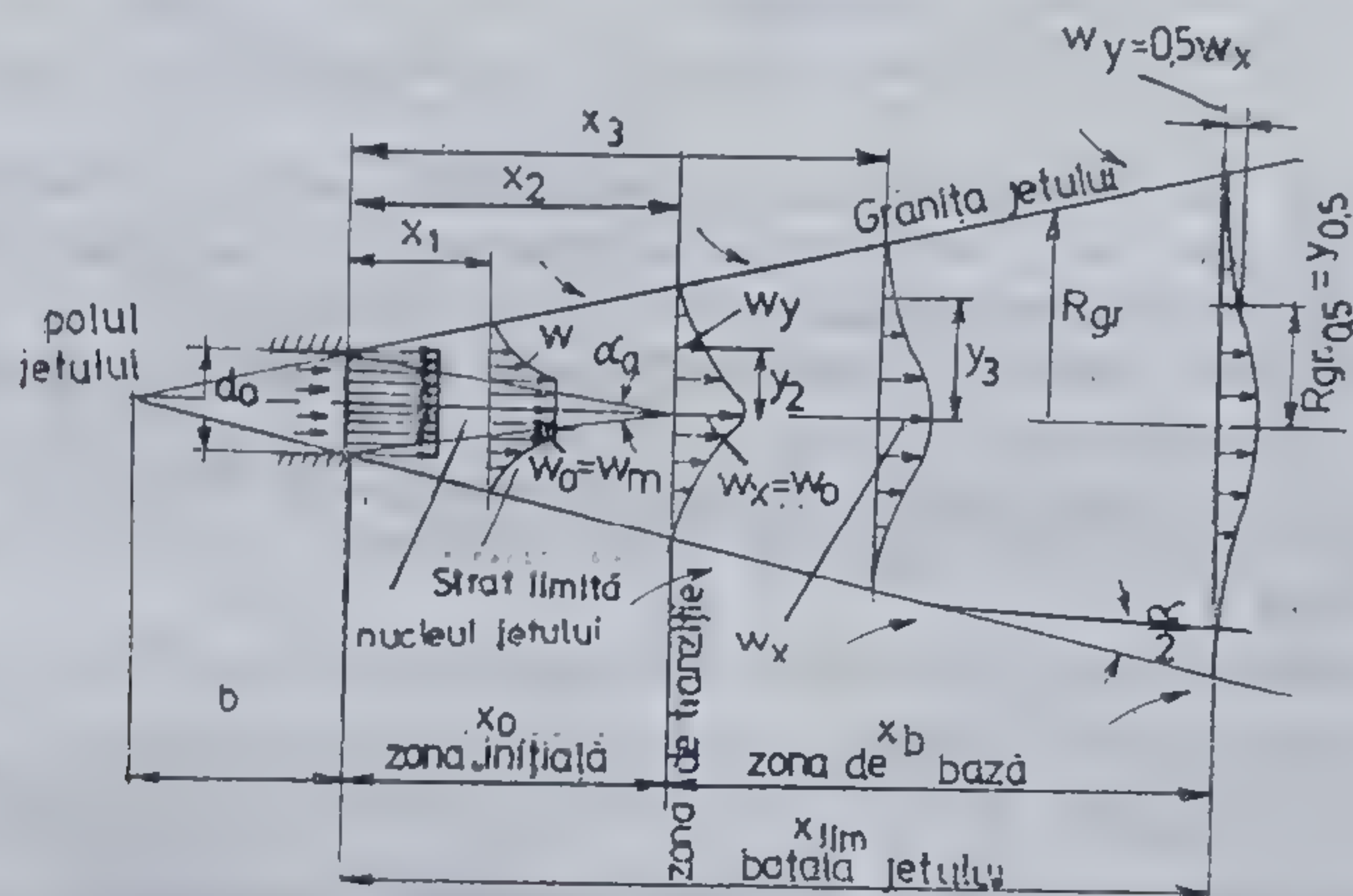


Fig. 8.3. Mărimile caracteristice ale unui jet liber, izoterm.

În secțiunea d_0 de formare a lui, jetul este caracterizat prin prezența unor turbioane (caracteristice curgerii turbulente) existente nu numai la granița ei și în toată masa lui, provocate de turbulența din secțiunea d_0 . Formarea și întreținerea acestor turbioane consumă din energia cinetică pe care o are jetul în secțiunea de formare a lui. După dispariția nucleului axial, energia necesară întreținerii lor este luată din energia conținută în gazul în mișcare.

De asemenea, antrenarea de gaz din mediul înconjurător în jet și creșterea energiei cinetice a gazului absorbit se face tot prin consumarea energiei jetului. Consecința acestui consum de energie este micșorarea vitezei de curgere a jetului.

În zona inițială, consumul de energie duce la dispariția nucleului, iar în zona de bază, la micșorarea vitezei de curgere pe toată secțiunea lui. Deși viteza de curgere a jetului scade cu abscisa x (figura 8.3), energia totală a jetului rămâne constantă, fiind suma de creșterea masei în curgere ca urmare a absorbției de gaz din mediul înconjurător.

Consecința amestecului dintre gazul din jetul inițial și cel la mediului înconjurător nu este numai scăderea vitezei de curgere, ci modificarea naturii gazului, precum și a temperaturii lui (în cazul jetului neizoterm).

Fiecare turbion din jet este supus acțiunii forțelor de frecare internă (a viscozității) care au ca efect frînarea mișcării și deci dispariția lui.

La o anumită distanță x de la secțiunea de formare a jetului, energia cinetică a lui ajunge la un nivel atât de scăzut încât nu mai poate să împrumute energia necesară învingerii forțelor de viscozitate și turbionarea dispare. Deci se poate trage concluzia că jetul are o limită teoretică, denumită „bătaia jetului”, ea fiind aceea la care se produce anularea mișcării turbionare. În practica curentă, bătaia jetului se consideră ca fiind ceva mai mică decât aceea teoretică, și anume aproximativ la 0,95 din bătaia teoretică.

Mărimile caracteristice uzuale ce definesc din toate punctele de vedere un jet de gaz sînt :

- viteza medie în secțiunea de formare a jetului, notată cu w_0 , egală cu viteza în axa jetului pentru toată zona inițială, exprimată în m/s;
- forma gurii de refulare, rotundă, pătrată, dreptunghiulară, trapezică etc., dimensiunile, precum și raportul dintre laturi pentru cele rectangulare, exprimate în m;
- lungimea axială a zonei inițiale și a celei de bază, notate cu x_0 și x , exprimate în m;
- bătaia jetului notată cu x_{lim} și exprimată în m;
- unghiul de convergență α_0 al nucleului și de divergență α al jetului;
- viteza în axa jetului w_x la o distanță oarecare x de la secțiunea de formare a lui. Pentru $x \leq x_0$ viteza $w_x = w_0$;
- debitul de gaz în secțiunea inițială \dot{m}_0 și debitul \dot{m}_x din secțiunea x , în m^3/s ;
- temperaturile t_0 și t_x în zona inițială și în planul perpendicular pe axă la distanța x de la secțiunea de formare;
- polul jetului sau coeficientului de turbulență al lui notat cu α , exprimat în m (figura 8.3);
- raza jetului R_{gx} la distanța x .

Deoarece bătaia teoretică a unui jet ar corespunde unei lungimi x_{lim} , în care viteza în axa lui ar fi $w_{x_{lim}} = 0$, deci imposibil de măsurat experimental, se utilizează noțiunea de „bătaie a jetului” pentru distanța măsurată de la secțiunea de formare pînă în punctul unde viteza gazului în axa jetului are o valoare de 0,04 din w_0 dar în orice caz mai mică de 0,25 m/s.

8.2. MĂRIMILE CARACTERISTICE ALE JETULUI LIBER ROTUND IZOTERM

Pentru simplificarea prezentării, se consideră un jet de gaz perfect, liber, înecat (deci care iese în același mediu și a cărui viteză este $w_{mo} = 0$),

a cărei secțiune de formare este circulară. Ca urmare, forma lui va fi axial simetrică, iar regimul de curgere turbulent.

Din studiul experimental al jeturilor axial simetrice, s-a constatat că valoarea componentelor transversale ale vitezelor pe axa de simetrie în orice secțiune este foarte mică în raport cu aceea axială. Deci dacă axa x coincide cu axa de simetrie a jetului, componentele vitezei pe direcția y sînt atît de mici în comparație cu cele pe direcția x , încît ele se neglijează (curgere unidirecțională), considerînd drept viteză în jet numai componenta pe direcția x .

Cercetările experimentale efectuate de diferiți cercetători au dat rezultate oarecum identice, dar în unele cazuri controversale sînt destul de importante.

Variația vitezei axiale a jetului. Reprezentînd variația vitezei axiale w_x în funcție de distanța x de la secțiunea de formare, se obține profilul din figura 8.4, întocmit pentru diferite viteze inițiale w_0 . După cum se vede din figura 8.4, lungimea zonei inițiale unde $w_x = w_0$ depinde de valoarea lui w_0 . Zona de tranziție, teoretic fiind o secțiune plănă ce corespunde

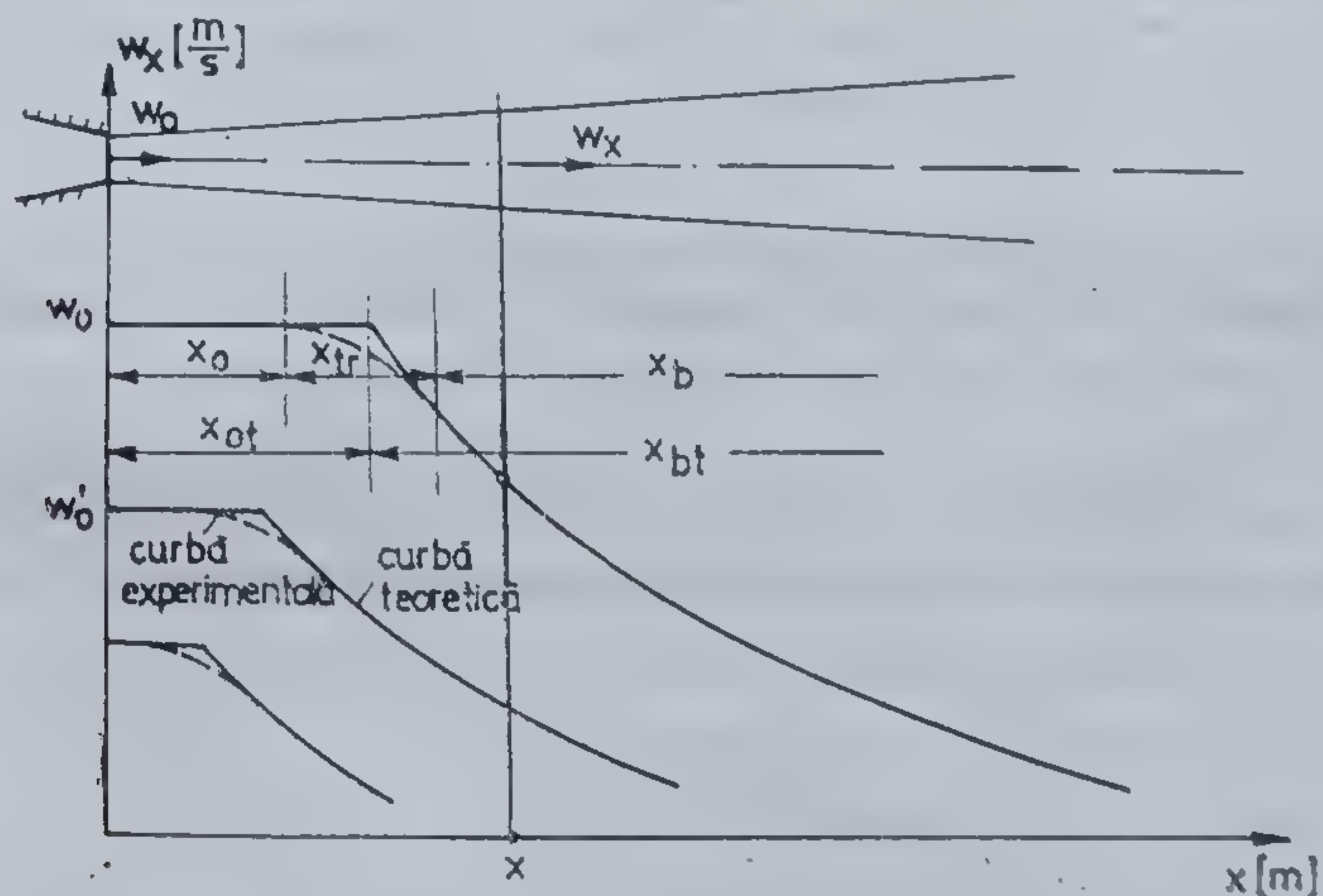
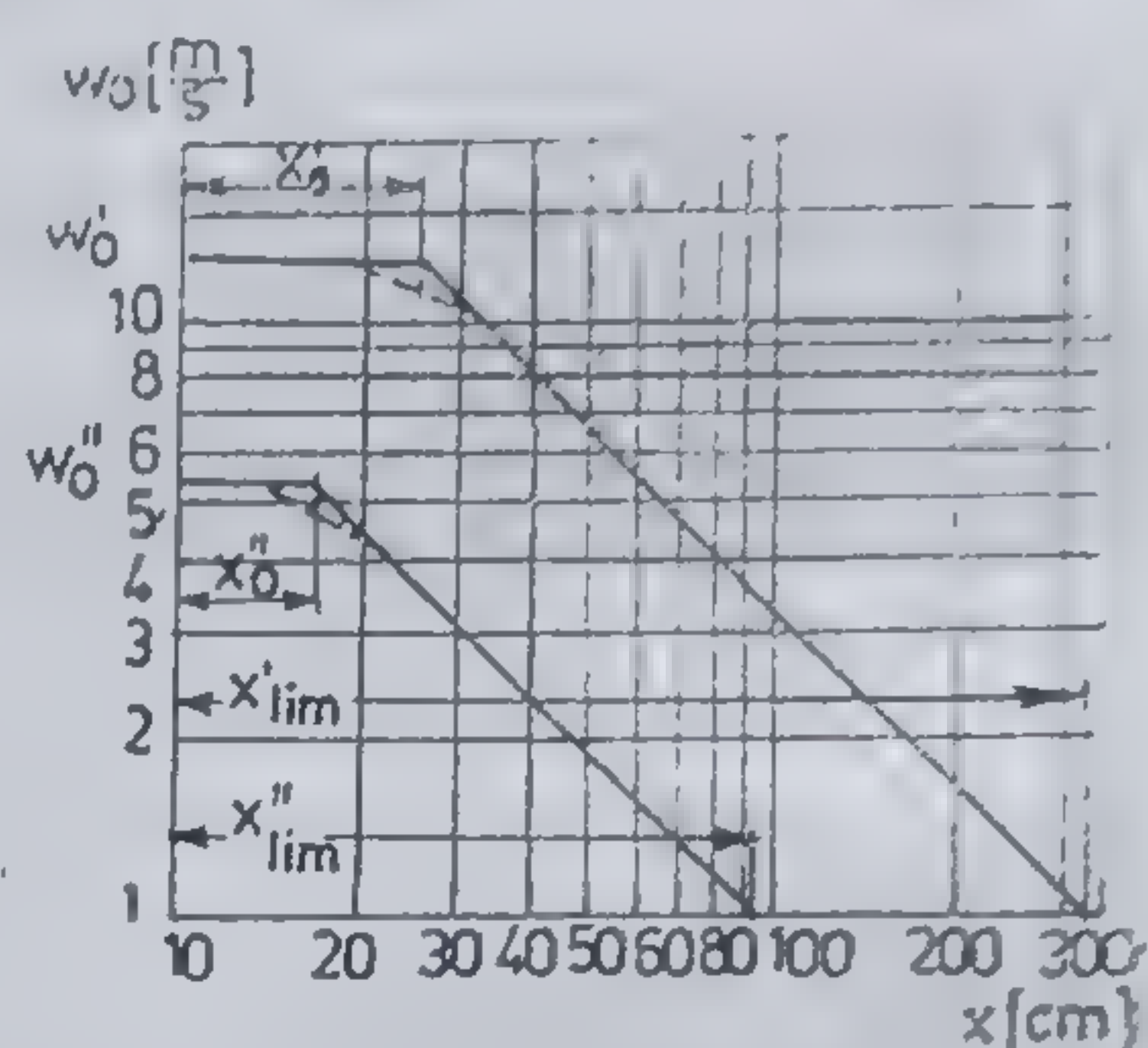


Fig. 8.4. Variația vitezei w_x într-un jet liber izoterm.

distanței la care w_x încetează să mai fie egal cu w_0 nu corespunde cu valorile găsite experimental. Efectul practic al neconcordanței fiind acela că lungimea reală a zonei inițiale x_0 este mai mică decît aceea teoretică x_{0t} . Obținerea unei curbe de variație a vitezei axiale, general valabilă pentru un jet axial simetric, indiferent de forma secțiunii de formare a lui și de debit, poate fi făcută numai dacă se utilizează o scară logaritmică atît pentru viteză cît și pentru distanța x . Se constată în acest caz apariția unei pante de scădere a vitezei axiale ce poate fi asimilată cu o dreaptă cu panta 7 : 1 în locul celei hiperbolice. În figura 8.5 se prezintă variația vitezei $w_x = f(x)$ în coordonate logaritmice, curbă general valabilă tuturor jeturilor axial

simetrice. Variația vitezei în zona reală de tranziție are panta 1 : 2. Cu ajutorul metodei prezentată în figura 8.5 se poate determina cu ușurință variația vitezei axiale a unui jet axial simetric, fiind necesar numai calculul analitic al zonei inițiale x_0 . Tot cu această metodă se determină și bătaia jetului x_{lim} .

Fig. 8.5. Variația vitezei w_x în coordonate logaritmice, pentru un jet axial simetric.



În concluzie, viteza axială w_x la un jet axial simetric, pentru condiții inițiale bine determinate depinde numai de distanța x de la secțiunea de formare și viteza inițială w_0 , deci :

$$w_x = f(x, w_0) \quad (8.1)$$

Variația vitezei în secțiune transversală jetului. În figura 8.3 se prezintă variația vitezei într-o secțiune transversală. Pe măsură ce crește distanța x , profilul vitezei se aplatizează. De asemenea, pentru o anumită valoare a distanței x , viteza w_y scade cu creșterea lui y . În figura 8.6 este reprezentat numai calitativ profilul vitezei transversale w_y pentru diferite distanțe x de la secțiunea de formare, determinat experimental. Este mai comod a se reprezenta viteza w_y în funcție de y în coordonate adimensionale

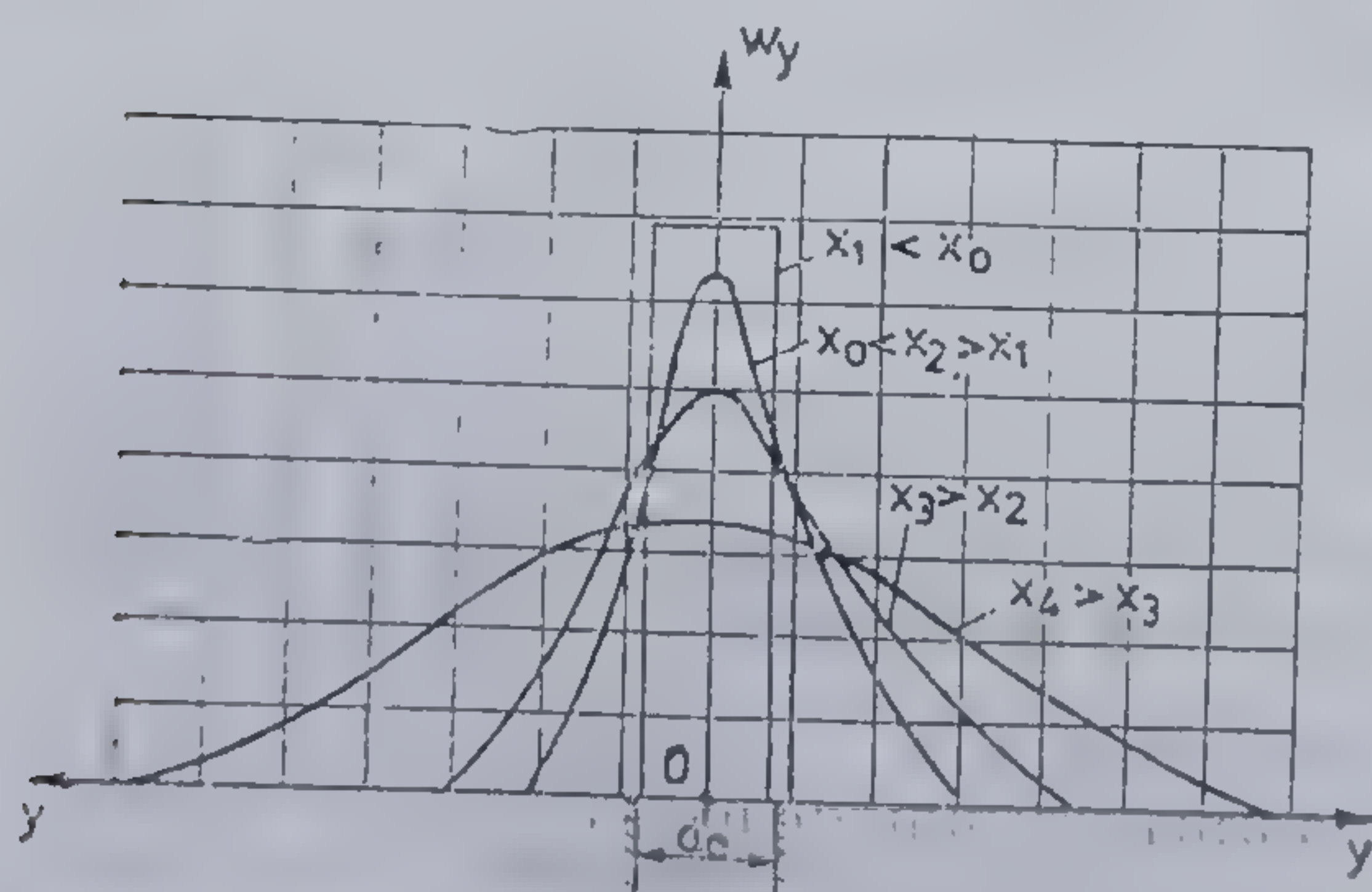


Fig. 8.6. Variația vitezei w_y într-un jet axial simetric.

și anume w_y/w_x iar drept abscisă, în locul lui y , raportul dintre valoarea ei și distanța de la axa de simetrie la acel punct în care viteza w_y este egală cu jumătate din viteza axială în secțiunea respectivă, deci valoarea $y/y_{0.5}$.

În aceste condiții, profilul vitezei adimensionale w_y/w_x este același pentru orice distanță x . O astfel de diagramă este prezentată în figura 8.7. Curba din figură arată că în puncte asemenea, aflate în orice secțiune din zona de bază a jetului, valorile adimensionale ale vitezelor sînt egale.

Notînd cu w_{x_1} și w_{x_2} vitezele în axa jetului la distanțele x_1 și x_2 și cu w_{y_1} și w_{y_2} vitezele la ordonatele y_1 și y_2 , în baza celor de mai sus există egalitatea (8.2)

$$\frac{w_{y_1}}{w_{x_1}} = \frac{w_{y_2}}{w_{x_2}} \quad (8.2)$$

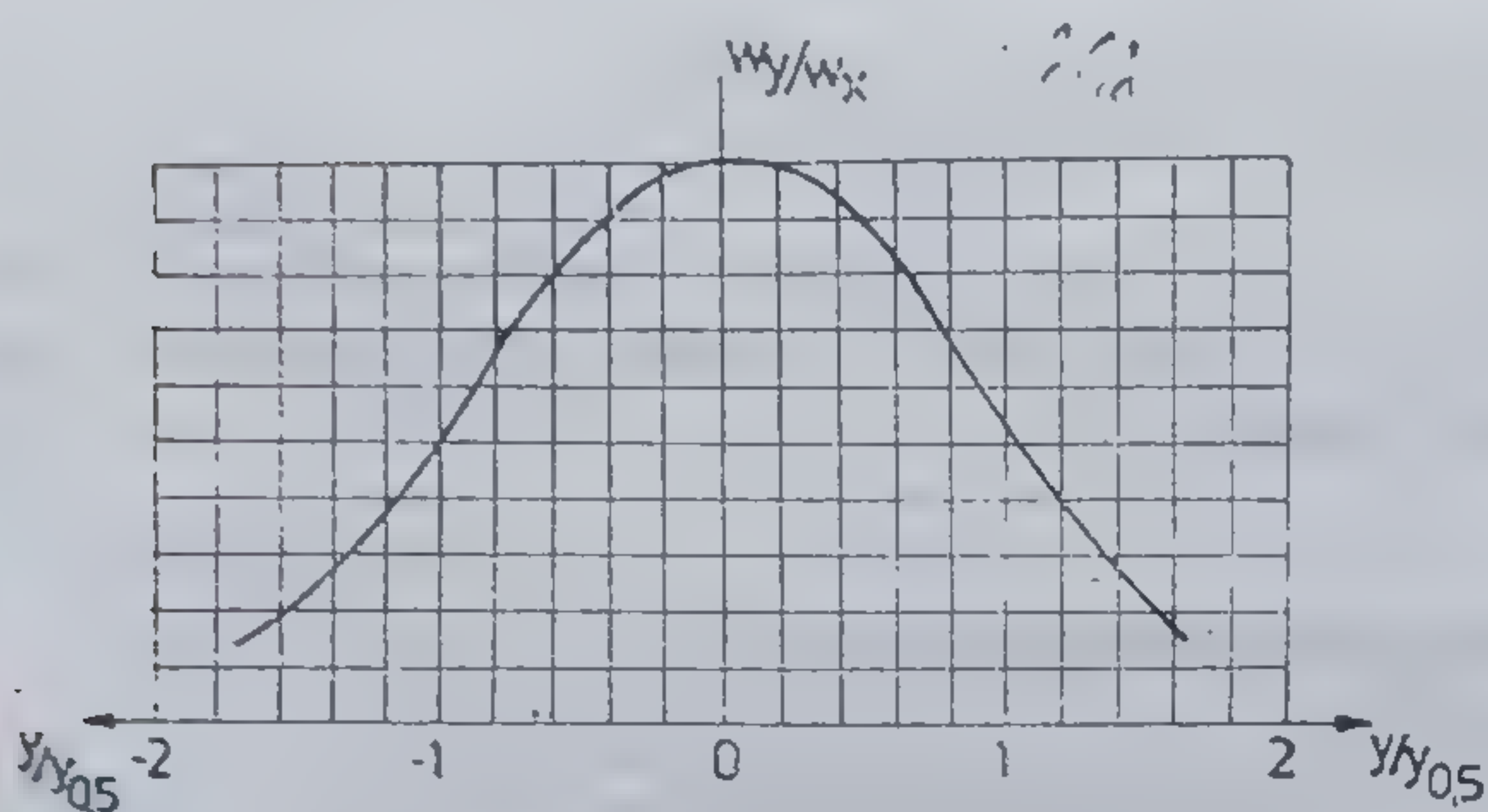


Fig. 8.7. Viteza adimensională w_y/w_x pentru un jet axial simetric

Deci se poate spune că viteza w_y depinde de distanța y de la axa jetului și de distanța x , sau respectiv de viteza w_x în axa secțiunii respective. Deci

$$w_y = f(w_x, y) \quad (8.3)$$

sau ținînd, seama de (8.1) pentru anumite condiții inițiale

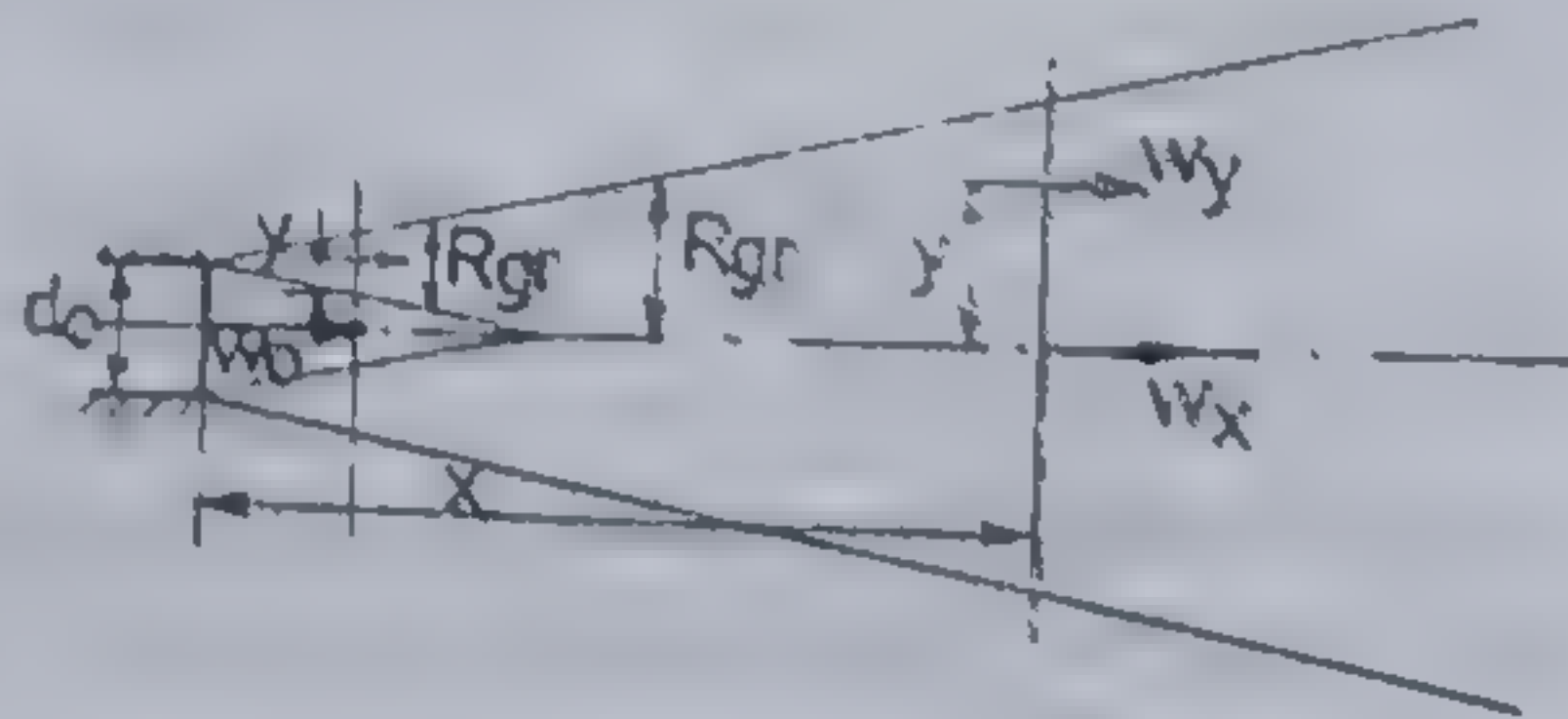
$$w_y = f(w_0, x, y) \quad (8.4)$$

Deci viteza w_y se poate exprima printr-o funcție de forma (8.5)

$$\frac{w_y}{w_0} = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad (8.5)$$

în care: w_0 este viteza medie în secțiunea de formare a jetului turbulent; x — distanța pînă la secțiunea de formare; y — distanța de la punctul de măsură pînă la axa jetului. Mărimile din relația (8.5) sînt prezentate în figura 8.8.

Fig. 8.8. Mărimile caracteristice ale unui jet axial simetric.



Cercetările experimentale au dus la concluzia că există o funcție universal valabilă de forma (8.6), care exprimă viteza adimensională w_y :

$$\frac{w_y}{w_x} = f\left(\frac{y}{R_{gr}}\right) \quad (8.6)$$

în care R_{gr} este semilățimea (sau raza) jetului, deci lățimea stratului limită. Funcția f a fost determinată pe cale experimentală, din care cauză diverși cercetători dau diferite expresii pentru ea, dar rezultatele sînt foarte asemănătoare. O expresie a funcției (8.6) are forma

$$\frac{w_y}{w_x} = \left[1 - \left(\frac{y}{R_{gr}}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^2 = \left[1 - \eta^{\frac{3}{2}}\right]^2 \quad (8.7)$$

Expresia (8.7) este rezolvată în tabelul 8.2 pentru diferite valori ale lui $\eta = y/R_{gr}$. Pentru zona inițială, valorile R_{gr} și y se iau de la nucleu spre exterior, așa cum se arată în figura 8.8.

Tabelul 8.2.

Valorile vitezei adimensionale w_y/w_x

| $\eta = \frac{y}{R_{gr}}$ | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 |
|---------------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| $\frac{w_y}{w_x}$ | 1 | 0,907 | 0,758 | 0,596 | 0,443 | 0,300 | 0,186 | 0,098 | 0,044 | 0,013 | 0 |

În calculul vitezelor adimensionale w_y/w_x se utilizează integrala definită dată în relația (8.8), ale cărei valori sînt prezentate în tabelul 8.3

$$B = \int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^n \eta d\eta \quad (8.8)$$

Tabelul 8.3.

Valorile integralei B

| n | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|
| B | 0,0985 | 0,0640 | 0,0464 | 0,0359 | 0,0286 |

Coeficientul de turbulență al jetului (polul jetului). O turbulență mare a jetului la ieșirea din secțiunea de formare imprimă jetului un grad mare de turbulență și ca urmare antrenarea mediului prin care trece jetul se face mult mai activ, deoarece turbioanele formate în stratul limită pătrund mai repede către axa jetului și provoacă o îngustare rapidă a nucleului zonei inițiale.

Deci lungimea zonei inițiale va fi cu atât mai mică cu cât coeficientul de turbulență va fi mai mare. Rezultă deci că pentru a realiza o bătaie mare a jetului trebuie ca la ieșirea din secțiunea de formare a lui turbulența să fie cât mai redusă.

Dacă se dorește ca amestecul dintre gazul din jet și cel din mediul înconjurător să se facă intens, ceea ce va avea ca urmare o bătaie foarte scurtă a jetului, este necesară crearea unei turbulențe mari la gura ajutorajului. Coeficientul de turbulență, notat cu „ a ”, pentru o serie de forme ale ajutorajului de formare a jetului și determinate experimental, este prezentat în tabelul 8.4.

Tabelul 8.4.

Valorile coeficientului de turbulență „ a ”

| Forma ajutorajului de formare al jetului | Coeficientul de turbulență a |
|---|-----------------------------------|
| Ajutoraj rotund convergent | 0,066...0,076 |
| Secțiune cilindrică cu diametru constant | 0,08 |
| Difuzor rotund cu unghi de cvazare de $8^\circ \dots 10^\circ$ și cu grilaj | 0,09 |
| Secțiune patrată după un cot la 90° | 0,10 |
| Secțiunea de ieșire din ventilator axial prevăzut cu jaluzele de dirijare | 0,12 |
| Ventilator axial fără carcasă | 0,13 |
| Secțiune dreptunghiulară cu laturile $1/20$ și convergent pe o latură | 0,11 |
| Idem, convergent pe ambele laturi | 0,1...0,12 |
| Secțiune dreptunghiulară cu laturile $1/12$ | 0,12 |
| Idem cu laturile $1/10$ și convergent pe ambele laturi | 0,09...0,14 |
| Ajutoraje cilindrice cu palete directoare la 45° | 0,20...0,25 |
| Ajutoraje plane (rectangulare) cu palete directoare la 45° | 0,25...0,30 |

Evazarea jetului axial simetric. Ca urmare a turbulenței, componentele vitezei de deplasare a gazului în jet vor fi descompuse într-una medie constantă temporal, notată cu \bar{w} , și una pulsatorie (viteza de agitație), notată cu w' . Deci

$$w_x = \bar{w}_x + w'_x; \quad w_y = \bar{w}_y + w'_y \quad (8.9)$$

Reprezentând variația vitezei în timp se obține figura 8.9. Viteza de agitație este o mărime pulsatorie, cu valori fiind pozitive fiind negative și

egală cu diferența ($w - \bar{w}$). Media temporală a vitezei medii (viteza de transport) se obține cu relația (8.10), iar media temporală a vitezei de agitație cu (8.11)

$$\bar{w} = \frac{1}{\tau} \int_{\tau_0}^{\tau_0 + \tau} w(\tau) \cdot d\tau \quad (8.10)$$

$$\bar{w}' = \frac{1}{\tau} \int_{\tau_0}^{\tau_0 + \tau} w'(\tau) d\tau = 0 \quad (8.11)$$

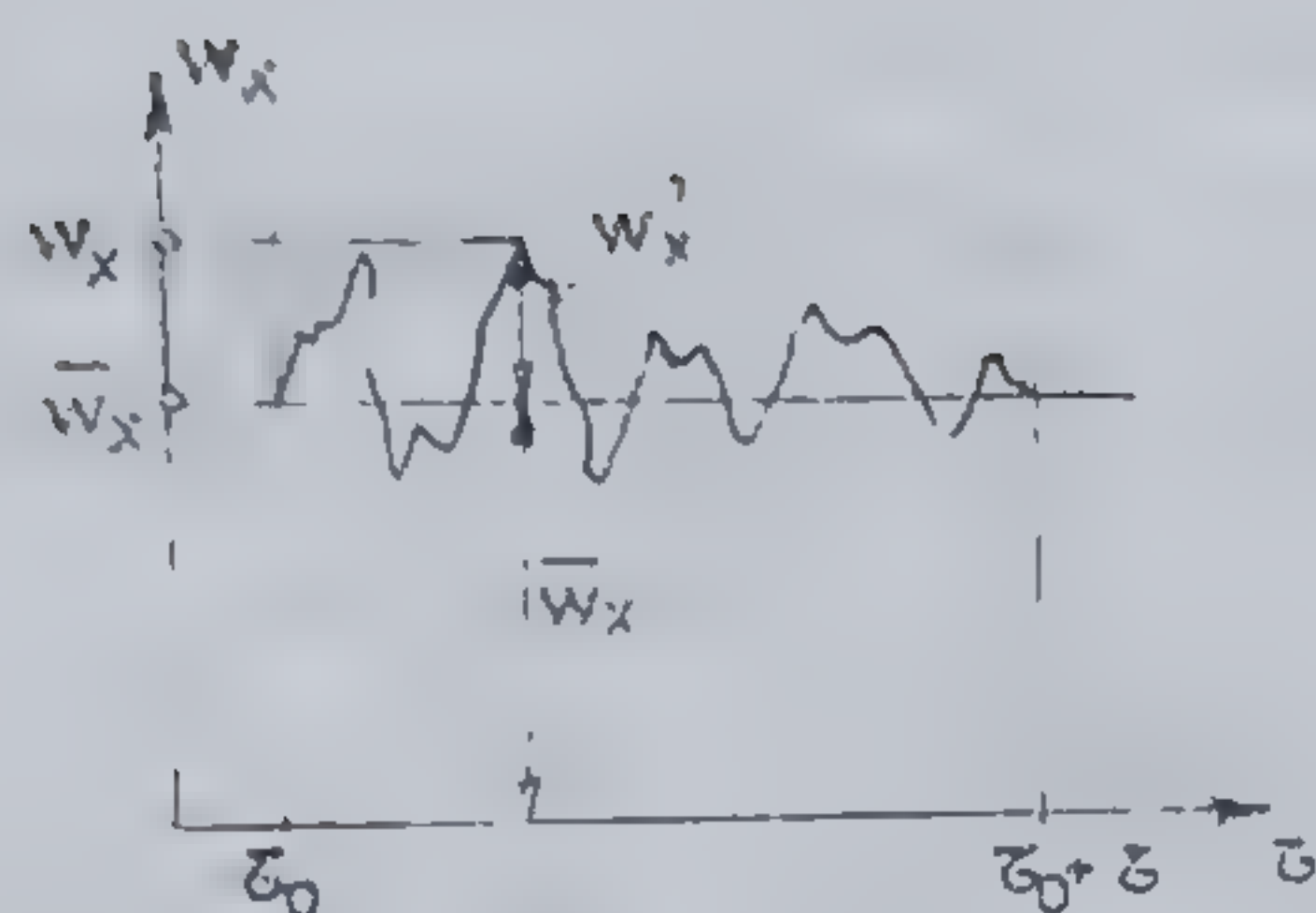


Fig. 8.9. Viteza pulsatorie w' într-un jet axial simetric.

Perioada de timp τ pentru o mișcare turbulentă trebuie luată suficient de mare, pentru ca valorile medii ale vitezei w_x sau w_y pentru intervalele de timp $\tau \dots (\tau_0 + \tau)$ și $(\tau_0 - \tau) \dots (\tau_0 + 2\tau)$ etc. să fie practic egale, deci $\bar{w} = \text{const}$. Deci pentru o curgere permanentă, după un interval de timp oarecare componenta pulsatorie a vitezei trebuie să devină nulă, adică:

$$\bar{w}'_x = \bar{w}'_y = 0 \quad (8.12)$$

Se notează cu l_T lungimea de amestec, definită ca distanța pe care trebuie să o parcurgă o particulă cu o viteză inițială oarecare, pînă ce diferența între această viteză și aceea a punctului unde ea a ajuns să fie egală cu viteza de pulsație din mișcarea turbulentă. Deci la o deplasare a particulei perpendicular pe direcția de curgere a jetului (axială), ea va pătrunde în acel strat care va avea o viteză ce va diferi cu $\Delta \bar{w}_x$ de aceea a stratului de unde a plecat particula, viteză dată de expresia

$$\Delta \bar{w}_x = l_T \frac{d\bar{w}_x}{dy} \quad (8.13)$$

Contopirea particulei de fluid în masa noului strat de fluid, deci pierderea individualității ei, va da naștere unei pulsații a vitezei (unei discontinuități) a cărei valoare este $w'_x = \Delta \bar{w}_x$. Deci pulsația componentei axiale (principale) a vitezei va fi

$$w'_x \approx l_T \frac{d\bar{w}_x}{dy} \quad (8.14)$$

Teoria turbulenței admite o egalitate a pulsațiilor axiale cu cele transversale, deci

$$w'_x \approx w'_y; w'_y = l_T \frac{d\bar{w}_x}{dy}$$

Deoarece componenta transversală a vitezei într-un jet liber este neglijabilă, se va considera de acum înainte că $\bar{w}_x < w_x$, iar lungimea de amestec în secțiune $l_T(y)$ ca o constantă. Rămâne să se determine numai legea de variație a lungimii de amestec pe direcția axială, ea fiind singura luată în considerare. Deci :

$$l_T = l_T(x) \quad (8.15)$$

Funcția (8.15) a fost determinată experimental. Generalizarea rezultatelor a fost posibilă admițând o similitudine a stratului limită pentru diferite secțiuni transversale ale zonei de bază a jetului. Notînd lungimea de amestec în diferite secțiuni ale jetului cu l_1, l_2 etc se poate admite egalitatea

$$\frac{l_1}{b_1} = \frac{l_2}{b_2} = \dots = \text{const.} \quad (8.16)$$

în care b_1, b_2 etc. este $2R_{gr_1}, 2R_{gr_2}$ etc.

Deci este suficient să se stabilească legea de creștere a lățimii jetului în lungul axei sale, pentru a se cunoaște legea de creștere a lungimii de amestec. Creșterea lățimii jetului este materializată fizic prin evazarea lui și exprimată matematic prin unghiul de divergență α (figura 8.3). Unghiul de divergență este definit ca unghiul format de generatoarele conului ce îmbracă gazul în curgere, dar o definiție exactă a limitelor jetului este foarte greu de dat. Unii cercetători consideră ca limită a jetului învăluitoarea lui ce trece prin punctele unde viteza de deplasare axială este egală cu zero. Deoarece determinarea punctului unde o viteză este egală cu zero nu poate fi făcută experimental, alți cercetători au admis că învăluitoarea trece prin punctele unde viteza axială este de 0,1 m/s.

Pentru determinarea lungimii de amestec este necesar determinarea lățimii b a jetului în funcție de distanța x de la origine, adică a funcției $b = b(x)$.

Deoarece s-a văzut mai sus că evazarea jetului se datorește pulsației transversale, se poate scrie :

$$\frac{db}{dx} \approx w'_y \approx l_T \frac{dw}{dy} \quad (8.17)$$

Se admite prin ipoteză o similitudine a profilului vitezelor între diferite secțiuni ale jetului :

$$\frac{dw}{dy} \approx \frac{w_x}{b} \quad (8.18)$$

Ca urmare

$$\frac{db}{d\tau} \approx \frac{l_T}{b} w_x \approx w_x \quad (8.19)$$

Pe de altă parte se poate scrie

$$\frac{db}{d\tau} = \frac{db}{dx} \frac{dx}{d\tau} \quad (8.20)$$

De unde se obține

$$\frac{db}{d\tau} = \frac{db}{dx} w_x \quad (8.21)$$

Din relațiile (8.20) și (8.21) se obține rezultatul căutat :

$$\frac{db}{dx} = \text{const.}; \quad b = x \cdot \text{const.}; \quad l_T = x \cdot \text{const.} \quad (8.22)$$

Deci creșterea lățimii jetului (evazarea lui) ascultă de o lege lineară de formă simplă :

$$b = k \cdot x; \quad l_T = C \cdot x \quad (8.23)$$

Izotahale jetului liber. Legea exprimată de relația (8.23) este aplicabilă evazării jetului plan-axial, al celui axial simetric și în general al tuturor jeturilor libere.

Se consideră un jet de gaz izoterm cu viteza inițială w_0 , așa cum se vede în figura 8.10. Peretele inferior al secțiunii de ieșire ce separă curentul de gaz ce curge cu o viteză plan paralelă w_0 de mediul înconjurător

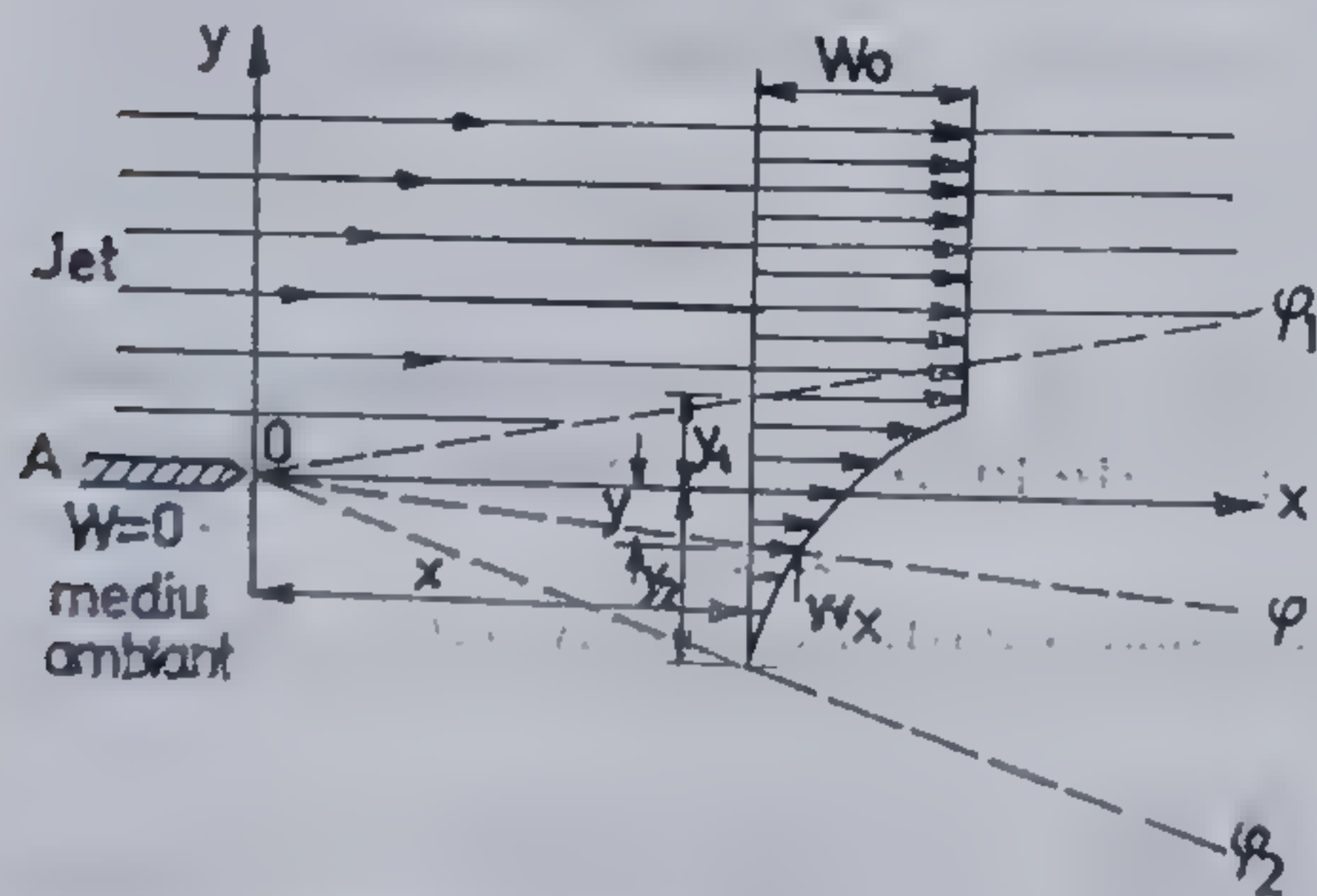


Fig. 8.10. Izotahale jetului liber.

imobil este AO . Începînd din punctul O , jetul de gaz începe să se amestece cu gazul în repaos. Se neglijează forțele gravitaționale, temperatura jetului fiind egală cu aceea a mediului înconjurător. Legea de creștere liniară a lățimii b a stratului limită, determinată mai sus ținînd seama de profilul universal al vitezelor adimensionale, spune că în lungul oricărei drepte dusă din originea coordonatelor — punctul O —

unde grosimea stratului limită este nulă, viteza trebuie să fie constantă. Pentru puncte analoge se poate scrie

$$\frac{y_1}{b_1} = \frac{y_2}{b_2} = \dots = \text{const.} \quad (8.24)$$

Deci :

$$\frac{w_{x_1}}{w_0} = \frac{w_{x_2}}{w_0} = \dots = \text{const.} \quad (8.25)$$

și, ținând seama de (8.23), rezultă

$$\frac{y}{x} = \text{const. și deci } \frac{w_x}{w_0} = \text{const.} \quad (8.26)$$

Din ecuația (8.26) rezultă că în punctele simile ale jetului, vitezele sînt egale. Deci dreptele $O - \varphi_1$, $O - \varphi$, $O - \varphi_2$, etc. din figura 8.11 sînt izotahe (linii de viteză egală). Rezultatul obținut se aplică nu numai la un curent plan paralel, așa cum se arată în figura 8.11, ci oricărui jet liber de gaz. În figura 8.11 se reprezintă izotahele într-un jet turbulent, iar în figura 8.12 izotahele exprimate adimensional (w_y/w_x). Izotahele absolute (figura 8.11) au ca origine muchea secțiunii de formare a jetului, iar cele adimensionale (fig. 8.12) își au originea în polul jetului reprezentat în figura 8.3.

Vitezele adimensionale sînt date de expresiile cunoscute și anume

$$\frac{w_x}{w_0} = f\left(\frac{x}{d_0}\right); \quad \frac{w_y}{w_x} = f\left(\frac{y}{x}\right); \quad \frac{w_y}{w_0} = f\left(\frac{y}{d_0}\right)$$

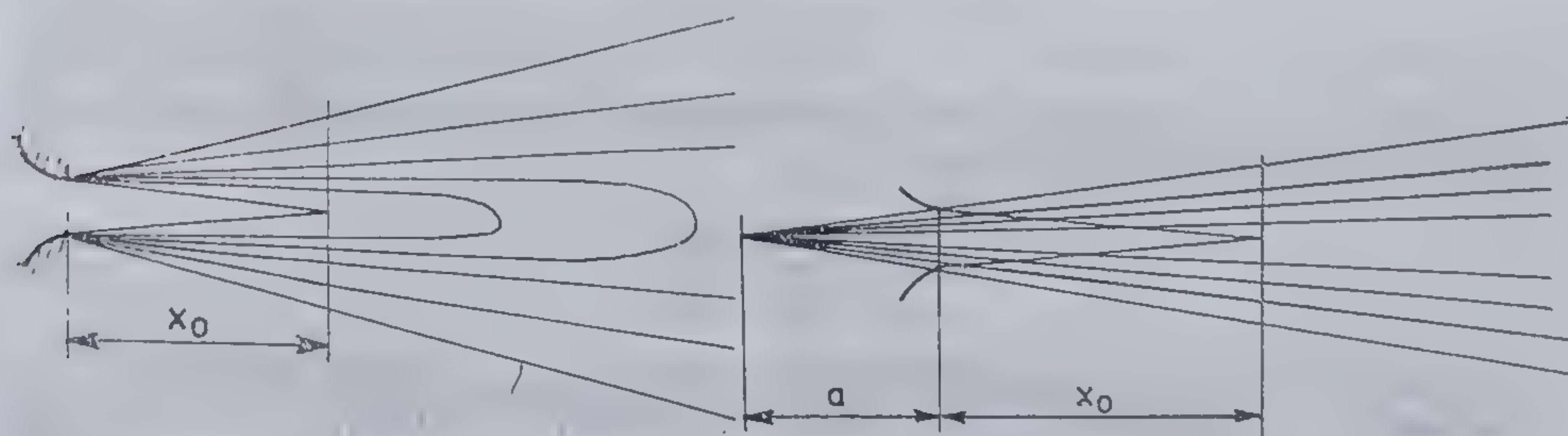


Fig. 8.11. Izotahele absolute ale unui jet liber turbulent axial.

Fig. 8.12. Izotahele adimensionale ale unui jet liber axial.

8.3. CALCULUL ANALITIC AL MĂRIMILOR CARACTERISTICE ALE JETULUI ROTUND (AXIAL SIMETRIC) IZOTERM

Calculul analitic al mărimilor caracteristice ale jetului liber axial simetric are la bază ipotezele generale ale unui jet izoterm și anume :

— temperatura în jet este egală cu aceea a mediului ambiant;

- presiunea frînată în orice punct al jetului este egală cu aceea a mediului ambiant;
- impulsul (cantitatea de mișcare) în toate secțiunile jetului au aceeași valoare.

Ca urmare notînd cu w viteza într-un punct oarecare, impulsul I este dat de (8.27)

$$I = \int_0^{\dot{m}} w \cdot dm = \int_A \rho w^2 \cdot dA. \quad (8.27)$$

în care dm este masa ce traversează în unitatea de timp o suprafață elementară a secțiunii jetului; ρ — densitatea fluidului; dA — suprafața elementară a secțiunii transversale a jetului. Pentru simplificarea exprimării matematice se consideră un jet cilindric și ca urmare impulsul I dat de (8.27) capătă forma (8.28) cu notațiile din figura 8.3:

$$I = 2 \cdot \pi \int_0^{R_{gr}} \rho \cdot w^2 y \, dy = \pi \rho_0 w_0^2 R_0^2 \quad (8.28)$$

Scrisă sub formă adimensională (8.28) pentru ipotezele de mai sus și $\rho = \text{const.}$ devine

$$2 \int_0^{\frac{R_{gr}}{R_0}} \left(\frac{w}{w_0} \right)^2 \frac{y}{R_0} d \left(\frac{y}{R_0} \right) = 1 \quad (8.29)$$

Ordonata adimensională a unui punct oarecare din secțiunea jetului (y/R_0) poate fi exprimată sub forma

$$\frac{y}{R_0} = \frac{y}{R_{gr}} \frac{R_{gr}}{R_0} \quad (8.30)$$

unde cu R_0 s-a notat raza orificiului de formare a jetului. Grosimea adimensională a jetului R_{gr}/R_0 depinde numai de distanța x a secțiunii respective de originea jetului, deci nu depinde de poziția punctului în secțiunea transversală respectivă. Introducînd notația $\eta = y/R_{gr}$ se obține pentru (8.30) expresia

$$\frac{y}{R_0} = \eta \frac{R_{gr}}{R_0} \quad (8.31)$$

De asemenea, viteza adimensională a punctului poate fi exprimată sub forma

$$\frac{w}{w_0} = \frac{w}{w_x} \frac{w_x}{w_0} \quad (8.32)$$

în care w, w_0 este de asemenea o funcție numai de distanța x . Ca urmare, expresia (8.29) capătă forma

$$\left(\frac{w_r}{w_0}\right)^2 \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 2 \int_0^1 \left(\frac{w}{w_x}\right) \eta \cdot d\eta = 1 \quad (8.33)$$

După cum se vede, sub integrală s-a obținut relația (8.8) pentru care $n = 2$ are valoarea 0,0464 (tabelul 8.3), deci (8.33) devine (8.34) care exprimă relația de calcul a razei jetului R_{gr} (sau a celei adimensionale R_{gr}/R_0):

$$\left(\frac{w_x}{w_0}\right)^2 \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 \cdot 2 \times 0,0464 = 1 \quad (8.34)$$

din care se obține grosimea R_{gr} la distanța $x > x_0$

$$\frac{R_{gr}}{R_0} = 3,3 \frac{w_0}{w_x} \Rightarrow R_{gr} = 3,3 R_0 \frac{w_0}{w_x} \quad (8.35)$$

Relația (8.35) este aplicabilă numai pentru zona de bază a jetului, pentru zona de tranziție ea căpătînd forma (8.36), deoarece în orice secțiune aflată la o distanță $x < x_0$, viteza w_x în axa este egală cu viteza inițială w_0 . Ca urmare raza adimensională a zonei de tranziție are o valoare constantă:

$$\frac{R_{gr}}{R_0} = 3,3; \quad R_{gr} = 3,3 \cdot R_0 \quad (8.36)$$

Debitul volumetric de gaz \dot{V} (exprimat în m^3/s) ce trece printr-o secțiune oarecare a jetului așezată la distanța $x > x_0$ se calculează cu ecuația de continuitate, exprimată sub forma

$$\dot{V} = \int_0^{R_{gr}} w y dy \quad (8.37)$$

Exprimată în funcție de viteza adimensională w/w_x , relația (8.37) devine

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2 \pi w_x R_{gr}^2 \int_0^1 \frac{w}{w_x} \eta \cdot d\eta \\ \dot{V} &= 2 \pi R_0^2 \cdot w_0 \frac{w_x}{w_0} \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 \int_0^1 \frac{w}{w_x} \eta \cdot d\eta \end{aligned} \quad (8.38)$$

în care $\pi R_0^2 w_0$ este debitul inițial de gaz ce iese din gura de formare a lui și notat cu \dot{V}_0 :

$$\dot{V}_0 = \pi R_0^2 w_0$$

Din relația (8.35) se obține

$$\left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^3 = 10,8 \left(\frac{w_0}{w_x}\right)^2 \quad (8.39)$$

iar valoarea integralei este dată în tabelul 8.3 :

$$B = \int_0^1 \frac{w}{w_n} \eta \cdot d\eta = 0,0985 \quad (8.40)$$

Înlocuind valorile de mai sus în (8.38) se obține debitul de gaz ce trece prin secțiunea din jet așezată la distanță $x > x_0$ (în zona de bază) cu relația (8.41) :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2V_0 \frac{w_x}{w_0} 10,8 \left(\frac{w_0}{w_x}\right)^2 \cdot 0,0985 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] \\ \dot{V} &= V_0 2,13 \frac{w_0}{w_x} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] \\ \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} &= 2,13 \frac{w_0}{w_x} \end{aligned} \quad (8.41)$$

Debitul de gaz ce trece prin zona de tranziție, unde $x = x_0$, va fi însă dat de relația

$$\dot{V} = \dot{V}_0 2,13 \frac{w_0}{w_x} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] \quad (8.42)$$

Deci debitul de gaz aspirat de un jet pe toată zona inițială (pînă la secțiunea de tranziție) din mediul înconjurător, va fi

$$\dot{V} = \dot{V}_0 = 1,13 \dot{V}_0 \quad (8.43)$$

iar debitul total de gaz aspirat de jet pînă într-o secțiune oarecare $x > x_0$ din mediul înconjurător va fi

$$\dot{V} = \dot{V}_0 \left[2,13 \frac{w_0}{w_x} - 1 \right] \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right] \quad (8.44)$$

În figura 8.13 se prezintă razele jetului în diferite secțiuni, iar în figura 8.14 debitele de gaz ce trec prin ele.

Viteza medie de curgere a gazului printr-o secțiune oarecare din jetul de gaz se calculează cu ecuația de continuitate aplicată secțiunii A respective :

$$\dot{V} = A \cdot w_{\text{med}}; \quad w_{\text{med}} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\pi \cdot R_{gr}^2} \quad (8.45)$$

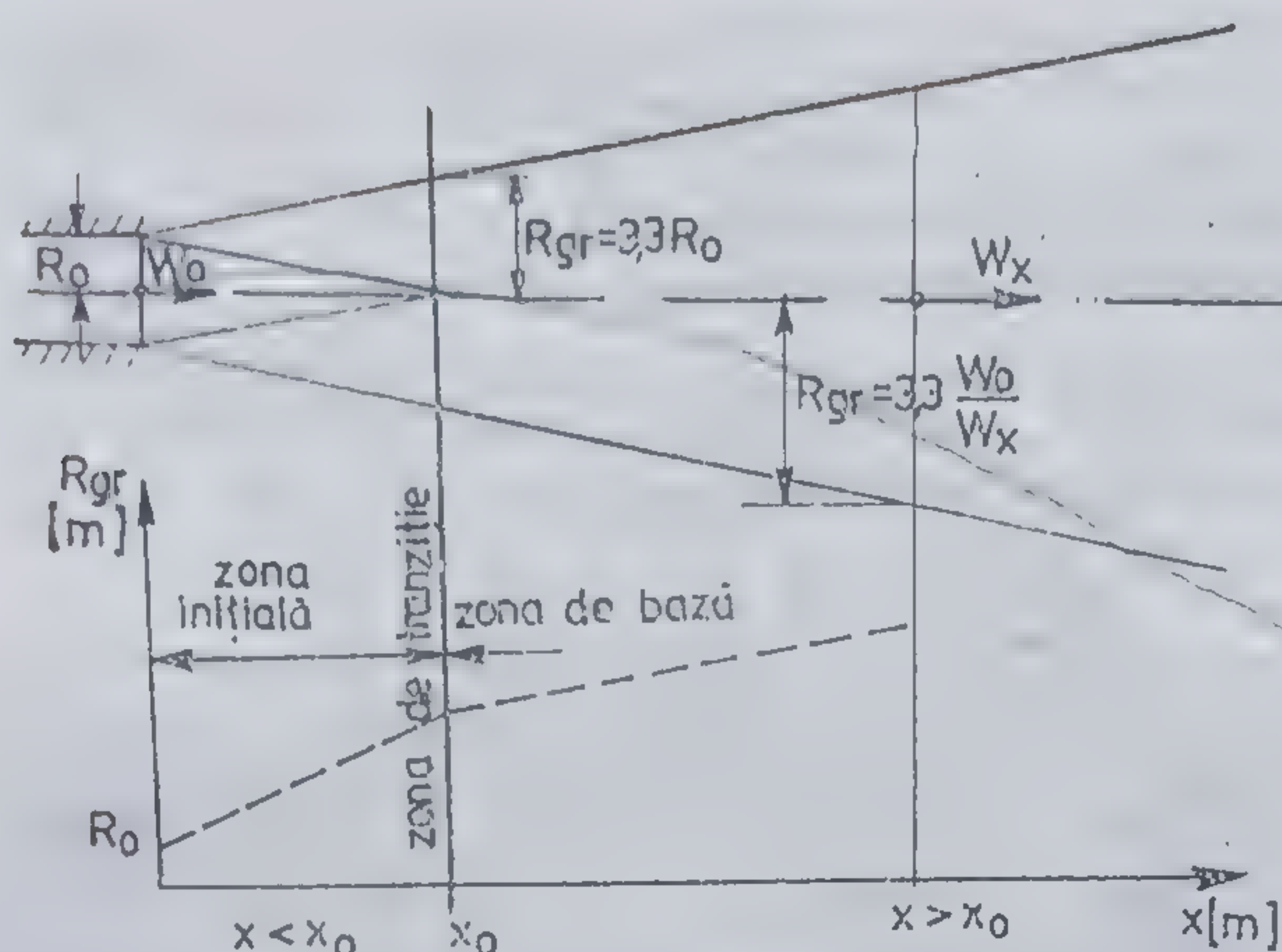


Fig. 8.13. Evazarea unui jet liber axial simetric.

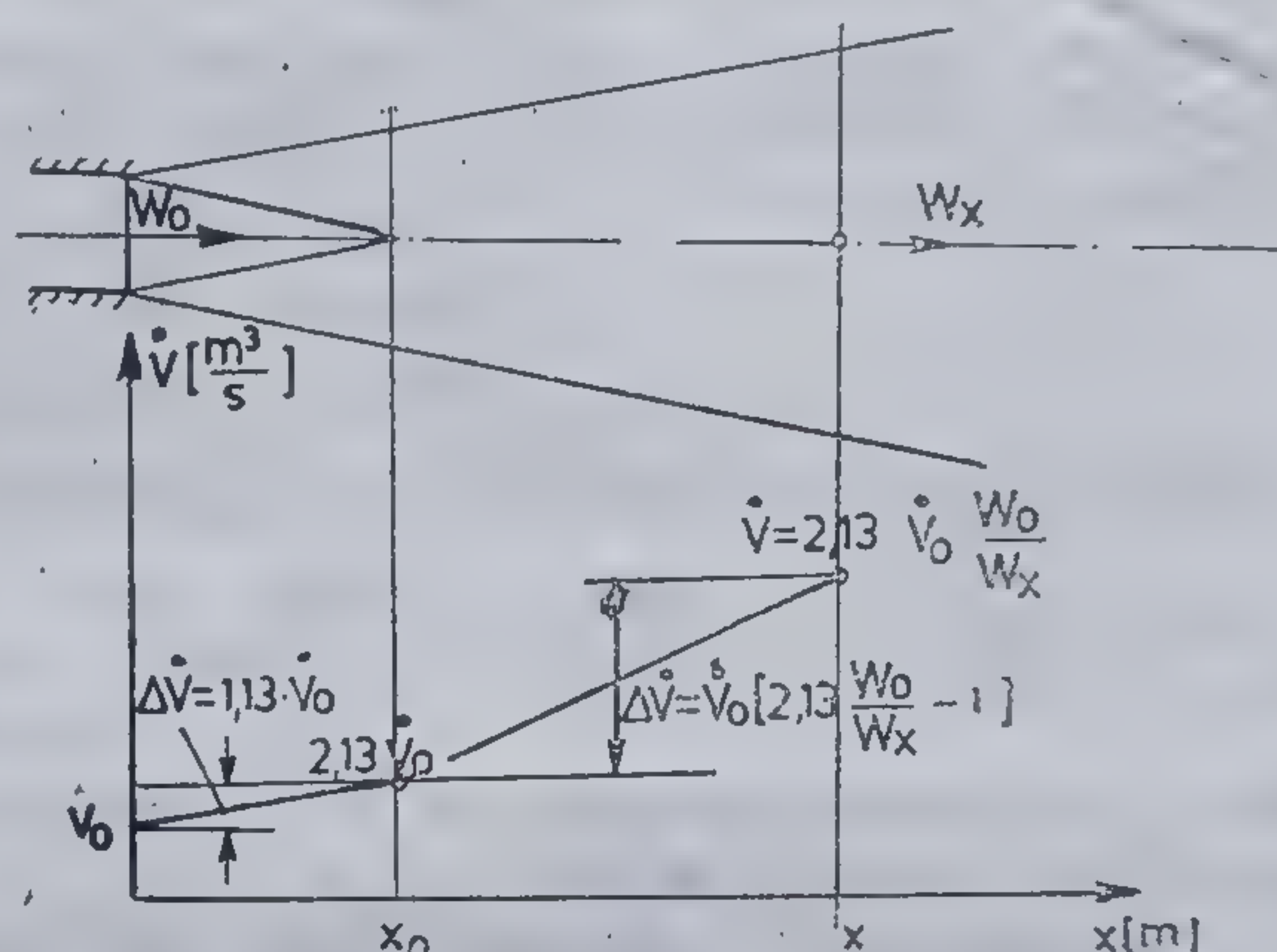


Fig. 8.14. Debitul de gaz în secțiunile unui jet liber axial simetric.

Pentru secțiunea de formare a jetului și o curgere turbulentă, viteza medie este w_0 ; aplicînd și acesteia ecuația de continuitate se obține

$$\dot{V}_0 = A_0 w_0; \quad w_0 = \frac{\dot{V}_0}{A_0} = \frac{\dot{V}_0}{\pi R_0^2} \quad (8.46)$$

Viteza medie adimensională pentru secțiunea în care jetul are o grosime a cărei rază este R_{gr} va fi

$$\frac{w_{med}}{w_0} = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} \frac{A_0}{A} = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} \left(\frac{R_0}{R_{gr}} \right)^2 \quad (8.47)$$

Ținînd seama de relațiile (8.35) și (8.41), expresia (8.47) devine

$$\frac{w_{med}}{w_0} = 2,13 \frac{w_0}{w_x} \left[\frac{1}{3,3} \frac{w_x}{w_0} \right]^2$$

$$w_{med} = 0,2 w_x \quad (8.48)$$

Deci în orice secțiune transversală a secțiunii de bază a jetului viteza medie este 0,2 din viteza maximă a ei (viteza din axa secțiunii). În aplicațiile energetice ale jeturilor, cum este cazul turbinelor de abur și gaze, când jetul ce iese din ajutoraj trece prin canalul format de palete, unde ca urmare a impulsului cedat pereților dezvoltă lucru mecanic, se utilizează noțiunea de *viteză medie masică*.

Prin viteză medie masică $w_{med\,mas}$ se înțelege raportul dintre impulsul I și debitul de gaz \dot{m} ce trece printr-o secțiune oarecare. Deci

$$w_{med\,mas} = \frac{I}{\dot{m}}; \quad w_{0\,mas} = \frac{I_0}{\dot{m}_0}$$

sau

$$\frac{w_{med\,mas}}{w_{0\,mas}} = \frac{I}{I_0} \frac{\dot{m}_0}{\dot{m}} \quad (8.49)$$

Deoarece pentru toate secțiunile jetului $I = \text{const.}$, iar densitatea gazului rămâne constantă în jetul izoterm, raportul debitelor masice este egal cu cel al debitelor gravimetrice și ca urmare (8.49) poate fi scrisă sub forma

$$\frac{w_{med\,mas}}{w_{0\,mas}} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} \quad (8.50)$$

Ținând seama de relația (8.41), expresia (8.50) devine

$$\frac{w_{med\,mas}}{w_{0\,mas}} = \frac{\dot{m}_0}{\dot{m}} = \frac{\dot{V}_0}{\dot{V}} = \frac{1}{2,13} \frac{w_x}{w_0} \quad (8.51)$$

Deci viteza medie masică este 48% din viteza maximă a jetului (viteza în axa de simetrie a lui).

După cum se vede din relațiile (8.48) și (8.51), viteza medie masică este de 2,4 ori mai mare decât viteza medie gravimetrică.

Caracteristicile jetului obținute pînă acum se referă numai la secțiuni ale zonei de bază a lui, iar pentru determinarea lor trebuie să se cunoască numai viteza în axa secțiunii respective și a celei inițiale. Dar viteza în centrul unei secțiuni transversale oarecare depinde de distanța x de la originea jetului. Determinarea analitică a vitezei w_x (din axă) în funcție de distanța $(x + b)$ (figura 8.3) necesită cunoașterea caracteristicii „ a ” care nu este altceva decât turbulența dată de tabelul 8.4 și care nu se poate determina decât experimental.

Notînd evazarea jetului cu φ_{gr} (tangenta unghiului $\alpha/2$) se poate scrie relația (8.52) găsită experimental, ea dînd rezultatele cele mai exacte în cazul gazului perfect :

$$\varphi_{gr} = \frac{R_{gr}}{a(x + b)} \Big|_{x=x_0} \quad (8.52)$$

Din expresia (8.52) se vede că φ_{gr} este în fond ordonata adimensională a graniței jetului. Pentru jetul axial-simetric izoterm s-a găsit experimental

$\varphi_{gr} \approx 3,4$. Pentru această valoare se obține grosimea adimensională R_{gr} a unei secțiuni oarecare cu relația

$$\left. \frac{R_{gr}}{R_0} \right|_{x > x_0} = \frac{3,4a(x+b)}{R_0} \quad (8.53)$$

Ca urmare, expresia (8.35) capătă forma

$$\left. \frac{w_x}{w_0} \right|_{x > x_0} = 3,3 \frac{R_0}{R_{gr}} = \frac{3,3}{3,4} \frac{R_0}{a(x+b)} = 0,96 \frac{R_0}{a(x+b)} \quad (8.54)$$

Deoarece un jet liber este caracterizat prin valorile cunoscute R_0 , a și w_0 , înseamnă că viteza în axă este invers proporțională cu distanța x , deoarece (8.53) se poate scrie sub forma

$$\left. w_x \right|_{x > x_0} = \frac{\text{const.}}{(x+b)}$$

Cunoscând expresia vitezei w_x în axa jetului numai în funcție de distanța x , toate celelalte caracteristici vor putea fi exprimate de asemenea numai în funcție de această distanță. Astfel se obțin:

1) debitul volumetric (din relația (8.41))

$$\left. \frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} \right|_{x > x_0} = \frac{2,13}{0,96} \frac{a(x+b)}{R_0} = 2,22 \frac{a(x+b)}{R_0} \quad (8.55)$$

2) abscisa secțiunii de trecere a jetului, avînd ca origine polul jetului; deci distanța $x_0 + b$ (vezi figura 8.3) se determină considerînd că în relația (8.53) $w_x = w_0$. Se obține relația

$$1 = 0,96 \frac{R_0}{a(x_0+b)}; \quad x_0 + b = 0,96 \frac{R_0}{a} \quad (8.56)$$

3) polul b al jetului (figura 8.3), care se determină din relațiile (8.53), (8.56) și (8.36). Considerînd că unghiul de divergență al jetului are aceeași valoare atît în zona inițială cît și în cea de bază, se poate scrie egalitatea rapoartelor geometrice

$$\frac{R_0}{ab} = \frac{3,3 R_0}{a(x_0+b)} \quad (8.57)$$

Deci din expresia (8.57) se obține (8.58):

$$\frac{ab}{R_0} = 0,29 \quad (8.58)$$

4) lungimea zonei inițiale w_0 va fi

$$\frac{ax_0}{R_0} = 0,96 - 0,29 = 0,67 \quad (8.59)$$

Relațiile de mai sus, exprimate numai în funcție de abscisa x , sînt valabile numai pentru zona de bază. Polul jetului (distanța b) nu este calculabilă cu exactitate, ea trebuind să fie determinată experimental (vizualizarea și apoi fotografierea jetului). Ca urmare, în tehnică, mărimile ce trebuie calculate se referă la distanța x de la gura ajutorului de formare a jetului pînă la secțiunea respectivă. Deci relațiile de calcul vor trebui fie corectate, adaptarea lor la abscisa x avînd ca origine secțiunea ajutorului făcîndu-se ținînd seama de relația

$$\frac{a(x+b)}{R_0} = \frac{ax}{R_0} + \frac{ab}{R_0} = \frac{ax}{R_0} + 0,29. \quad (9.60)$$

Ca urmare, relațiile (8.53) și (8.55) devin (8.61) și respectiv (8.62) :

$$\frac{w_x}{w_0} = \frac{0,96}{\frac{ax}{R_0} + 0,29} \quad (8.61)$$

$$\frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} = 0,22 \left(\frac{ax}{R_0} + 0,29 \right) \quad (8.62)$$

Ținînd seama de relația (8.52) unghiul α de evazare al jetului se obține cu relația

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{R_{gr}}{x+b} = a \frac{R_{gr}}{a(x+b)} = a \varphi_{gr} \quad (8.63)$$

Valoarea coeficientului de turbulență „ a ” se poate lua sau din tabelul 8.4, în funcție de orificiul de formare a jetului, sau pentru gurile de formare cu turbulență naturală (cilindrice sau rectangulare), în funcție de profilul vitezei în secțiunea ajutorului respectiv (secțiunea „ O ”). În tabelul 8.5, cu notațiile din figura 8.15, se dau valorile coeficientului de turbu-

Tabelu 8.5.

Gradul de turbulență „ a ” în funcție de profilul vitezei în secțiunea inițială

| $\frac{w_{max_0}}{w_{med_0}}$ | 1,0 | 1,10 | 1,15 | 1,20 | 1,25 | 1,30 |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a | 0,066 | 0,069 | 0,072 | 0,075 | 0,078 | 0,082 |

lență „ a ” pentru diferite profile ale vitezei inițiale. Deoarece valoarea medie a lui φ_{gr} pentru jeturile de gaze perfecte este de 3,4 unghiul α are valori între 7° și 14° .

În figura 8.16 este prezentată o diagramă pentru calculul vitezei adimensionale w_x/w_0 funcție de ax/R_0 , întocmită cu relația (8.61).

Pentru jeturile ale căror guri de formare sînt prevăzute cu dispozitive pentru crearea unei turbulențe artificiale, cum ar fi de exemplu grătare, clapete etc., valoarea coeficientului de turbulență „ a ” se ia din tabelul 8.5 sau se determină experimental pentru fiecare caz în parte.

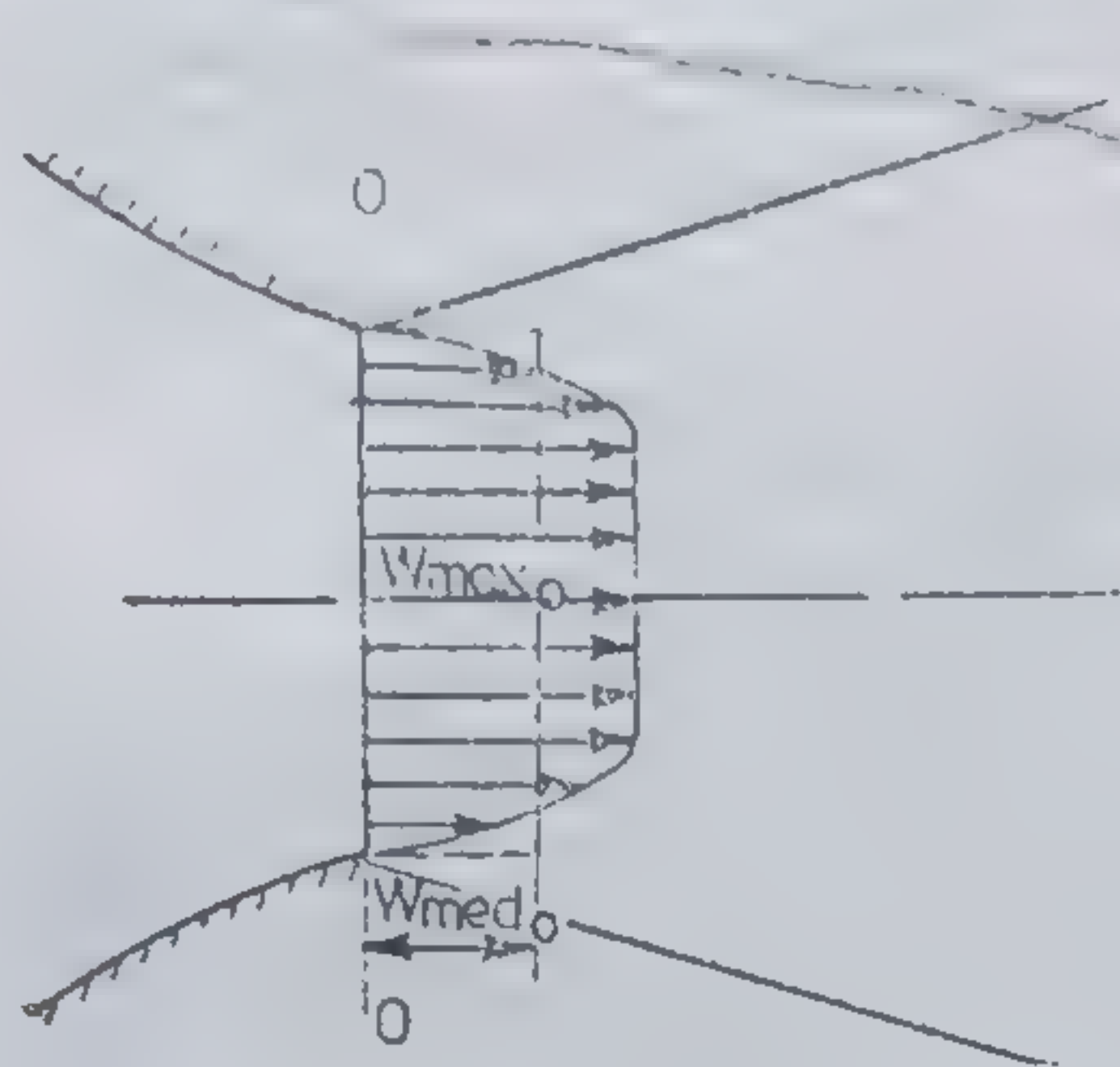


Fig. 8.15. Vitezele caracteristice în secțiunea inițială a unui jet liber.

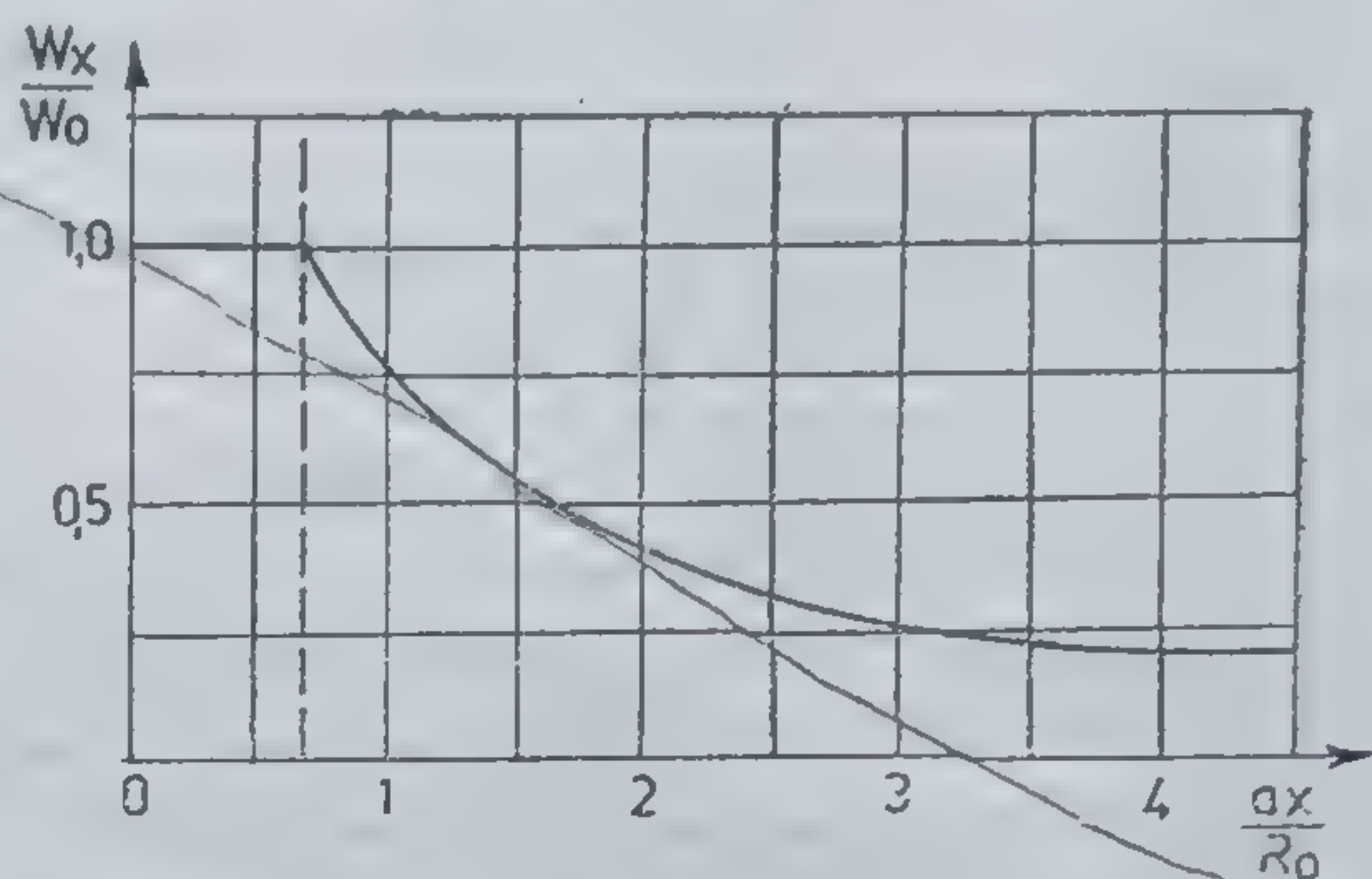


Fig. 8.16. Viteza adimensională w_x/w_0 pentru un jet liber izoterm.

Lungimea celor trei zone caracteristice ale jeturilor (inițială, de tranziție și de bază) prezintă o importanță deosebită, avînd în vedere faptul că relațiile analitice de calcul sînt valabile numai pentru zona de bază. Pe de altă parte, bătaia jetului prezentînd o importanță deosebită în aplicațiile tehnice, este necesară și cunoașterea lungimii zonei inițiale și de tranziție a lui. Pentru jetul rotund, lungimea zonei inițiale, determinată experimental, se încadrează, pentru viteze inițiale w_0 subsonice cu cifre Mach cuprinse între $0 < M_0 < 0,6$, între valorile

$$3D_0 < x_0 < 5,5 D_0 \quad (8.64)$$

în care D_0 este diametrul ajutajului de formare.

Zona de tranziție a jetului x_{tr} în realitate nu este un plan singular, ci are o lungime destul de mare, ea fiind în general egal cu $1/3 \dots 1/1,15$ din x_0 .

Zona de bază a jetului pentru $M_0 < 0,6$ are lungimi ce variază între $25D_0 - 100 D_0$. Jetul însă, poate fi și calculat analitic cu relația (8.61), admitînd că bătaia jetului x_{lim} corespunde unei viteze axiale $w_x = 0,25$ m/s. În aceste condiții, relația (8.61) capătă forma

$$\frac{w_x}{w_0} = \frac{0,96}{\frac{a \cdot x_{lim}}{R_0} + 0,29} = \frac{0,25}{w_0}$$

Determinînd astfel bătaia jetului x_{lim} din (8.65), lungimea zonei de bază notată cu x_b , va fi atunci dată relația

$$x_b = x_{lim} - (x_0 + x_{tr}) \quad (8.66)$$

Tabelul 8.6

Valoarea coeficientului C_1

| Orificiul de scurgere al jetului | C_1 pentru | |
|---|-----------------------------|-----------------------------|
| | $2,5 < w_0 < 5 \text{ m/s}$ | $10 < w_0 < 50 \text{ m/s}$ |
| Ajutaj cilindric sau patrat | 5,7 | 7,0 |
| Ajutaj dreptunghiular cu laturile $a/b = 1/20$ | 6,5 | 6,5 |
| Idem cu laturile $a/b = 25 \dots 50$ | 4,9 | 6 |
| Ajutaje inelare cilindrice | 3,9 | 4,8 |
| Ajutaj cilindric sau patrat cu jaluzele, suprafața liberă minimum 40% din total | 4,7 | 5,7 |
| Ajutaje cilindrice sau patrute cu palete de dirijare : | | |
| — paralele cu direcția de curgere | 5,5 | 5,5 |
| — înclinate la 40° pe curent | 3,5 | 3,5 |
| — înclinate la 60° pe curent | 2,5 | 2,5 |
| — înclinate la 90° pe curent | 2,0 | 2,0 |

Pentru determinarea bătăii jetului x_{lim} se poate folosi și relația (8.67) stabilită experimental :

$$x_{\text{lim}} = 3,54 w_0 D_0 C_1 \quad [\text{m}] \quad (8.67)$$

în care valoarea constantei C_1 este dată în tabelul 8.6.

Viteza axială în zona inițială rămâne egală cu viteza inițială ($w_x = w_0$). În zona de tranziție, viteza axială se poate calcula cu relația

$$\frac{w_x}{w_0} = \sqrt{\frac{C_1 \cdot D_0}{x}} \quad (8.68)$$

8.4. CALCULUL ANALITIC AL MĂRIMILOR CARACTERISTICE ALE JETULUI PLAN IZOTERM

Prin jet plan se definește jetul al cărui orificiu de formare este rectangular (pătrat sau dreptunghi).

S-a constatat experimental că jeturile ale căror orificiu de formare este patrat sau dreptunghiular dar cu raportul laturilor $h_0/b_0 < 1/10$ se comportă ca și jetul cilindric, adică este axial simetric, ascultă de aceleași legi, iar relațiile de calcul a mărimilor caracteristice sînt aceleași.

În cazul cînd raportul laturilor $h_0/b_0 > 1/10$ (practic mai mare de $1/12$) evazarea jetului se face numai pe direcția laturii mai mari, pe cealaltă direcție rămînînd la aceeași grosime.

În figura 8.17 se prezintă fenomenul de evazare a unui jet cu laturile $h_0/b_0 > 1/12$. După cum se vede, simetria evazării nu mai este respectată. De asemenea nici profilul variației vitezei w_y nu mai este același pe cele două direcții. Ca urmare, jetul plan cu laturile $h_0/b_0 > 1/12$ se consideră ca jet numai pe direcția h ; pe direcția b el este considerat o curgere unidirecțională cu viteza w_b variabilă, care ascultă oarecum de legile acesteia

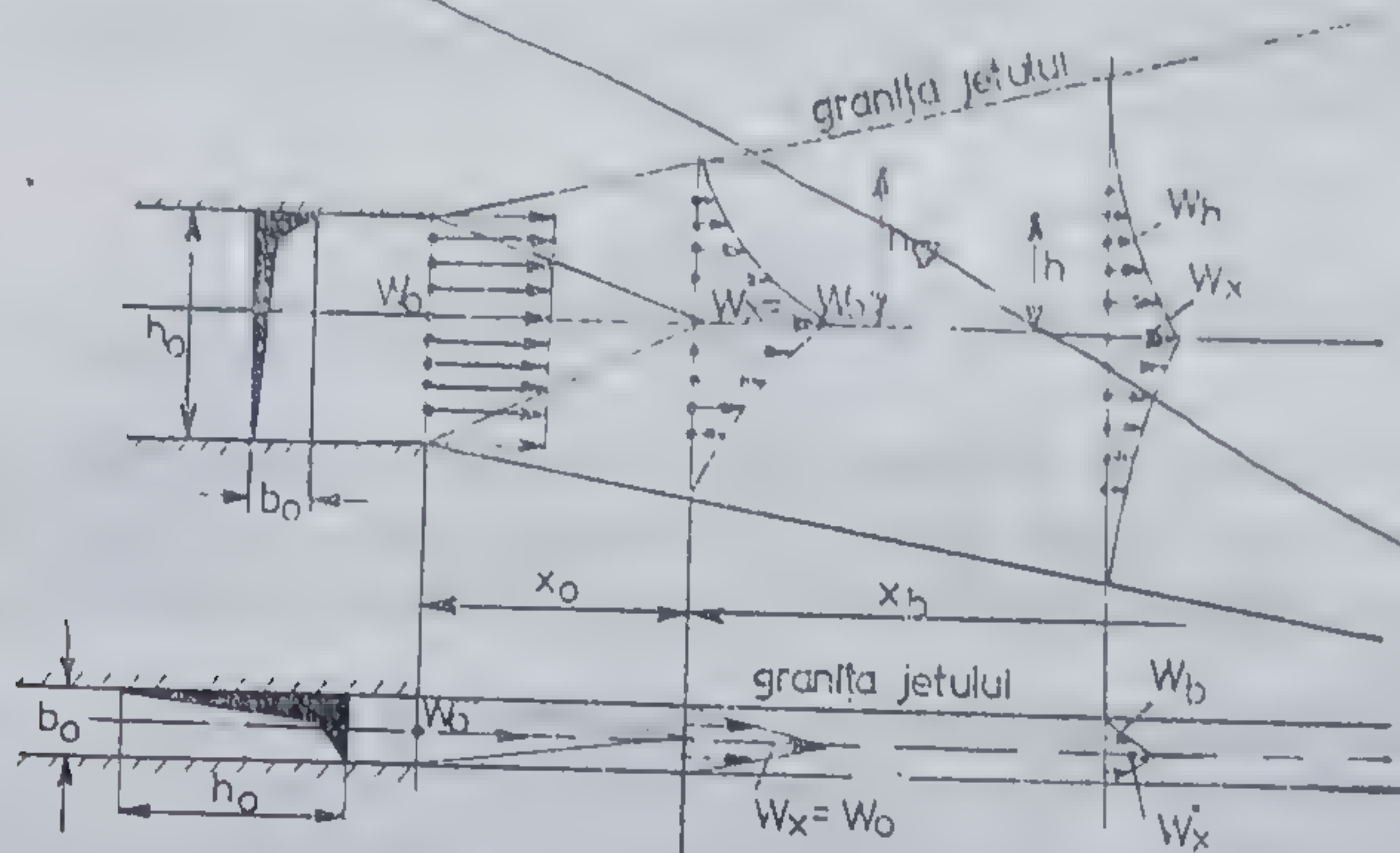


Fig. 8.17. Jet plan izoterm.

văzute mai înainte. Deci toate cele ce se vor prezenta mai jos se referă numai la direcția h . Bineînțeles că viteza w_x în axă va avea aceeași valoare pentru ambele direcții, dar legea de variație a vitezei w_h va diferi de aceea a vitezei w_b . Studiul jeturilor plane se poate face numai experimental, relațiile date mai jos avînd numai un caracter informativ limitat.

Ecuatia cantității de mișcare pentru o secțiune oarecare așezată la distanța $x > x_0$ are forma (8.69) cu notațiile din figura 8.17 :

$$I = w_x^2 \cdot x \int_0^{\frac{h_{gr}}{x}} \frac{w_h}{w_x} d\left(\frac{h}{x}\right) = \text{const.} \quad (8.69)$$

Integrala din relația (8.69) este constantă deoarece $w_h = w_x$:

$$\int_0^{\frac{h_{gr}}{x}} \left(\frac{w_h}{w_x}\right)^2 d\left(\frac{h}{x}\right) = \text{const.} \quad (8.70)$$

Deci legea de variație a vitezei axiale în lungul jetului plan depinde tot de distanța x , ca și la jetul rotund, numai că scăderea ei este mai lentă, fiind funcție de \sqrt{x} , așa cum se vede din (8.71) :

$$w_x = \frac{\text{const}}{\sqrt{x}} \quad (8.71)$$

Viteza adimensională w_x se poate calcula cu relația (8.72), similară cu relația jetului rotund :

$$\frac{w_x}{w_0} = \frac{1,2}{\sqrt{\frac{ax}{h_0} + 0,41}} \quad (8.72)$$

Coeficientul de turbulență „ a ” al jetului plan se obține din tabelul 8.4 și are în general valori în jur de 0,10.

8.5. CARACTERISTICILE JETULUI LIMITAT

Prin jet limitat se înțelege jetul care nu se poate dezvolta liber, așa cum se prezintă în figura 8.2 b. Limitarea poate fi făcută într-o singură direcție (de un singur perete), într-un plan (de doi pereți) sau spațial (de patru pereți).

Curgerea gazului limitat, de exemplu, de un perete plan, duce la modificări esențiale față de curgerea în jetul liber, atât din punct de vedere al profilului vitezelor, cât și al aspirației de gaz din mediul înconjurător, totodată axa jetului fiind deviată. Devierea jetului spre perete (efectul Coandă) face ca relațiile de calcul prezentate mai sus ale jetului rotund, să nu mai poată fi aplicate acestui caz. Cercetările experimentale au arătat că evazarea jetului limitat, chiar numai de un singur perete, este mult mai mică decât a celui liber. În figura 8.18 se prezintă un jet limitat de un perete. După cum se vede din figura 8.18, jetul limitat de un perete va devia către acesta. Ca urmare profilul vitezelor se deformează deoarece absorbția de gaz din mediul înconjurător are loc numai din zona sau zonele nelimitate; în partea limitată, panta de scădere a vitezei este mult mai mare. În cazul când jetul este limitat de doi pereți sau mai mulți așa cum se arată în figura 8.19, jetul își păstrează caracterul specific numai pînă cînd gra-

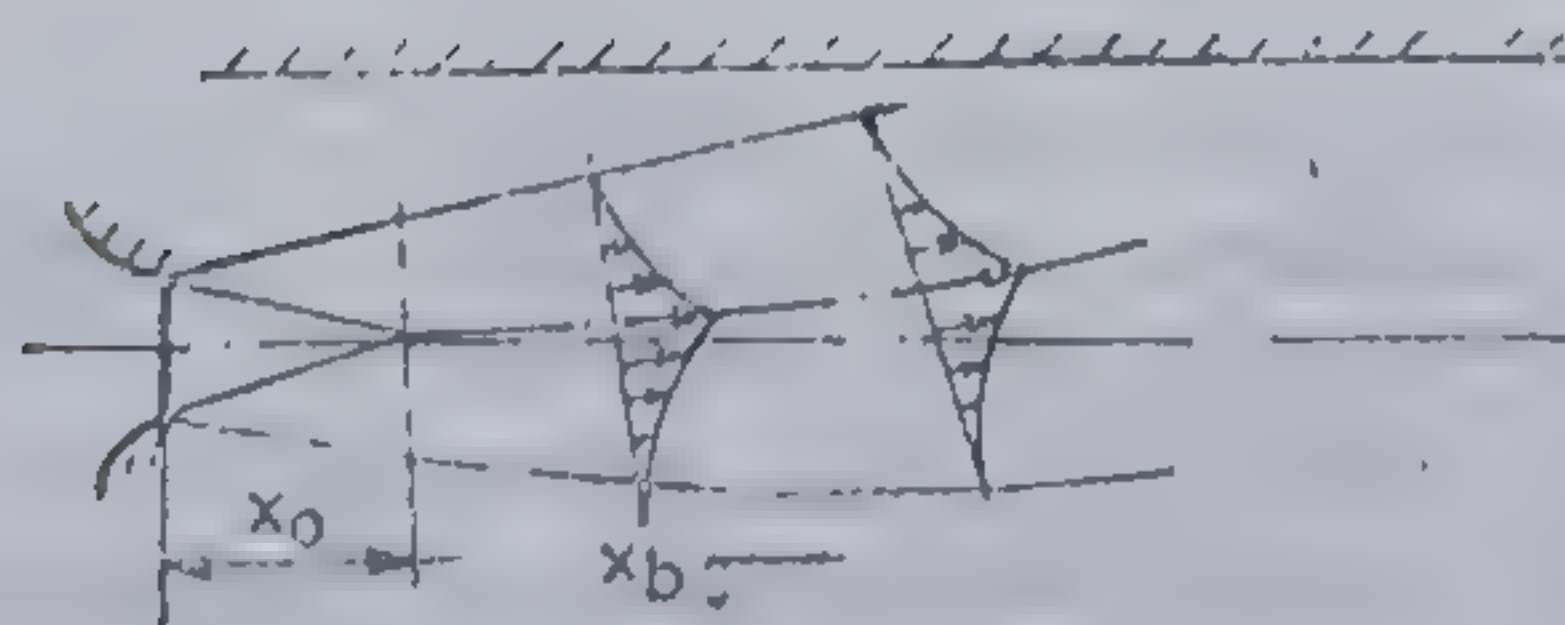


Fig. 8.18. Jet limitat de un perete axial.

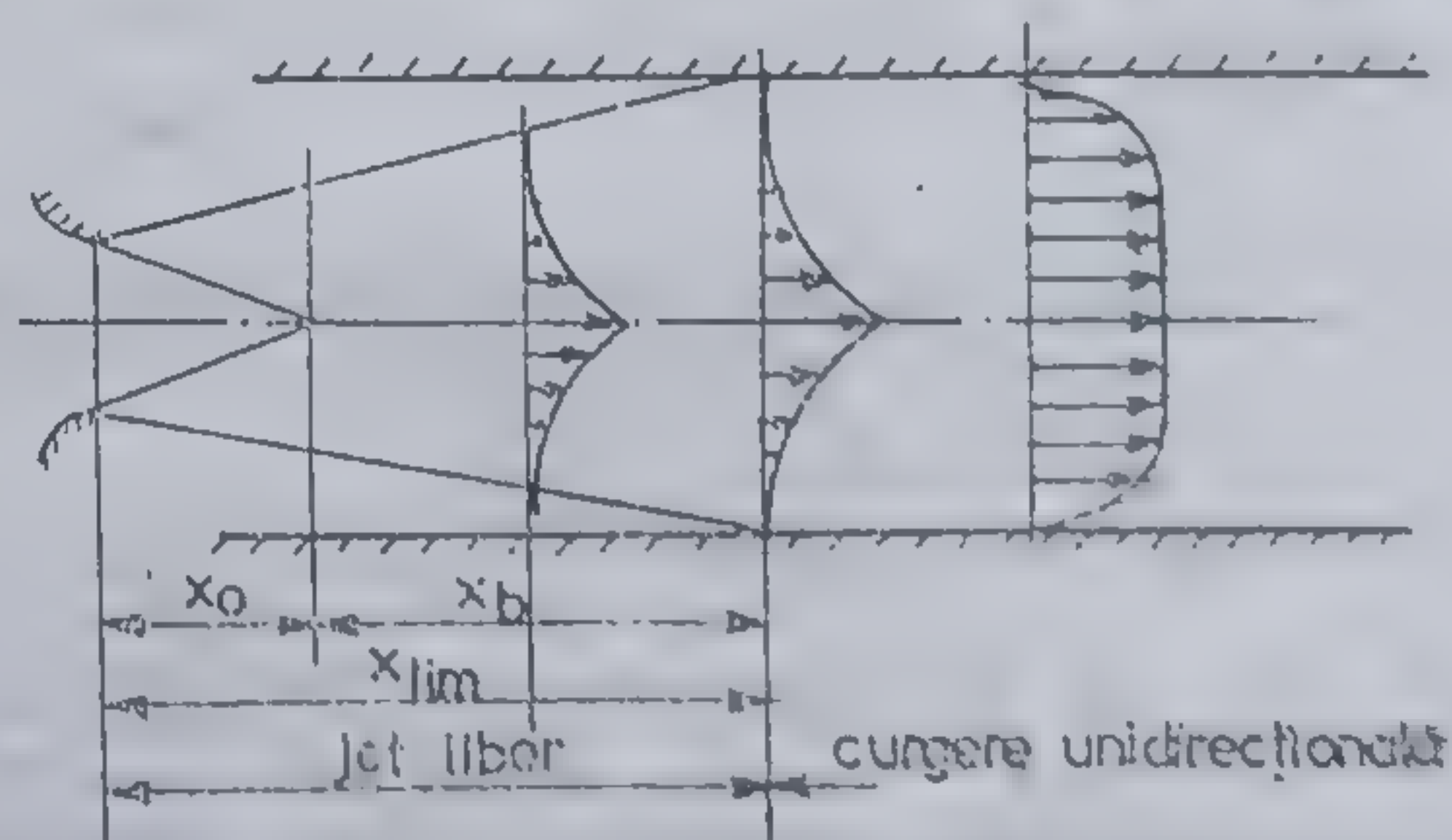


Fig. 8.19. Jet limitat de doi pereți axiali.

nițele lui ating pereții. Din acest moment înainte, are loc o curgere potențială unidirecțională, repartitia vitezelor fiind corespunzătoare formei pereților. Ținînd seama de figura 8.19, se constată că pe distanța x_{lim}

profilul vitezelor este datorat absorbției de gaz în jet din mediul înconjurător, iar după această secțiune, profilul vitezei este determinat de pierderile datorate frecărilor de pereți și celor datorate forțelor de vîscozitate. Deoarece cantitatea de gaz absorbită de un jet limitat este mai mică decît aceea absorbită de unul liber, scăderea vitezei lui în lungul axei (w_x) este mai lentă și ca urmare bătaia lui este mai mare.

Calculul bătaii unui jet limitat se poate face cu relația (8.73) similară cu (8.67) dar afectată de un coeficient φ , a cărui valoare este dată în tabelul 8.7.

Tabelul 8.7.

| Valorile coeficientului φ | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Distanța relativă $\frac{h_p^*}{\sqrt{A_0}}$ | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| φ | 1,4 | 1,3 | 1,2 | 1,2 | 1,1 | 1,0 |

h^* = distanța de la axa jetului la cel mai apropiat perete

$$x_{\text{lim}} = 3,5 w_0 D_0 \cdot C_1 \quad (8.73)$$

Valoarea coeficientului C_1 este dată în tabelul 8.6, iar prin D_0 se înțelege diametrul ajutorului de formare a jetului, pentru jetul cilindric, sau diametrul echivalent pentru jetul plan (în m), iar A_0 este secțiunea acestuia (în m^2).

Un caz limită al jetului limitat, întâlnit în tehnică destul de des (arzătoare în focare scurte, rachete pe rampa de lansare, gaze la ieșirea din paletele turbomașinilor, ventilații industriale, baleiajul motoarelor, etc.) este acela al unui perete P' așezat paralel cu axa jetului. În cazul cînd dimensiunile acestui perete sînt mari, jetul este absorbit la perete, așa cum se vede în figura 8.20. În cazul cînd jetul întâlnește un perete perpendicular pe axa jetului cu dimensiuni mai mici decît granițele jetului, s-a constatat

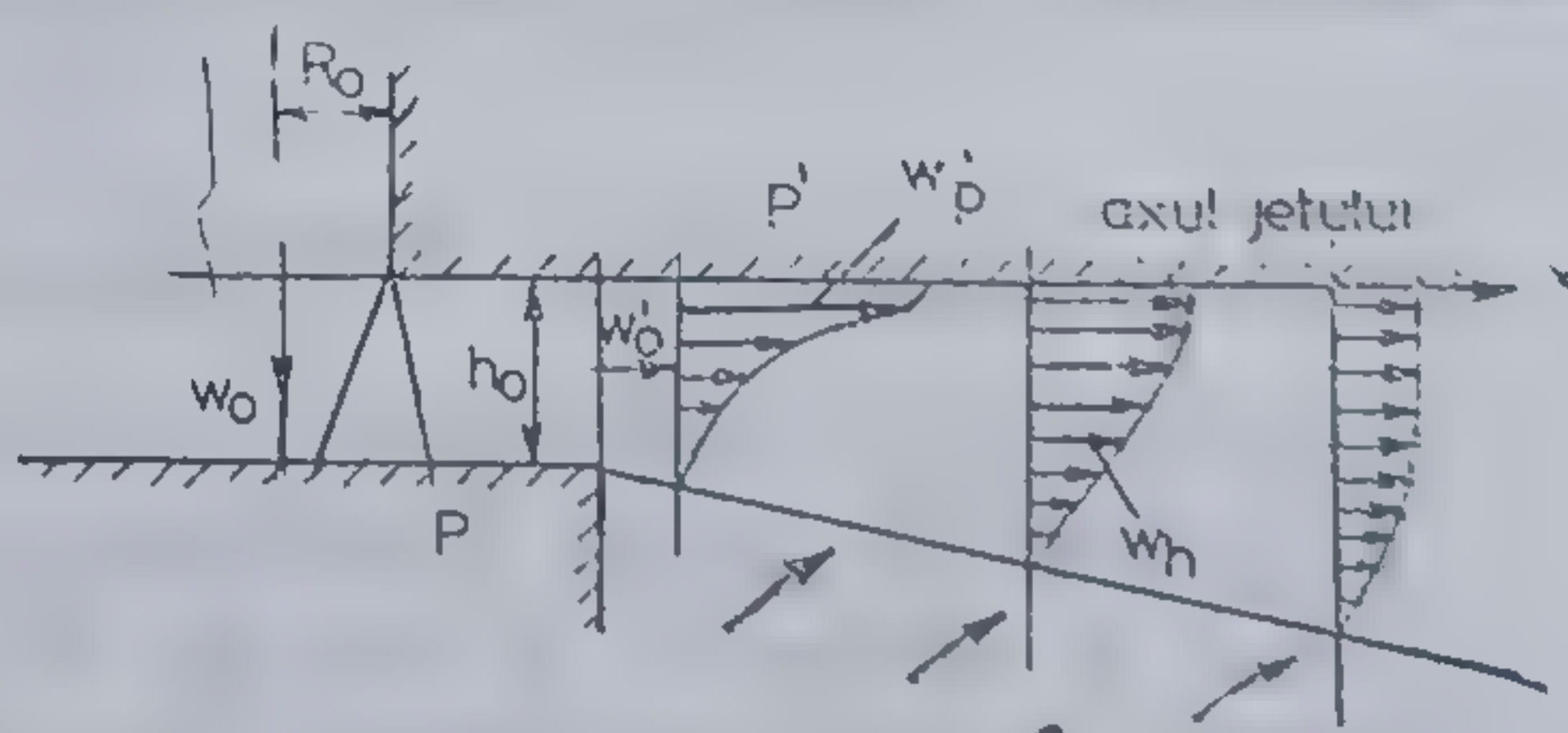
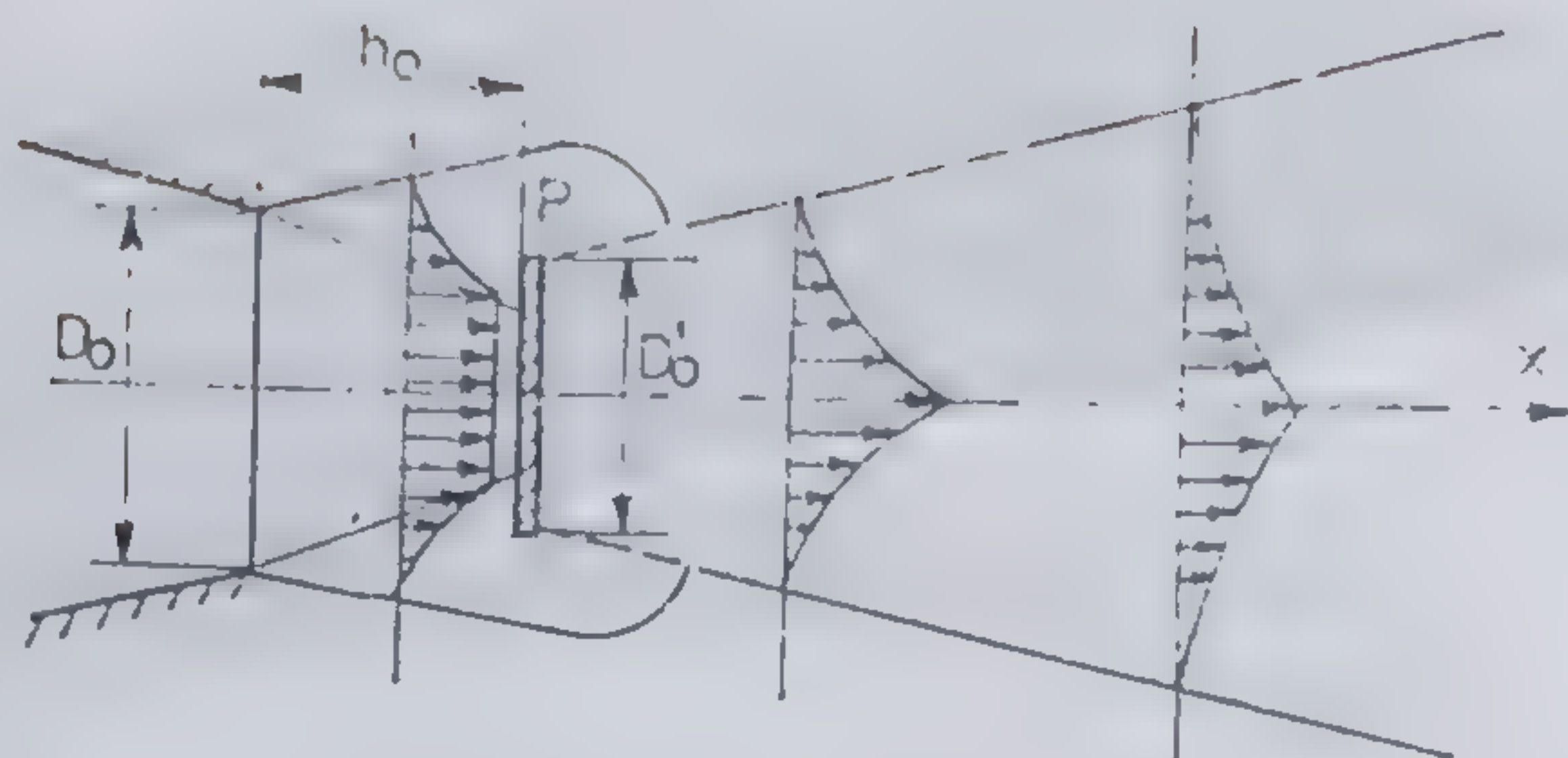


Fig. 8.20. Jet limitat de un perete axial.

experimental că el oculește placa și masa de gaz se adună formînd un nou jet axial, al cărui secțiune de formare ar fi chiar dimensiunile ei, (fig. 8.21.) Dacă placa deflectoră P are dimensiuni mai mici decît granița jetului, atunci în spatele ei se formează un nou jet cu secțiune inițială D_0' a plăcii respective.

Aceste jeturi deflectate total poartă denumirea de *jeturi radiale*, iar legile ce dictează variația vitezei în axă sînt aceleași ca cele văzute la

Fig. 8.21. Jet limitat de un perete perpendicular pe axa jetului.



jeturile axiale libere. Relațiile de calcul al caracteristicilor jeturilor limitate trebuie considerate ca avînd doar cu caracter indicativ; determinarea corectă a acestor caracteristici trebuie făcută numai experimental. Expresiile de calcul al mărimilor caracteristice sînt:

$$\frac{w_x}{w_0} = C_1 \frac{h_0}{x} \sqrt{\varphi_c \cdot \varphi_g} \quad (8.74)$$

$$x_{\text{lim}} = \frac{1}{0,25} C_1 \cdot w_0 h_0 \sqrt{\varphi_c \cdot \varphi_g} \quad (8.75)$$

$$\frac{R_{gr}}{R'_0} = \frac{2}{C_1} \frac{x}{h_0 \sqrt{\varphi_c \cdot \varphi_g}} \quad (8.76)$$

În relațiile (8.74) ... (8.76) s-a ținut seama de notațiile din figura 8.21. Cu φ_c s-a notat coeficientul de debit ce ține seama de concentrația vinei de gaz în ajutorul de formare a jetului, ale cărei valori oscilează între 0,65 pentru orificii cu muchie ascuțită și 0,09 pentru orificiu cu muchie rotunjită. Cu φ_g s-a notat raportul dintre secțiunea efectivă liberă a ajutorului și aceea a ajutorului (pentru guri prevăzute cu grătare, clapete etc.).

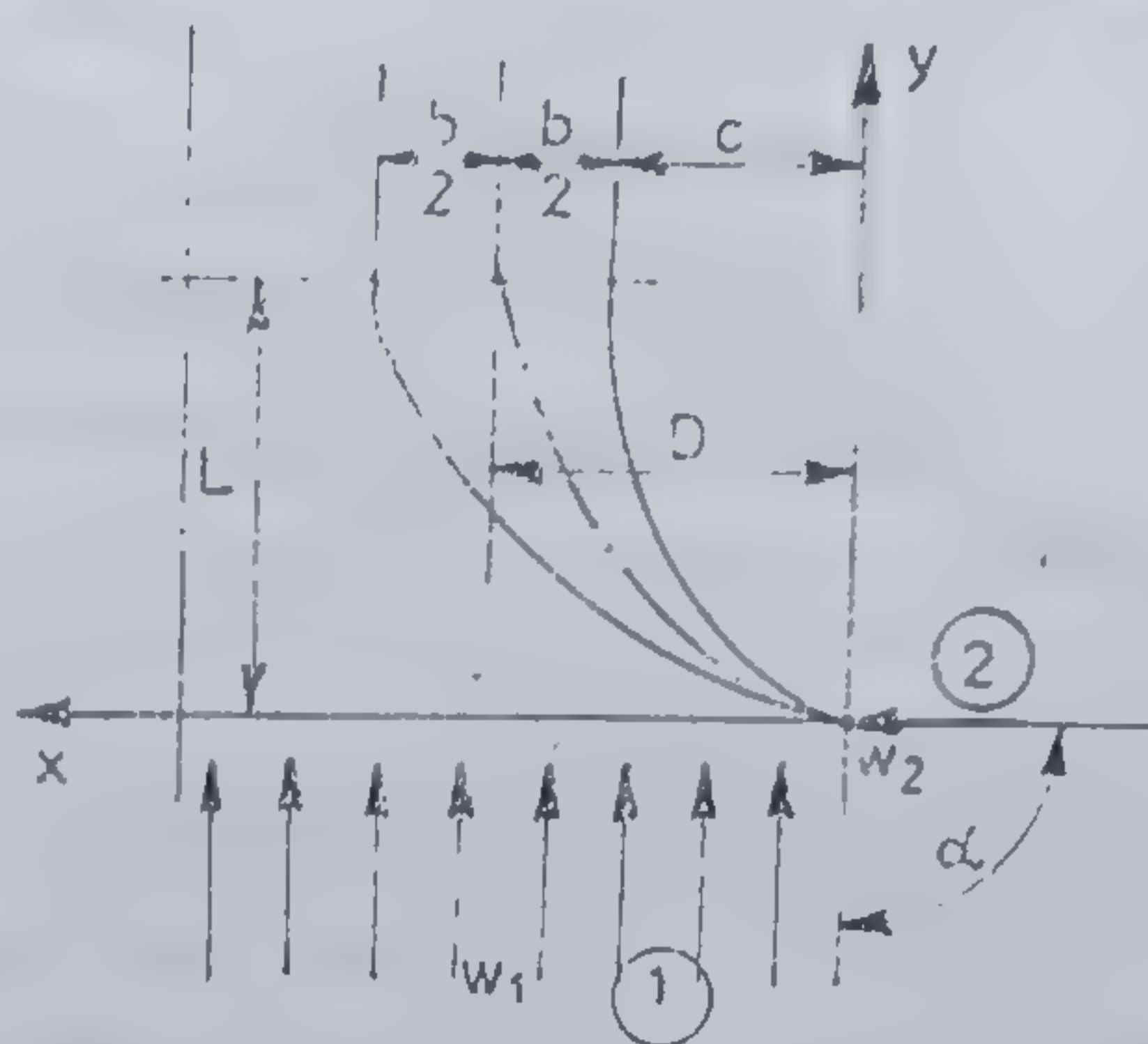
8.6. CARACTERISTICILE JETURILOR CONCURENTE

Prin jeturi concurente se înțelege întâlnirea a două jeturi, care poate fi sub formă concentrică (arzătoare, ejectoare eductoare etc.) așa cum este prezentat în figura 8.2 d, sau sub forma arătată în figura 8.2 e (baleiajul la motoarele în doi timpi, arzătoare multiple montate în placa frontală a focarelor etc.).

Caracteristicile jeturilor concentrice nu pot fi determinate decît experimental, avînd în vedere dependența acestora de schimbul energetic ce are loc între ele și mediul ambiant. Schimburile energetice ce au loc între cele două jeturi concentrice vor depinde de valoarea impulsului fiecăruia la suprafața cilindrică de separație și de impulsul inițial al lor. Ca urmare, orice încercare de generalizare a rezultatelor obținute pe un anumit model sau un anumit caz practic este imposibilă.

Cel de : l doilea caz, anume cazul a două jeturi ce se întâlnesc, poate fi generalizat sub denumirea de jet deflectat și jet deflectant. Modelul fizic este prezentat în figura 8.22. Jetul deflectat este însemnat cu 2, iar cel deflectant cu 1. Jetul deflectat 2 este caracterizat printr-un impuls inițial mai mic decât al celui deflectant 1, adică $w_1 > w_2$, $V_1 > V_2$, etc. În figura 8.22 jetul deflectat 2 este introdus în jetul deflectant 1 sub unghiul α cu viteza w_2 . Sub acțiunea acestuia el este curbat de la direcția lui de curgere, tinzând asimptotic la direcția jetului 1. Distanța de la planul

Fig. 8.22. Jeturi concurente



în care se găsește ajutorul 2, pînă la planul de asimilație este bătaia axială a jetului deflectat și se notează cu D . Lățimea pe care o capătă jetul 2 după ce a fost deflectat se notează cu b . Deci granițele jetului deflectat se vor găsi la distanțele $D + b/2$ și $D - b/2$ de planul de formare al lui. În cazul cînd impulsul jetului deflectant este foarte mare în comparație cu al celui deflectat, granița $D - \frac{b}{2} = 0$, adică ea este în planul ce trece prin gura ajutorului.

Mărimile caracteristice ale jeturilor concurente sînt :

- bătaia jetului deflectat, notată cu D ;
- lungimea de deflectare, notată cu L ;
- lățimea jetului deflectat, notată cu b .

Mărimile caracteristice de mai sus depind, așa cum s-a constatat experimental, de următorii parametri :

1) raportul dintre vitezele jetului deflectat și vitezele celui de deflectant w_2/w_1 ;

2) unghiul de pătrundere a jetului deflectat, notat cu α , echivalent cu unghiul de concurență a celor două jeturi ;

3) raportul densităților gazelor ρ_2/ρ_1 pentru jeturile neizoterme.

Cercetările experimentale pentru jeturi axial simetrice (rotunde sau plane cu laturile $h_0/b_0 < 12$) au condus la concluzia că bătaia jetului deflectat se poate determina cu relația (8.77) :

$$\frac{D}{d_{02}} = k \frac{w_2}{w_1} \quad (8.77)$$

în care d_{02} este diametrul ajutorajului jetului deflecat pentru secțiunile cilindrice sau diametrul echivalent pentru cele plane; k -un coeficient ce depinde de unghiul de concurență α și de forma ajutorajului deflecat, dat în tabelul 8.8.

Tabelul 8.8.

Valorile coeficientului k

| Unghiul de concurență | Forma ajutorajului jetului deflecat | k |
|--------------------------------------|---|------|
| $\alpha = 90^\circ$ | rotunde, patrute, sau patrulate, cu raportul $b_0/h_0 < 1/12$ | 1,5 |
| $\alpha = 90^\circ$ | patrulate cu raportul dintre laturi $b_0/h_0 > 1/12$ | 1,8 |
| $\alpha = 120^\circ \dots 150^\circ$ | orice formă a ajutorajului | 1,85 |

În figura 8.23 se prezintă influența raportului vitezelor w_2/w_1 asupra bătăii relative D/d_{02} . Cu linie plină sînt trasate curbele obținute pentru ajutoraje ale gurii de formare a jetului rotunde sau dreptunghiulare cu raportul $b_0/h_0 < 1/12$. Cu linie punctată sînt trasate curbele obținute pentru ajutoraje dreptunghiulare cu $1/12 < b_0/h_0 < 1/50$, așezate cu latura mare în direcția de curgere a jetului deflecat. După cum se vede, variația bătăii jetului deflecat este lineară în raport cu viteza adimensională a lui.

În figura 8.24 se prezintă bătaia jetului deflecat în funcție de unghiul de pătrundere (concurență α) pentru diferite viteze adimensionale

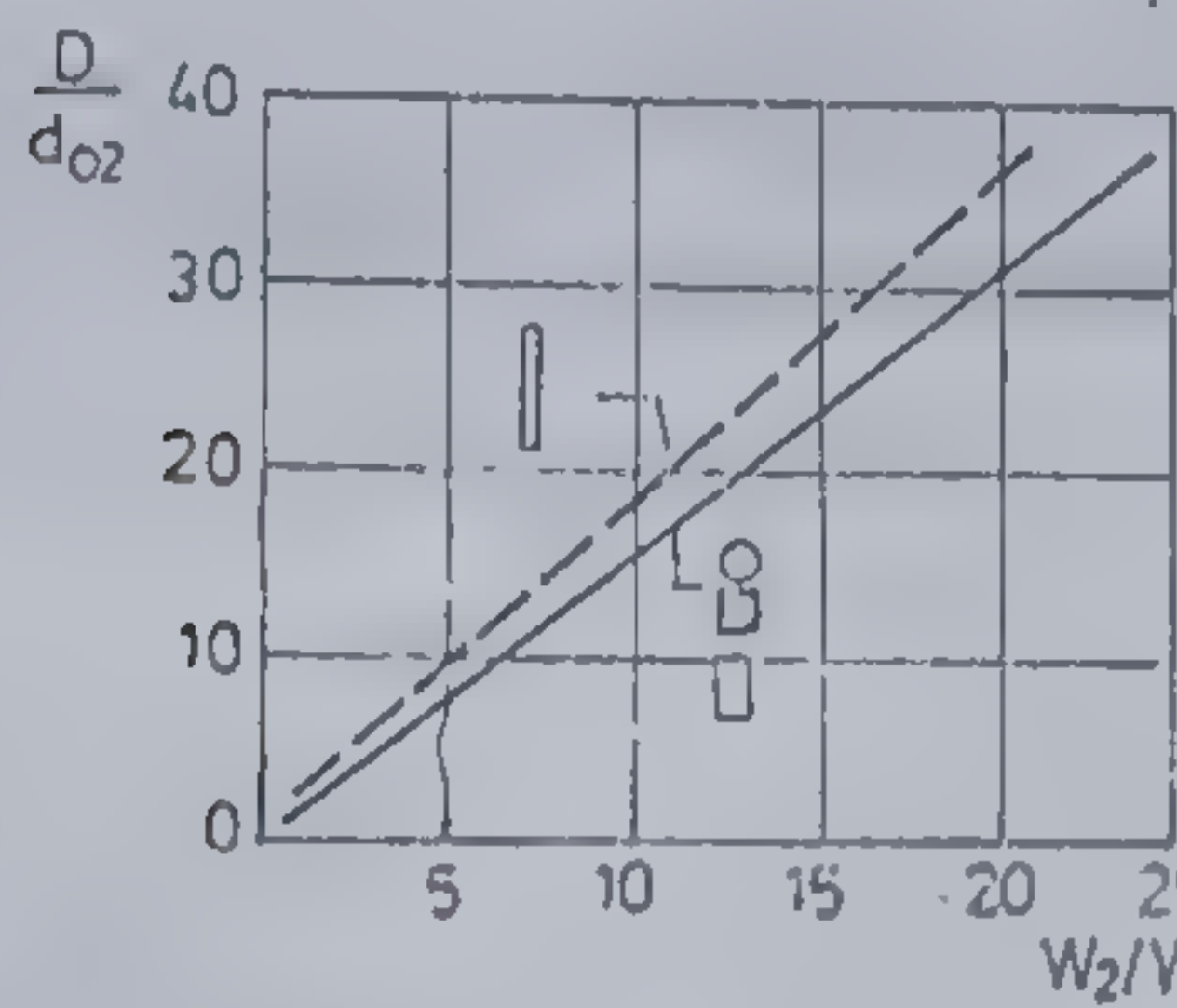


Fig. 8.23. Raportul vitezelor w_2/w_1 la jeturi deflectate.

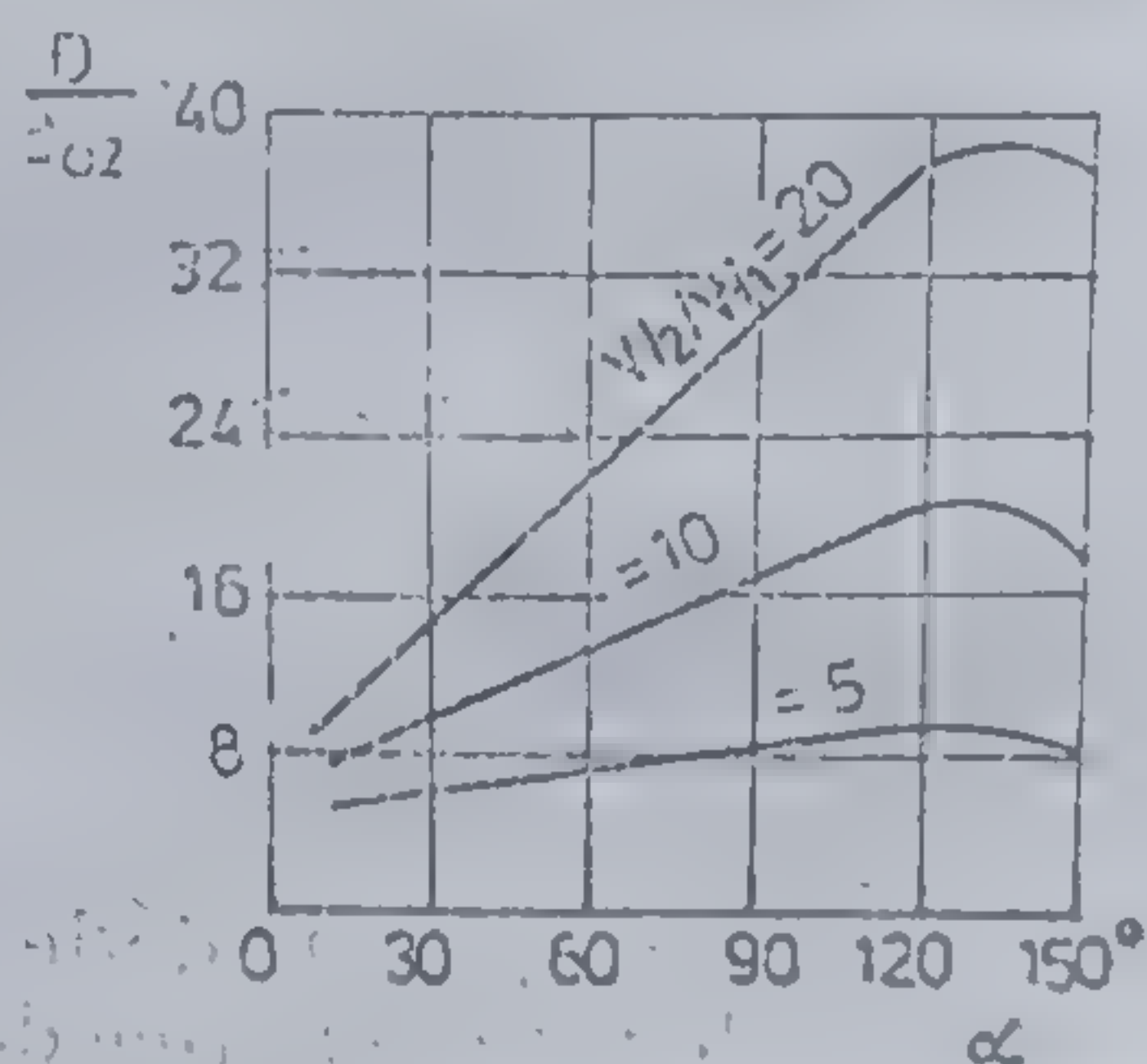


Fig. 8.24. Bătaia unui jet deflecat.

w_2/w_1 . Desigur că bătaia adimensională crește odată cu creșterea unghiului α pentru valori $30^\circ < \alpha < 120^\circ$. Pentru unghiuri $\alpha > 120^\circ$, bătaia va începe să scadă. Valoarea maximă a bătăii adimensionale a jetului deflecat, stabilită experimental, are loc pentru valori ale lui $\alpha = 120^\circ$.

În ceea ce privește lungimea de deflectare L , ea depinde de unghiul α de concurență și de viteza relativă inițială w_2/w_1 . În figurile 8.25 și 8.26 sînt prezentate lungimile relative de deflectare L/d_{02} , pentru un unghi $\alpha = 90^\circ$ și $\alpha = 120^\circ$.

Calculul jeturilor concurente necesită obligatoriu determinări experimentale, avînd în vedere numărul mare de factori ce influențează mărimile caracteristice ale jeturilor.

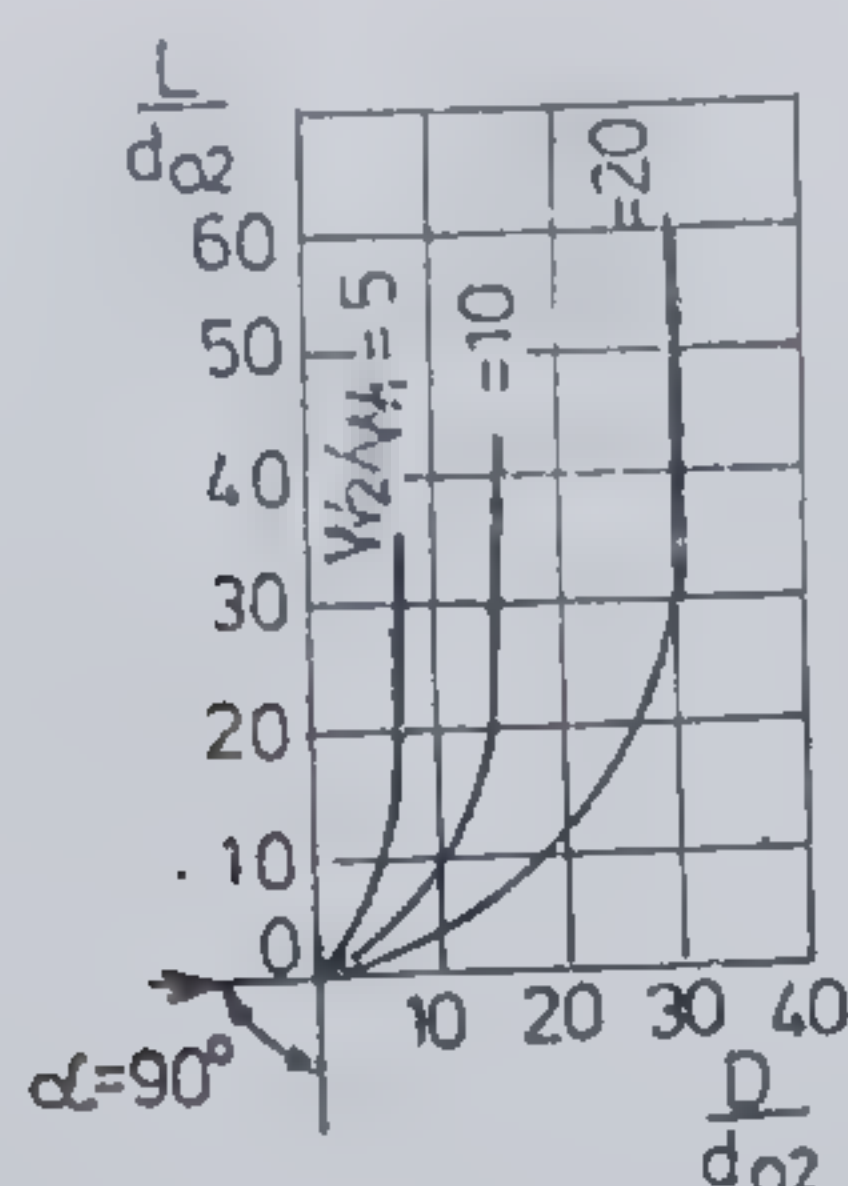


Fig. 8.25. Lungimea de deflecție a unui jet, pentru $\alpha = 90^\circ$.

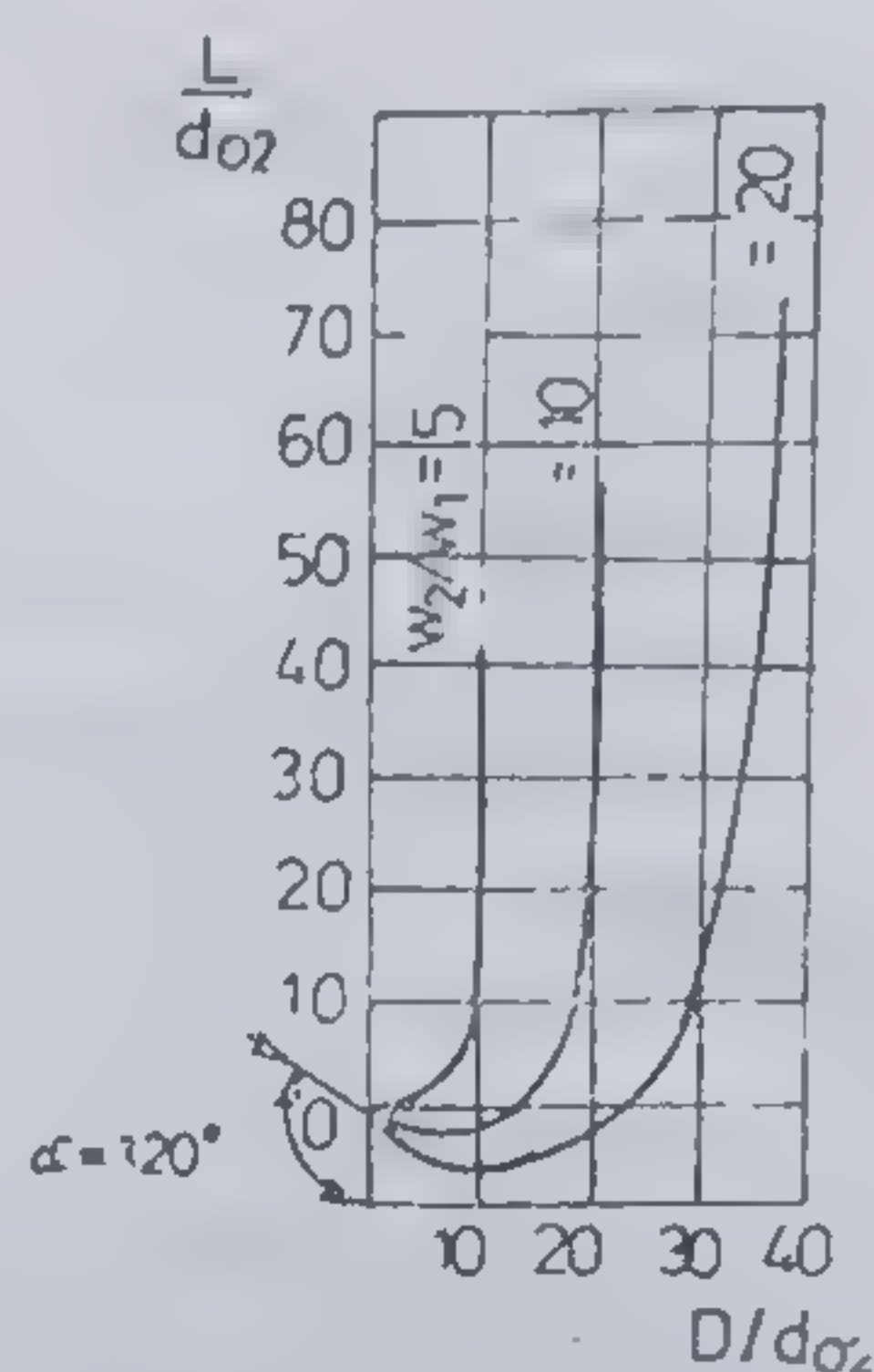


Fig. 8.26. Lungimea de deflecție a unui jet, pentru $\alpha = 120^\circ$.

8.7. JETURI NEIZOTERME CU TEMPERATURĂ PUTIN DIFERITĂ DE A MEDIULUI AMBIANT

Jeturi neizoterme se întîlnesc foarte des în tehnică, de exemplu la arzătoarele de gaze, în turbomașini, în instalații de condiționare a aerului, la ajutajele instalațiilor de aeraj minier etc.

În cazul curgerii jetului de gaz într-un mediu de altă temperatură, datorită diferenței dintre densitatea gazului din jet și aceea a mediului înconjurător, va avea loc o deviere a axei jetului. În cazul diferențelor mari de temperatură între jet și mediul ambiant, devierea jetului este atît de mare încît denaturează complet spectrul curgerii lui și nu mai ascultă de ipoteza curgerii unidirecționale.

Ca urmare a diferenței de temperatură sus amintite, criteriul de similitudine, care exprimă raportul dintre forța ascensională $[g(\rho - \rho_0)]$ și forța de inerție $\rho_0 \frac{w_0^2}{d_0}$ va juca un rol important în geometria curgerii.

Acest criteriu, analog criteriului Froude, este criteriul lui Arhimede (Ar) dat de relația

$$Ar = g \frac{\Delta t_0}{T_{m1}} \frac{d_0}{w_0^2} \quad (8.78)$$

în care: Δt_0 este diferența inițială (maximă) de temperatură între gazul din jet și mediul ambiant; T_{m1} = temperatura mediului înconjurător.

Forțele gravitaționale și de inerție caracterizate prin criteriul Arhimede, vor produce o deviere a axei jetului, ascendentă sau descendentă, după cum temperatura lui va fi mai ridicată sau mai scăzută decât a mediului ambiant, iar devierea va depinde cantitativ de diferența Δt . În figura 8.27 se reprezintă calitativ devierea axei geometrice a jetului mai cald decât mediul ambiant (figura 8.27a) sau mai rece decât el (fig. 8.27b).

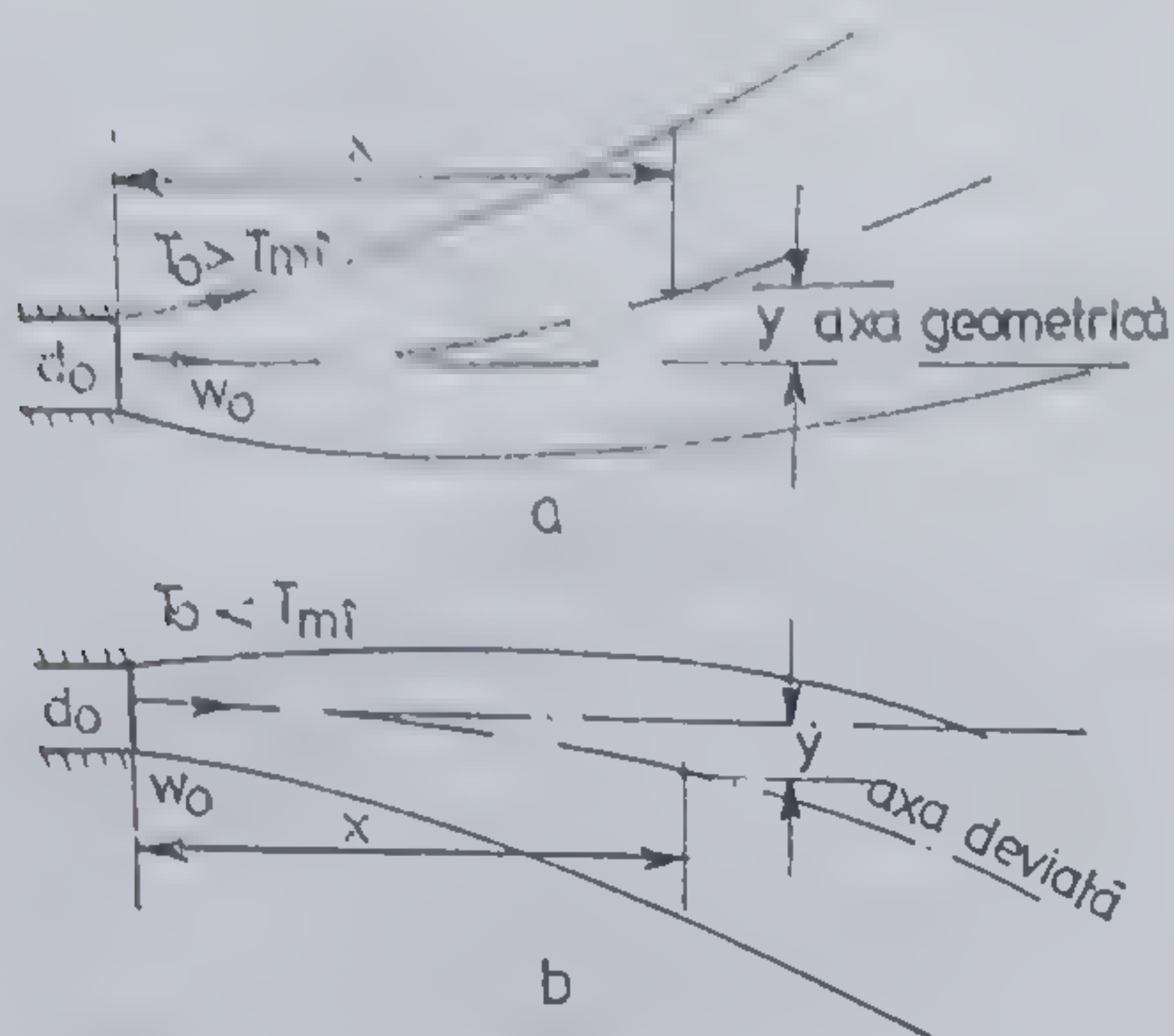


Fig. 8.27. Devierea unui jet:
a — cald; b — rece

În cazul jetului neizoterm, pe lângă variația vitezei, va trebui să se țină seama și de variația temperaturii în lungul axei jetului care determină devierea lui. În figura 8.28 se reprezintă rezultatele experimentale obținute la studiul unui jet cald ($T_0 > T_{mf}$) privind devierea axei lui în funcție de

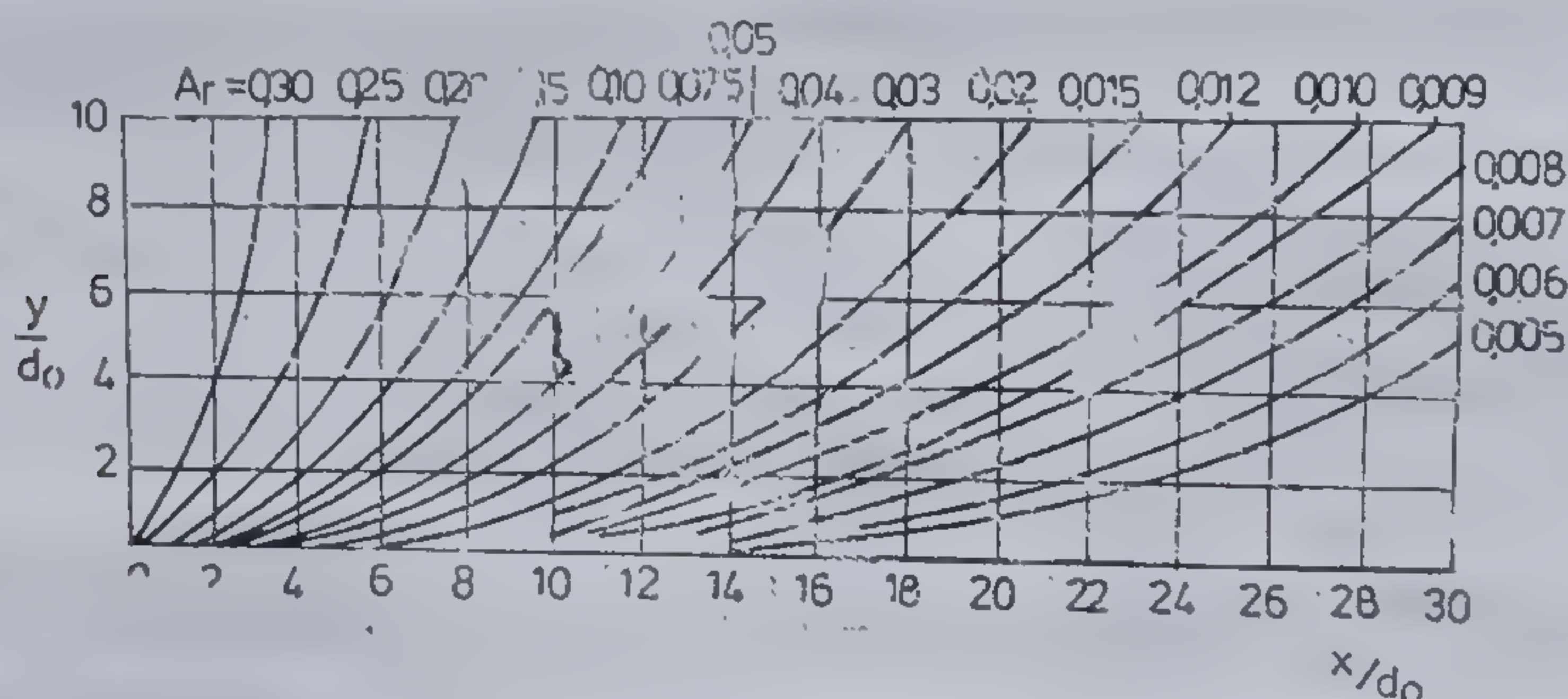


Fig. 8.28. Devierea unui jet cald.

valoarea criteriului Ar . Ordonata y a deviației jetului este funcție de distanța x și valoarea criteriului Arhimede

$$\frac{y}{d} = f\left(\frac{x}{d}, Ar\right) \quad (8.79)$$

Prin axa și granița unui jet izoterm se înțelege locul geometric al punctelor cu viteză maximă și nulă pe o secțiune paralelă cu gura ajutorului

de formare. Un jet neizoterm va avea două axe și două granițe, una referindu-se la viteză și cealaltă la temperatură. De obicei axa temperaturii este ceva mai mult deviată decât cea a vitezei. În calculele tehnice, se acceptă prin convenție ca definiția de axă a unui jet izoterm să se refere la media celor două.

Evazarea dinamică a unui jet este ceva mai mare decât evazarea termică, deci granița temperaturii este înăuntrul celei dinamice. De asemenea, bătaia jetului din punct de vedere termic este mai mică decât bătaia dinamică. Reprezentând pe aceeași diagramă, numai calitativ cele expuse mai sus, se obține figura 8.29, pentru un jet cald. În figura 8.30 se reprezintă calitativ variația vitezei și temperaturii axiale a unui jet neizoterm pentru o anumită valoare Ar .

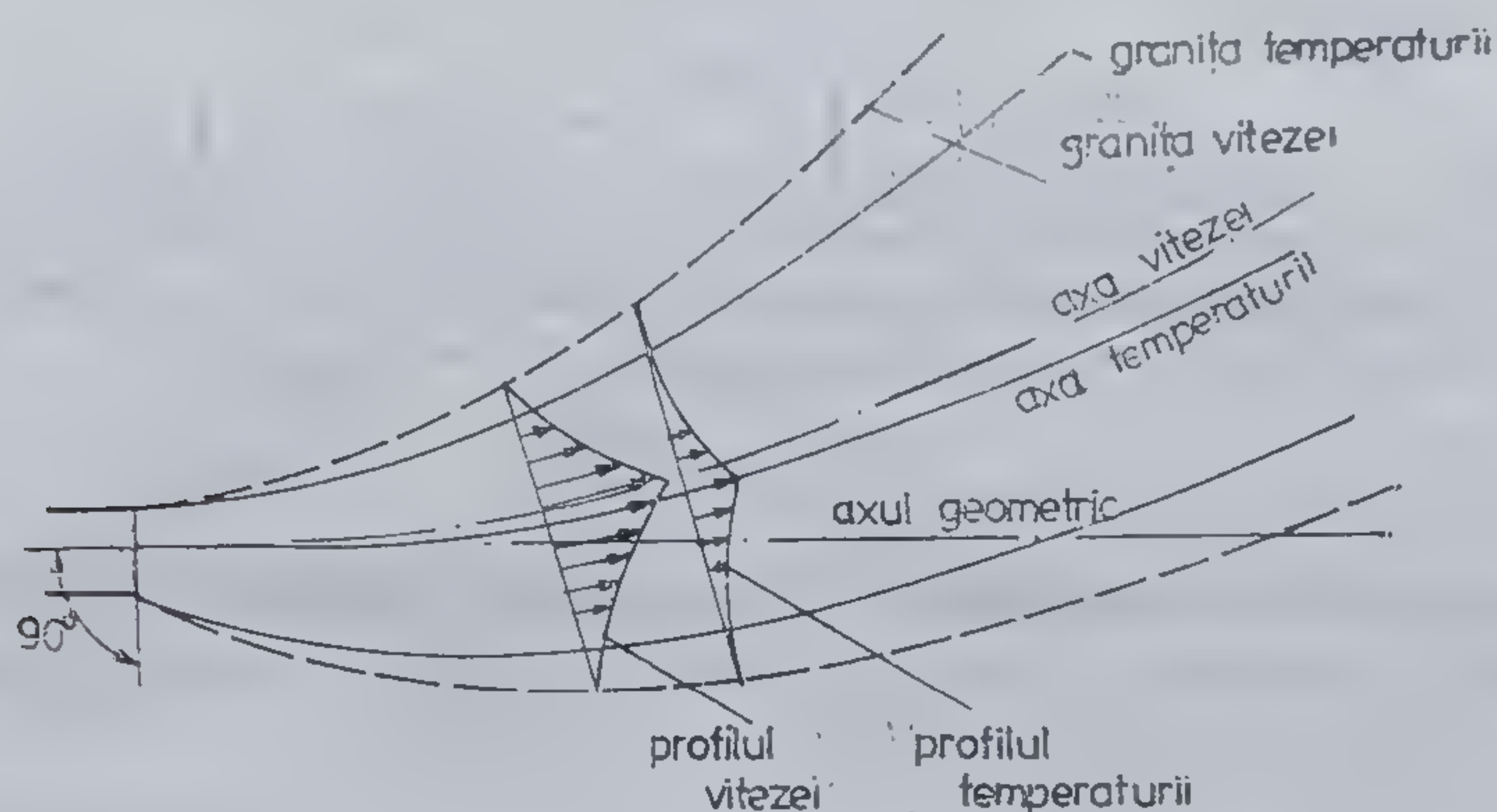


Fig. 8.29. Devierea unui jet cald.

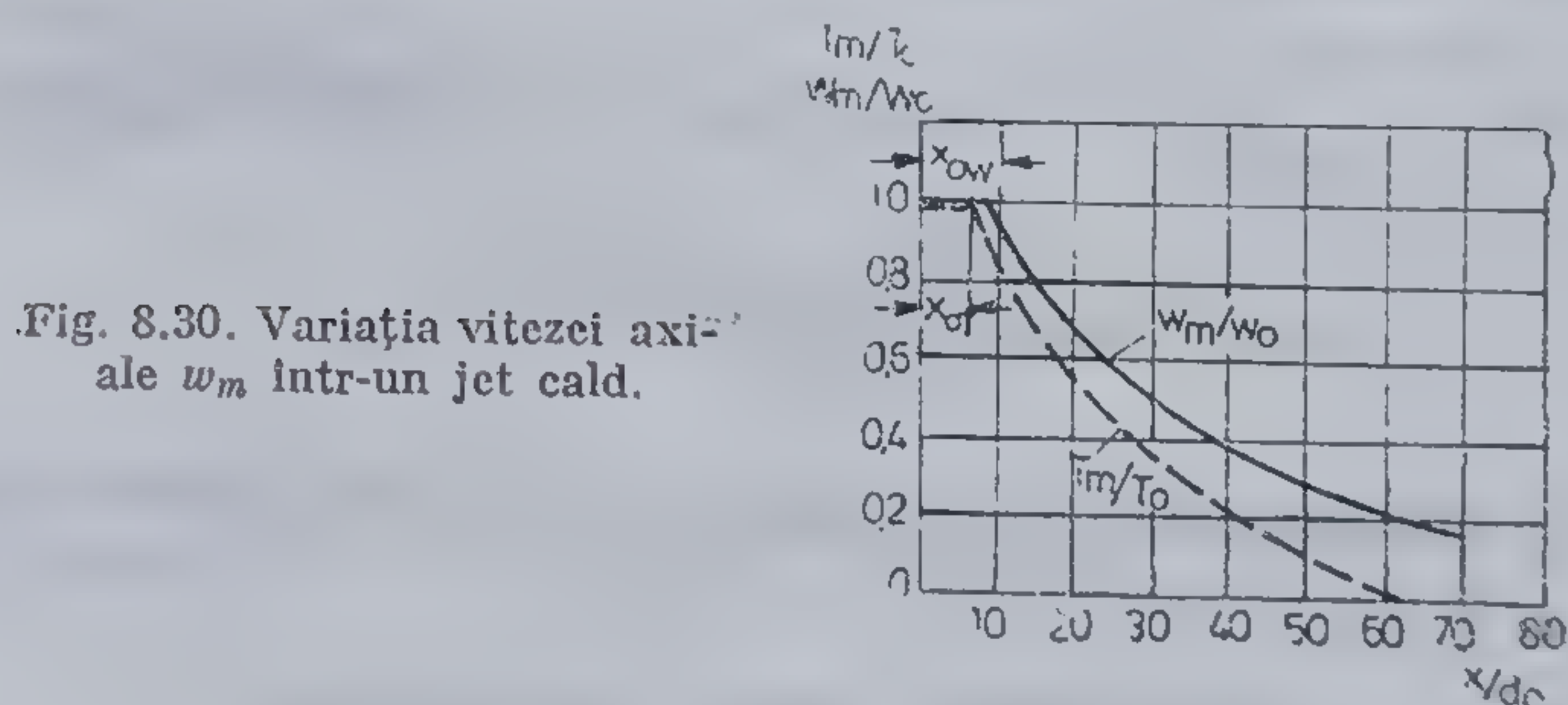


Fig. 8.30. Variația vitezei axiale w_m într-un jet cald.

8.8. CALCULUL ANALITIC AL MĂRIMILOR CARACTERISTICE ALE JETULUI AXIAL SIMETRIC NEIZOTERM CU TEMPERATURA PUTÎN DIFERITĂ DE A MEDIULUI AMBIANT

Similitudinea câmpurilor de viteză determină la un jet neizoterm și similitudinea câmpurilor de temperatură, a câmpurilor de concentrații, și în general distribuția tuturor parametrilor caracteristici ai gazului. Bineînțeles că această variație se datorește amestecului gazului din jet

cu cel din mediul înconjurător lui. Ca urmare nu se vor considera valorile absolute ale acestor parametri în jet, ci diferența lor față de valorile respective ale mediului ambiant.

Ca ipoteză de calcul se consideră inexistent schimbul de căldură între jet și mediul ambiant prin radiație sau termodifuzie. Se notează cu $\Delta T_y = T_y - T_{mt}$; $\Delta T_x = T_x - T_{mt}$ și $\Delta T_0 = T_0 - T_{mt}$. Temperatura mediului ambiant T_{mt} este considerată constantă temporal și spațial. Mărimile caracteristice ale jetului din punct de vedere dinamic, ca nucleu, zonă inițială, zonă de bază, evazare, etc., se regăsesc și în jetul neizoterm din punct de vedere al temperaturii. Există o asemănare calitativă și aproximativ cantitativă între legile de distribuție a temperaturii și vitezei; se poate spune, ca și pentru viteză că funcția de variație a temperaturii are forma

$$\frac{\Delta T_y}{\Delta T_0} = f\left(\frac{y}{x}\right); \quad \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} = f\left(\Delta T_x, \frac{y}{D_0}\right) \quad (8.80)$$

Cercetările experimentale efectuate pe un număr mare de cazuri au arătat că singura similitudine general valabilă, dar nu în aceeași măsură exactă pentru toate cazurile, este dată de relația (8.81):

$$\frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} = \sqrt{\frac{w_y}{w_x}} \quad (8.81)$$

Ca urmare, în baza expresiei (8.7) se obține pentru (8.81) forma

$$\frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} = \sqrt{\frac{w_y}{w_x}} = 1 - \left(\frac{y}{R_{gr}}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (8.82)$$

Determinarea variației temperaturii axiale ΔT_x a jetului se face prin aceeași metodă ca și a vitezei w_x , cu deosebirea că în locul constantei cantității de mișcare se consideră constantă entalpia totală în lungul jetului, exprimată prin relația

$$\int_0^{\dot{m}} \Delta T \cdot dm = \int_A \rho \cdot \Delta T w \cdot dA = \text{const.} \quad (8.83)$$

Pentru un jet axial-simetric (cilindric) relația (8.83) capătă forma

$$2 \cdot \pi \int_0^{R_{gr}} \rho \Delta T w_y y \cdot dy = \pi \rho_0 \Delta T_0 w_0 R_0^2 \quad (8.84)$$

Ținînd seama de ipoteza densității constante a gazului în lungul axei (jeturi slab încălzite) relația (8.84) capătă forma

$$2 \int_0^{\frac{R_{gr}}{R_0}} \frac{\Delta T_y}{\Delta T_0} \frac{w_y}{w_0} \frac{y}{R_0} d\left(\frac{y}{R_0}\right) = 1 \quad (8.85)$$

Introducând variabila utilizată la calculul variației vitezei, $\eta = y/R_{gr}$, se obține :

$$\frac{y}{R_0} = \eta \frac{R_{gr}}{R_0}$$

Deci;
$$\frac{w_y}{w_0} = \frac{w_y}{w_x} \frac{w_x}{w_0} \quad \text{și} \quad \frac{\Delta T_y}{\Delta T_0} = \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} \frac{\Delta T_x}{\Delta T_0};$$

ca urmare, (8.84) devine

$$2 \frac{w_y}{w_0} \frac{\Delta T_x}{\Delta T_0} \left[\frac{R_{gr}}{R_0} \right]^2 \int_0^1 \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} \frac{w_y}{w_x} \eta \cdot d\eta = 1 \quad (8.86)$$

Integrala din (8.86), ținând seama de expresia (8.81), se obține din tabelul (8.3) deci :

$$\int_0^1 \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} \frac{w_y}{w_x} \eta \cdot d\eta = \int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x} \right)^{1,5} \eta \cdot d\eta = 0,064 \quad (8.87)$$

Ținând seama de relațiile (8.53) și (8.54) se obține variația temperaturii în lungul axei în secțiunea aflată la distanța x de la ajutorul de formare a unui jet cilindric, cu relațiile

$$\Delta T_x = \frac{\text{const}}{x}; \quad \frac{\Delta t_x}{\Delta t_0} = 0,7 \frac{R_0}{a \cdot x} \quad (8.88)$$

Și ținând seama de relația (8.60) se obține :

$$\frac{\Delta T_x}{\Delta T_0} = \frac{0,7}{\frac{a \cdot x}{R_0} + 0,29} \quad (8.89)$$

În cazul unui jet plan cu laturile orificiului inițial $h_0/b_0 > 12$, ecuația constantei entalpiei are forma (8.90) cu notațiile din figura 8.17 :

$$\Delta T_x w_x \omega \int_0^{\frac{h_{gr}}{x}} \frac{\Delta T_h}{\Delta T_x} \frac{w_h}{w_x} d\left(\frac{h}{x}\right) = \text{const.} \quad (8.90)$$

Deoarece integrala are o valoare constantă și ținând seama de relația (8.72), se obține

$$\Delta T_x = \frac{\text{const}}{\sqrt{\omega}} \quad (8.91)$$

După cum s-a văzut din relația (8.50) între viteza medie masică $w_{med\,mas}$ și volumul de gaz aspirat de jet există o legătură directă de forma :

$$\frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} \frac{w_{med\,mas}}{w_{0\,mas}} = 1 \quad (8.92)$$

Pe de altă parte, menținerea constantă a entalpiei permite obținerea egalității produsului dintre debitul masic și temperatura axială ($w_{0\,mas} = w_0$ și $\Delta T_{0\,med} = \Delta T_0$) :

$$\rho V \Delta T_{med\,mas} = \rho \dot{V}_0 \Delta T_{0\,mas} = \rho \dot{V}_0 \Delta T_0$$

Deci :

$$\frac{\dot{V}}{\dot{V}_0} \frac{\Delta T_{med\,mas}}{\Delta T_0} = 1 \quad (8.93)$$

Din (8.92) și (8.93) se obține

$$\frac{\Delta T_{med\,mas}}{\Delta T_0} = \frac{w_{med\,mas}}{w_{0\,mas}} \quad (8.94)$$

Cu alte cuvinte, temperatura medie în lungul jetului variază identic cu viteza medie masică a lui.

În cazul când gazul din jet este diferit ca substanță de gazul ce formează mediul înconjurător lui și se introduc noțiunile de concentrații $\Delta C_0 = C_0 - C_{mi}$; $\Delta C_y = C_y - C_{mi}$; $\Delta C_x = C_x - C_{mi}$ similare cu cele ale temperaturii, s-a constatat experimental că există o identitate totală între temperatură și concentrații :

$$\frac{\Delta C_y}{\Delta C_x} = \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} = \frac{\Delta w_y}{\Delta w_x} = 1 - \left(\frac{y}{R_{gr}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (8.95)$$

$$\frac{\Delta C_x}{\Delta C_0} = \frac{0,7}{\frac{ax}{R_0} + 0,29} \quad (8.96)$$

8.9. CALCULUL ANALITIC AL MĂRIMILOR CARACTERISTICE ALE JETULUI NEIZOTERM CU TEMPERATURA MULT DIFERITĂ DE A MEDIULUI AMBIANT

În cazul unui jet de gaz cu o temperatură foarte ridicată sau foarte scăzută față de aceea a mediului ambiant (jeturi de gaze calde provenite de la arzătoare sau jeturi foarte reci în tuneluri de congelare), ipoteza egalității densității lui cu a mediului nu mai poate fi acceptată, deoarece $\rho_0 \gg \rho_{mi}$ sau $\rho_0 \ll \rho_{mi}$.

Pentru determinarea relațiilor generale de calcul al vitezei și temperaturii în lungul axei, se consideră, pentru simplificare, un jet

cilindric (axial-simetric) pentru care se scrie cantitatea de mișcare (8.97) și entalpia (8.98), constante în orice secțiune transversală a lui :

$$2\pi \int_0^{R_{gr}} \rho w^2 y dy = \pi \rho_0 w_0 R_0^2 \quad (8.97)$$

$$2\pi \int_0^{R_{gr}} \rho w \Delta T_y y dy = \pi \rho_0 w_0 \Delta T_0 R_0 \quad (8.98)$$

care, sub formă adimensională, devin

$$2 \int_0^{\frac{R_{gr}}{R_0}} \frac{\rho_y}{\rho_0} \left(\frac{w_y}{w_0} \right)^2 \frac{y}{R_0} d \left(\frac{y}{R_0} \right) = 1 \quad (8.99)$$

$$2 \int_0^{\frac{R_{gr}}{R_0}} \frac{\rho_y}{\rho_0} \frac{\Delta T_y}{\Delta T_0} \frac{y}{R_0} d \left(\frac{y}{R_0} \right) = 1 \quad (8.100)$$

Deoarece ipoteza menținerii presiunii totale constante în orice secțiune a jetului este satisfăcută, se poate scrie egalitatea dintre raportul densităților și raportul invers al temperaturilor $\rho_y/\rho_0 = T_0/T_y$; ca urmare relațiile (8.99) și (8.100) devin:

$$2 \int_0^{\frac{R_{gr}}{R_0}} \frac{T_0}{T_y} \left(\frac{w_y}{w_0} \right)^2 \frac{y}{R_0} d \left(\frac{y}{R_0} \right) = 1 \quad (8.101)$$

$$2 \int_0^{\frac{R_{gr}}{R_0}} \frac{T_0}{T_y} \frac{w_y}{w_0} \frac{\Delta T_y}{\Delta T_0} \frac{y}{R_0} d \left(\frac{y}{R_0} \right) = 1 \quad (8.102)$$

Deoarece

$$\frac{y}{R_0} = \frac{y}{R_{gr}} \frac{R_{gr}}{R_0}; \quad \frac{w_y}{w_0} = \frac{w_y}{w_x} \frac{w_x}{w_0}; \quad \frac{\Delta T_y}{\Delta T_0} = \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} \frac{\Delta T_x}{\Delta T_0}$$

Și de asemenea :

$$\frac{T_0}{T_y} = \frac{T_0}{T_{mt} + \Delta T_y} = \frac{T_0}{T_{mt}} \frac{1}{1 + \frac{\Delta T_y}{T_{mt}}}$$

în care :

$$\frac{\Delta T_y}{T_{mf}} = \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} \frac{\Delta T_x}{\Delta T_0} \frac{\Delta T_0}{T_{mf}}; \quad \frac{\Delta T_0}{T_{mf}} = \frac{T_0 - T_{mf}}{T_{mf}} = \frac{T_0}{T_{mf}} - 1; \quad \frac{T_0}{T_{mf}} = \theta,$$

se obține :

$$\frac{T_0}{T_y} = \theta \frac{1}{1 + (\theta - 1) \frac{\Delta T_x \Delta T_y}{\Delta T_0 \Delta T_x}} \quad (8.103)$$

Înlocuind expresiile de mai sus în relațiile (8.101) și (8.102), ele vor căpăta formele (8.104) și (8.105) :

$$2\theta \left(\frac{w_x}{w_0}\right)^2 \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 \int_0^1 \frac{\left(\frac{w_y}{w_x}\right)^2 \eta \cdot d\eta}{1 + (\theta - 1) \frac{\Delta T_x \Delta T_y}{\Delta T_0 \Delta T_x}} = 1 \quad (8.104)$$

$$2\theta \frac{w_x}{w_0} \frac{\Delta T_x}{\Delta T_0} \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 \int_0^1 \frac{\frac{w_y}{w_x} \cdot \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} \eta \cdot d\eta}{1 + (\theta - 1) \frac{\Delta T_x \Delta T_y}{\Delta T_0 \Delta T_x}} = 1 \quad (8.105)$$

Ecuatiile (8.104) și (8.105) capătă forme simple în funcție de diferența de temperatură ΔT_0 pentru :

a) Jet de gaz cu o încălzire slabă ($T_0 \approx T_{mf}$). În acest caz $\theta \rightarrow 1$ și ca urmare numitorul fracției de sub integrală tinde către 1. Ecuatiile (8.104) și (8.105) capătă formele (8.106) și respectiv (8.107) :

$$2\theta \left(\frac{w_x}{w_0}\right)^2 \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 \int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^2 \eta \cdot d\eta = 1 \quad (8.106)$$

$$2\theta \frac{w_x}{w_0} \frac{\Delta T_x}{\Delta T_0} \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 \int_0^1 \frac{w_y}{w_x} \frac{\Delta T_y}{\Delta T_x} \eta \cdot d\eta = 1 \quad (8.107)$$

b) Jet de gaz cu temperatură foarte ridicată ($T_0 \gg T_{mf}$). În acest caz $\theta \rightarrow \infty$ și ca urmare relațiile (8.104) și (8.105) capătă formele (8.108) și (8.109) :

$$2 \left(\frac{w_x}{w_0}\right)^2 \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 \frac{\Delta T_0}{\Delta T_x} \int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^2 \frac{\Delta T_x}{\Delta T_y} \eta \cdot d\eta = 1 \quad (8.108)$$

$$2 \frac{w_x}{w_0} \left(\frac{R_{gr}}{R_0}\right)^2 \int_0^1 \frac{w_y}{w_x} \eta \cdot d\eta = 1 \quad (8.109)$$

Pentru rezolvarea ecuațiilor (8.106) ... (8.109) se admite constanța distribuției temperaturii și vitezei și se face apel la tabelul 8.3., obținându-se valoarea numerică a integralelor :

$$\int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x} \right)^2 \eta \cdot d\eta = 0,0464; \quad \int_0^1 \frac{w_y}{w_x} \eta \cdot d\eta = 0,0985.$$

Se obțin astfel valorile expresiilor (8.106) și (8.109) care devine (8.110) și respectiv (8.111) :

$$0 \left(\frac{w_x}{w_0} \right)^2 \left(\frac{R_{gr}}{R_0} \right)^2 = 10,8 \quad (8.110)$$

$$\frac{w_x}{w_0} \left(\frac{R_{gr}}{R_0} \right)^2 = 5,1 \quad (8.111)$$

Egalitatea dată de relația (8.82) permite ca expresiile (8.107) și (8.108) să capete valorile (8.112) și respectiv (8.113), ținând seama de valoarea numerică a integralei respective dată în tabelul 8.3 :

$$\int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x} \right)^2 \frac{\Delta T_x}{\Delta T_0} \eta \cdot d\eta = \int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x} \right)^{1,5} \eta \cdot d\eta = 0,064$$

$$0 \frac{w_x \Delta T_x}{w_0 \Delta T_0} \left(\frac{R_{gr}}{R_0} \right)^2 = 7,84 \quad (8.112)$$

$$\left(\frac{w_x}{w_0} \right)^2 \left(\frac{R_{gr}}{R_0} \right)^2 \frac{\Delta T_0}{\Delta T_x} = 7,84 \quad (8.113)$$

Din egalarea relațiilor (8.110) și (8.112), rezultă că pentru un jet slab încălzit ($0 \rightarrow 1$) există o proporționalitate între temperatură și viteza axială adimensională, dată de expresia

$$\frac{\Delta T_x}{\Delta T_0} \Big|_{0 \rightarrow 1} = 0,72 \frac{w_x}{w_0}; \quad (8.114)$$

Iar pentru un jet puternic încălzit ($0 \rightarrow \infty$), din egalarea expresiei (8.111) cu (8.113), proporționalitatea este dată de expresia

$$\frac{\Delta T_x}{\Delta T_0} \Big|_{0 \rightarrow \infty} = 0,65 \frac{w_x}{w_0} \quad (8.115)$$

Deoarece pentru un interval mare de temperatură, proporționalitatea între temperatură și viteza adimensională din axa jetului variază cu numai 10% - se poate accepta ca valabilă pentru orice jet de gaz cald, indiferent de temperatura ΔT_0 , relația

$$\frac{T_x}{T_0} = 0,72 \frac{w_x}{w_0} \quad (8.116)$$

O altă caracteristică importantă pentru jetul neizoterm este evazarea termică a lui. Pentru determinarea ei se acceptă următoarele ipoteze simplificatoare :

- distribuția vitezelor și temperaturilor în toate secțiunile transversale ale jetului ascultă de aceeași lege;
- există o legătură directă între valorile adimensionale ale vitezelor și valorile temperaturilor în orice secțiune transversală a jetului;
- granița temperaturii coincide cu aceea a vitezei, este liniară și nu depinde de diferența dintre temperatura jetului și aceea a mediului ambiant.

Ca urmare a ultimei ipoteze, se admite că și pentru un jet cald se păstrează proporționalitatea între raza stratului limită și distanța x , adică este satisfăcută relația (8.117) sau sub formă adimensională (8.118) :

$$R_{gr} = 3,4ax \quad (8.117)$$

$$\frac{R_{gr}}{R_0} = 3,4 \frac{ax}{R_0} \quad (8.118)$$

Determinarea legii de variație a vitezei în lungul axei jetului cald se face dacă în relația (8.104) se introduc relațiile (8.118) și (8.116) și se ține seama de notațiile (8.119) și (8.120) :

$$\frac{1}{A} = 2 \times 3,4^2 \int_0^1 \frac{\left(\frac{w_y}{w_x}\right)^2 \eta \cdot d\eta}{1 + 0,72 \cdot \chi \sqrt{\frac{w_y}{w_x}}} \quad (8.119)$$

$$\chi = (\theta - 1) \frac{w_x}{w_y} \quad (8.120)$$

Se obține relația (8.121) care exprimă distanța adimensională $a \cdot x/R_0$ la care viteza în axă are valoarea adimensională w_x/w_0 :

$$\frac{a \cdot x}{R_0} = \frac{w_0}{w_x} \sqrt{\frac{A}{-\theta}} \quad (8.121)$$

Pentru efectuarea calculului, valoarea funcției A este dată în raport cu valoarea lui χ în tabelul 8.9 sau în figura 8.31 în care ecuația curbei A este dată de relația :

$$A \approx 0,5 \chi + 0,935 \quad (8.121)$$

Tabelul 8.9.

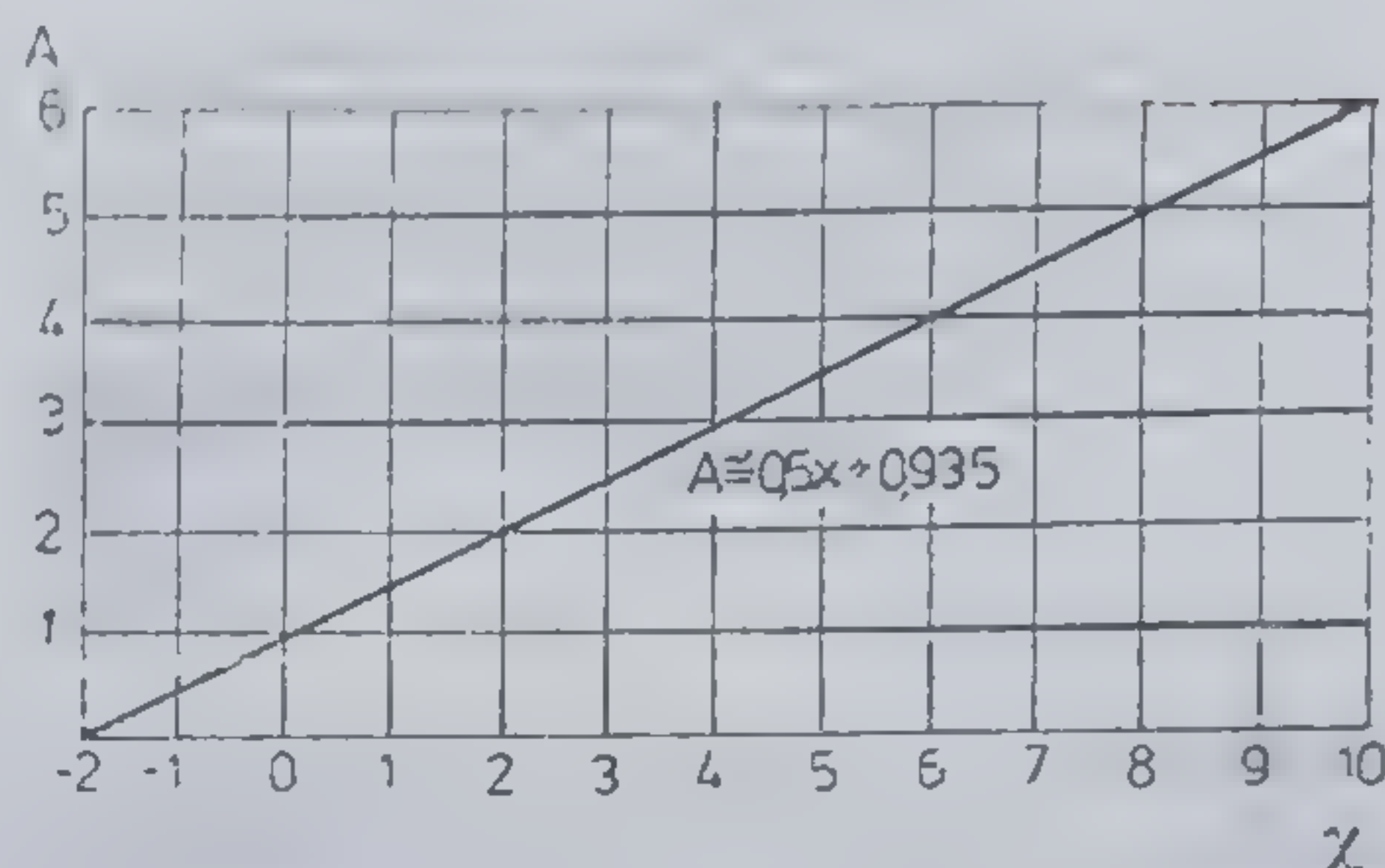
Valorile funcției A

| χ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A | 0,94 | 1,45 | 1,95 | 2,45 | 2,94 | 3,35 | 3,94 | 4,42 | 4,95 | 5,44 | 5,95 |

Relația (8.121) explicitată are forma

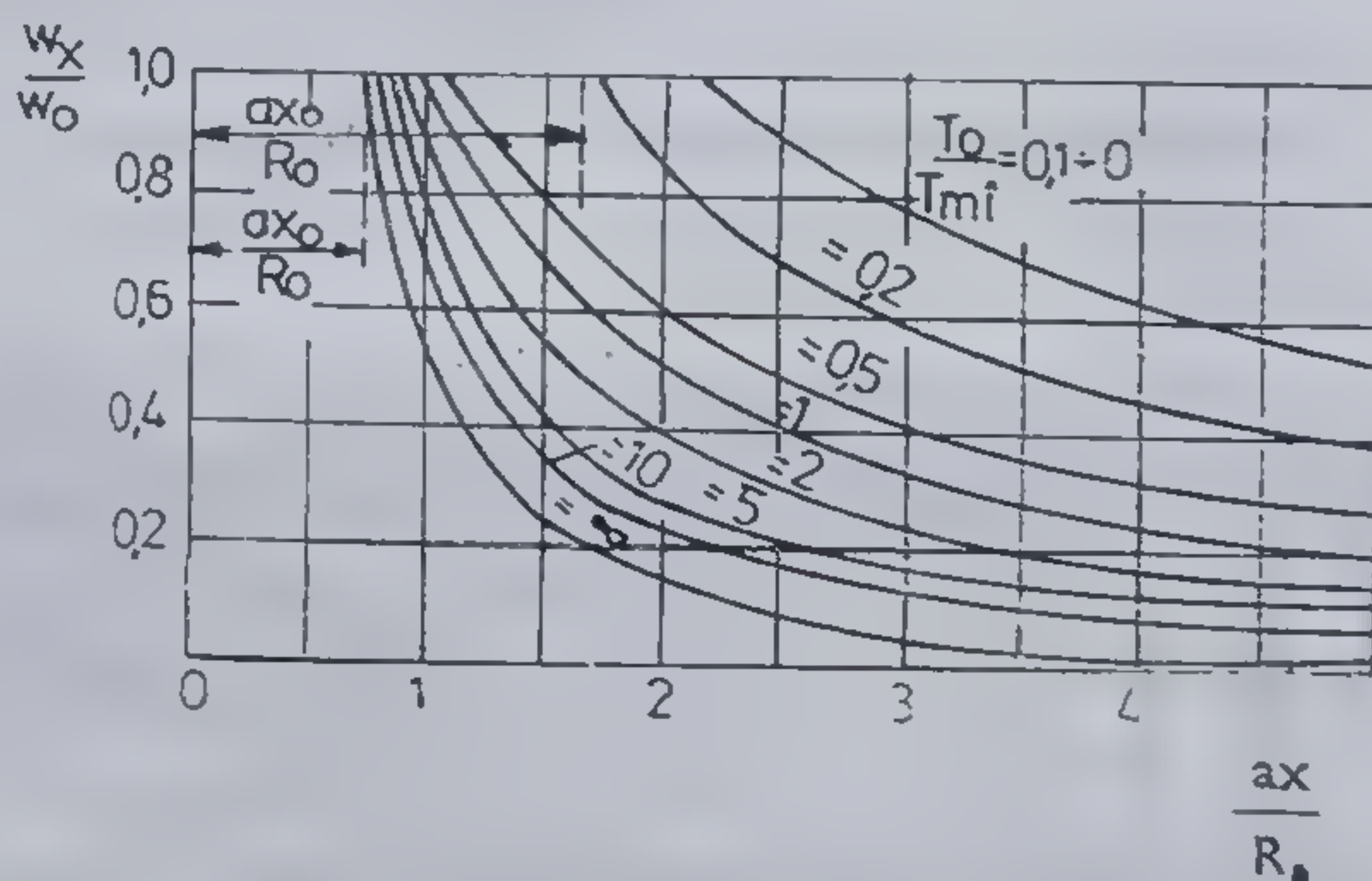
$$\frac{a \cdot x}{R_0} = \frac{0,96}{\sqrt{\theta}} \frac{w_0}{w_m} \sqrt{1 + 0,535(\theta - 1) \frac{w_x}{w_0}} \quad (8.123)$$

Fig. 8.31. Coeficientul $A = f(\chi)$.



În practică se cere determinarea vitezei w_x în axa jetului neizotermic la distanța x de la ajutoraj. Calculele se fac cu relația (8.123). Pentru calcule aproximative se poate folosi și diagrama din figura 8.32, cu ajutorul căreia se obține viteza adimensională w_x/w_0 în funcție de $\theta = T_{mi}/T_x$. După cum se vede din figura 8.32, cu cât jetul este mai cald, cu atât bătaia lui (x_{lm}) se micșorează.

Fig. 8.32. Determinarea vitezei axiale w_m pentru un jet neizoterm.



Pentru obținerea variației temperaturii ΔT_x în axa jetului neizoterm în funcție de distanța x se poate folosi relația (8.105) sau (8.116), care capătă forma (8.124), similară cu relația (8.123):

$$\frac{a \cdot x}{R_0} = \frac{0,7}{\sqrt{\theta}} \frac{\Delta T_0}{\Delta T_x} \sqrt{1 + 0,735(\theta - 1) \frac{\Delta T_x}{\Delta T_0}} \quad (8.124)$$

În figura 8.33 se reprezintă variația temperaturii $\Delta T_x/\Delta T_0$ în axa jetului neizoterm în funcție de distanța x .

Cu ajutorul figurii 8.32 se poate determina și lungimea zonei inițiale x_0 a jetului neizoterm, ea nefiind altceva decât lungimea adimensională ax_0/R_0 pentru care viteza adimensională în axă w_x/w_0 este egală cu una ($w_m = w_0$).

Deci pentru jetul mai rece, cu cît temperatura este mai scăzută decît a mediului ambiant cu atît zona inițială și bătaia jetului sînt mai mari. Pentru jeturile calde, cu cît temperatura este mai ridicată cu atît zona

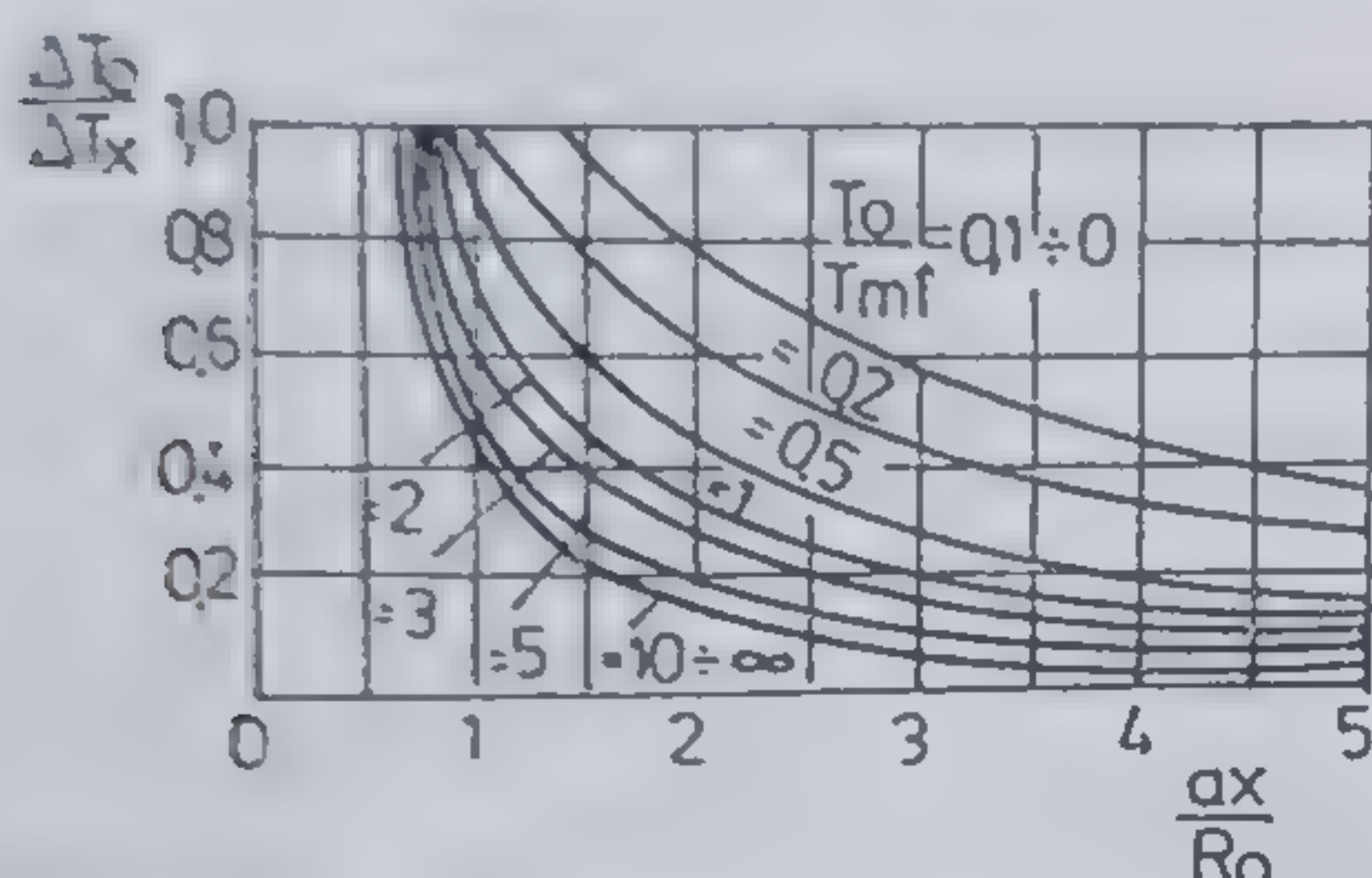


Fig. 8.33. Determinarea temperaturii relative axiale $\Delta T_0/\Delta T_x = f(ax/R_0)$

inițială este mai mică și bătaia este mai scurtă. Această situație are drept corolar consecințe asupra unghiului de evazare a jetului și anume :

- pentru jeturile reci, cu cît temperatura lor este mai scăzută decît a mediului ambiant, cu atît unghiul de evazare este mai mic ;
- pentru jeturile calde cu cît temperatura lor este mai ridicată cu atît unghiul de evazare este mai mare.

8.10. RELAȚII PRACTICE DE CALCUL A MĂRIMILOR CARACTERISTICE JETURILOR CALDE

Aplicațiile tehnice ale jeturilor neizoterme sînt foarte numeroase. Se prezintă în continuare relații practice (experimentale) de calcul a mărimilor caracteristice.

Profilul jetului neizoterm. Determinarea traiectoriei unui jet neizoterm (cald sau rece) se poate face în ipoteza că axa vitezelor este suprapusă peste axa temperaturilor. Devierea axei unui jet neizoterm are loc sub acțiunea forțelor gravitaționale a căror intensitate este exprimată de criteriul lui Arhimede (8.78). Cercetările experimentale au condus la obținerea relației (8.125), care permite determinarea ordonatei adimensionale $\Upsilon = y/d_0$ a jetului în funcție de distanța de la gura jetului $X = x/d_0$ și unghiul α sub care este dirijat jetul. Ținînd seama de notațiile din figura 8.34, în care se reprezintă un jet cald :

$$\Upsilon = 0,9 \text{ Ar} \left[\frac{X}{\cos \alpha} \right]^2 \sqrt{\frac{ax}{\cos \alpha}} - X \text{tg} \alpha \quad (8.125)$$

în care : $X = \frac{x}{d_0}$; $\Upsilon = \frac{y}{d_0}$; $\text{Ar} = g \frac{T_0 - T_{mf}}{T_{mf} w_0^2} d_0$

Ecuatia traiectoriei axei unui jet neizoterm orizontal, determinată experimental, este

$$\frac{y}{\sqrt{A_0}} = 0,238 \text{ Ar} \left[\frac{x}{\sqrt{A_0}} \right]^{2,5} \quad (8.126)$$

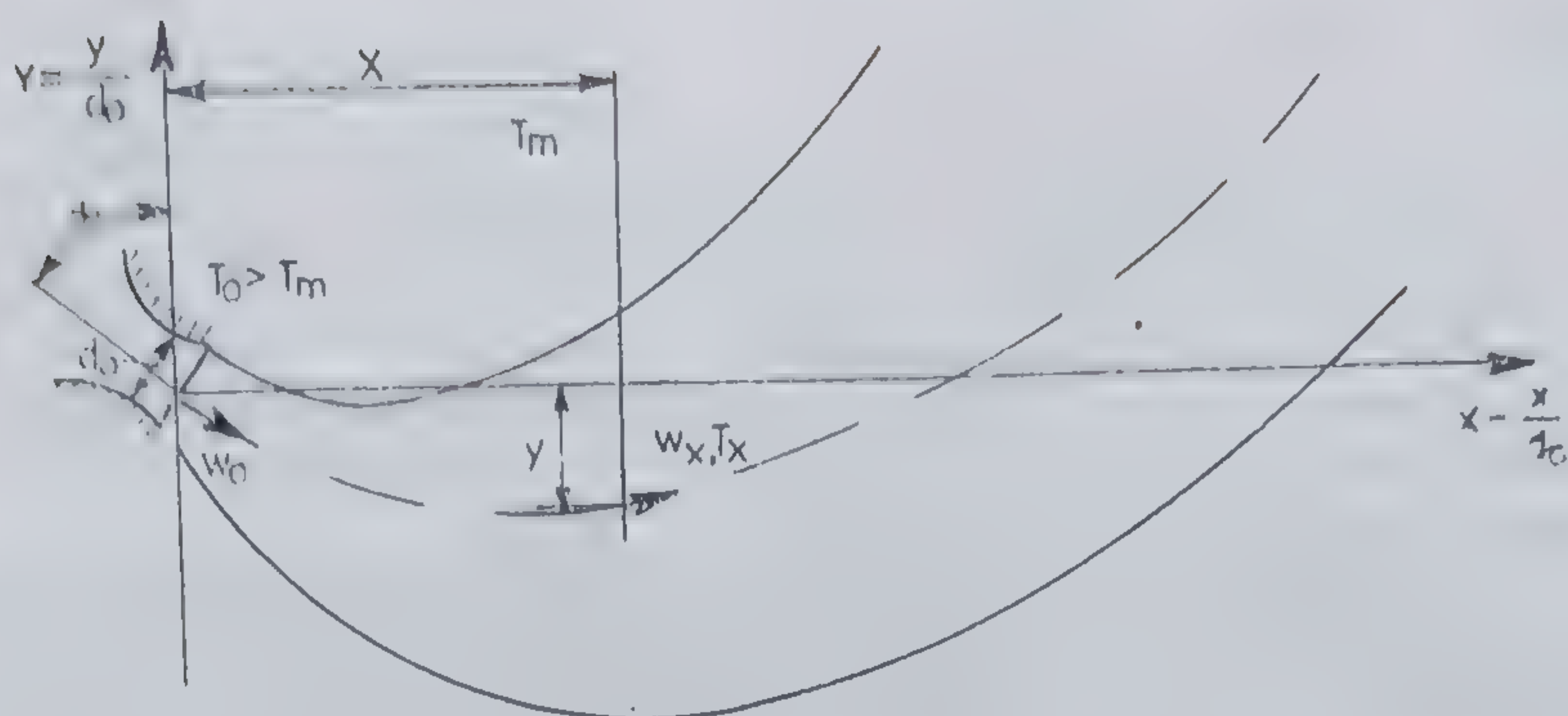


Fig. 8.34. Geometria unui jet neizoterm înclinat.

în care A_0 reprezintă secțiunea efectivă (liberă) a ajutorului de formare a jetului.

Deviația axei jetului la capătul bății lui (x_{lim}) este dată de relația

$$y_{x_{lim}} = 0,238 A_0 g \frac{T_0 - T_{m1}}{T_{m1}} \frac{7,2^{2,5} \sqrt{w_0}}{w_{x_{lim}}^{2,5}} \quad [\text{m}] \quad (8.127)$$

Pentru jeturile neizoterme, se consideră ca valoare a bății (x_{lim}) secțiunea în care viteza în axa jetului este $w_x = 0,45$ m/s, deci mai mare decât a jetului izoterm considerată ca fiind egală cu 0,25 m/s. Acest lucru se datorește faptului că temperatura în axa jetului scade mai rapid decât viteza.

Temperatura la capătul jetului neizoterm. La capătul jetului neizoterm în axa jetului, temperatura poate fi calculată cu relația (8.128) determinată experimental:

$$T_{x_{lim}} = T_{m1} \pm \frac{\Delta T_0}{w_0^{1,25}} \quad [\text{K}] \quad (8.128)$$

Semnul (+) din relația (8.128) se referă la jeturile calde, iar semnul (—) la cele reci.

Bătaia și temperatura T_x a jetului neizoterm cu direcție inițială verticală. Un caz particular este acela al jetului a cărui direcție inițială este verticală ($\alpha = 0^\circ$). Cercetările experimentale privind bătaia jetului au dat rezultate destul de diferite, în funcție de temperatura inițială T_0 . Totuși, pentru un calcul tehnic cu aproximație acceptabilă se poate folosi relația (8.129) pentru jeturile rotunde sau (8.130) pentru cele plane:

$$x_{lim} = 1,63 d_0 \sqrt{\frac{1}{mAr}} \quad [\text{m}] \quad (8.129)$$

$$x_{lim} = 1,1 h_0 \sqrt{\frac{1}{mAr^2}} \quad [\text{m}] \quad (8.130)$$

În care m este coeficientul de amestec al jetului cu mediul înconjurător, care pentru turbulența jeturilor libere poate fi considerat egal cu 1, iar pentru cele cu turbulență redusă ($w_0 < 3$ m/s) $m = 0,8$. Criteriul Arhimedea va conține ca lungime caracteristică pentru jeturile cilindrice diametrul d_0 , iar pentru cele plane înălțimea h_0 a secțiunii inițiale (figura 8.17). După cum se vede din relațiile (8.129) și (8.130) pătrunderea jetului în mediul ambiant va fi cu atât mai mare cu cât viteza inițială w_0 va fi mai mare, și pentru $w_0 = \text{const.}$, cu cât temperatura inițială este mai scăzută. Relațiile de mai sus pot fi utilizate, dar cu o aproximație mai mare, și pentru jeturile dirijate de jos în sus ($\alpha = 180^\circ$).

Variația temperaturii axiale în cazul jeturilor verticale nu ascultă de legile jetului orizontal. Ea poate fi calculată mai exact cu relația (8.131) pentru cele cilindrice sau cu (8.132) pentru cele plane :

$$\frac{T_x - T_{\text{mî}}}{T_0 - T_{\text{mî}}} = \frac{3}{4} \frac{d_0}{xm} \quad (8.131)$$

$$\frac{T_x - T_{\text{mî}}}{T_0 - T_{\text{mî}}} = \frac{3}{4} \frac{h_0}{xm} \quad (8.132)$$

8.11 JETURI SUPERSONICE CALDE

La curgerea gazelor prin mașinile rotative sau reactive, jeturile formate la ieșirea din ajutăje sînt neizoterme (puternic încălzite) și au în același timp viteze inițiale supersonice ($w_0 > a$). S-a constatat experimental că pentru curgerea subsonică cu viteză mare $w_0 > 0,4 a$ sau supersonică, relațiile de calcul prezentate la jetul subsonic cu viteză mică ($w_0 < 0,4 a$) nu pot fi folosite. Relațiile de calcul determinate experimental ce se pot folosi în cazul vitezelor mari $0,4 a < w_0 < 2 a$, sînt :

— pentru $0 < \frac{x}{d_0} \leq 1,2$:

$$\frac{w_x}{w_0} = 0,008 \left(\frac{x}{d_0} \right)^{1,67} \quad (8.133)$$

— pentru $12 < \frac{x}{d_0} < 360$

$$\frac{w_x}{w_0} = \frac{8,26}{\left(\frac{x}{d} \right)^{1,137}} \quad (8.134)$$

Se constată :

a) pentru un diametru d_0 dat, bătaia jetului (x_{lim}) crește cu creșterea vitezei inițiale;

- b) pentru o viteză inițială w_0 dată, bătaia jetului (x_{lm}) crește cu creșterea diametrului;
 c) pentru un debit \dot{V}_0 dat, secțiunea inițială ascultă de ecuația de continuitate.

Dacă se cunoaște numai debitul volumetric \dot{V}_0 al jetului cu viteză mare, viteza de axă poate fi calculată cu relația (8.135):

$$w_x = \frac{10,52}{\varphi} \frac{\dot{V}_0}{d_0^{0,803} \cdot x^{1,137}} \quad (8.135)$$

În care $\varphi = w_{med}/w_0$. Se constată că pentru un debit \dot{V}_0 dat, bătaia lui crește odată cu scăderea secțiunii inițiale

O caracteristică importantă a jeturilor foarte calde, în special a celor formate la ieșirea din arzătoarele de gaze combustibile, este debitul de gaz absorbit de jet din mediul înconjurător. Acesta fiind aerul necesar combustiei va determina lungimea flăcării sau fiind gazele arse din focar va determina recirculația. În figura 8.35 se prezintă curbele de debit volumetric constant dintr-un jet liber neturbionat. După cum se vede nucleul de

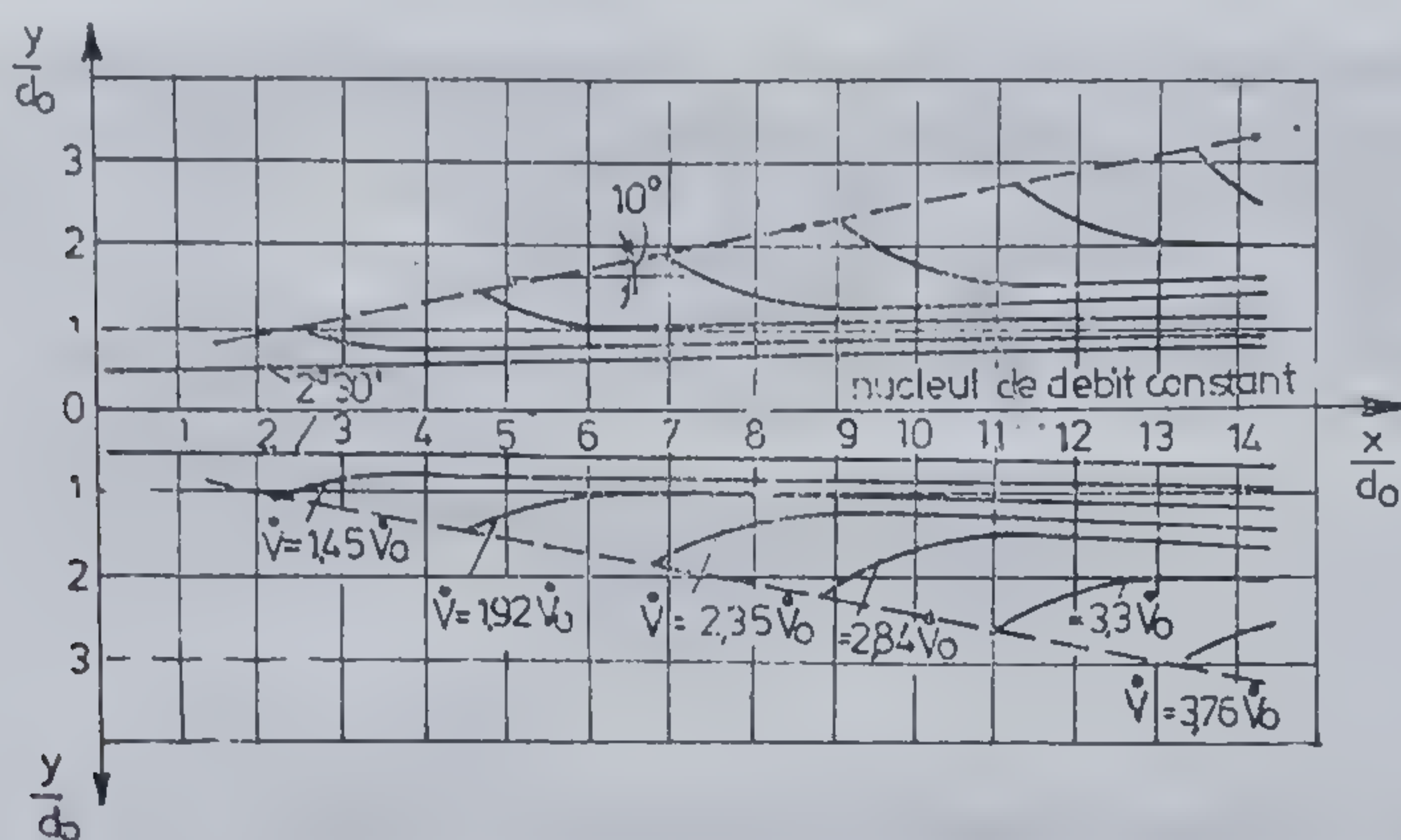


Fig. 8.35. Jet liber foarte cald.

debit se evazează cu $2^\circ 30'$ iar granița de debit cu circa 20° . Debitul aspirat poate fi calculat cu expresia (8.136) obținută experimental pentru jeturi calde cu $w_0 \approx a$:

$$\frac{\dot{V} - \dot{V}_0}{\dot{V}_0} = 0,207 \frac{w}{d_0} \quad (8.136)$$

Ca urmare, viteza medie de curgere într-o secțiune oarecare a jetului, mărime foarte importantă din punct de vedere tehnic, având în vedere că dacă este cunoscută se poate ușor determina cu ecuația de continuitate

debitul total de gaz ce trece prin secțiunea respectivă, se determină cu relația

$$w_{\text{med}_{\text{sct.}}} = w_{\text{med}} \frac{1 + 0,207 \frac{x}{d_0}}{\left(1 + 0,353 \frac{x}{d_0}\right)^2} \quad (8.137)$$

Viteza w_y într-un punct oarecare de ordonată y al unei secțiuni așezate la distanța x' de gura ajutorului se calculează cu relația (8.138):

$$\frac{w_y}{w_0} = \frac{0,48}{a \left(\frac{x'}{d_0}\right)} \exp \left[-0,461 \frac{\left(\frac{y}{d_0}\right)^2}{a \left(\frac{x'}{d_0}\right)^2} \right] = \frac{0,48}{a \left(\frac{x'}{d_0}\right)} e^{-0,461 \left(\frac{y}{ax'}\right)^2} \quad (8.138)$$

în care $x' = x + b$ iar b este polul jetului, dat de relația

$$b = 0,145 \frac{d_0}{a} \quad (8.139)$$

Pentru distanța x/d_0 mai mare de 1 și valorile uzuale ale coeficientului de turbulență ($a = 0,07$), se poate considera că $x' \approx x$, deoarece b este foarte mic în comparație cu x . Desigur că în funcție de câmpul de viteze w se poate determina și câmpul presiunilor dinamice, sau în cazul cercetărilor experimentale din valoarea presiunii dinamice p_y măsurate efectiv să se determine viteza corespunzătoare punctului de măsură. Acest lucru se poate face cu relația (8.140) obținută din (8.138):

$$\frac{p_y}{p_0} \left(\frac{w_y}{w_0}\right)^2 = \frac{0,23}{a \left(\frac{x'}{d_0}\right)^2} e^{-0,922 \left(\frac{y}{ax'}\right)^2} \quad (8.140)$$

8.12. JETURI LIMITATE FOARTE CALDE

În aplicațiile tehnice ale jeturilor foarte calde (de exemplu în focare), se întâlnește foarte des cazul izbirii jetului de un perete așezat perpendicular pe axa sa (peretele de fund al focarului) sau de unul așezat axial (ecranul lateral de țevi sau peretele lateral al focarului).

Se consideră cazul curgerii jetului printr-un canal de diametru D . S-a constatat experimental că apare o descreștere mai rapidă a vitezei pe direcția de curgere, ba chiar o întoarcere a direcției ei, așa cum se vede în figura 8.36.

Ca urmare a vitezei de sens contrar, va apărea și o recirculație de gaz în secțiune. Pentru ilustrarea fenomenului, în figura 8.37 se reprezintă curbele de debit constant, iar în figura 8.38 debitul absorbit și cel recir-

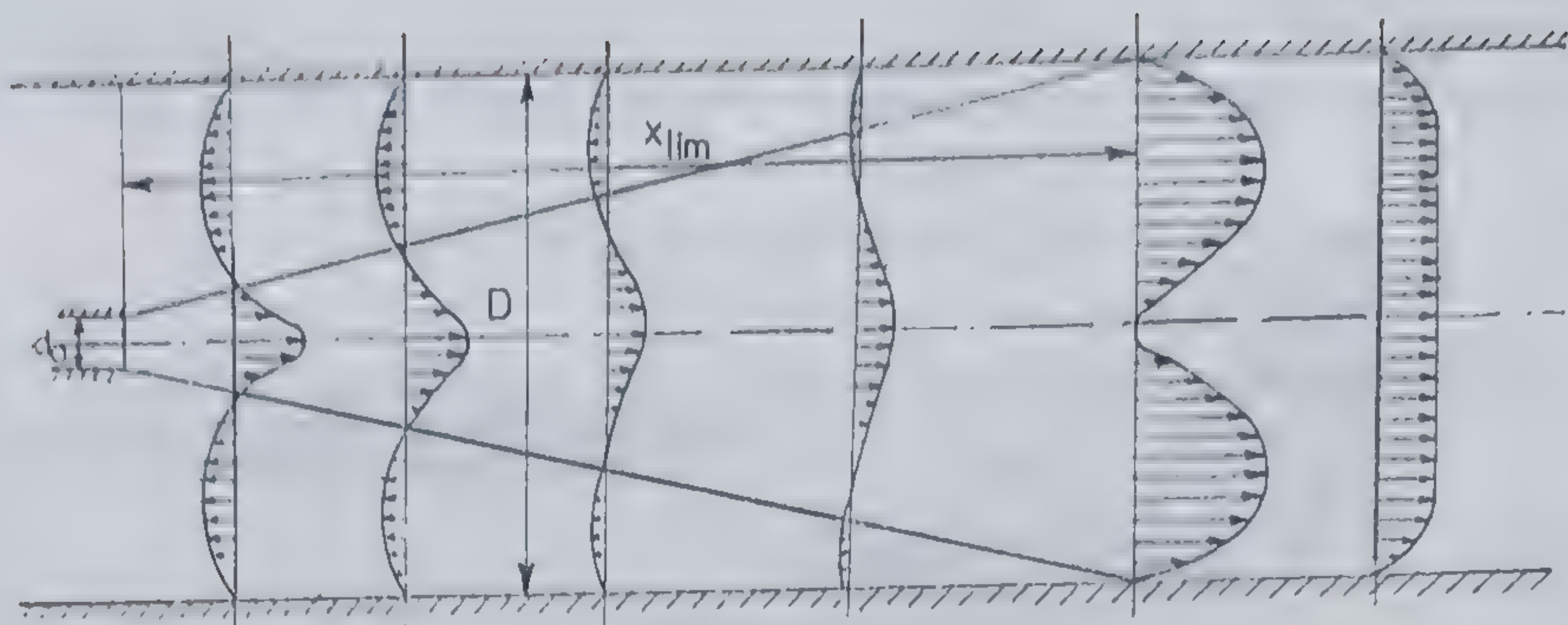


Fig. 8.36. Jet foarte cald limitat în toate direcțiile.

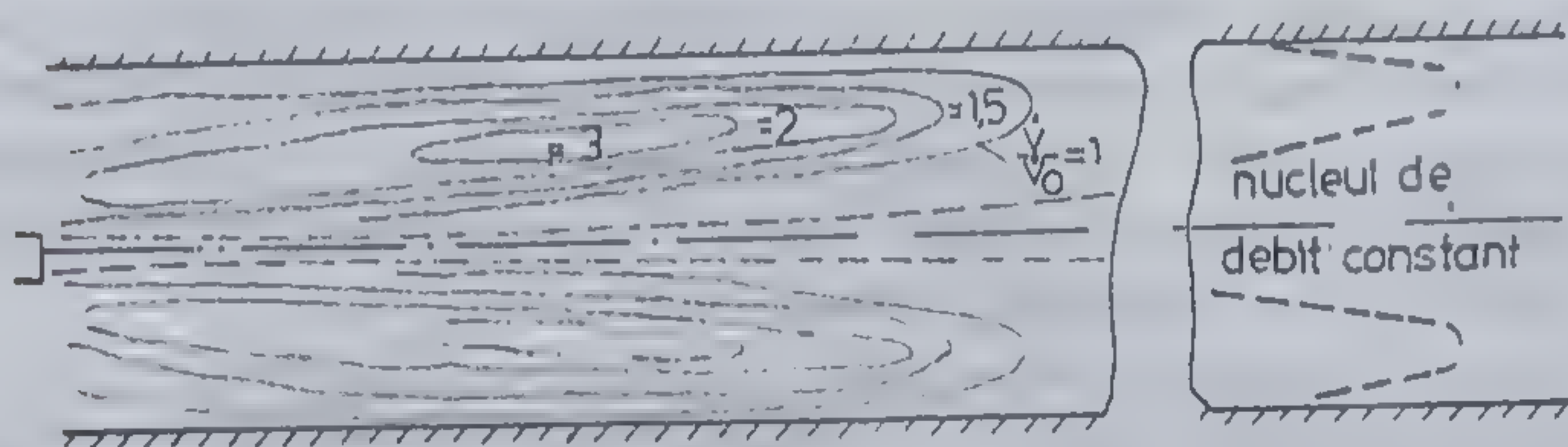


Fig. 8.37. Recirculația gazului într-un jet foarte cald limitat în toate direcțiile.

culat în funcție de distanța x , pentru un jet foarte cald. Ca urmare a recirculației, ipoteza constanței cantității de mișcare în toate secțiunile jetului nu mai este respectată, ea avînd valori diferite în lungul axei x , așa cum se vede în figura 8.39.

S-a constatat că bătaia jetului neizoterm limitat lateral depinde de diametrul, respectiv lățimea D între pereții limitativi. Cu titlu informativ,

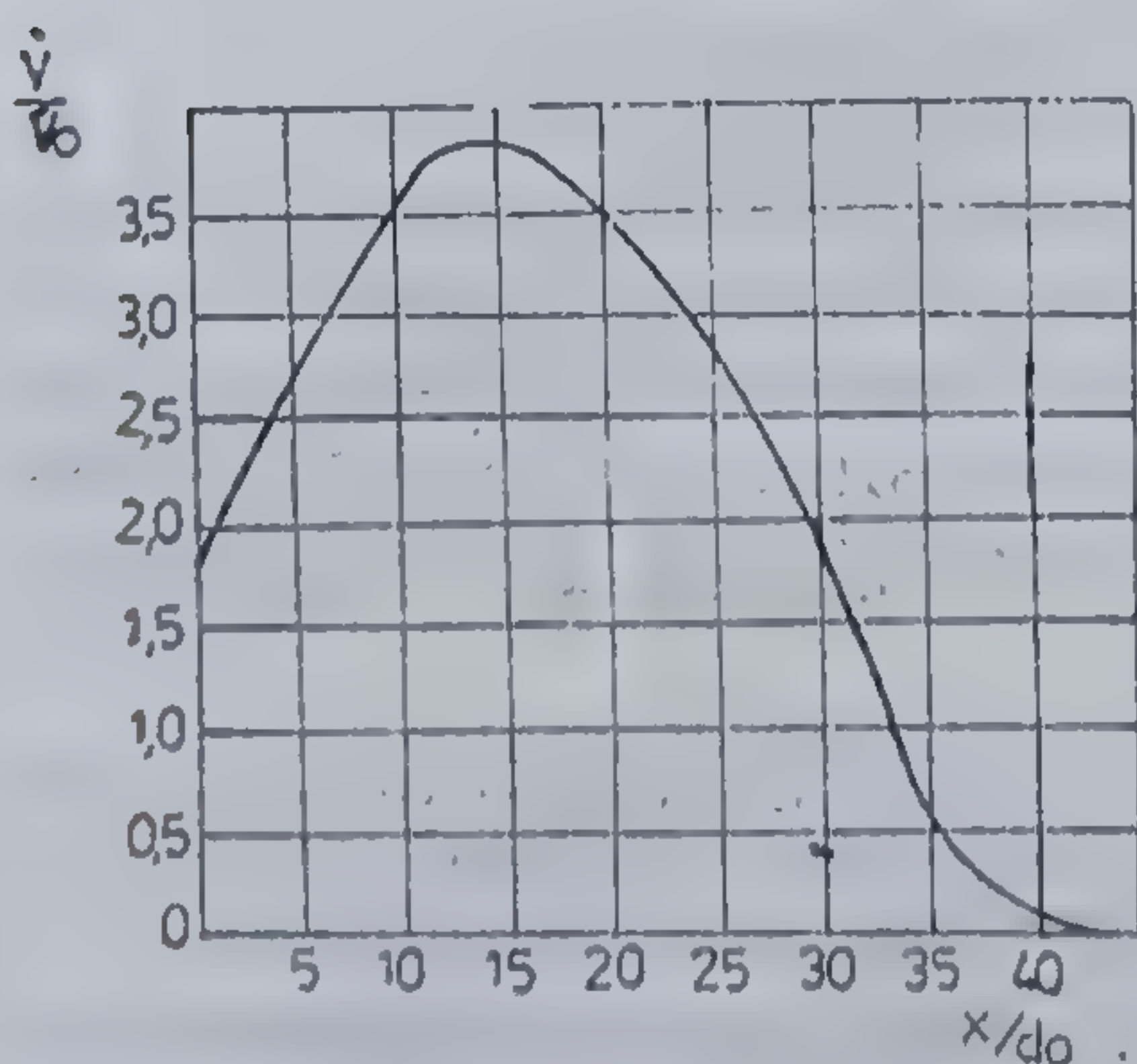


Fig. 8.38. Debitul de gaz absorbit de un jet limitat foarte cald.

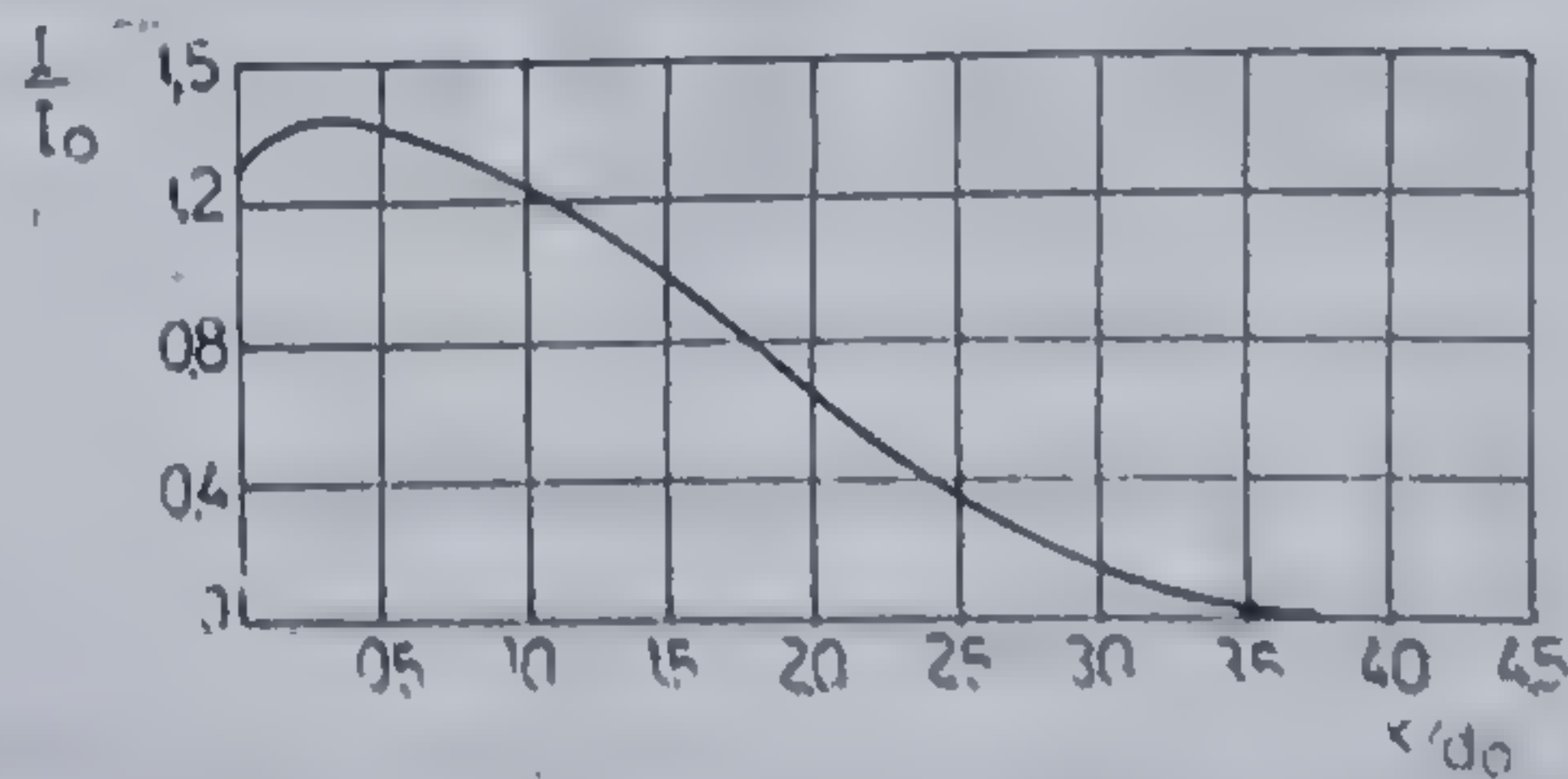


Fig. 8.39. Variația impulsului într-un jet limitat foarte cald.

se prezintă în figura 8.40 variația vitezei adimensionale w_x/w_0 , în funcție de lățimea adimensională x/D pentru aceleași viteze inițiale w_0 , dar pentru debite de gaz diferite, materializate în figură prin diferite diametre d_0

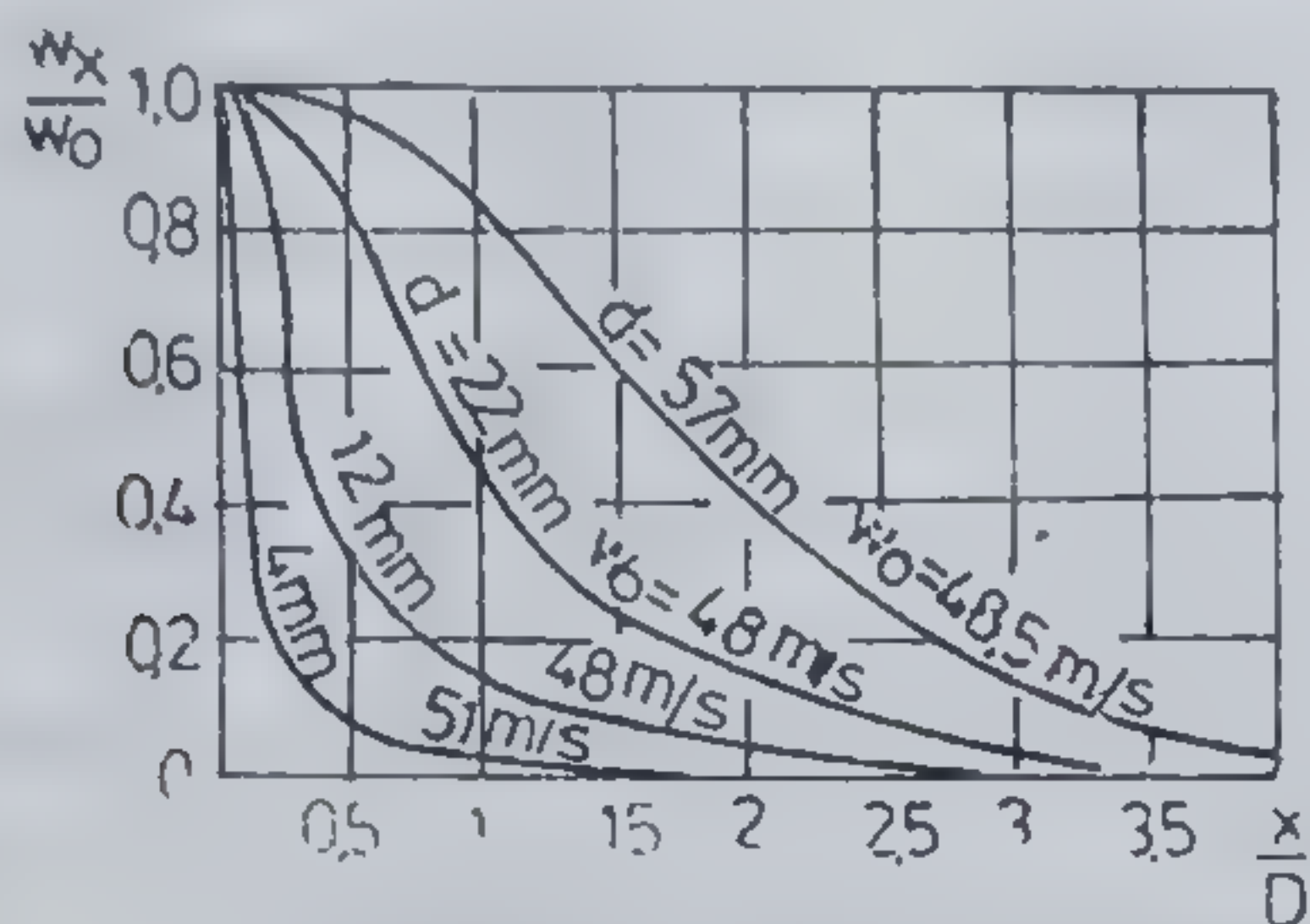


Fig. 8.40. Variația vitezei axiale la un jet foarte cald, limitat.

ale ajutorului jetului. Determinarea mărimilor caracteristice ale acestui sistem de jet neizoterm limitat nu poate face decât pe cale experimentală.

Cele prezentate în paragraful 8.5 pentru jetul izoterm rămân valabile și pentru jetul neizoterm cu obstacol plasat în fața lui și perpendicular pe axa sa (figura 8.20 și 8.21).

Un alt caz al jetului neizoterm limitat este acela al unui jet ce se formează într-o secțiune inelară, cu diametrul exterior d și cel interior d_0 , așa cum se arată în figura 8.41. S-a constatat experimental că după o distanță $x/D \approx 5$, toate jeturile pentru care $0 < d_0/d \leq 0,8$ capătă caracteristicile unui jet axial simetric obișnuit. Scăderea vitezei axiale după distanța $x > 5d$ este o funcție de depărtarea x , dar și de raportul d_0/d pentru o viteză inițială constantă ($w_0 = \text{const.}$).

În figura 8.42 se prezintă variația vitezei axiale a unui jet neizoterm axial-simetric și a jetului inelar pentru diferite valori ale raportului d_0/d . Ca urmare, calculul mărimilor unui astfel de jet se va face cu relațiile

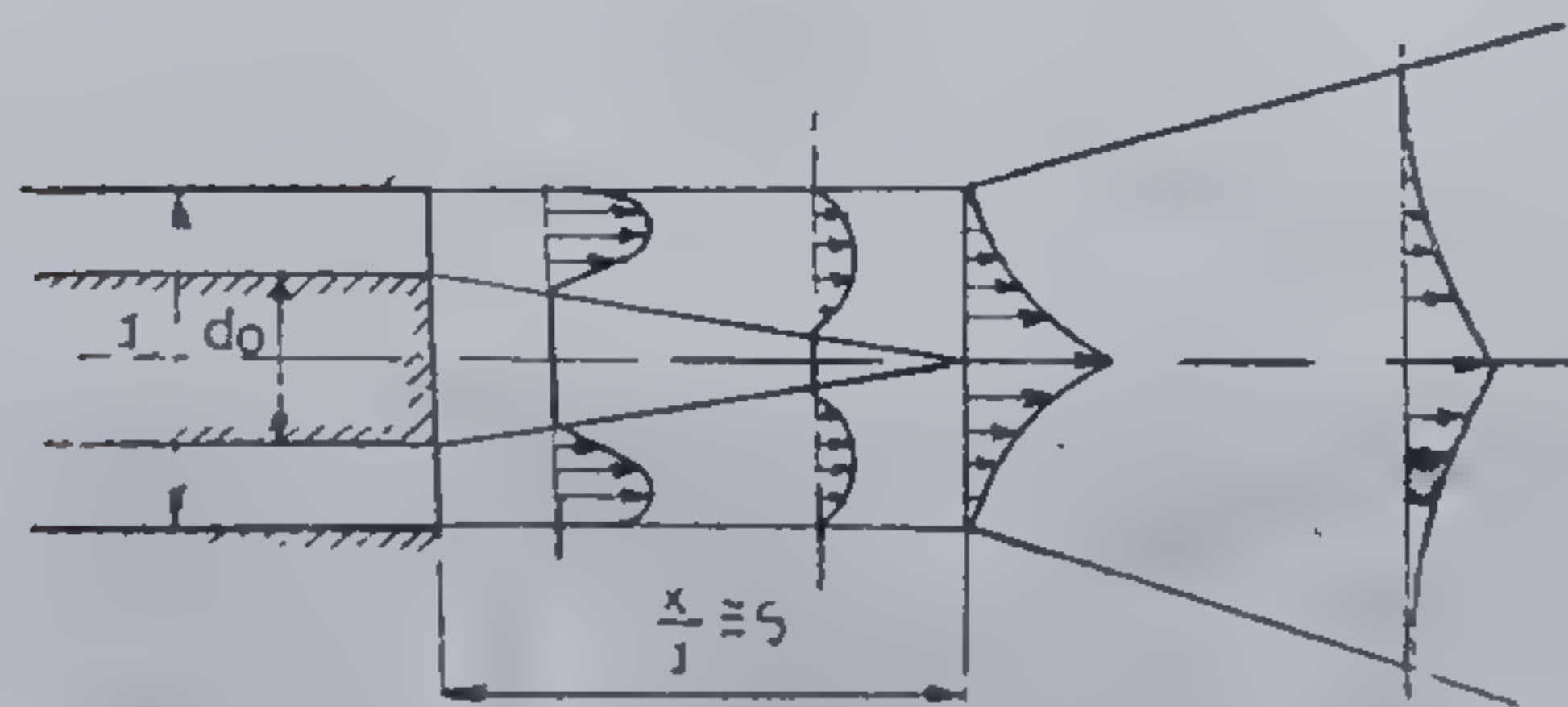


Fig. 8.41. Jeturi inelare.

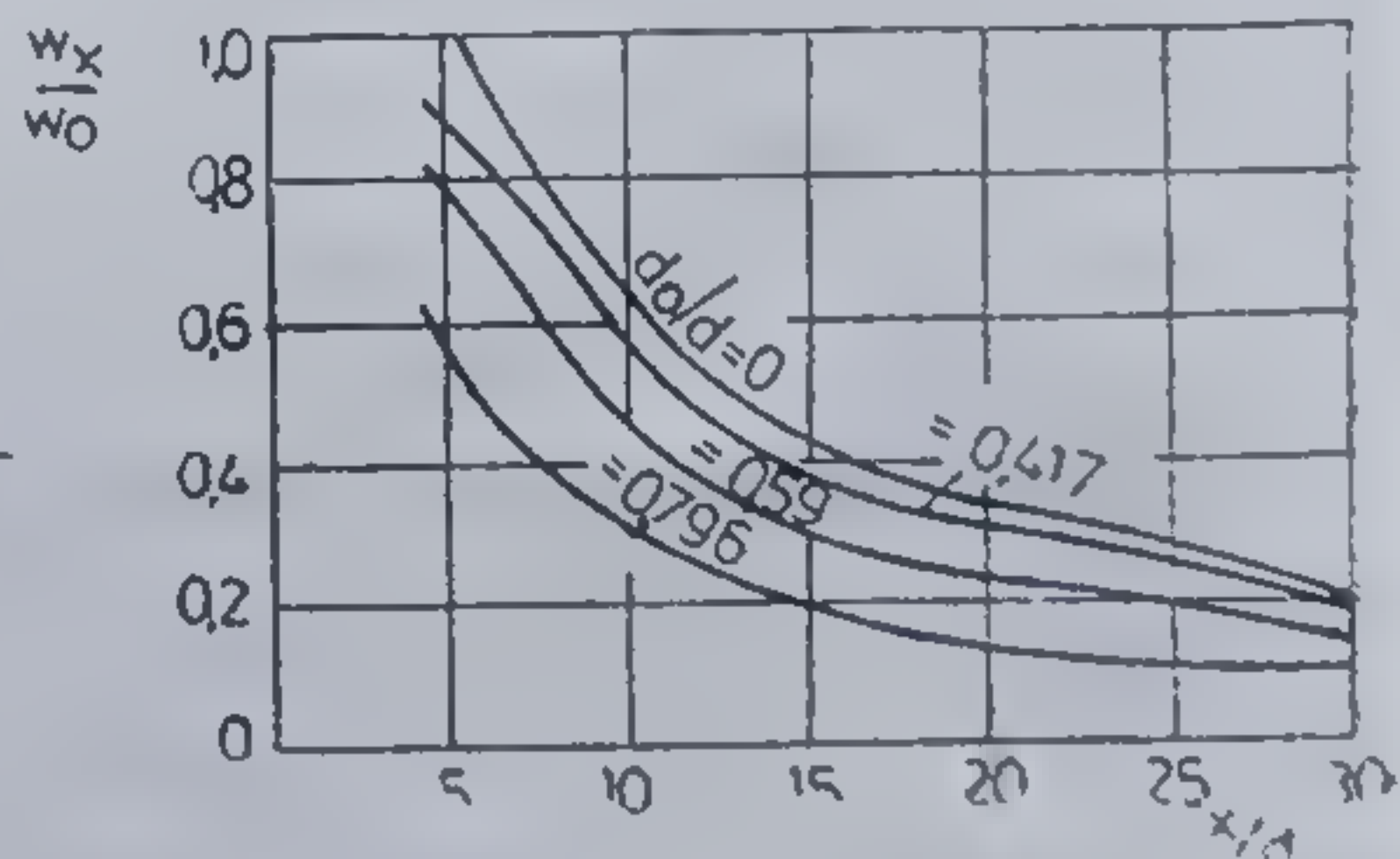


Fig. 8.42. Variația vitezei în jeturi inelare.

jetului rotund (la care $d_0/d=0$) prezentate mai sus, corectînd apoi rezultatele obținute cu un factor de corecție ce se obține din diagrama reprezentată în figura 8.42. În cazul cînd este necesar un calcul exact, se face

apel la relațiile jetului cilindric neizoterm, raportându-se însă viteza axială w_x sau w_y la o viteză w_{ech} dată de relația

$$w_{ech} = w_0 \sqrt{1 - \left(\frac{d_0}{d}\right)^2} \quad (8.141)$$

Pentru calculul debitului de gaz absorbit din mediul înconjurător de către jetul inelar se folosește expresia

$$\frac{\dot{V} - \dot{V}_{ech}}{\dot{V}_{ech}} = 0,25 \frac{x}{d} \quad (8.142)$$

în care \dot{V} este debitul volumetric ce trece prin secțiunea jetului așezată la distanța x , iar \dot{V}_{ech} este dat de relația (8.143):

$$\dot{V}_{ech} = \frac{V_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_0}{d}\right)^2}} \quad (8.143)$$

8.13. JET DE FLACĂRĂ DIFUZIVĂ

Pînă acum, prin jet neizoterm, s-a înțeles un jet de gaz perfect, încălzit sau răcit înainte de ieșirea lui din ajutorul respectiv. Jetul de flacără este tot un jet neizoterm, dar care se încălzește după ce gazul a ieșit din secțiunea de formare a lui. Deci gazul perfect iese cu viteza w_0 la o temperatură egală cu a mediului ambiant, deci jet izoterm, iar după terminarea procesului de ardere ce are loc în gazul în curgere el devine jet neizoterm.

Se consideră o ardere difuzivă cu o lungime a flăcării foarte scurtă, anume distanța $O - I$ din figura 8.43. Pentru simplificarea calculelor se consideră că în secțiunea I , gazul are o temperatură T_1 determinată prin metode termochimice cunoscute. Parametrii inițiali, în secțiunea O sînt R_0 , w_0 , p_0 , ρ_0 , T_0 , etc, cu valori cunoscute. Se acceptă, prin definiția jetului, egalitatea presiunii frînate în toate secțiunile, adică

$$p_{01} = p_0 \rightarrow p_1 = p_0$$

Ca urmare, se obțin ecuația de stare (8.144) și ecuația cantității de mișcare (8.145):

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{T_0}{T_1} \quad (8.144)$$

$$\dot{m}_1 \cdot w_1 = \dot{m}_0 \cdot w_0 \quad (8.145)$$

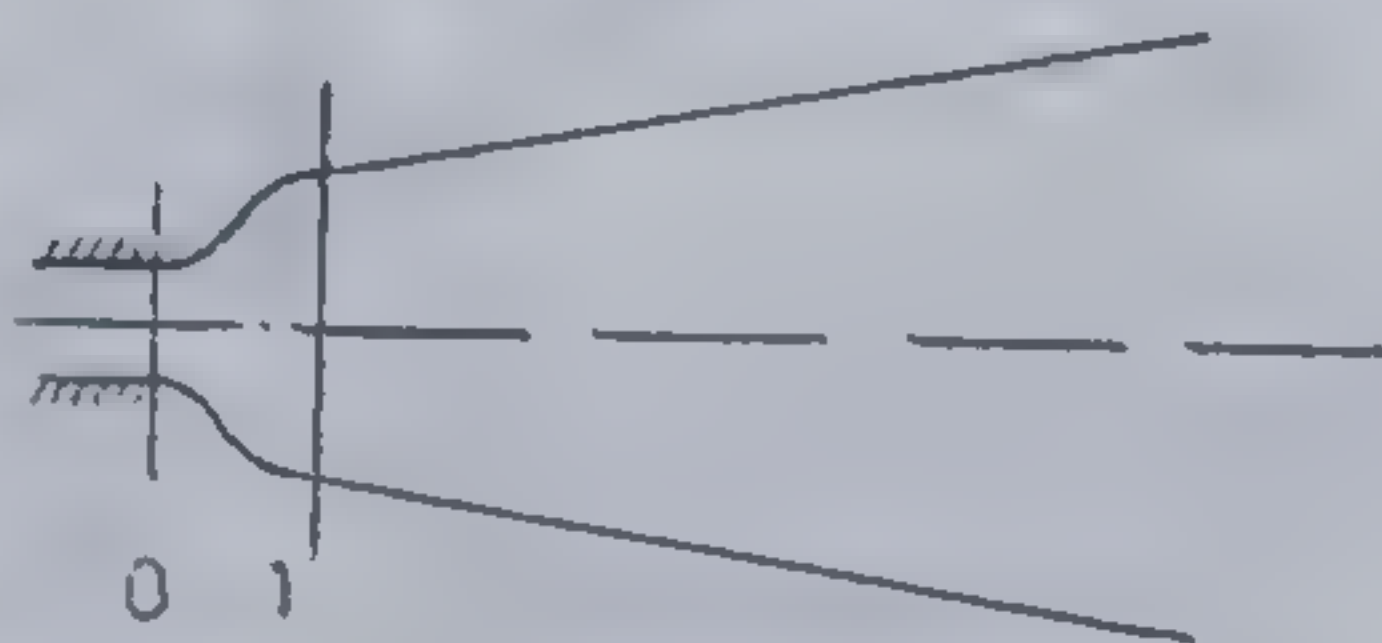


Fig. 8.43. Jet de flacără difuzivă.

Considerind secțiunea O foarte apropiată de I , se poate neglija absorbția din mediul înconjurător, deci se consideră că debitul masic de gaz $\dot{m}_1 = \dot{m}_0$. Deci ecuația de continuitate are forma

$$\rho_1 A_1 w_1 = \rho_0 A_0 w_0$$

Din relația (8.145) rezultă că pentru $\dot{m}_1 = \dot{m}_0$ și $w_1 = w_0$, ecuația de continuitate capătă forma

$$\rho_1 A_1 = \rho_0 A_0$$

Ținând seamă și de (8.144) se obține raza stratului limită a jetului în secțiunea 1:

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\rho_0}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_0}; \quad \frac{R_{gr1}}{R_{gr0}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \quad (8.146)$$

Deci se poate considera că secțiunea I este un ajutor fictiv de formare a unui jet neizoterm, cu toate mărimile caracteristice cunoscute. De aici înainte jetul este considerat neizoterm, cu mărimile caracteristice R_1 , T_1 , ρ_1 , $w_1 = w_0$, $\dot{m}_1 = \dot{m}_0$, etc. Ca urmare, calculul lui se va face cu relațiile cunoscute. Astfel viteza axială w_x și viteza în secțiune w_y , în funcție de temperatura adimensională a jetului, se obțin cu relația (8.147) și notațiile de mai sus:

$$\frac{a \cdot x}{R_{gr1}} = \frac{w_1}{w_x} \sqrt{0,495 \left(1 - \frac{T_{m1}}{T_1} \right) \frac{w_x}{w_1} + 0,93 \frac{T_{m1}}{T_1}} \quad (8.147)$$

Dacă se ține seama de relația (8.146), expresia (8.147) devine (8.148), în care mărimile caracteristice sînt exprimate în funcție de mărimile inițiale:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{w_0}{w_x} \sqrt{0,495 \frac{T_1 - T_{m1}}{T_0} \frac{w_x}{w_0} + 0,93 \frac{T_{m1}}{T_0}} \quad (8.148)$$

În cazul particular cînd $T_0 = T_{m1}$, relația (8.148) devine

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{w_0}{w_x} \sqrt{0,495 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) \frac{w_x}{w_0} + 0,93} \quad (8.149)$$

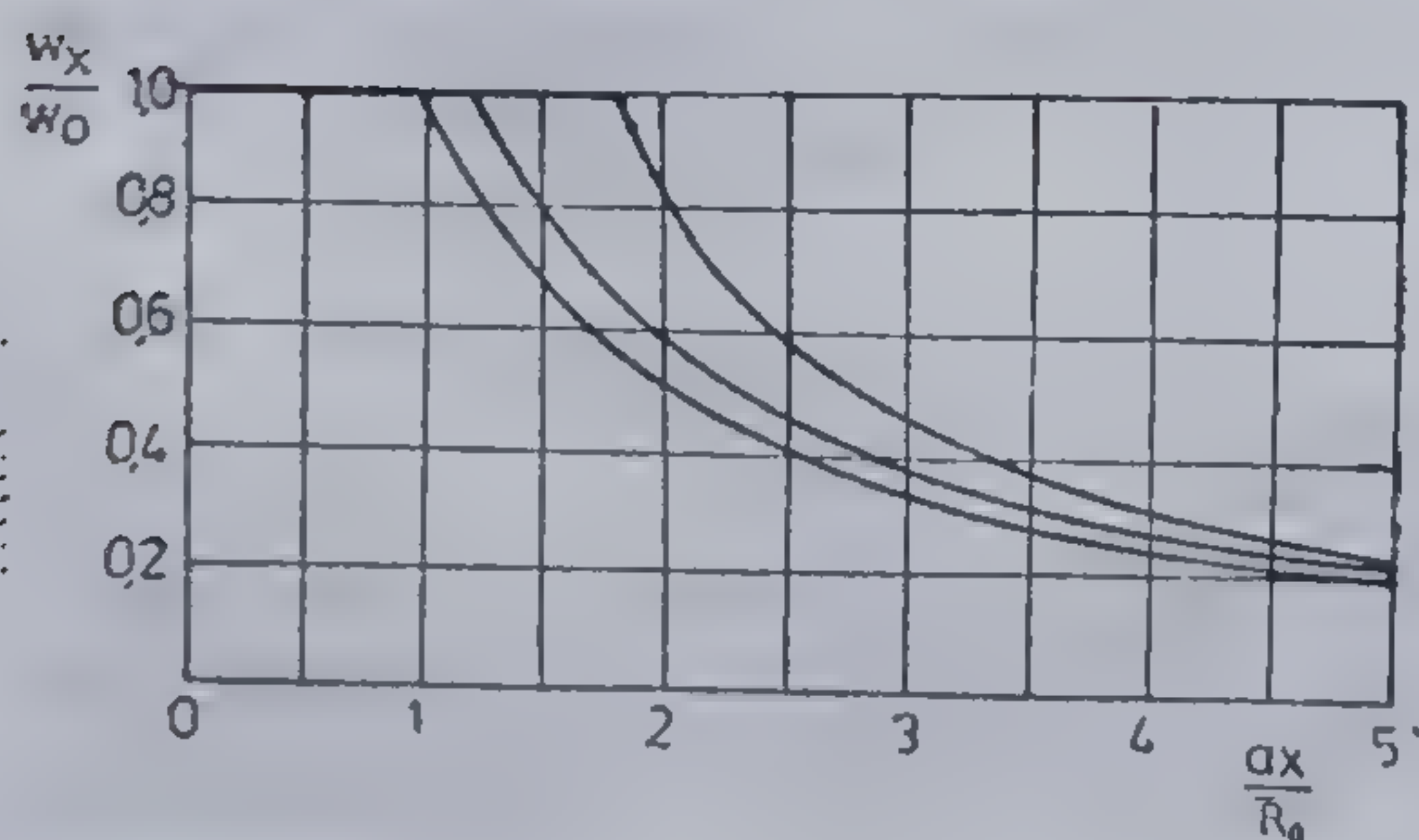


Fig. 8.44. Variația vitezei axiale într-un jet de flacără.

Cu relația 8.148 s-a întocmit diagrama din figura 8.44, care permite calcularea vitezei adimensionale w_x/w_0 în funcție de distanța adimensională ax/R_0 .

8.14. JETURI BIFAZICE IZOTERME

Prin jet bifazic, din punct de vedere tehnic, se înțelege jetul care conține în masa lui picături de lichid sau particule solide de dimensiuni mici în suspensie. Astfel de jeturi se întâlnesc în ejectoarele cu vapori de apă sau fluide organice, în injectoarele de combustibil lichid sau solid pulverizat, în ejectoarele de transport pneumatic etc. Din punct de vedere volumetric, raportul dintre volumul particulelor și cel al gazului este atât de mic încât se poate considera că jetul este format numai din faza gazoasă, dar din punct de vedere gravimetric raportul dintre masa particulelor și cea a gazului este foarte apropiat de unitate.

Se admite ipoteza că viteza de deplasare a particulelor este egală cu aceea a gazului, în orice secțiune.

Deoarece raportul maselor este aproape unitar, impulsul unui jet bifazic va trebui să țină seama de prezența particulelor și ca urmare el va avea o altă expresie de calcul și deci o altă valoare decât a jetului format numai din gaz. Cantitatea de mișcare a unui jet bifazic, presupusă constantă în lungul lui, este dată de expresia

$$\int_0^A \rho_y (1 + C_y) w_y^2 dA = \dot{m}_g w_{0g} + \dot{m}_p w_{0p} = \text{Const.} \quad (8.150)$$

în care ρ_y , \dot{m}_y , w_{0y} sînt respectiv densitatea, masa și viteza inițială a gazului; \dot{m}_p , w_{0p} — masa și viteza inițială a particulelor nedeformabile (înghețate) de fază lichidă sau solidă; C_y este concentrația locală a amestecului (în punctul y); dA — un element de suprafață din secțiunea jetului, care pentru jetul cu secțiune inițială cilindrică are expresia

$$dA = 2\pi y dy = 2\pi (ax)^2 \varphi \cdot d\varphi$$

în care a este coeficientul de turbulență; $\varphi = y/ax$.

Deci pentru un jet cilindric, ecuația impulsului capătă forma

$$2\pi (ax)^2 \rho_g w_0^2 \int_0^{\varphi_{gr}} \left(\frac{w_y}{w_x} \right)^2 (1 + C_y) \varphi \cdot d\varphi = \dot{m}_g w_{0g} \left(1 + \frac{\dot{m}_p w_{0p}}{\dot{m}_g w_{0g}} \right) \quad (8.151)$$

Integrala din (8.151) se poate scrie sub formă

$$\int_0^{\varphi_{gr}} \left(\frac{w_y}{w_x} \right)^2 (1 + C_y) \varphi \cdot d\varphi = \int_0^{\varphi_{gr}} \left(\frac{w_y}{w_x} \right)^2 \varphi \cdot d\varphi + \int_0^{\varphi_{gr}} C_y \left(\frac{w_y}{w_x} \right)^2 \varphi \cdot d\varphi \quad (8.152)$$

Deoarece, așa cum s-a spus mai înainte un jet bifazic se poate considera că este format numai din faza gazoasă, viteza adimensională w_y/w_x este funcție numai de ordonata adimensională, deci se poate scrie

$$\frac{w_y}{w_x} = f(\varphi).$$

Prin ipoteză, s-a considerat o egalitate între viteza gazului și a particulelor în orice punct al jetului și, ca urmare, integralele din relația (8.152) se pot calcula cu ajutorul tabelului 8.3. Astfel:

$$\int_0^{\varphi_{gr}} \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^2 \varphi \cdot d\varphi = \varphi_{gr}^2 \int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^2 \eta \cdot d\eta = 3,4^2 \int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^2 \eta \cdot d\eta = 0,535 \quad (8.153)$$

Înlocuirea lui φ prin η a fost posibilă avînd în vedere că prin definiție $\varphi/\varphi_{gr} = y/R_{gr} = \eta$, iar valoarea lui φ_{gr} s-a obținut din relația (8.118).

Presupunînd că în axa jetului concentrația mediului ambiant este $C_m = 0$, deci $\Delta C_x = C_x$ și $\Delta C_y = C_y$, din expresia (8.95) se obține:

$$\frac{C_y}{C_x} = \sqrt{\frac{w_y}{w_x}}$$

Ca urmare, exprimînd pe C_y în funcție de C_x se obține

$$C_x \int_0^{\varphi_{gr}} \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^{2,5} \varphi \cdot d\varphi = C_x \cdot \varphi_{gr}^2 \int_0^1 \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^{2,5} \eta \cdot d\eta = 0,415 C_x \quad (8.154)$$

Din relațiile (8.96) și (8.114) se obține

$$\frac{C_x}{C_0} = 0,72 \frac{w_x}{w_0} \quad (8.155)$$

Ca urmare, pentru ecuația de conservare a impulsului se obține forma:

$$\begin{aligned} 2\pi(ax)^2 \rho_g w_x^2 \int_0^{\varphi_{gr}} \left(\frac{w_y}{w_x}\right)^2 (1 + C_y) \varphi \cdot d\varphi = \\ = 2\pi(ax)^2 \rho_g w_x^2 \left(0,535 + 0,3 C_0 \frac{w_x}{w_{0g}} \right) \end{aligned}$$

sau ținînd seamă de expresia (8.151):

$$\dot{m}_g \cdot w_{0g} \left(1 + \frac{m_p w_{0p}}{m_0 w_{0g}} \right) = \pi R_0^2 \rho_g w_{0g}^2 (1 + C_0 \cdot v_0)$$

în care: $v_0 = \frac{w_{0p}}{w_{0g}}$ este raportul dintre viteza particulelor și a gazului

în secțiunea inițială, iar $C_0 = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_g}$.

Introducînd expresiile de mai sus în relația (8.151) și aranjînd convenabil termenii, se obține legea de variație a vitezei axiale a unui jet bifazic, exprimată prin relația (8.156):

$$2\pi(ax)^2 \rho_g w_x^2 \left(0,535 + 0,3 C_0 \frac{w_x}{w_0} \right) = \pi \cdot R_0^2 \rho_g w_{0g} (1 + C_0 \cdot v_0) \quad (8.156)$$

$$\frac{ax}{R_0} = 0,96 \frac{w_{0g}}{w_x} \frac{\sqrt{1 + C_0 v_0}}{\sqrt{1 + 0,56 C_0 \frac{w_x}{w_{0g}}}}$$

După cum se vede, pentru un jet monofazic (gazos) cînd $C_0 = 0$ relația (8.156) devine (8.54). Din relația (8.156), se constată că modificarea vitezei axiale a jetului bifazic depinde de concentrația inițială C_0 și de raportul dintre vitezele inițiale ale celor două faze.

În tehnică, cel mai des se întîlnesc două cazuri limită și anume:

1. Cazul jetului bifazic omogenizat înainte de formarea lui, în care la ieșirea din ajutorul de formare atît faza gazoasă cît și particulele au aceeași viteză inițială ($w_{0g} = w_{0p}$).

În acest caz relația (8.156) capătă forma (8.157) și este prezentată grafic în figura 8.45.

$$\frac{a \cdot x}{R_0} = 0,96 \frac{w_0}{w_x} \sqrt{\frac{1 + C_0}{1 + 0,56 \cdot C_0 \frac{w_x}{w_0}}} \quad (8.157)$$

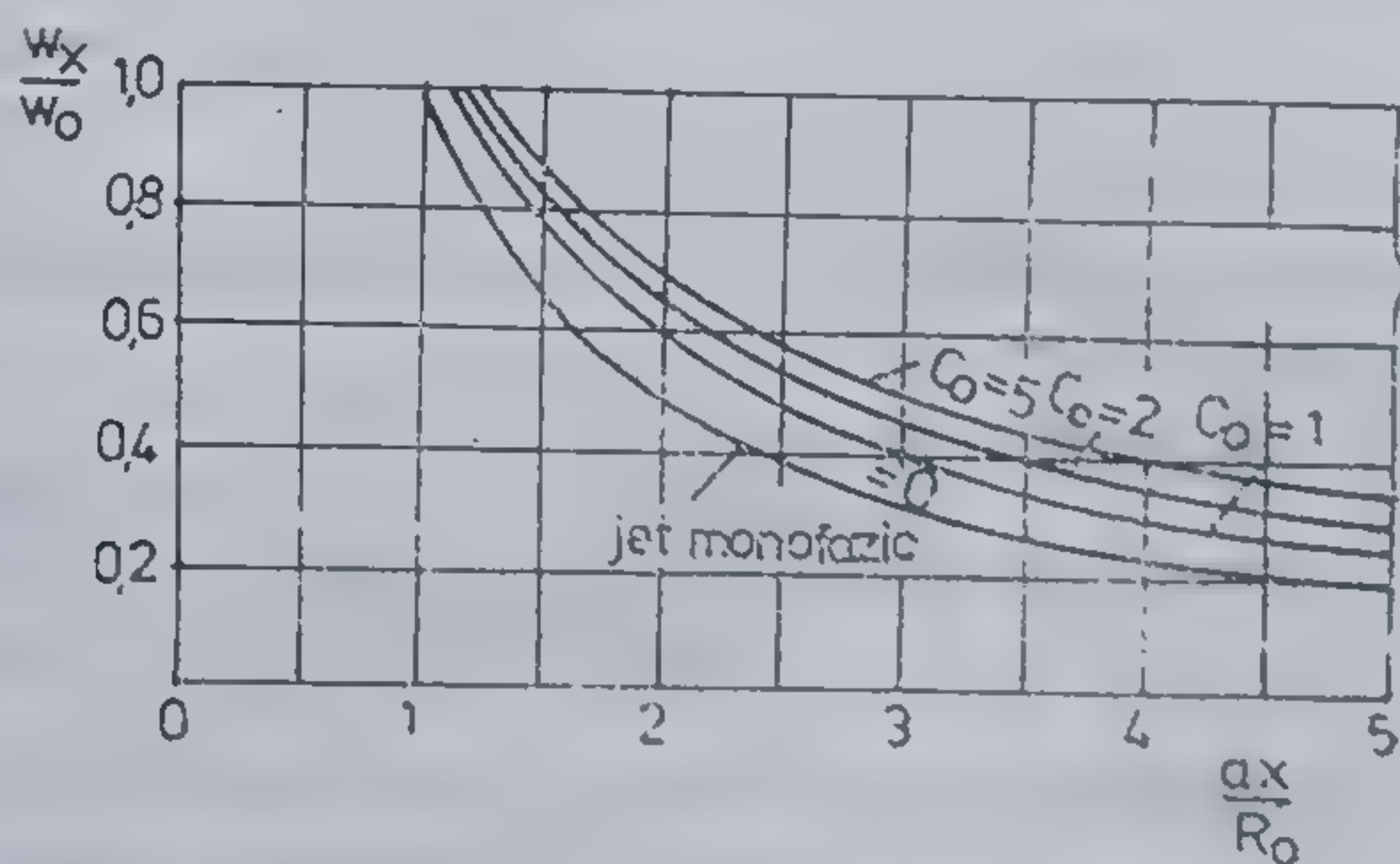


Fig. 8.45. Variația vitezei axiale într-un jet bifazic.

2. Cazul jetului bifazic la care viteza inițială a particulelor este egală cu zero ($w_{0p} = 0$). Din punct de vedere fizic, aceasta înseamnă că la gura de formare jetul este monofazic gazos, iar particulele solide sînt absorbite din mediul înconjurător chiar în secțiunea inițială sau

introduse mecanic în ea. În aceste condiții numărătorul fracției de sub radical devine egal cu unitatea, deoarece $w_0 = 0$ și $v_0 = 0$, iar relația (8.156) capătă forma simplă (8.158). Expresia (8.158) este reprezentată și grafic în figura 8.46 :

$$\frac{a \cdot x}{R_0} = \frac{0,96}{\frac{w_x}{w_{0g}} \sqrt{1 + 0,56 \cdot C_0 \frac{w_g}{w_{0g}}}} \Big|_{w_{0p}=0} \quad (8.158)$$

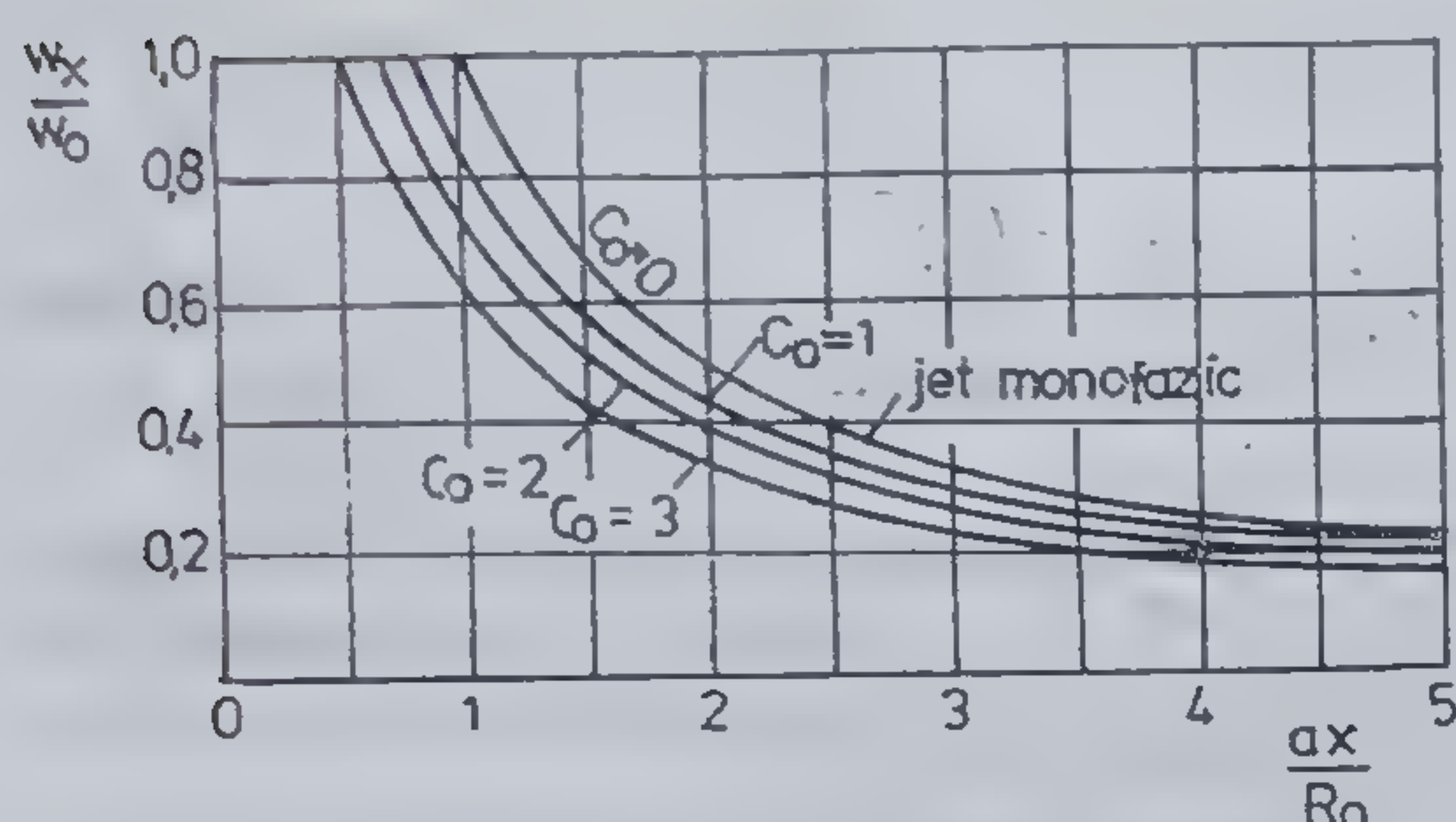


Fig. 8.46. Variația vitezei axiale într-un jet bifazic ce antrenează faza lichidă.

După cum se vede din figurile 8.45 și 8.46, particulele solide sau lichide indeformabile din jetul de gaz măresc impulsul lui dacă $w_{0p} = w_{0g}$, ducînd la o bătaie mai mare a jetului cu cît concentrația este mai mare, sau la scăderea impulsului în cazul cînd particulele sînt introduse în secțiunea inițială cu o viteză $w_{0p} \approx 0$. Această frînare a jetului în cel de al doilea caz se datorește faptului că jetul gazos trebuie să cheltuiească din energia inițială a lui pentru antrenarea particulelor.

Ținînd seama că între viteza și concentrația axială există o proporționalitate dată de relația

$$\frac{C_x}{C_0} = 0,72 \frac{w_x}{w_0} \quad (8.159)$$

expresiile (8.157) și (8.158) pot fi transformate în funcție de concentrație, obținîndu-se :

pentru $w_{0p} = w_{0g}$

$$\frac{a \cdot x}{R_0} = 0,7 \frac{C_0}{C_x} \sqrt{\frac{1 + C_0}{1 + 0,77 \cdot C_x}} \Big|_{v=1}; \quad (8.160)$$

pentru $w_{0p} = 0$

$$\frac{a \cdot x}{R_0} = \frac{0,7 \cdot C_0}{C_x \sqrt{1 + 0,77 \cdot C_x}} \Big|_{w_{0p}=0} \quad (8.161)$$

Desigur că scăderea concentrației în funcție de mărirea distanței x se datorește absorbției de mediu înconjurător de către jet.

8.15. STRUCTURA JETURILOR TURBIONATE ȘI TEHNICI FOLOSITE PENTRU GENERAREA LOR

Curgerile turbulente libere cu mișcare de rotație (curgeri turbionate sau răsucite) pot fi întâlnite sub diferite forme: curgeri în spatele unui corp cu mișcare de rotație ce se deplasează într-un fluid (de exemplu siajele ce se formează în spatele unui profil care se rotește); jeturi cărora li se imprimă o mișcare de rotație înainte de ieșirea dintr-un ajutoraj; jeturi care pătrund în medii aflate în mișcare de rotație, ș.a.

Dintre aceste tipuri de curgeri, o largă aplicare o au jeturile turbionate ce ies dintr-un dispozitiv de turbionare și se dezvoltă într-un mediu fluid staționar sau în mișcare.

În comparație cu jeturile drepte (nerăsucite), jeturile turbionate au un unghi de evazare mai mare, o adâncime de penetrare (lungime axială) mai mică și o capacitate de eiecție-absorbție mărită. De asemenea, presiunea statică pe toată întinderea jetului este mai mică decât presiunea mediului înconjurător, iar cantitățile de fluid antrenate în mișcare sînt mai mari, ceea ce permite o amestecare mai bună pe distanțe mai scurte.

Mișcarea jetului turbionat este o combinație complexă a două mișcări: o mișcare de translație turbulentă (tip jet liber turbulent nerăsucit) și o mișcare de rotație cu viteza unghiulară ω . Ca urmare, în afara componentelor axiale și radiale ale vitezei, curgerea turbionară a jetului prezintă și o componentă tangențială, iar procesul de curgere este influențat de gradienti radiali de presiune statică. Comportarea aerodinamică a jetului turbionat poate fi caracterizată cu ajutorul a două mărimi: cantitatea de mișcare (sau impulsul axial) și momentul cantității de mișcare, care în cursul evoluției jetului se pot considera, cu o bună aproximație, că rămîn constante (legea conservării impulsului și momentului cantității de mișcare).

În cazul jeturilor turbionate rotunde, care prezintă un grad mediu sau ridicat de turbionare, ca și în cazul jeturilor turbionate cu secțiune inelară (întîlnite frecvent la arzătoare) se produc vârtejuri axial simetrice interioare (persistente chiar și la grade de răsucire mai reduse ale jetului). Prezența vârtejului toroidal interior face ca straturile exterioare ale jetului să expandeze rapid imediat ce jetul iese din gura de refulare. Particulele fluidului care curge sub formă de jet din gura de refulare au tendința de a zbura tangențial însă sînt reținute de forțele de vîscozitate și supuse unei forțe de presiune radială. Din combinarea acestor efecte liniile de curent capătă o formă similară celor din figura 8.47.

Lungimea miezului vârtejului toroidal (de recirculare), definită prin distanța de la gura turbionatorului la punctul de inversare a direcției curgerii, crește cu creșterea turbionării.

Curentul turbionat prezintă două zone distincte în care vitezele de rotație variază după legi diferite și anume (figura 8.48):

— zona periferică (denumită și zonă de vârtej liber) prezentînd o mișcare potențială $w_t \cdot r = \text{const.}$ (sau $w_t \cdot r^n = \text{const.}$, unde $0 \leq n \leq 1$);

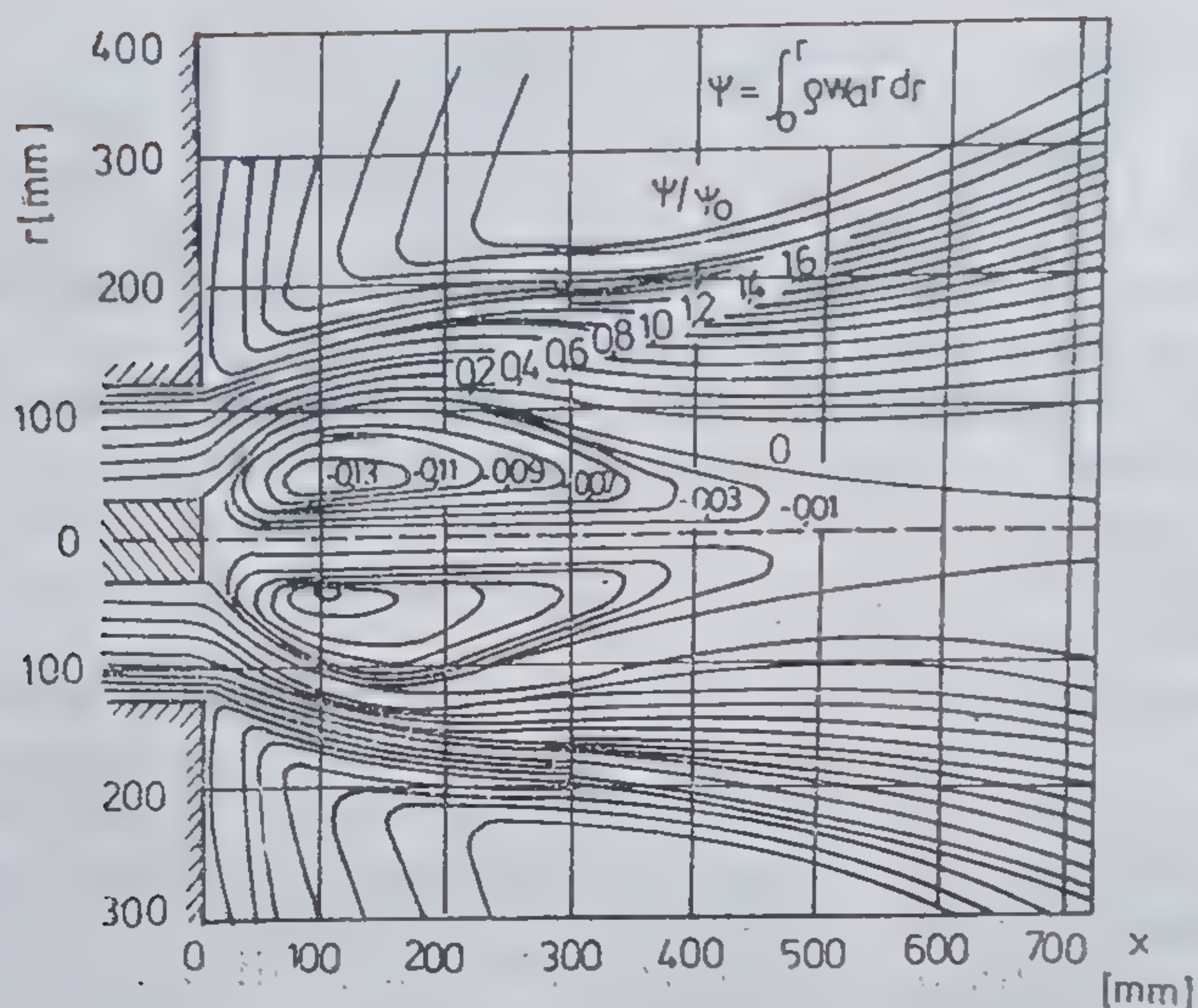


Fig. 8.47. Linii de curent la un jet turbionat cu miez de recirculare.

— zona nucleului central (zona de rotație cvasisolidă, miez de recirculare, sau de vârtej forțat), avînd ca lege de variație a vitezei unghiulare de rotație $w_t \cdot r^{-1} = \text{const}$ (sau $w_t \cdot r^n = \text{const}$, unde $-1 \leq n \leq 0$).

Cele două zone sînt despărțite una de alta prin suprafața vitezelor maxime de rotație. De distribuția vitezelor de rotație depinde și repartitia presiunii statice de-a lungul razei jetului (p_{max} la exterior și p_{min} în partea centrală, figura 8.48 a). Viteza axială a curetului în diferite secțiuni transversale (1, 2, 3) variază în funcție de rază ca în figura 8.48 b. Zona

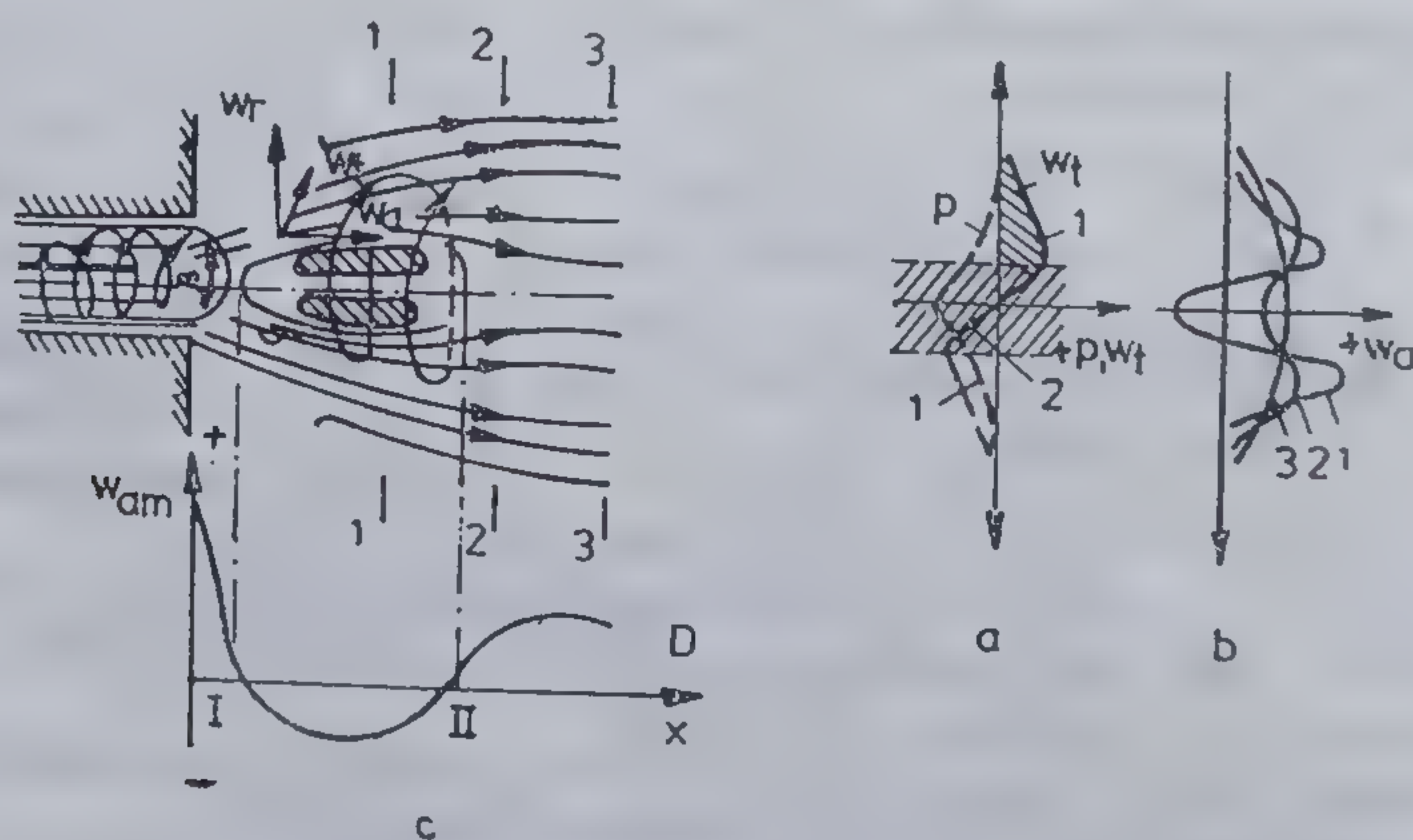


Fig. 8.48. Distribuția presiunii statice și vitezei într-un jet turbionat cu miez de recirculare (w_a — viteză axială; w_t — viteză tangențială; w_r — viteză radială).

nucleului central este delimitată pe axa jetului de punctele *I* și *II* în care componenta axială a vitezei este egală cu zero (figura 8.48 *c*).

În general componenta radială a vitezei jetului turbionat este mică în raport cu celelalte două componente (axială și tangențială) putînd fi neglijată. Totuși, în zona situată în apropierea gurii ajutorajului pentru jeturile mediu și puternic turbionate toate componentele vitezei devin comparabile ca valoare (figura 8.49 *a*, *b*).

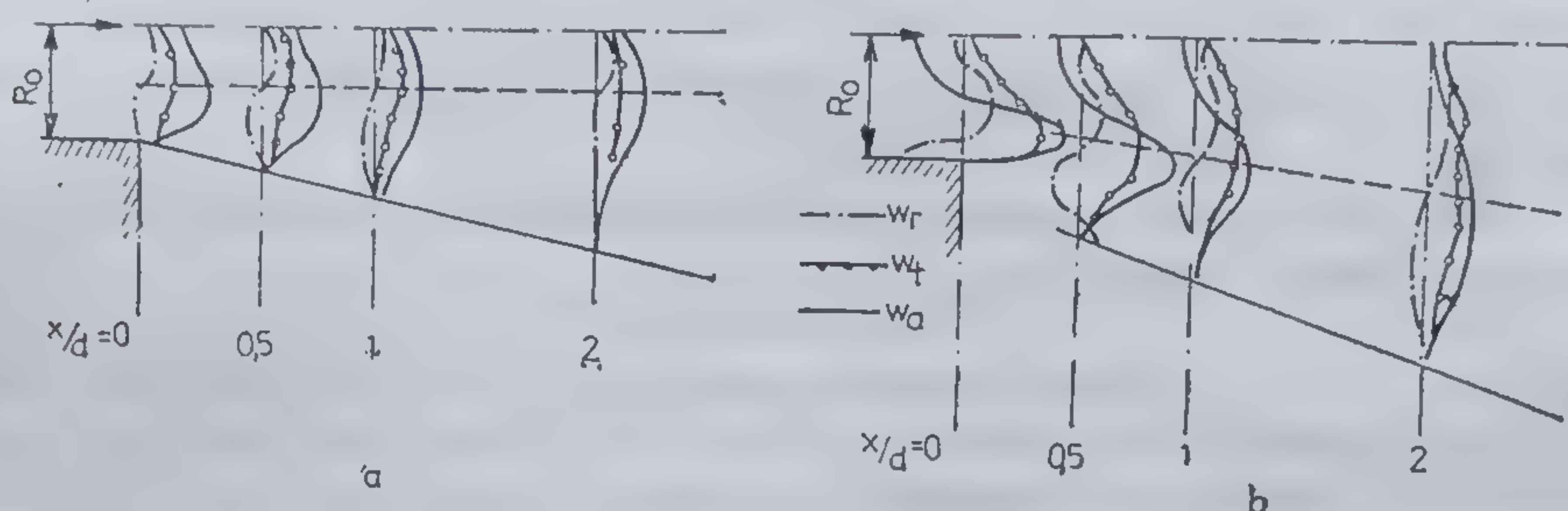


Fig. 8.49. Distribuția vitezelor la un jet turbionat :

a — jet slab turbionat; *b* — jet puternic turbionat.

8.16. PARAMETRII CARACTERISTICI JETURILOR TURBIONATE

Intensitatea mișcării de rotație a curenților de fluid, respectiv intensitatea turbionării jetului, este apreciată cantitativ, de obicei, cu ajutorul caracteristicilor locale și integrale de turbionare.

Drept *caracteristică locală* a turbionării se consideră de regulă raportul dintre componentele tangențială (w_t) și axială (w_a) ale vitezei adică

$$n = \frac{w_t}{w_a},$$

iar drept *caracteristică integrală* raportul dintre momentul cantității de mișcare a jetului M (considerat constant de-a lungul jetului) și cantitatea de mișcare a jetului K (denumită și impulsul axial al jetului); pentru ca acest ultim raport să fie adimensional numitorul se înmulțește cu o dimensiune caracteristică (raza R_0 sau diametrul d_0 al ajutorajului):

$$\Omega = \frac{2M}{K \cdot R_0} \quad (8.162)$$

Valorile mărimilor M și K se determină prin integrare, utilizînd distribuțiile componentelor axiale (w_a) și tangențiale (w_t) ale vitezei într-o

secțiune oarecare a jetului (mai frecvent în planul gurii ajutajului), cu ajutorul relațiilor

$$M = 2\pi \int_0^R \rho w_a w_t r^2 dr \quad (8.163)$$

$$K = 2\pi \int_0^R r(\pi w_a^2 + p) dr \quad (8.164)$$

în care p este presiunea statică în punctul în care se măsoară viteza, r — raza curentă și ρ — densitatea fluidului.

Alți cercetători propun pentru caracterizarea capacității de turbionare a jetului raportul

$$n_B = Re_t / Re_a \quad (8.165)$$

unde Re_t și Re_a sînt numerele Reynolds calculate după valorile medii ale componentelor tangențială și axială ale vitezei. De fapt acest parametru este analog parametrului $n = w_t / w_a$ deși el ia în considerare și dimensiunile geometrice ale canalelor generatorului de turbionare.

Parametrul de turbionare se exprimă uneori și cu ajutorul cantităților de mișcare ale curgerii fluidului în direcție tangențială (K_t) și axială (K_a) cu relația (8.166)

$$n_G = \frac{K_t}{K_a} R_0 \quad (8.166)$$

în care R_0 este raza gurii de ieșire. Acest parametru are neajunsul că nu ia în considerare punctul de aplicare a componentelor vitezei și în plus el are dimensiunea unei lungimi, ceea ce nu este recomandat.

Determinarea gradului de turbionare se poate face și în funcție de elementele geometrice ale turbionatorului. Astfel, pentru un turbionator cu cameră cilindrică cu admisie tangențială a fluidului, se recomandă relația [3]:

$$n_A = \frac{l \cdot w_t}{R_0 \cdot w_a} \quad (8.167)$$

(în care l este lungimea de la axa canalului de admisie la axa carcasei turbionatorului, R_0 — raza corespunzătoare secțiunii de ieșire, w_t și w_a sînt vitezele medii la intrarea și la ieșirea din carcasă), sau relația

$$n_S = \frac{M_{med} \cdot c}{K_{med} \cdot d_0} \quad (8.168)$$

(în care c este un coeficient numeric introdus pentru simplificarea formei finale, $c = 8/\pi$; d_0 — diametrul secțiunii de ieșire a turbionatorului, iar M_{med} și K_{med} — sînt momentul cantității de mișcare și respectiv cantitatea de mișcare, calculate cu valorile medii ale vitezei curentului).

Pentru caracterizarea curgerilor turbionare izotermice în literatura engleză de specialitate [21, 25] se folosește un grad de turbionare (notat cu S) definit ca un raport adimensional între momentul impulsului

unghiular (G_φ) și produsul impulsului axial (G_x) al fluxului cu raza R_0 (respectiv diametrul D_0) al gurii de ieșire, dat de relația

$$S = 2G_\varphi / G_x D_0; \quad (8.169)$$

unde: G_φ se calculează cu o relație similară momentului cantității de mișcare, iar G_x — similar cantității de mișcare (v. relațiile 8.163 și 8.164).

Caracteristica locală n și integrală Ω sînt legate nemijlocit între ele, putîndu-se stabili și o relație de dependență. Astfel, dacă parametrul n se exprimă prin raportul dintre valorile maxime ale componentelor tangențială și axială ale vitezei la ieșirea din ajutoraj, dat de relația

$$n_0 = \frac{w_{t_{\max}}}{w_{a_{\max}}}, \quad (8.170)$$

legătura între Ω și n_0 este redată sub forma (8.171) sau (8.172), după cum urmează:

— pentru $n_0 < 0,4$ (jeturi slab turbionate)

$$\Omega = \frac{n_0}{1 - 0,25 \cdot n_0^2}; \quad (8.171)$$

— pentru $n_0 \geq 0,4$ (jeturi mediu și puternic turbionate);

$$\Omega = \frac{n_0}{1 - 0,5 \cdot n_0}, \quad (8.172)$$

Pentru aprecierea turbionării se recomandă calcularea numărului de turbionare folosind distribuția vitezelor în secțiunea de ieșire a generatorului și nu distribuția în jet, neglijînd termenul presiunii statice din expresia impulsului axial și folosind geometria turbionatorului, respectiv se indică folosirea unui *parametru constructiv de turbionare*. S-au stabilit astfel o serie de relații de calcul al gradului de turbionare pentru diferite tipuri de generatoare, relații care în bună parte concordă cu datele experimentale. În unele lucrări, de exemplu, în loc de S se recomandă folosirea parametrului constructiv S' definit prin relația [25]

$$S' = \frac{G_\varphi}{G'_x \cdot R} \quad (8.173)$$

unde

$$G'_x = 2\pi \int_0^R \rho w_a^2 r dr$$

iar G_φ se calculează cu o relație similară momentului cantității de mișcare și w_a și w_t reprezintă componentele axială și tangențială ale vitezelor în generatorul de turbionare. După valorile acestui număr de turbionare se poate face o clasificare a jeturilor turbionate și anume: pentru $S' < 0,6$ jet cu turbionare slabă (fără zonă de recirculare la axa jetului); pentru $S' > 0,6$ jet cu o turbionare puternică (cu apariția unei curgeri de recirculare în porțiunea centrală a jetului între două puncte de stagnare, de forma unui turbion toroidal).

De asemenea, în lucrarea [17] se recomandă folosirea unui parametru constructiv de turbionare n_c în loc de Ω , indicîndu-se diferite relații de calcul pentru el, exprimate numai în funcție de dimensiunile și particularitățile constructive. Astfel, pentru diferite sisteme de turbionare, parametrii caracteristici se pot determina cu ajutorul următoarelor relații:

— *turbionatoare cu admisie tangențială simplă*

$$n_c = \frac{d(d-a)}{ab}, \quad (8.174 \text{ a})$$

unde: a și b sînt lățimea și lungimea canalului de admisie; d — diametrul canalului de ieșire;

— *turbinatoare cu admisie tangențială și carcasă melcată*

$$n_c = \frac{dl_t}{ab} \quad (8.174 \text{ b})$$

unde l_t este distanța dintre axa canalului de admisie și axa canalului de evacuare;

— *turbionatoare cu palete tangențiale drepte și admisie periferică:*

$$n_c = d^2 \cos \beta / (Lz\varepsilon) \quad (8.174 \text{ c})$$

unde: β este unghiul de înclinare a paletelor față de tangenta la circumferința corespunzătoare punctului de rotire;

ε — distanța minimă între palete; L — lățimea paletei;

z — numărul de palete;

— *turbionatoare cu palete axiale înclinate, față de direcția curgerii*

$$n_c = \frac{8d}{3\pi} \frac{d^3 - d_o^3}{(d^2 - d_o^2)^2} \operatorname{tg} \alpha \quad (8.174 \text{ d})$$

unde: α este unghiul de înclinare a paletelor față de axa canalului cilindric;

d — diametrul canalului cilindric; d_o — diametrul butucului cu palete.

8.17. STRUCTURA JETURILOR TURBIONATE

În funcție de gradul de turbionare a jetului (n , Ω , sau n_c) curgerea poate căpăta diferite structuri. Astfel în cazul unui jet cu un grad mic de turbionare (slab răsucit), ca urmare a prezenței forței centrifuge, se constată o creștere a unghiului de evazare a jetului, maximul componente axiale a vitezei găsindu-se tot pe axa jetului ca și la jetul drept (neturbionat) (figura 8.50 *a* și *b*). De asemenea, ca și la jetul drept, distribuția vitezei axiale în diferite secțiuni transversale are forma unei curbe Gauss normale.

Pe măsura creșterii gradului de turbionare, profilul vitezei axiale capătă o formă asemănătoare literei M (fig. 8.50 *c*), în zona de lângă secțiunea de ieșire maximul vitezei fiind deplasat față de axă, iar la o distanță mai mare maximul vitezei axiale revenind pe axă. Dacă se mărește și mai mult turbionarea, forțele de presiune depășesc impulsul axial și în apropierea secțiunii ajutajului, în zona de lângă axă, se formează o curgere inversă. La distanțe mai mari de secțiunea de ieșire a ajutajului, zona de

curgere inversă dispăre (figura 8.50 *d*). În continuare, crescînd gradul de turbionare, se constată că zona ocupată de curgerea inversă se dezvoltă în așa măsură, încît nici la distanțe mari ea nu dispăre (figura 8.50 *e*).

După caracterul distribuției componente axiale a vitezei, jeturile turbionate pot fi grupate în următoarele categorii:

— jeturi slab turbionate, pentru care componenta axială a vitezei în orice secțiune transversală prin jet are valoarea maximă pe axă, iar profilul distribuției de viteză este asemănător jeturilor drepte;

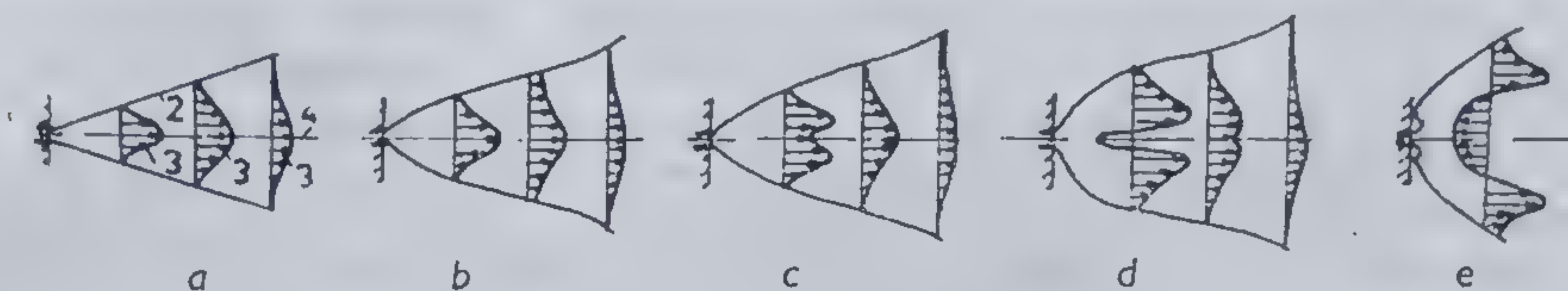


Fig. 8.50. Profilul vitezei axiale la jeturi turbionate:

a — jet neturbionat; *b* — jet slab turbionat (cu miez central); *c* — jet mediu turbionat; *d* — jet puternic turbionat cu circulație inversă închisă; *e* — jet puternic turbionat cu circulație inversă deschisă.

— jeturi medii turbionate, caracterizate printr-o scădere a valorii componente axiale a vitezei în apropierea axei jetului dar fără apariția zonelor de curgere în sens invers. Profilul distribuției vitezei axiale în secțiunile transversale din apropierea secțiunii de ieșire a ajutorului capătă forma literei *M* culcată;

— jeturi puternic turbionate, caracterizate prin existența unei zone de curgere inversă.

Deși nu este universal aplicabilă, clasificarea menționată este foarte mult utilizată pentru aprecierea calitativă a gradului de răsucire a jeturilor produse de diferite tipuri de turbionatoare.

8.18. PROCEDEE PENTRU GENERAREA ȘI STUDIUL JETURILOR TURBIONATE

În literatura de specialitate sînt descrise diferite procedee de obținere a jeturilor turbionate. De exemplu, pentru turbionarea unui curent de aer sînt prezentate turbionatoare statice (combinații de orificii tangențiale cu palete) sau turbionatoare dinamice (tuburi cu mișcare de rotație de circa 9500 rot/min). Se mai utilizează, pentru realizarea turbionării și o placă perforată rotitoare cu orificii situate atît paralel cu axa cît și la un unghi de 45°, obținînd o variație continuă a vitezei unghiulare în secțiune. Procedeele descrise permit însă obținerea numai a unor jeturi slab turbionate.

Ulterior au fost dezvoltate și aplicate în industrie procedee care au permis obținerea jeturilor cu grade de turbionare de la slab la puternic. Majoritatea metodelor de generare a jeturilor turbionate folosite pînă în prezent în construcțiile de tip industrial (inclusiv la construcțiile de arzătoare) se bazează fie pe introducerea tangențială a curentului de fluid

sau a unei părți din el (prin unul sau mai multe canale sau cu ajutorul unor palete directoare) într-o conductă cilindrică, fie pe utilizarea unor palete directoare montate în direcție axială a curgerii.

Metodele ce utilizează dispozitive mecanice pentru imprimarea unei mișcări de turbionare a fluidului care circulă prin ele (cum ar fi paletele rotitoare sau rețelele și tuburile care se rotesc) se aplică de obicei în cazul cercetărilor experimentale asupra jeturilor turbionare.

În figura 8.51 este reprezentat un generator turbionar cu patru intrări tangențiale într-o conductă cilindrică. Această construcție este simplă și permite varierea continuă a intensității turbionării de la zero la o valoare maximă, introducând o parte din fluid (ce poate varia de la zero la 100%) prin orificii tangențiale și restul axial prin interiorul tubului generatorului. Fluxul momentului unghiular al jetului turbionat poate fi deci controlat prin varierea proporției de fluid introdusă tangențial.

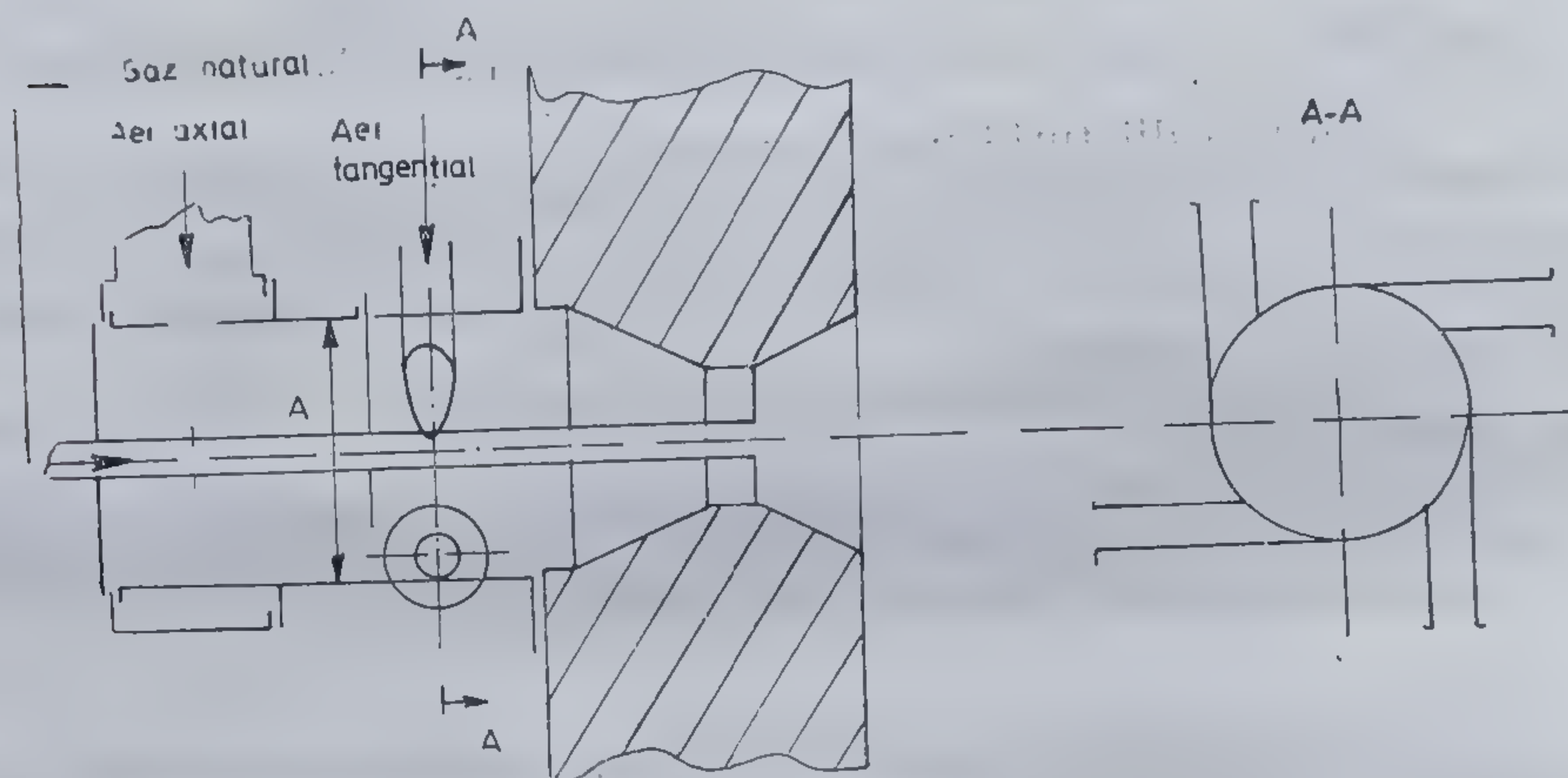


Fig. 8.51. Generator de turbionare cu admisii multiple tangențiale.

Un alt dispozitiv este cel cu un principiu de funcționare asemănător, numai că în loc de conducte scurte plasate tangențial s-au folosit fante tangențiale dreptunghiulare (figura 8.52). Modificarea gradului de turbionare se realizează tot prin varierea proporției dintre debitul de fluid intrat tangențial și cel axial.

Un alt generator de turbionare, denumit „bloc mobil de turbionare” este prezentat în figura 8.53. El este prevăzut cu două plăci inelare, una fixă și una mobilă, și două serii de blocuri tip pană care se întrepătrund, fiecare fiind atașată la una din plăci. Blocurile sunt montate intercalat, astfel încât să se realizeze o alternare a canalelor de curgere radială și tangențială. Astfel curentul de fluid, dirijat de la periferie spre centru, se divizează într-un număr egal de curenți radiali și tangențiali care se combină mai departe în lungul curentului într-o curgere turbionară. Prin rotirea simplă a blocurilor fixate de placa mobilă

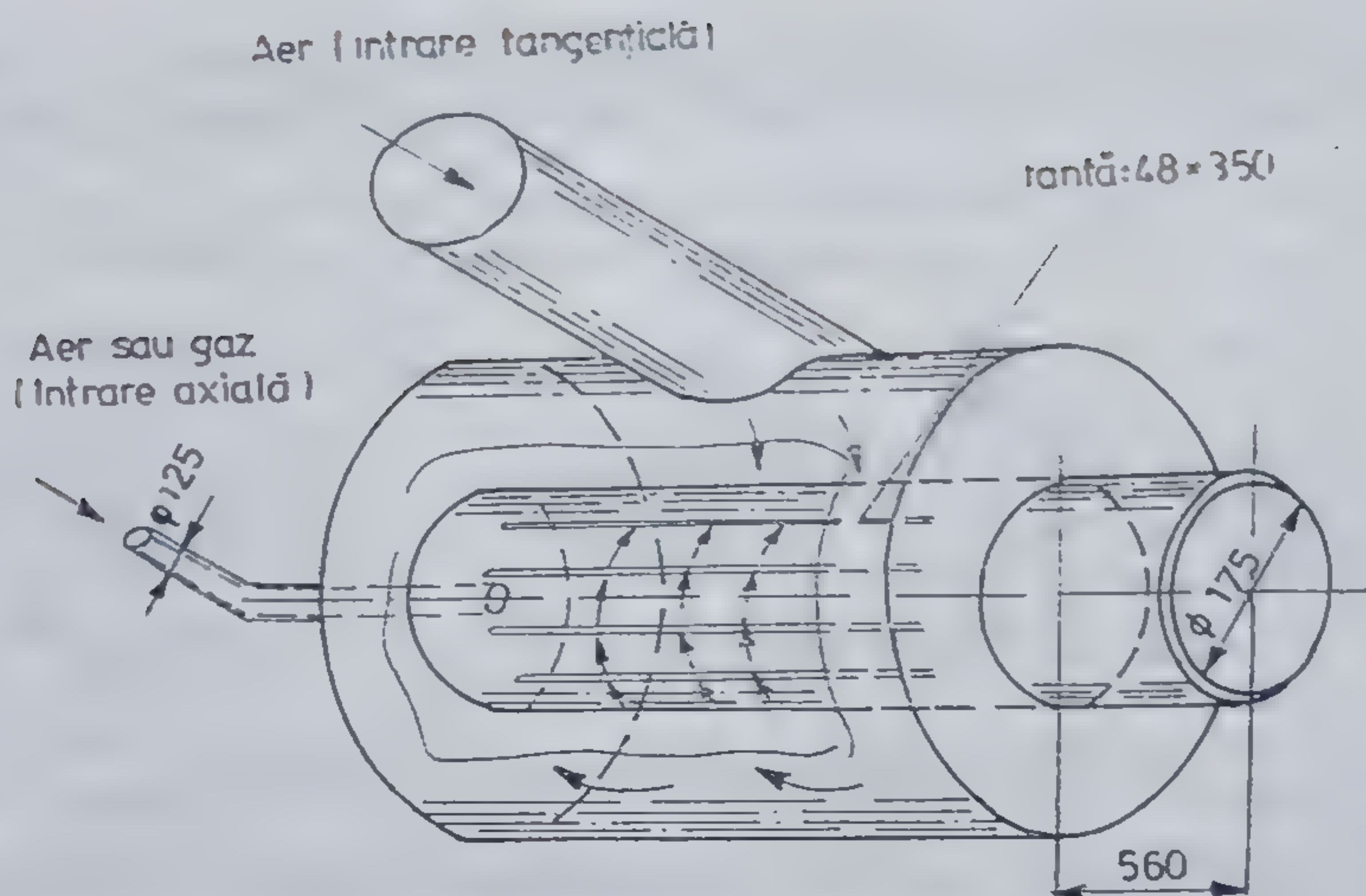


Fig. 8.52. Generator de turbionare cu fante tangențiale.

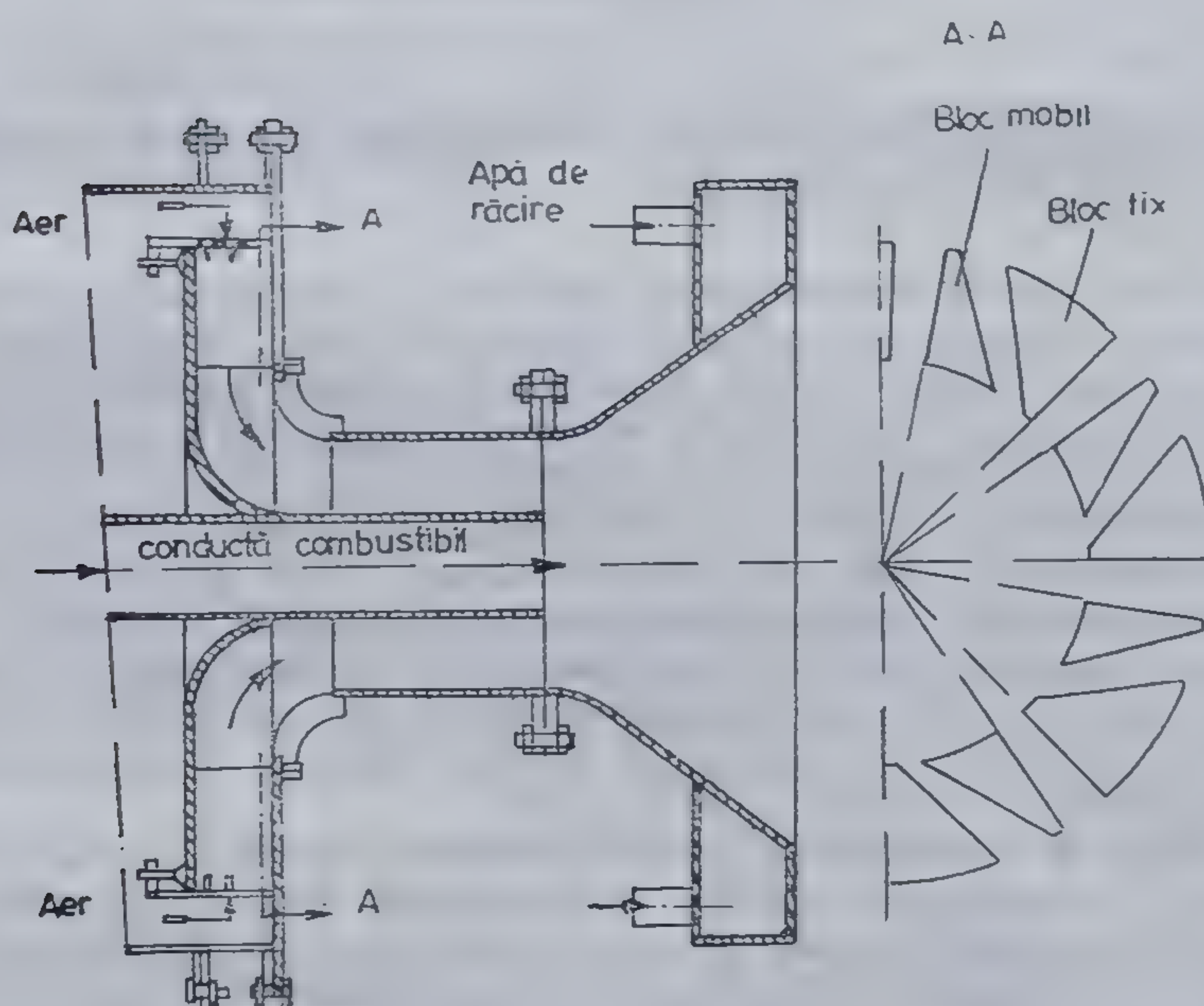


Fig. 8.53. Generator de turbionare cu admisie tangențială.

În raport cu cele de pe placa fixă, canalele radiale se închid progresiv și canalele tangențiale se deschid (sau invers) obținându-se o variație continuă a gradului de turbionare de la zero la o valoare maximă.

Un alt turbionator este cel cu palete axiale cu diferite unghiuri de înclinare față de axa longitudinală (figura 8.54). Curentul de fluid este

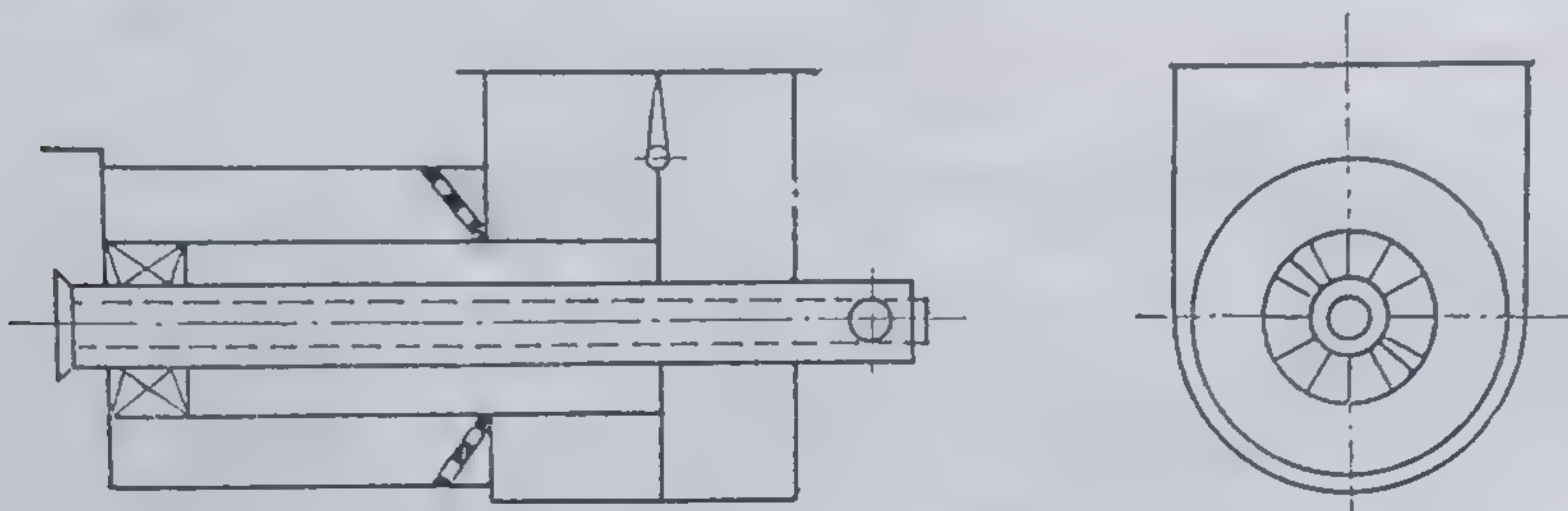


Fig. 8.54. Generator de turbionare cu palete axiale.

divizat în două fluxuri (unul central turbionat de palete și altul periferic), iar bușa cu palete axiale este interschimbabilă.

În lucrarea [26] sînt prezentate tipurile de turbionatoare recomandate pentru diferite categorii de arzătoare turbionare.

8.19. CARACTERISTICILE GEOMETRICE ALE JETURILOR TURBIONATE

Ca și la jeturile neturbionate, evoluția și comportarea jeturilor turbionate pot fi descrise și analizate cu ajutorul unor caracteristici aerodinamice de bază. Dintre acestea, interesează în mod deosebit: unghiul de deschidere a jetului (unghiul de evazare); lungimea aerodinamică sau bătaia jetului; gradul de neuniformitate a distribuției vitezei; dimensiunile zonei curenților interni de recirculare (zona curenților inverși); capacitatea de absorbție a jetului; unghiul de ridicare a curentului în spirală.

Caracteristicile aerodinamice menționate depind de gradul de turbionare, de tipul constructiv al turbionatorului și de forma secțiunii gurii de ieșire a acestuia, de configurația spațiului în care evoluează jetul, de regimul de temperatură existent, de vitezele relative ale jetului în raport cu mediul ambiant ș.a.m.d.

Unghiul de deschidere a jetului turbionat (unghi de evazare sau de împrăștiere) reprezintă o noțiune convențională deoarece limitele jetului la gura de ieșire nu formează un trunchi de con ci un hiperboloid de rotație. Cu cît diferența dintre densitatea curentului turbionat și mediul înconjurător este mai mare și cu cît turbionarea este mai puternică, cu atît forma jetului se deosebește mai mult de forma conică.

Partea inițială a jetului turbionat este conică iar unghiul din vîrf ce reprezintă unghiul de deschidere sau de evazare a jetului se măsoară în această zonă:

$$0 \leq x/D_0 \leq 4$$

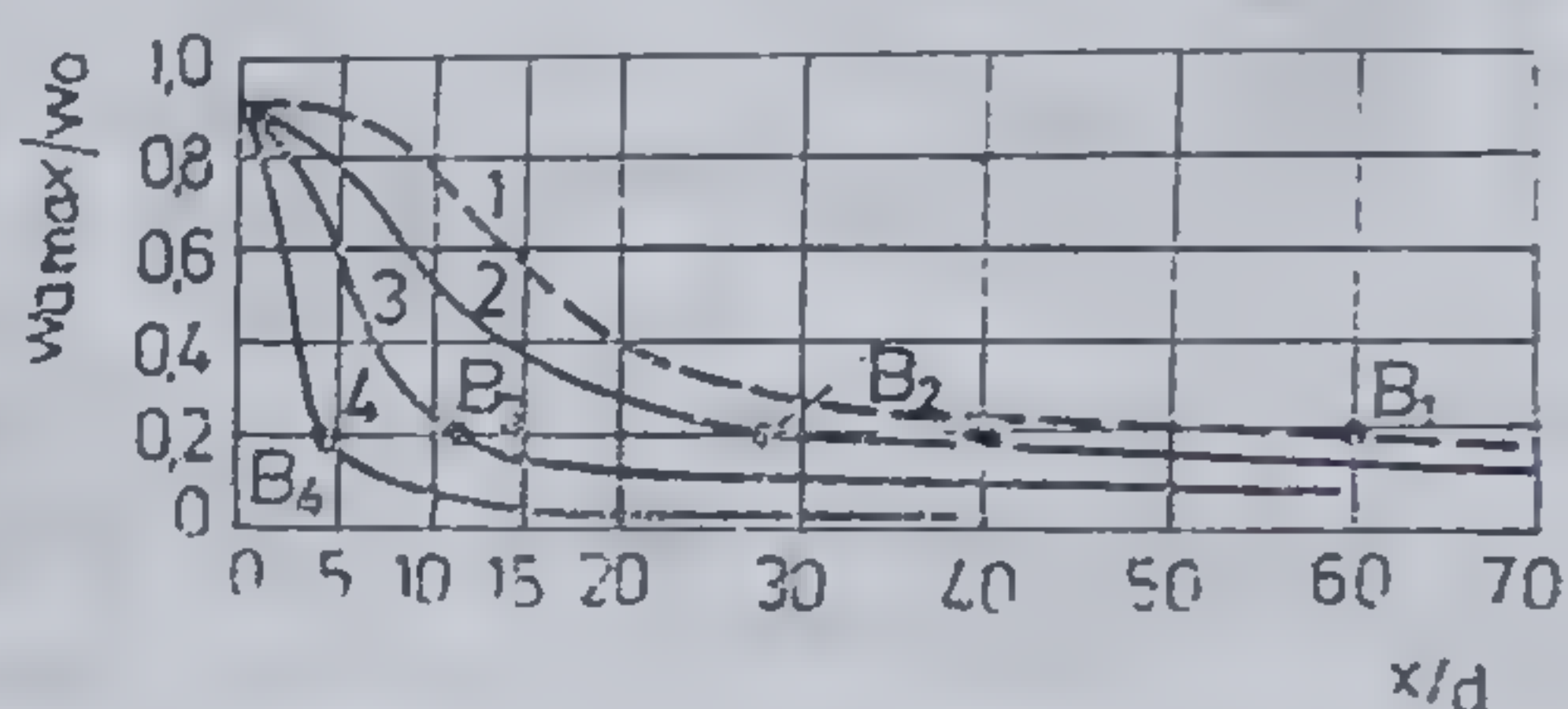
Unghiul de deschidere are valoarea minimă la jeturile drepte și este de circa $12^\circ \dots 25^\circ$. În jeturile neizoterme turbionate ajunge pînă la circa 100° și chiar mai mult.

Pentru valori aproximativ egale ale numărului de turbionare s-a constatat că evazarea cea mai mare o au jeturile turbionate de turbionatoarele cu carcasă melcată.

Lungimea aerodinamică sau bătaia jetului este considerată drept distanța măsurată pe axa jetului între secțiunea de ieșire a acestuia și secțiunea în care valoarea maximă a vitezei axiale constituie $0,2$ din valoarea vitezei medii la gura de ieșire din turbionator : $w_{x_{\max}} = 0,2 \cdot w_0$. De obicei această distanță se exprimă în părți din diametrul canalului cilindric al gurii de ieșire sau în părți din diametrul echivalent, dacă secțiunea are alte forme. Lungimea jetului turbionat este mult mai mică în comparație cu lungimea jetului neturbionat și, de regulă, scade o dată cu creșterea gradului de turbionare ; se constată că și la o turbionare slabă lungimea jetului scade în mod simțitor față de jetul neturbionat așa cum se vede din figura 8.55.

Fig. 8.55. Lungimea relativă a jeturilor turbionate :

1 — jet neturbionat; 2 — jet slab turbionat; 3 — jet mediu turbionat; 4 — jet puternic turbionat; B — bătaia jetului.



Gradul de neuniformitate a distribuției vitezei. Odată cu turbionarea jetului curentul se deformează iar distribuția vitezei pe raza ajutorului înregistrează o creștere a neuniformității. Ceea ce interesează este însă nu neuniformitatea distribuției vitezei funcție de rază, ci neuniformitatea distribuției vitezei pe circumferință. De regulă, gradul de neuniformitate a distribuției vitezei se exprimă prin raportul dintre diferența valorilor scalare ale vectorilor viteză maximă și minimă pe circumferință și valoarea scalară a vectorului vitezei medii din secțiunea respectivă :

$$\varepsilon = \frac{w_{\max} - w_{\min}}{w_{\text{med}}} \quad (8.175)$$

Această caracteristică se raportează în general la gura sursei, deoarece în aval de aceasta are loc o tendință de uniformizare a jetului.

Gradul de neuniformitate diferă de la un tip de generator de turbionare la altul și poate varia în limite foarte largi în funcție de parametrii constructivi ai acestora. La turbionatoarele de tipul cu palete tangențiale, gradul de neuniformitate ε scade cu micșorarea unghiului α de înclinare a paletelor, iar la cele cu palete axiale scade o dată cu creșterea lui α , avînd în general valori cuprinse între $0,03$ și $0,08$.

Dimensiunile zonei curenților interni de recirculare (curenți de curgere inversă). În jeturile puternic turbionate, în regiunea din apropierea secțiunii de ieșire a ajutorului se formează lângă axa jetului o curgere orientată în sens opus mișcării principale, numită zona curenților inversi. Drept limită a acestei zone este considerată suprafața pe care componenta axială a vitezei este zero.

Lungimea zonei curgerii inverse este dată de distanța pe axa jetului, de la gura ajutorului pînă la punctul unde curba limitei zonei intersectează axa, iar diametrul zonei este plasat în planul normal pe axa jetului al secțiunii respective.

Lungimea și diametrul zonei curențului invers se exprimă în unități relative, de obicei în fracțiuni din diametrul ajutorului. Modelul fizic al

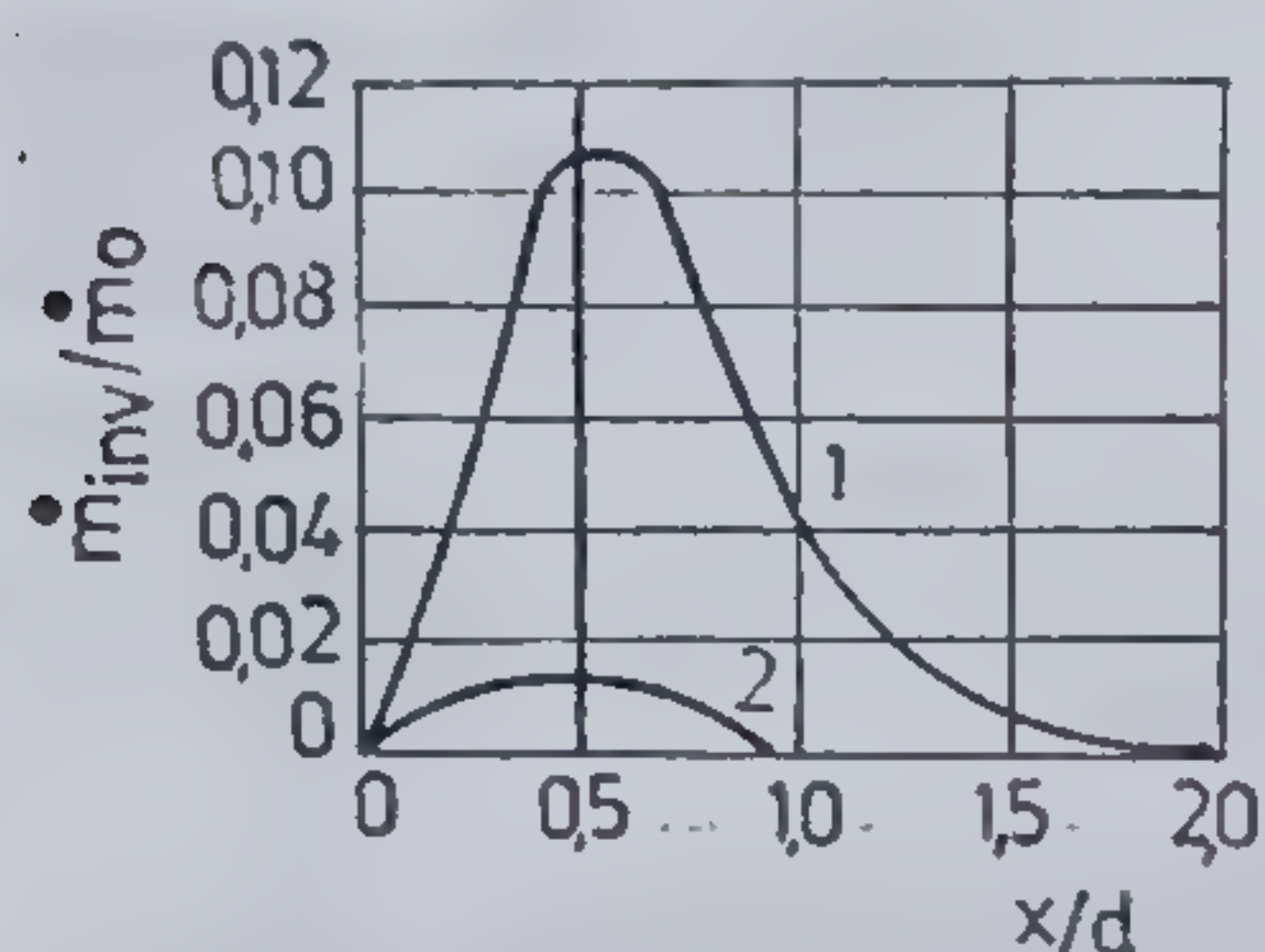


Fig. 8.56. Debitul de gaz în curențul invers al jeturilor turbionate :

1 — jet puternic turbionat; 2 — jet mediu turbionat.

formării curenților inversi nu este încă complet clarificat; se consideră, totuși, ca satisfăcător mecanismul conform căruia curenții inversi se formează sub acțiunea gradientului presiunii statice din jet. Dinamica curențului invers depinde direct de raportul dintre componentele tangențiale și axiale ale vitezei, adică de caracteristica locală a turbionării. La jeturile puternic turbionate, debitul curenților inversi este apropiat de zero în orificiul de ieșire, atinge un maxim în zona secțiunilor $x/d \approx 0,5$ și scade din nou la zero în zonele $x/d = 1 \dots 2$ (fig. 8.56).

Pentru calculul debitului masic al curențului invers într-o secțiune oarecare se utilizează o relație ce folosește cîmpul vitezei axiale în zona de recirculare de forma

$$\dot{m}_{inv} = 2\pi\rho \int_0^{R_{inv}} w_a r dr \quad (8.176)$$

unde ρ este densitatea; R_{inv} — raza limitei zonei curenților inversi în secțiunea respectivă; r — valoarea curentă a razei jetului; w_a — viteza axială.

Lățimea și lungimea zonei de recirculare, pentru diferite grade de turbionare, pot fi calculate cu relațiile

$$(b_{inv}/D_0)_{max} = 0,09n_c + 0,28; (l_{inv}/D_0)_{max} = 0,7n_c^{2/3} + 0,8,$$

iar debitul recirculat $(\dot{m}_{inv}/\dot{m}_0)_{max} = 0,03 + 0,02(n_c - 1)^2$.

Capacitatea de absorbție a jetului. În cursul evoluției sale jetul liber își mărește masa, în aval de ajutor, în mod continuu, datorită masei absorbite din mediul ambiant. Debitul jetului în diferite secțiuni transversale pe direcția de curgere se poate calcula cu relația:

$$\dot{m} = 2\pi\rho \int_0^{R_{lim}} w_a r dr \quad (8.177)$$

unde: ρ este densitatea fluidului; R_{lim} — raza corespunzătoare graniței jetului; r — valoarea curentă a razei jetului; w_a — componenta axială a vitezei.

Notînd cu \dot{m}_0 debitul la secțiunea de ieșire din ajutor se poate afla valoarea debitului absorbit din mediul ambiant de la gura ajutorului pînă la secțiunea aleasă, sub forma

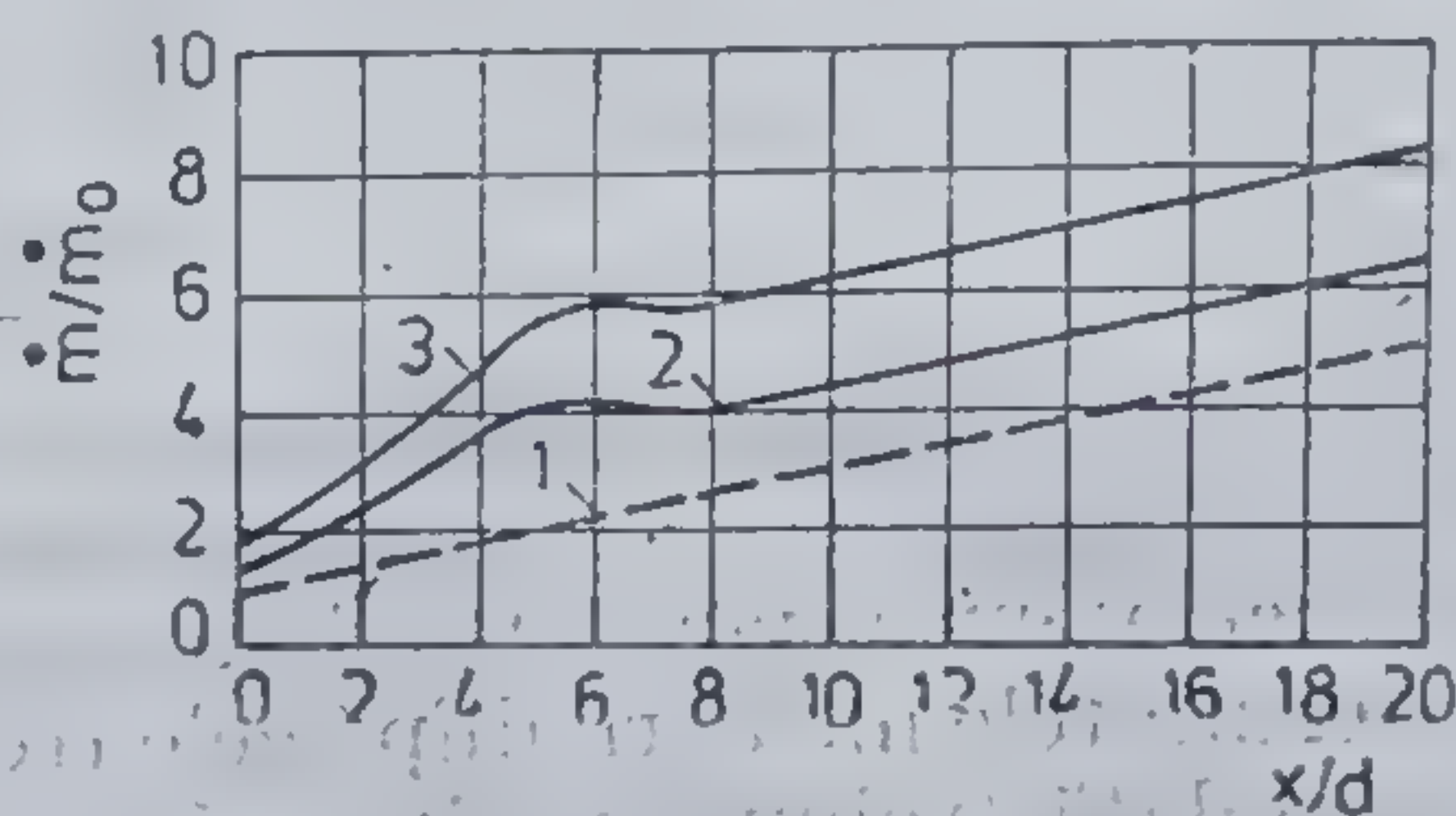
$$\Delta \dot{m} = \dot{m} - \dot{m}_0 \quad (8.178)$$

Legat de acestea se definește și capacitatea de absorbție a jetului. Ea se exprimă fie prin raportul \dot{m}/\dot{m}_0 , fie ca raport între debitul atașat și debitul inițial $\Delta \dot{m}/\dot{m}_0$.

Capacitatea de absorbție crește puternic o dată cu creșterea gradului de turbionare (fig. 8.57). Diferența cea mai mare în ceea ce privește capacitatea de absorbție între jeturile turbionate și neturbionate apare în

Fig. 8.57. Debitul în secțiune într-un jet turbionat:

1 — jet neturbionat; 2 — jet slab turbionat;
3 — jet puternic turbionat.



apropierea gurii. Pentru intervalul $0 \leq x/d \leq 5$ relația de calcul a capacității de absorbție a debitului jeturilor turbionate este

$$\Delta \dot{m} = 0,5 \Omega + 0,207 (1 + \Omega) \frac{x}{d} \quad (8.179)$$

unde Ω este parametrul de turbionare (v. relația 8.162).

Unghiul de ridicare a curentului în spirală. Prin acest unghi (notat de regulă cu β) se înțelege unghiul dintre direcția vectorului viteză într-un punct de pe traiectoria particulelor aflate în curgere turbionară și direcția radială perpendiculară pe axa jetului. El nu este constant în lungul jetului și ca urmare poate reprezenta numai o caracteristică indirectă a turbionării curentului.

De exemplu, viteza reală se află prin împărțirea vitezei medii (calculată pe baza debitului ce străbate secțiunea respectivă) la $\sin \beta$. Deoarece unghiul de ridicare a curentului în spirală variază nu numai în lungul jetului turbionat ci și transversal, el se mediază în secțiune. Mediarea se poate face:

— după viteza axială:

$$\beta = \frac{\int_{R_{inv}}^R \int_0^{2\pi} \beta_r w_r dr d\varphi}{\int_{R_{inv}}^R \int_0^{2\pi} w_x dr d\varphi}; \quad (8.180)$$

— după debit :

$$\beta' = \frac{\int_{R_{inv}}^R \int_0^{2\pi} \beta_i w_x r dr d\varphi}{\int_{R_{inv}}^R \int_0^{2\pi} w_x r dr d\varphi}; \quad (1.181)$$

— după vectorii vitezelor maxime în secțiunile respective :

$$\beta'' = \frac{\int_0^{2\pi} \beta_i \cdot d\varphi}{2\pi}; \quad (8.182)$$

unde : β_i este valoarea unghiurilor de ridicare în spirală a curentului în punctele examinate; w — viteza momentană în punctul respectiv; R_{inv} , R sînt razele curenților inverși și ale jetului în secțiunea respectivă.

Rezultatele medierii după cele trei metode diferă între ele și, de aceea, de fiecare dată trebuie specificat în mod deosebit procedeul după care s-a făcut medierea. De exemplu, unghiul de ridicare în spirală după diferite formule, în cazul unui turbionator cu palete axiale duce la următoarele rezultate :

$$n = 0,38 \rightarrow \beta' = 50^\circ; \beta = 63^\circ;$$

$$n = 0,64 \rightarrow \beta' = 48^\circ; \beta = 69^\circ;$$

$$n = 0,80 \rightarrow \beta' = 44^\circ; \beta = 58^\circ;$$

iar pentru un turbionator cu palete tangențiale la $n = 0,638$ și $\alpha = 20^\circ$

$$x/d = 0,5 \rightarrow \beta = 43^\circ$$

$$x/d = 1 \rightarrow \beta = 45^\circ$$

$$x/d = 1,5 \rightarrow \beta = 56^\circ$$

Influența formei secțiunii de ieșire a turbionatorului asupra caracteristicilor aerodinamice ale jetului. Cercetările experimentale efectuate asupra jeturilor turbionate produse de diferite generatoare de turbionare au arătat că asupra aerodinamicii jeturilor o puternică influență o are forma secțiunii de ieșire și raportul diametrelor țevilor centrale coaxiale.

Astfel, o influență puternică asupra structurii aerodinamice a jeturilor o are îngustarea secțiunii de ieșire a gurii de refulare. Prin îngustare se mărește bătaia jetului, se micșorează unghiul de evazare a jetului și se scurtează în mod simțitor zona curenților inverși. O creștere a unghiului de deschidere a gurii de refulare duce la mărirea zonei curenților inverși și a unghiului de deschidere a jetului turbionat. În anumite condiții, jetul

poate crește în așa măsură că el începe să se disperseze în toate direcțiile în planul unui perete frontal.

În figura 8.58 este reprezentat profilul vitezei axiale la ieșirea din ajutorul unui turbionator în situația în care gura cilindrică a acestuia

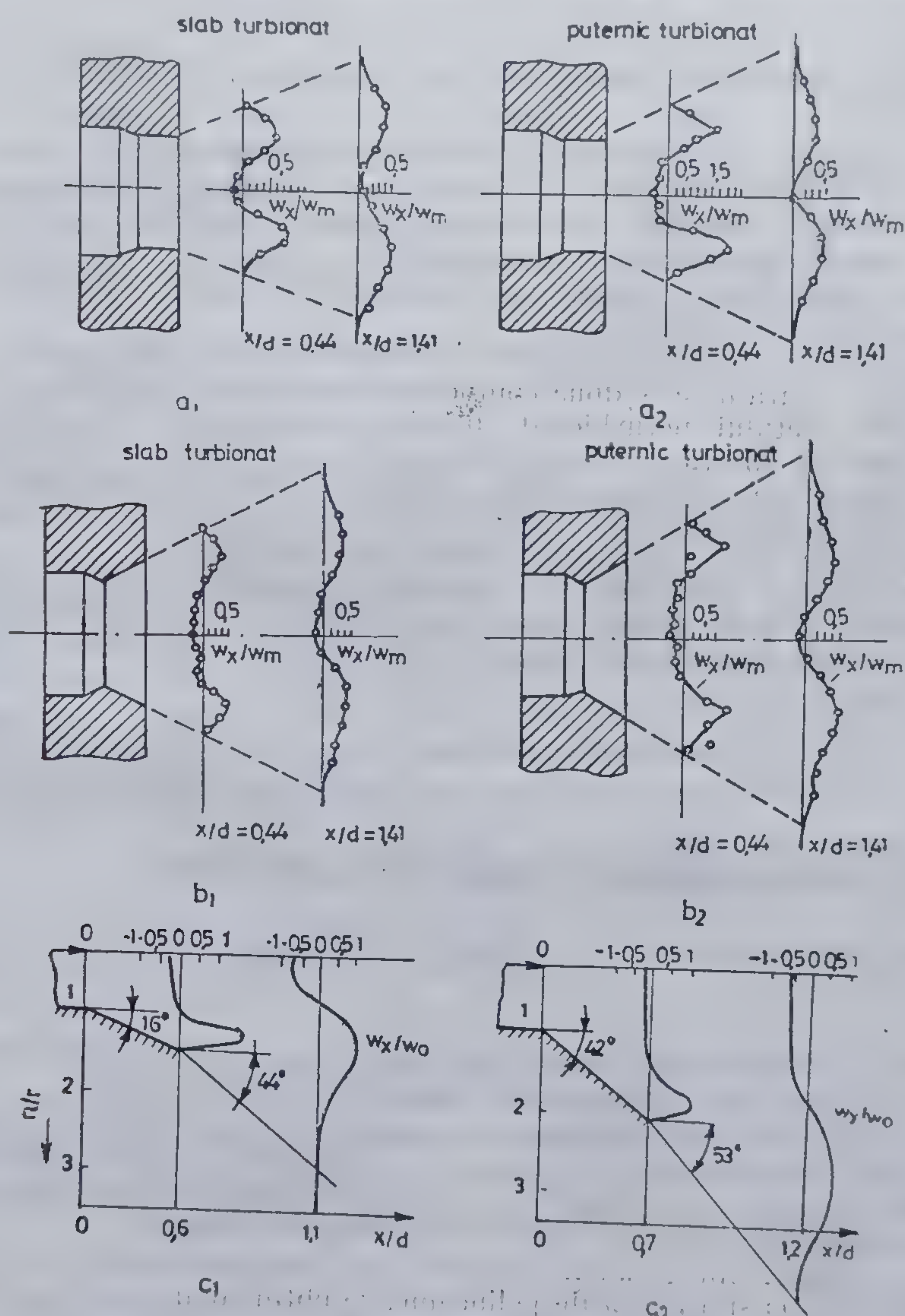


Fig. 8.58. Distribuția vitezelor axiale la un jet turbionat:

a_1 — jet slab turbionat cu îngustare a secțiunii de formare; a_2 — idem puternic turbionat; b_1 — jet slab turbionat cu îngustare și evazare a secțiunii de formare; b_2 — idem puternic turbionat; c_1 — jet slab turbionat cu secțiune evazată cu un unghi de 16° ; c_2 — idem cu un unghi de 42° .

suferă : o îngustare (fig. 8.58, a), o îngustare urmată de o lărgire (fig. 8.58 b), sau gura are o formă conică cu diferite unghiuri de evazare (fig. 8.58 c). Figurile redau intuitiv modul cum variază structura aerodinamică a jetului în funcție de forma gîtului și gradul de turbionare.

8.20. STUDIUL TEORETIC AL JETULUI TURBIONAT

Studiile teoretice urmăresc determinarea cîmpurilor de viteză, presiune, temperatură și densitate în jetul turbionat, generat sub acțiunea unor forțe exterioare. Ecuatiile de bază sînt : ecuațiile Navier-Stokes sau Reynolds ; ecuația continuității ; ecuația energiei ; ecuația de stare a fluidului. Datorită complexității sistemului de ecuații diferențiale, rezolvarea analitică implică dificultăți mari.

În studiul teoretic al jeturilor turbionate trebuie ținut seama și de faptul că, în afară de cele două componente ale vectorului viteză existente în curgerea jetului neturbionat, intervine suplimentar și componenta tangențială (de rotație), care duce la apariția gradientului radial de presiune și care face ca presiunea să varieze atît transversal cît și în lungul jetului. De asemenea, jetul turbionat este caracterizat în plus față de impulsul axial și de momentul cantității de mișcare.

Majoritatea lucrărilor de specialitate consideră că jetul turbionat este descris de două mărimi caracteristice ce se conservă de-a lungul lui :

1) fluxul cantității de mișcare prin secțiunea transversală (8.183) :

$$K = 2\pi \int_0^{\infty} r(p + \rho w_x^2) dr = \text{const} \quad (8.183)$$

(cînd $r \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$) ;

2) fluxul momentului cantității de mișcare (8.184) :

$$M = 2\pi \int_0^{\infty} r w_x w_{\varphi} dr = \text{const.} \quad (8.184)$$

Încercările de a rezolva pe cale analitică problema jetului turbionat liber s-au grupat în jurul a două categorii de metode de calcul :

1. Metoda stratului limită asimptotic, în cadrul căruia se caută rezolvarea sub forma unor descompuneri asimptotice a expresiilor componentelor vitezelor și presiunii, în serie de puteri negative ale distanței de la gura de ieșire la diferite secțiuni transversale ale jetului.

2. Metoda integrală, în cadrul căreia, rescriind funcția pentru distribuția vitezei sub formă de polinoame, se obțin soluții în formă închisă ce descriu amortizarea jetului în spațiu și divergența lui.

Ambele metode, datorită ipotezelor simplificatoare (neglijarea vitezelor radiale în jet, în comparație cu cele axiale și anularea derivatelor

parțiale în raport cu unghiul măsurat în jurul axei jetului), sînt valabile în general pentru calculul jeturilor slab și mediu răsucite.

Metodele analitice, consideră jetul ca un strat limită la care dimensiunea transversală este mică. Componenta radială a vitezei w_r , se consideră mică în raport cu cea axială w_x și cea tangențială w_φ . Deoarece o dată cu îndepărtarea de la origine viteza în jet scade și presiunea variază atît radial cit și în lungul jetului. Ca urmare mișcarea se poate descrie folosind ecuațiile generalizate pentru stratul limită care conțin $\partial p/\partial x$ și $\partial p/\partial r$. Considerînd că jetul turbionat prezintă simetrie axială și că derivatele parțiale în raport cu unghiul φ se anulează, ecuațiile mișcării laminare a fluidului vîscos sînt prezentate sub forma [20]:

$$\begin{aligned} w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_r \frac{\partial w_r}{\partial r} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_x}{\partial r} \right); \\ \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{\rho w^2}{r}; \\ w_x \frac{\partial w}{\partial x} + w_r \frac{\partial w_\varphi}{\partial r} + \frac{w_\varphi w_r}{r} &= \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w_\varphi}{r^2} \right); \\ \frac{\partial(rw_x)}{\partial x} + \frac{\partial(rw_r)}{\partial r} &= 0. \end{aligned} \quad (8.185)$$

În continuare se prezintă calculele ce se fac pentru determinarea componentelor axiale și radiale ale vitezei în diferite secțiuni din jet, sub formă de serii asimptotice după exponenții inverși ai distanței de la sursă a secțiunii respective, apelîndu-se la o funcție de curent sub forma

$$\psi = \nu \left(ax + a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \dots \right) \quad (8.186)$$

unde $a, a_0, a_1 \dots$ sînt necunoscutele funcției de o nouă variabilă independentă η :

$$\eta = \frac{r}{x\sqrt{\nu}}. \quad (1.187)$$

Se obțin expresiile:

$$\left. \begin{aligned} w_x &= \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{a'}{\eta} \frac{1}{x} + \frac{a'_0}{\eta} \frac{1}{x^2} + \frac{a'_1}{\eta} \frac{1}{x^3} + \dots \\ w_r &= - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\sqrt{\nu}}{x} \left[a' - \frac{a}{\eta} + a'_0 \frac{1}{x} + \left(a'_1 + \frac{a_1}{\eta} \right) \frac{1}{x^2} + \dots \right] \end{aligned} \right\} \quad (8.188)$$

apostroful reprezentînd derivata după η .

Pentru componenta tangențială a vitezei și pentru presiune se folosesc descompunerile în serie :

$$w_{\varphi} = \frac{b_1}{x} + \frac{b_2}{x^2} + \dots \quad (8.189)$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{c_1}{x} + \frac{c_2}{x^2} + \dots, \quad (8.190)$$

în care $b_1, b_2, \dots; c_1, c_2, \dots$ sînt necunoscutele funcției de variabilă η . Descompunerile (8.188), (8.189) și (8.190) se substituie în sistemul de ecuații (8.185) obținîndu-se sistemul de ecuații diferențiale obișnuite pentru determinarea coeficienților $a, a_0, a_1, \dots, b_1, b_2, c_1, c_2, \dots$.

Impunînd condițiile la limită, rezultatele calculului teoretic se prezintă sub forma (8.191) :

$$w_x = \frac{2\alpha^2\eta}{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\eta^2\right)^2} \frac{1}{x} - \frac{1}{2}\beta\alpha^2 \frac{1 - \frac{3}{4}\alpha^2\eta^2}{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\eta^2\right)^3} \frac{1}{x^2};$$

$$w_r = \sqrt{\nu} \left[\frac{\alpha^2\eta \left(1 - \frac{1}{4}\alpha^2\eta^2\right)}{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\eta^2\right)^2} \frac{1}{x} - \frac{1}{2}\alpha^2\beta \frac{\left(1 - \frac{3}{4}\alpha^2\eta^2\right)}{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\eta^2\right)^3} \frac{1}{x^2} \right];$$

$$p = -\frac{2}{3}\rho\gamma^2 \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\eta^2\right)^3} \frac{1}{x^4}. \quad (8.191)$$

$$w_{\varphi} = \gamma \frac{a\eta}{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\eta^2\right)^2} \frac{1}{x^2};$$

$$p = -\frac{2}{3}\rho\gamma^2 \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{4}\alpha^2\eta^2\right)^3} \frac{1}{x^4}.$$

Mărimile α și γ se exprimă în funcție de impulsul K , respectiv momentul cantității de mișcare M , densitatea ρ și viscozitatea μ , sub formele

$$\alpha = \sqrt{\frac{3K}{16\pi\mu}}; \quad \gamma = \frac{(3K)^3 M^2}{(16\pi\mu)^3 \nu} \quad (8.192)$$

iar constanta β ca o corecție pentru caracterul finit al debitului jetului la ieșirea din turbionator.

După cum reiese din sistemul de relații (8.191), în comparație cu componentele axială și radială ale vitezei (care descreșc proporțional cu $1/x$), componenta tangențială descrește mai repede (proporțional cu $1/x^2$),

iar cîmpul de presiune se amortizează și mai repede (proporțional cu $1/x^4$). Dacă x este suficient de mare, al doilea termen din partea dreaptă a primelor două ecuații ale sistemului (8.191) poate fi neglijat și aceste ecuații se reduc la soluția clasică al jetului neturbionat. Compararea curbelor teoretice cu rezultatele experimentale arată că valorile distanței de la gura de ieșire a ajutorajului nu pot fi luate mai mici ca $x \approx (8 \dots 10) d$ și că pentru viteza axială și tangențială se constată o bună coincidență în centru și slabă la marginea jetului, dar la distanța $x \geq 8d$ pentru w_x și $x \geq 4d$ pentru w_φ .

În paralel cu metodele bazate pe descompuneri asimptotice se utilizează și o serie de metode integrale.

Astfel se obțin soluții pentru jetul turbionat axial simetric turbulent utilizînd profile ale vitezelor de tipul distribuțiilor gaussiene sub forma

$$\left. \begin{aligned} w_x(x, r) &= w_x(x) f(-r^2/b^2); \\ w_\varphi(x, r) &= w_\varphi(x) f(r/b). \end{aligned} \right\} \quad (8.193)$$

unde $b(x)$ este valoarea lui r pentru care $w_x = \frac{1}{e} w_{x \max}$, iar $f(r/b)$ — funcție ce redă distribuția vitezei tangențiale $w_\varphi(x, r)$ determinată din experiențe.

Substituind aceste relații în ecuațiile de bază ale mișcării și integrîndu-le după r de la 0 la ∞ se obține

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} (w_x b^2) = - b w_r(x, b). \quad (8.194)$$

Această relație exprimă că în direcție axială creșterea fluxului de masă este compensată de aspirația masei din mediul înconjurător în direcție radială.

Se identifică apoi $w_r(x, b)$ cu viteza de aspirație

$$w_r(x, b) = \alpha w_x(x), \quad (8.195)$$

unde α este coeficientul de aspirație, a cărei valoare depinde de profilul adoptat pentru w_x .

Se determină astfel distribuția vitezelor w_x și w_φ pe axa x . Măsurările experimentale arată că în realitate profilele asemenea ale vitezei axiale și de răsucire, sub forma curbei Gauss, sînt sesizabile abia începînd de la distanța $x = 3,06d$ de la secțiunea de formare. În acest mod se determină valoarea coeficientului de aspirație $\alpha = 0,08$. Pentru o mai bună concordanță între datele teoretice și cele experimentale se propune introducerea noțiunii de „pol al jetului răsucit” deplasat în avalul curgerii cu $x = 3,06d$ față de secțiunea inițială de formare. Această tratare face însă necesar să se introducă doi „poli” ai jetului, unul pentru componenta tangențială și altul pentru cea axială a vitezei.

Urmărind problema repartiției presiunii și temperaturii în curentul turbionat, utilizînd ecuațiile bilanțului energetic și transformărilor politrope, se determină o distribuție a vitezelor tangențiale în curent de forma $w_\varphi r^n =$

$= \text{const}$, unde pentru n , din determinări experimentale, se dă valoarea $n = 0,68$.

Trebuie de fapt precizat că nici în acest caz nu este indicat să se atribue o dependență w_φ de r , din moment ce exponentul coordonatei radiale variază între 0,68 și 3 (după rezultatele experimentale).

Folosind sistemul de coordonate cilindrice x, r, φ și integrând ecuațiile continuității, cantității de mișcare, energiei și de stare de la 0 la ∞ după coordonata radială r (după un șir de transformări), în condițiile inițiale și la limită, se obțin legile de conservare a componentelor axiale ale cantității de mișcare și momentul cantității de mișcare sub forma (8.196) și (8.197):

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty \rho \cdot r \left[(w_x^2 - \frac{1}{2} w_\varphi^2) \right] dr = 0; \quad (8.196)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty \rho \cdot r^2 \cdot w_x \cdot w_\varphi dr = 0 \quad (8.197)$$

În continuare, ca de obicei în metoda integrală, se face supoziția similitudinii la distanțe suficient de mari ale profilelor vitezei și se iau în considerație valori mici pînă la moderate ale turbionării — apreciată prin $S' = G_\varphi / G_x R_0$ (vezi relația 8.173).

Aceasta a permis să se utilizeze relațiile (8.198) și (8.199):

$$w_x / w_{x\max} = f(\lambda). \quad (8.198)$$

$$w_\varphi / w_{\varphi\max} = g(\lambda), \quad (8.199)$$

unde $\lambda = r/\chi$ (χ fiind măsurat de la originea virtuală a jetului apreciată, pe baza datelor experimentale, ca fiind la circa $2,3d_0$ în interiorul gurii de formare), iar $w_{x\max}$ și $w_{\varphi\max}$ sînt valorile maxime ale componentelor axiale și tangențiale ale vitezei considerate că apar în axa jetului.

Substituind valorile lui w_x și w_φ din relațiile (8.198) și (8.199) în relațiile (8.196) și (8.197) se obține [21]:

$$\frac{d}{dx} [\rho x^2 (w_{x\max}^2 - N^2 w_{\varphi\max}^2)] = 0 \quad (8.200)$$

unde

$$N^2 = \frac{1}{2} \left[\int_0^\infty \lambda g^2 d\lambda / \int_0^\infty \lambda f^2 d\lambda \right]$$

sau :

$$\frac{d}{dx} (w_{x\max}^3 w_{\varphi\max}) = 0. \quad (8.201)$$

Integrând (8.201) rezultă :

$$x^3 \cdot w_{x\max} \cdot w_{\varphi\max} = C. \quad (8.202)$$

Considerând valorile în secțiunea gurii de formare ca mărimi de referință ($x_0 = \bar{C} \cdot d_0$; $w_{x_0\max}$ și $w_{\varphi_0\max}$) și notînd cu

$$\alpha_1 = \frac{w_{x\max}}{w_{x_0\max}}; \quad \alpha_2 = \frac{w_{\varphi\max}}{w_{\varphi_0\max}}; \quad \alpha_3 = \frac{w_{\varphi_0\max}}{w_{x_0\max}}; \quad X = \frac{x}{d_0},$$

din integrarea relațiilor (8.200) și (8.201) rezultă :

$$\alpha_1 = \frac{w_{x\max}}{w_{x_0\max}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \bar{C}^2 (1 - N^2 \alpha_3^2)}}{X} - 1 + \left[\sqrt{1 + \frac{4 \bar{C}^2 N^2 \alpha_3^2}{(1 - N^2 \alpha_3^2)^2} \frac{1}{X^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.203)$$

$$\alpha_2 = \frac{w_{\varphi\max}}{w_{\varphi_0\max}} = \frac{\bar{C}^3}{X^3} \frac{1}{\alpha_1} \quad (8.204)$$

Pe baza datelor experimentale obținute pentru jeturi slab turbionate ($0.066 \leq S' \leq 0.64$) relațiile (8.203) și (8.204) pot fi reduse la formele

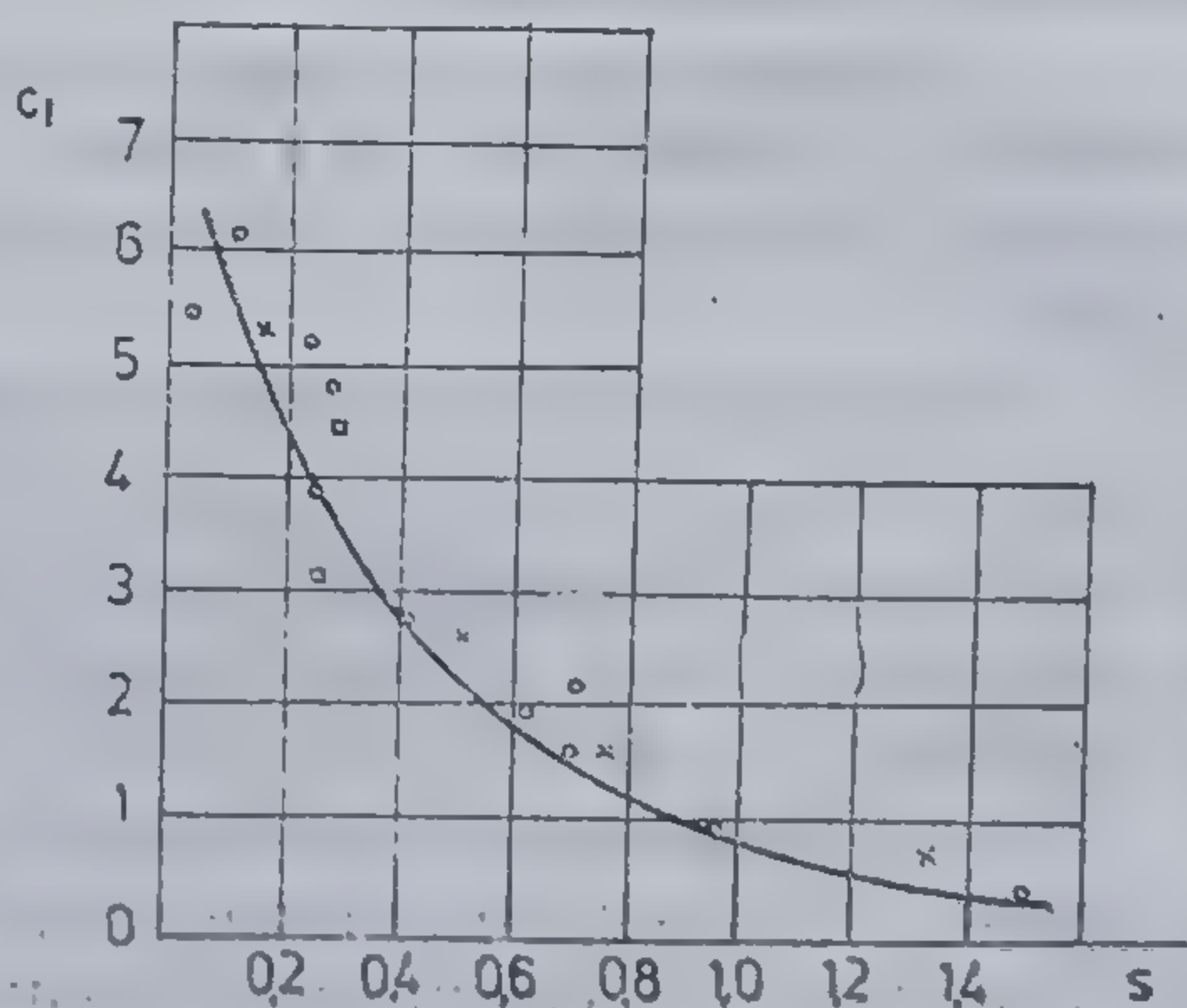
$$\alpha_1 = \frac{\bar{C} \sqrt{1 - N^2 \alpha_3^2}}{X} = \frac{C_1}{x/d_0}; \quad (8.205)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{\bar{C}^3}{C_1} \right) \frac{1}{(x/d_0)^2} = \frac{C_2}{(x/d_0)^2}, \quad (8.206)$$

unde C_1 și C_2 sînt funcții de gradul de turbionare S' , ale căror valori se determină experimental.

Pentru $S' = 0$ (cazul jetului neturbionat) $C_1 = 6,3$, iar cînd $S' \rightarrow 1$, atunci C_1 scade la circa 1, așa cum se vede din figura 8.59.

Fig. 8.59, Valoarea constantei C_1 pentru diverse grade de turbionare S' .



În cazul lui C_2 valorile obținute de diferite cercetări nu concordă întotdeauna. După unele cercetări rezultă pentru $S' = 0,6$, $C_2 = 6,46$ și pentru $S' = 0,64$, $C_2 = 3,96$. Pînă în prezent nu există o relație de dependență certă care să fie recomandată pentru a calcula valorile lui C_2 în funcție de S' .

Pentru stabilirea distribuțiilor presiunii în jetul turbionat se recomandă relația

$$p_{\infty} - p_{\max} = \rho \cdot w_{\varphi \max}^2 \int_0^{\infty} \frac{g^2}{\lambda} d\lambda \quad (8.207)$$

sau :

$$p_{\infty} - p_{\max} \sim 1/(x/d_0)^4.$$

8.21. CONSIDERAȚII ASUPRA JETURILOR TURBIONATE

Din cele expuse reiese că jeturile turbionate reprezintă o categorie distinctă importantă de jeturi turbulente, ale căror proprietăți, structuri, legități de distribuție a parametrilor caracteristici și evoluții necesită încă studii atît experimentale cît și teoretice.

Făcînd o sinteză a tuturor procedeeleor de obținere a jeturilor turbionate se disting următoarele categorii :

— Turbionatoare cu cameră cilindrică cu admisie tangențială simplă sau multiplă, la care numărul canalelor de aducțiune poate varia de la 1 la 4 ; la creșterea numărului canalelor se mărește și uniformizarea distribuției curentului în secțiunea de ieșire a canalului cilindric dar cresc rezistențele aerodinamice.

— Turbionatoare cu cameră melcată cu admisie tangențială, care realizează o uniformizare mai bună a curentului în secțiunea de ieșire comparativ cu turbionatorul de tip cameră cilindrică cu admisie tangențială.

— Turbionatoare cu palete tangențiale, la care admisia curentului de fluid se face spre interior printr-un șir de palete înclinate, dispuse pe circumferința turbionatorului ; axele longitudinale ale paletelor sînt paralele cu axa canalului cilindric, unghiul de înclinare α al paletelor în raport cu tangenta variînd între 30° și 60° , iar numărul lor $z = 12 \dots 24$.

— Turbionatoare cu palete axiale, la care paletele sînt dispuse pe un butuc coaxial cilindric, astfel încît axele lor să fie perpendiculare pe axa canalului iar muchiile să fie înclinate în raport cu direcția curgerii.

— Turbionatoare cu palete axial-tangențiale, care din punct de vedere constructiv ocupă un loc intermediar între turbionatoarele de tip cu palete tangențiale și cu palete axiale.

În funcție de procedeul de turbionare și construcția ajutăjului se pot obține astfel diferite regimuri de curgere atât cu dezvoltare de curenți inverși cât și fără. Modificând aria secțiunii de intrare și raportul dimensiunilor acesteia la turbionatoarele tip tangențial și melcat, sau unghiul α de înclinare a paletelor la turbionatoarele cu palete, se pot obține diferite grade de turbionare a curenților la ieșirea din turbionator.

Experiențele efectuate cu diferite tipuri de generatoare de turbionare au arătat că parametrul local n și gradele de turbionare Ω , n_c sau S , definite mai sus, sînt criterii de similitudine semnificative pentru aprecierea turbionării jeturilor.

Totuși, parametrul $n = w_t/w_a$ are neajunsul că nu ia în considerare punctul de aplicare a vectorului componente tangențiale a vitezei. Prin urmare, la aceeași valoare a acestui parametru pentru diferite jeturi, momentul cantității de mișcare a jetului turbionat poate avea valori complet diferite. De asemenea, calculul numărului de turbionare Ω sau S necesită măsurări exacte ale distribuției vitezelor și presiunilor statice în secțiunile transversale ale jeturilor turbionate.

Utilizarea unor parametri de turbionare „constructivi” de genul S' sau n_c are dezavantajul că turbionarea reală pentru aceleași valori ale lui S' sau n_c nu poate fi identică pentru diferite tipuri de turbionatoare datorită unor cauze care depind de arhitectura interioară a turbionatorului. Dintre aceste cauze cele mai importante sînt:

- pierderea de energie a curențului de gaz prin frecările interioare și la contactul cu pereții canalului;

- neuniformitatea cîmpului de viteze în diferite secțiuni ale părții de trecere a turbionatorului;

- condiții diferite de formarea structurii aerodinamice a curențului la ieșirea din turbionator.

Tratarea teoretică a curgerii jeturilor turbionare turbulante nu este completă, deoarece nu duce la descrierea completă a cîmpului curgerii. Aceasta datorită dificultăților de a prescrie profilul universal al componentelor vitezei în zona curenților interni de recirculare, unde vitezele axiale au valori negative în zona axei.

Trebuie menționat că soluțiile obținute prin diferitele metode prezentate sînt adevărate numai în domeniile curgerii în care ipotezele admise își păstrează veridicitatea (presiune constantă în jet, gradientul radial al vitezei în lungul axei jetului turbionat nu devine nicăieri nul, regimul de curgere este automodelat ș.a.), adică de regulă la distanțe mari în aval de secțiunea inițială a jetului. De asemenea, simplificările

operate asupra ecuațiilor de mișcare fac ca soluțiile generale analitice pentru jetul turbulent turbionat să fie afectate de un grad mare de incertitudine sau să necesite constante suplimentare ce trebuie determinate experimental pentru fiecare tip de jet în parte.

Nici metoda analogiei cu teoria conducției termice [17] care se pare că are un grad mai mare de aplicabilitate și adaptabilitate la calculul curgerilor turbionate, nu are un caracter universal, deoarece pentru fiecare curgere trebuie să se cunoască profilul inițial al distribuțiilor parametrilor (determinat tot experimental), iar valoarea parametrului caracteristic de pe axă, așa-numita „cheie empirică”, de calcul, nu este ușor de stabilit.

În prezent studiile teoretice întreprinse pentru calculul curgerilor jeturilor turbionate utilizează metodele de integrare numerică a ecuațiilor de mișcare [25].

9. CALCULUL TERMOGAZODINAMIC AL MAȘINILOR ENERGETICE

Procese termogazodinamice desfășurate în mașinile energetice nu au loc într-o singură treaptă din motive legate de limitarea creșterii de entropie și necesitatea asigurării unor răcirii sau încălziri intermediare ale agentului.

În cazul turbinelor, de acțiune, prin destinderea adiabată a agentului are loc transformarea energiei potențiale în lucru mecanic, procesul propriu-zis desfășurându-se în două etape, care constituie o treaptă, și anume: în ajutaje (fixe) are loc transformarea energiei potențiale în energie cinetică, iar în palete (mobile) energia cinetică se transformă în lucru mecanic sau în unele cazuri se realizează și transformarea energiei potențiale în cinetică. Ajutajele și paletele parcurse în serie de agentul termic constituie o treaptă, turbinele fiind formate în general din mai multe trepte de destindere. În cazul turbinelor axiale, agentul parcurge mașina pe o direcție preponderent axială, la ultimele trepte producându-se totuși o ușoară evazare determinată de creșterea volumului specific cu scăderea presiunii. Prin scăderea presiunii în ajutaj de la p_0 la p_1 , valoarea vitezei absolute a agentului crește de la c_0 la c_1 , viteză cu care agentul intră în paletă (figura 9.1).

Valoarea vitezei relative de intrare a agentului în paletă w_1 rezultă din triunghiul de viteze constituit din c_1 , w_1 și viteza periferică u_1 ($\bar{c}_1 = \bar{u}_1 + \bar{w}_1$). Destinderea desfășurată în continuare în paletele turbinelor cu reacțiune de la p_1 la p_2 are ca efect creșterea vitezei relative \bar{w}_2 .

Scăderea presiunii în ajutaje de la p_0 la p_1 și în continuare în palete pînă la p_2 corespunde unor variații de entalpie $\Delta h'_s$ respectiv $\Delta h''_s$, pentru procesul izentropic (figura 9.2). Gradul de reacțiune al turbinelor cu reacțiune este definit prin relația

$$r = \frac{\Delta h''_s}{\Delta h'_s + \Delta h''_s} \quad (9.1)$$

Cazul $r = 0$ corespunde turbinei cu acțiune, celelalte situații caracterizînd turbina cu reacțiune. O valoare ridicată pentru gradul de reacțiune prezintă dezavantajul unei transformări mai restrînse a energiei

cinetice în lucru mecanic și deci o mai mică cădere de entalpie pe fiecare treaptă. Pentru cazul unei valori reduse a gradului de reacțiune este necesară o admisie parțială a agentului termic, la limită ca putându-se reduce

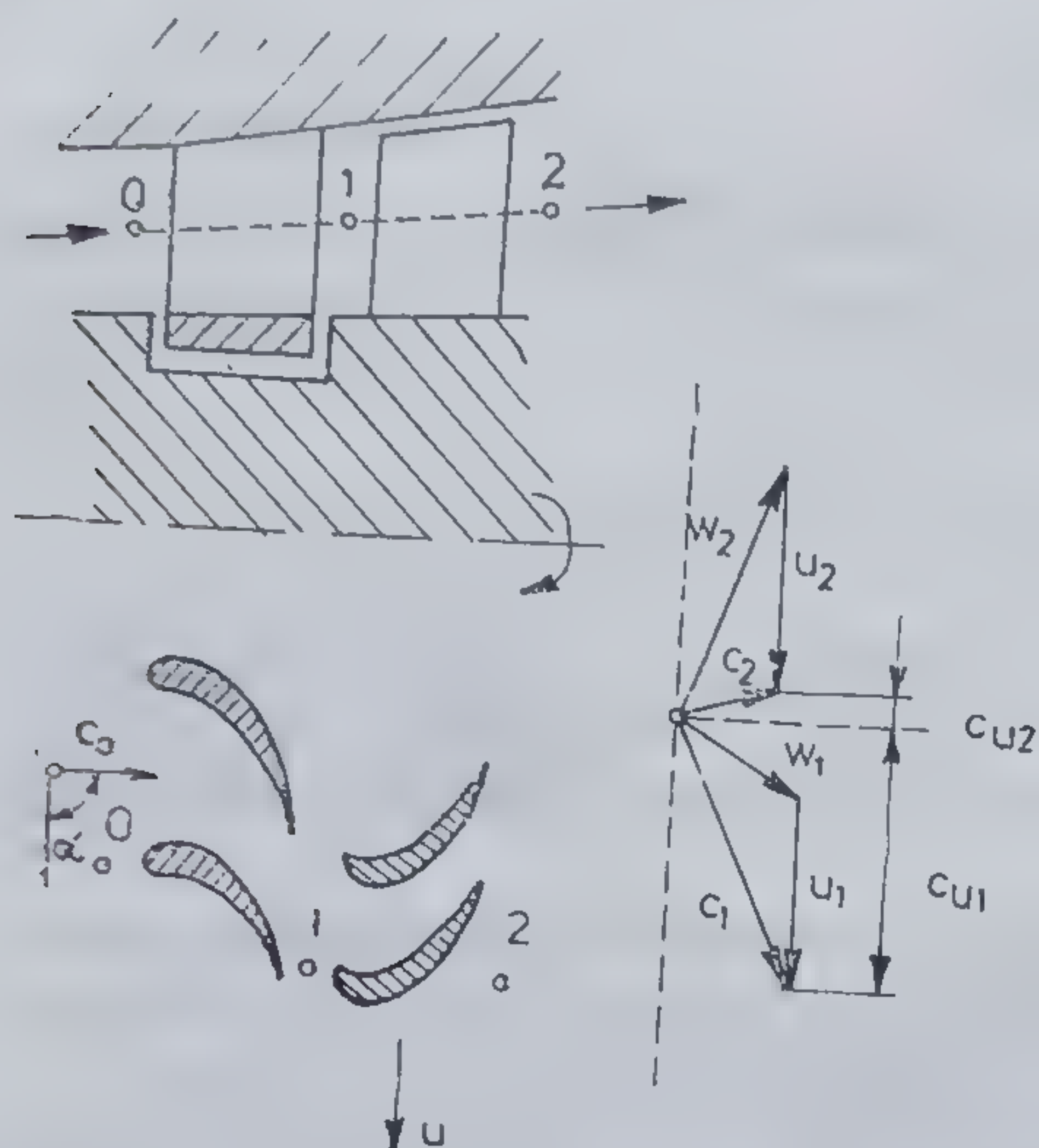


Fig. 9.1. Procese gazodinamice în turbina axială cu acțiune.

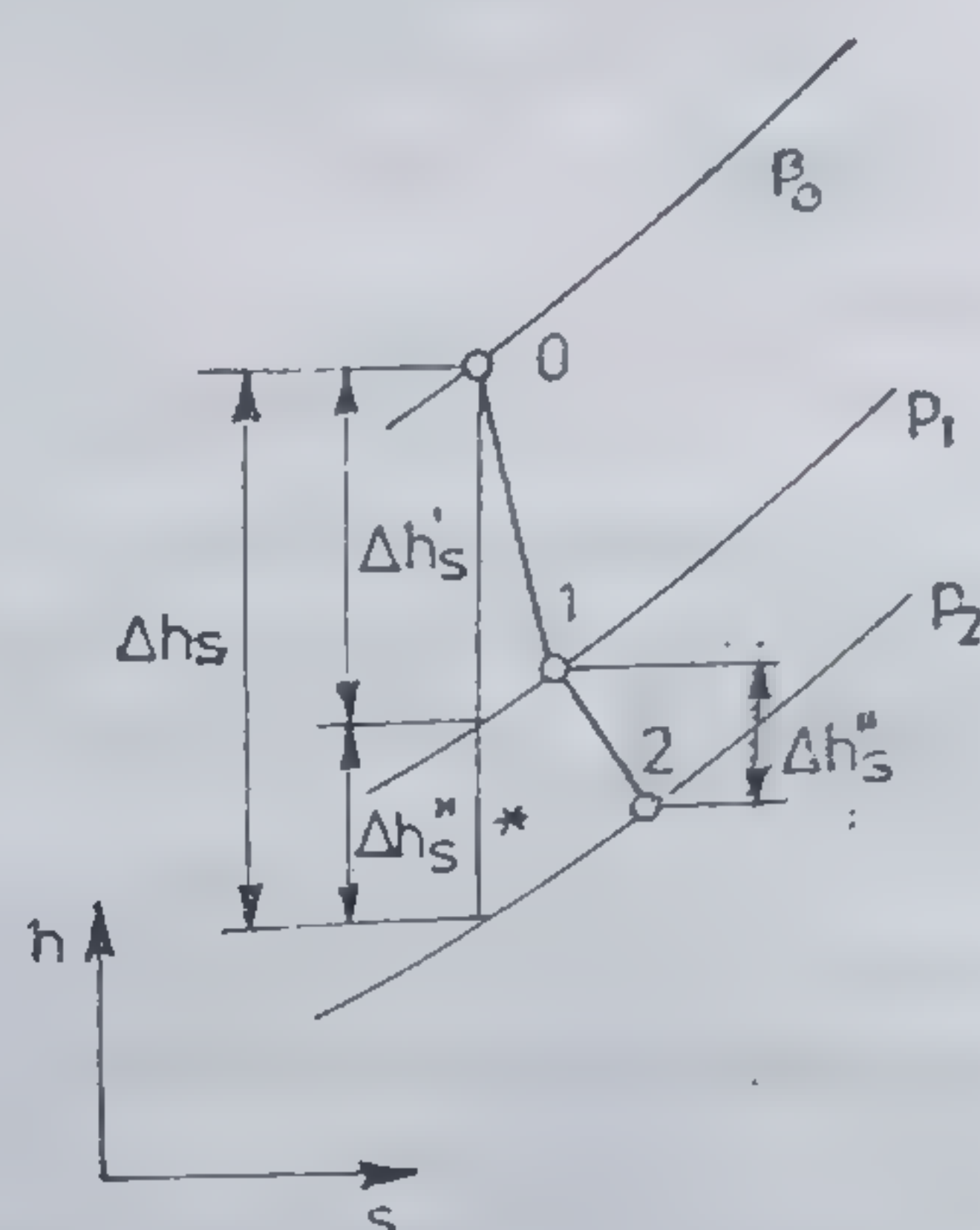


Fig. 9.2. Reprezentarea procesului din treapta de turbină cu reacțiune în diagrama $h-s$.

la un singur ajutor prin care iese un jet de fluid îndreptat spre paletele turbinei (turbina de tip Laval).

În cazul turbinelor de tip radial (Ljungström) valoarea vitezei relative se modifică foarte mult de la o treaptă la alta, căderea de entalpie pe fiecare treaptă fiind de 2...4 ori mai mare decât la cele de tip axial. Avantajele utilizării acestor turbine sînt legate de asigurarea unei mai bune uniformități a încărcării termice și deci a deformațiilor.

Compresoarele rotative asigură transformarea energiei cinetice în energie potențială de presiune; creșterea de presiune în fiecare treaptă a compresoarelor de tip axial este redusă, realizînd astfel valori apropiate pentru viteze la intrarea și ieșirea agentului. Compresorul rotativ de tip radial realizează valori ridicate ale vitezelor periferice, de pînă la 460 m/s, la ieșirea din rotor fiind prevăzut cu un difuzor în care energia cinetică se transformă în energie potențială.

9.1. TEORIA CURGERII UNIDIRECȚIONALE A GAZULUI PERFECT PRIN TREAPTA DE TURBINĂ

Datorită complexității repartiției de viteze în treptele turbinelor, pentru simplificarea metodei de calcul se consideră că procesul de curgere

este unidirecțional, desfășurat în condiții adiabate. Considerînd o treaptă de turbină cu acțiune, formată dintr-un ajutoraj și o paletă (figura 9.3), expresia primului principiu al termodinamicii pentru secțiunile de control 0-1, corespunzătoare ajutorajului, este

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} \quad (9.2)$$

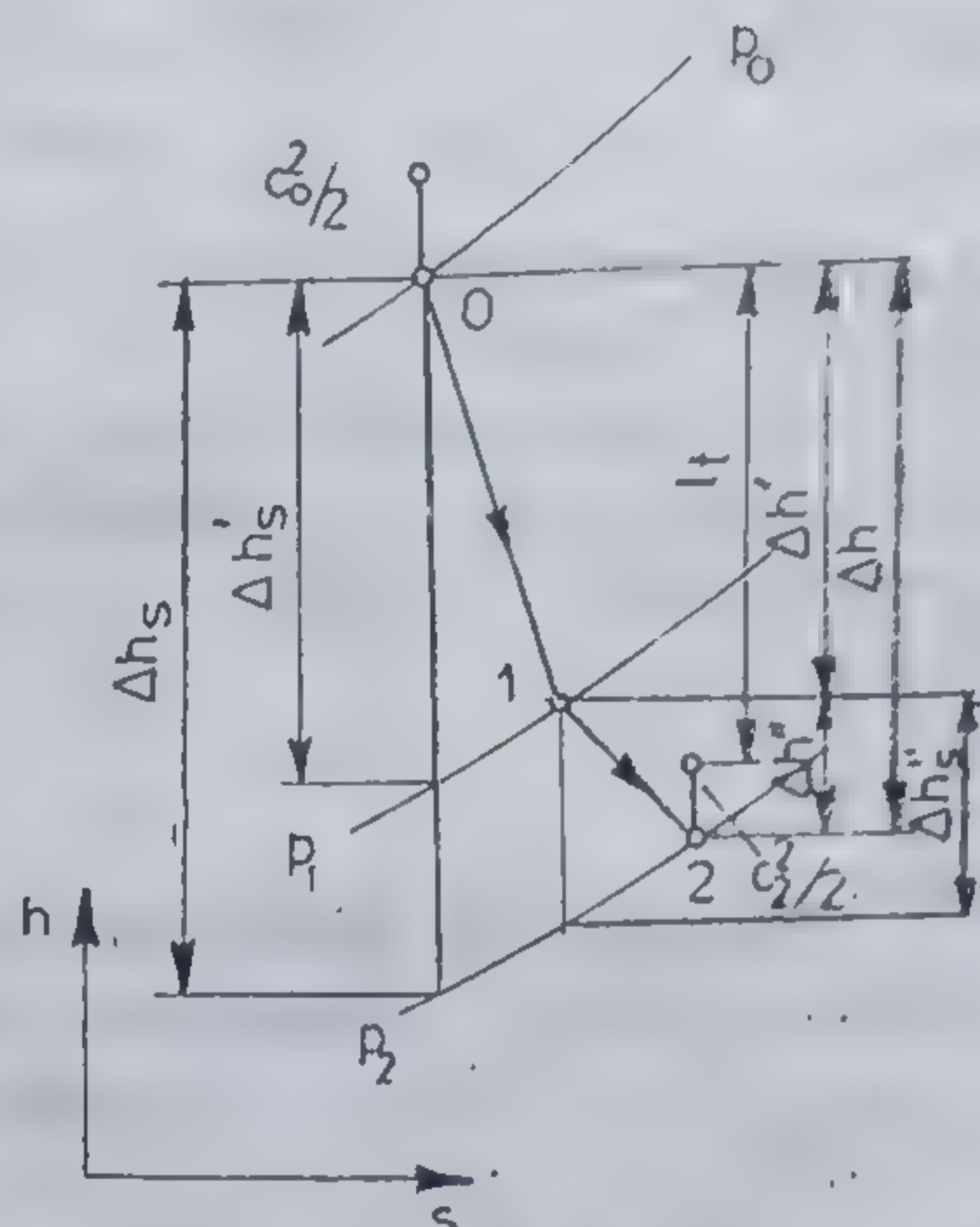
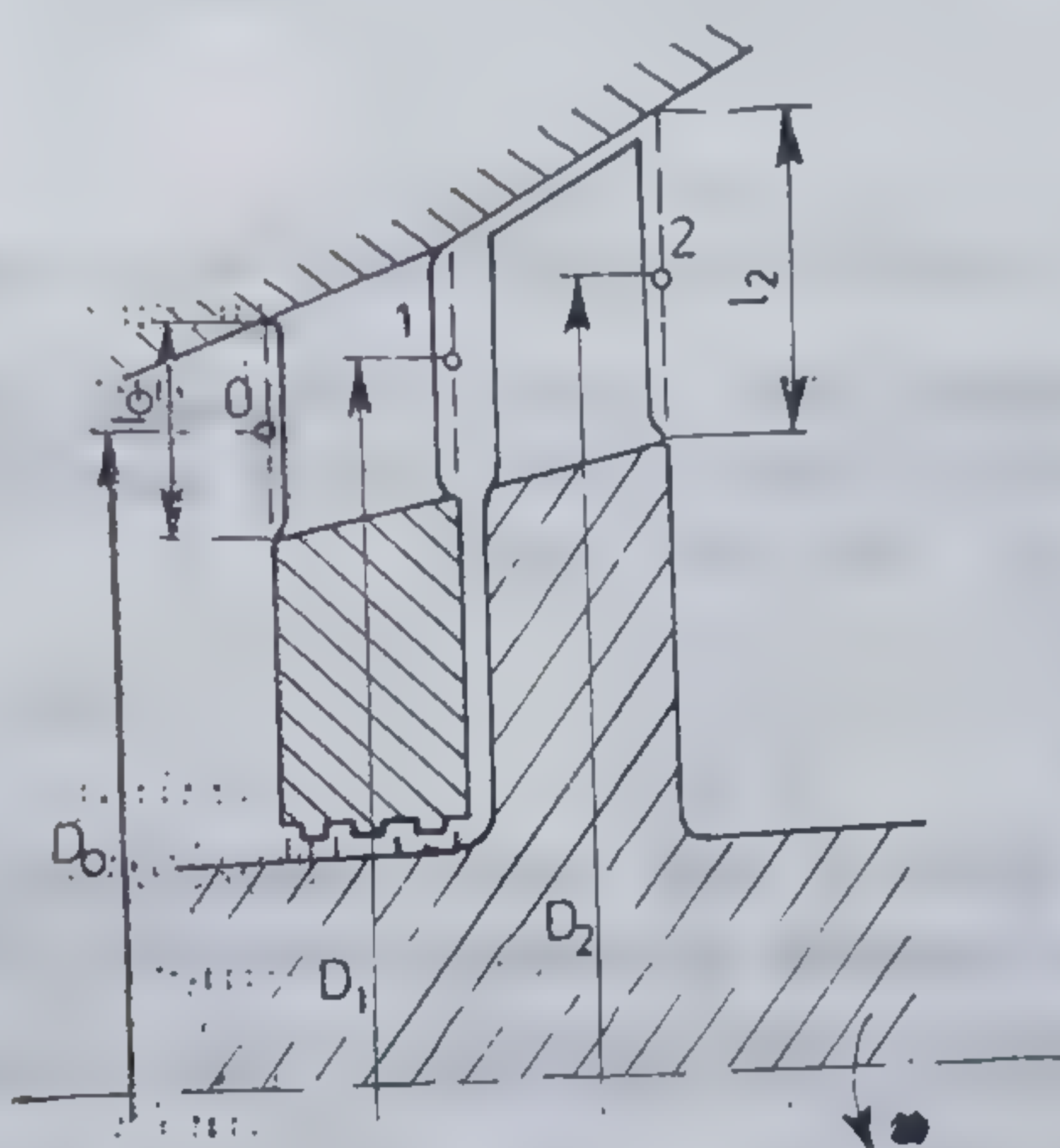


Fig. 9.4. Reprezentarea completă a procesului desfășurat în treapta de turbină în diagrama $h-s$.

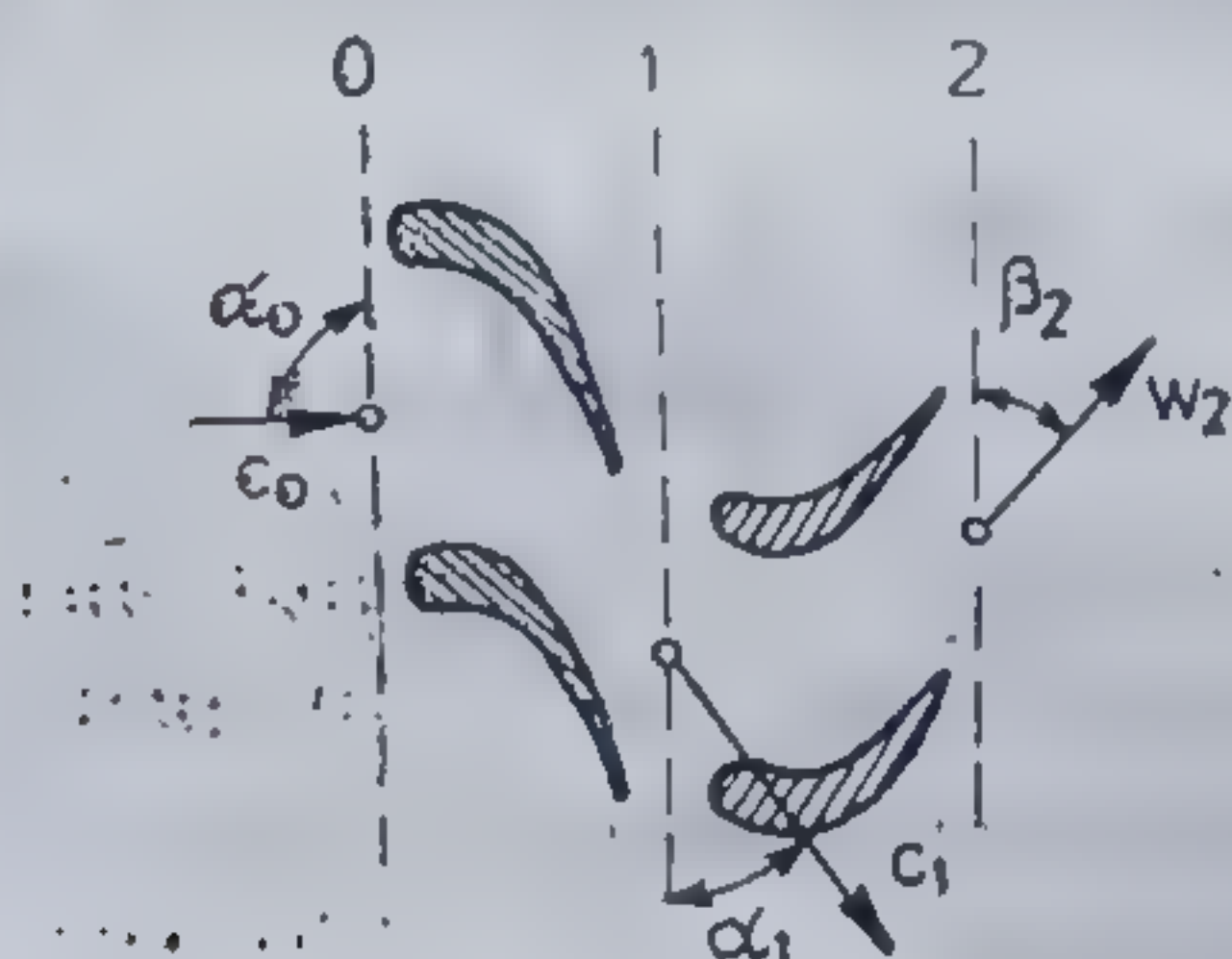


Fig. 9.3. Treapta de turbină.

în care c_0 și c_1 reprezintă valorile absolute ale vitezelor la intrare, respectiv ieșire, iar h_0 și h_1 — entalpiile corespunzătoare celor două stări.

Dacă se notează diferența de entalpie $h_0 - h_1 = \Delta h'$ (figura 9.4) rezultă:

$$\Delta h' = \frac{c_1^2 - c_0^2}{2} \quad (9.3)$$

această cădere de entalpie luînd în considerare procesul real, în care apare o creștere de entropie datorită frecării.

În cazul neglijării frecării căderea de entalpie este $\Delta h'$, valoarea vitezei la ieșirea din ajutoraj fiind dată de expresia

$$\frac{c_1^2}{2} = \Delta h' + \frac{c_0^2}{2} \quad (9.4)$$

Unghiul de ieșire din ajutoraj este α_1 , astfel că triunghiurile de viteze la intrarea, respectiv ieșirea din palete se prezintă ca în figura 9.5, în care w este viteza relativă, iar u viteza tangențială corespunzătoare diametrelor

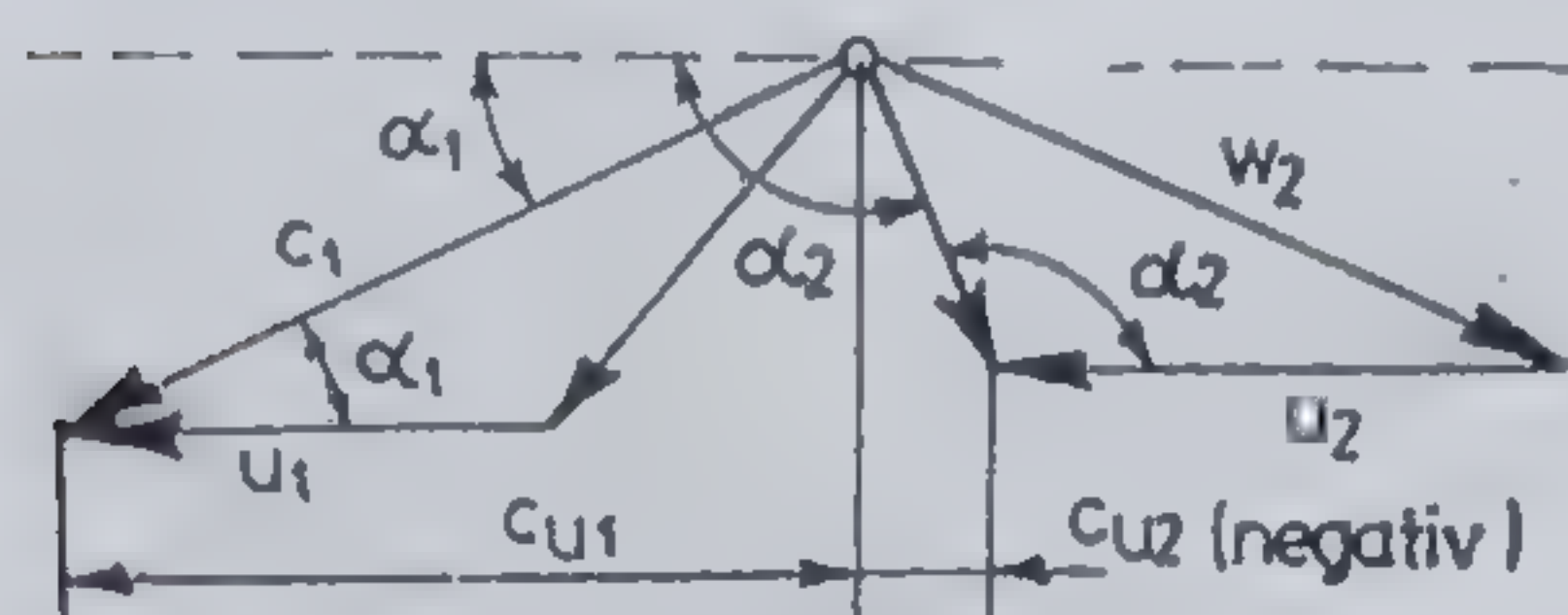


Fig. 9.5. Triunghiurile de viteze pentru palete.

D_1 și D_2 . Valoarea vitezei de intrare în palete w_1 se stabilește din triunghiul de viteze c_1 , w_1 , u_1 .

Într-un sistem de axe atașat turbinei poate fi scrisă expresia primului principiu al termodinamicii ținând seamă și de lucrul mecanic corespunzător forțelor de frecare l_{fr} din sistemul mobil:

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} + l_{fr} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.5)$$

Forțele din sistemul mobil care intervin sînt forța centrifugă și forțele Coriolis. Forța centrifugă apare datorită deplasării agentului de la raza $r_1 = \frac{D_1}{2}$ la $r_2 = \frac{D_2}{2}$, accelerația corespunzătoare unei raze curente fiind $\bar{a}_c = \bar{r} \omega^2$; lucrul mecanic corespunzător acestei forțe este

$$l_{ic} = \omega^2 \int_{r_1}^{r_2} r \cdot dr = \omega^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.6)$$

în care ω reprezintă viteza unghiulară a paletelor. Accelerația Coriolis are expresia $a_{co} = 2(\bar{\omega} \cdot \bar{w})$ și este dirijată perpendicular pe planul format din vectorii viteză unghiulară $\bar{\omega}$ și viteză relativă \bar{w} , astfel că nu produce lucru mecanic pe direcția de mișcare a agentului.

Ținînd deci seamă că $l_{fr} = l_{ic}$, înlocuind în expresia (9.5) rezultă

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

sau, notînd $h_1 - h_2 = \Delta h''$ (figura 9.4), relația se poate scrie sub forma

$$\frac{w_2^2}{2} = \Delta h'' + \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} \quad (9.7)$$

Neglijînd frecarea, valoarea vitezei relative la ieșirea din paletele turbinei este

$$\frac{w_2^2}{2} = \Delta h'' + \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2}$$

Pentru întreg procesul termodinamic desfășurat între stările 0—2, expresia conservării energiei este

$$h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} + l_t \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.8)$$

unde l_t este lucrul mecanic specific cedat paletelor turbinei de către agent.

Diferența de entalpie $h_0 - h_2 = \Delta h = \Delta h' + \Delta h''$ (figura 9.4) și deci lucrul mecanic cedat turbinei devine

$$l_t = \Delta h + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2} = \Delta h' + \Delta h'' + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2} \quad (9.9)$$

Înlocuind în expresia (9.9) variațiile de entalpie $\Delta h'$ și $\Delta h''$, din relațiile (9.3) și (9.7), se obține

$$l_t = \frac{1}{2} (c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2) \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.10)$$

Din triunghiurile de viteză (figura 9.5) rezultă

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2u_1c_1 \cos \alpha_1$$

și :

$$w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2u_2c_2 \cos \alpha_2,$$

lucrul mecanic al turbinei devenind :

$$l_t = u_1c_1 \cos \alpha_1 - u_2c_2 \cos \alpha_2$$

sau :

$$l_t = u_1c_{u1} - u_2c_{u2} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.11)$$

Această relație este cunoscută în literatură sub denumirea de „ecuația momentului a lui Euler”.

Dacă puterea dezvoltată de turbină este P_t , iar momentul de rotație corespunzător M_t , lucrul mecanic are expresia

$$l_t = \frac{P_t}{\dot{m}} = \frac{M_t \cdot \omega}{\dot{m}} = \frac{\omega(\dot{m}r_1c_{u1} - \dot{m}r_2c_{u2})}{\dot{m}}$$

sau :

$$l_t = \omega(r_1c_{u1} - r_2c_{u2}) \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.12)$$

Dacă treapta de turbină este pur axială, adică $r_1 = r_2 = r$, rezultă că expresia lucrului mecanic devine

$$l_{ta} = u \cdot \Delta c_u \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.13)$$

deci valoarea lucrului mecanic obținut este condiționată de variația componentelor tangențiale ale vitezelor absolute.

În cazul turbinelor cu mai multe trepte, energia cinetică din secțiunea de ieșire $c_2^2/2$ nu trebuie considerată ca pierdere, ea reprezentând energia de intrare pentru treapta următoare.

În afara pierderilor de energie cauzate de ireversibilitatea procesului de destindere în ajutăje și palete, apar și o serie de pierderi cauzate de pierderile de agent prin labirint, diafragmă sau carcasă, toate luate în considerare ca o micșorare corespunzătoare a cantității de agent care parcurge treapta respectivă. De asemenea mișcarea similară a agentului determină apariția unor pierderi prin ventilație l_v , astfel că lucrul mecanic intern, stabil la nivelul rotorului turbinei, este

$$l_i = l_t - \Sigma l_l \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.14)$$

în care Σl_l reprezintă suma pierderilor de energie datorită ireversibilității procesului, neetanșeității și ventilației.

Un tip special de pierderi apare la ultimele trepte ale turbinelor cu abur, datorită particulelor de umiditate în stare lichidă. În orice punct

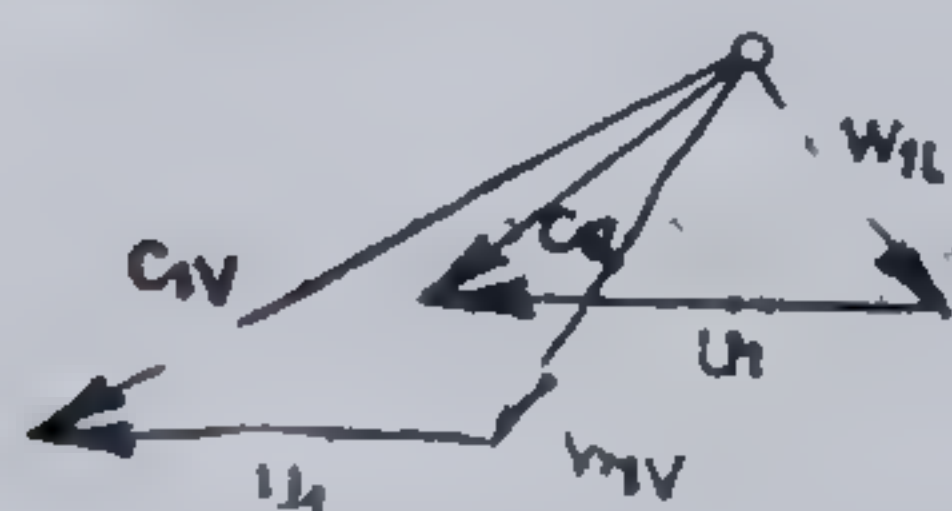


Fig. 9.6. Triunghiul de viteză pentru vapori de apă și particulele de lichid.

mărimea vitezei și direcția de mișcare a particulelor de apă sînt diferite de ale aburului, astfel că se poate construi un triunghi de viteze pentru abur și unul pentru picăturile de lichid (figura 9.6). Picăturile de lichid ajung pe extradadosul paletelor, unde energia lor de mișcare se transformă, în cea mai mare parte, în căldură. Procesul fiind echivalent cu o frînare a rotorului turbinei (datorită impulsului cedat de picături paletelor). Aprecierea din punct de vedere termodinamic a gradului de perfecțiune a procesului de transformare a energiei potențiale a agentului în lucru mecanic se poate face cu ajutorul randamentului intern al turbinei, definit prin expresia

$$\eta_i = \frac{l_i}{\Delta h_0 + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}} \quad \text{pentru cazul neluării în considerare a pierderilor la ieșirea din treaptă.}$$

$$\eta_i^* = \frac{l_i}{\Delta h_0 + \frac{c_0^2}{2}} \quad \text{luînd în considerare pierderile de energie la ieșirea din palete.}$$

Debitul masei de agent care trece prin palete rezultă din ecuația de continuitate aplicată în secțiunea de ieșire și este

$$\dot{m} = sk_2 \frac{\pi D_2 l_2 \epsilon w_2 \sin \beta_2}{v_2} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (9.15)$$

în care: s reprezintă numărul de palete; k_2 —factor de corecție care ia în considerare repartitia de viteză în secțiune; l_2 —lungimea paletelor; ϵ —gradul de admisie a agentului pe circumferința paletelor; w_2 —viteza relativă în secțiunea de ieșire; β_2 —unghiul de ieșire al agentului din palete; v_2 —volumul specific la ieșire.

Pentru dimensionarea diametrului treptei unei turbine este necesar să se pornească de la o valoare recomandată pentru raportul l_2/D_2 , rezultând diametrul corespunzător secțiunii de ieșire:

$$D_2 = \sqrt{\frac{\dot{m} v_2}{\pi k_2 \left(\frac{l_2}{D_2} \right) w_2 \sin \beta_2}} \quad [\text{m}] \quad (9.16)$$

9.2. TEORIA CURGERII UNIDIRECȚIONALE A GAZULUI PRIN TREAPTA UNUI TURBOCOMPRESOR

Ipotezele de calcul sînt identice cu cele prezentate anterior la treapta de turbină; principalele se referă la procesul adiabatic de curgere și înlocuirea distribuției de viteze într-o secțiune oarecare prin valoarea medie corespunzătoare. Schematic, curgerea agentului prin grupul paletă-difuzor în cazul turbocompresoarelor axiale și radiale se prezintă ca în figura 9.7.

Expresia legii conservării energiei între secțiunile 1—2 este

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2} + l_r \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (9.17)$$

unde l_r reprezintă energia corespunzătoare forțelor care intervin în sistemul mobil, dat de relația (9.6). Notînd diferența de entalpie $h_2 - h_1 = \Delta h''$, rezultă

$$\frac{w_2^2}{2} = \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} - \Delta h'' \quad (9.18)$$

creșterea de entalpie $\Delta h''$ corespunzînd creșterii de presiune de la p_1 la p_2 (fig. 9.8).

Dacă procesul de comprimare se desfășoară după o adiabată reversibilă, creșterea de entalpie este $\Delta h_s''$ care prezintă o valoare mai mică decît

$\Delta h''$; expresia vitezei în secțiunea de ieșire w_{2s} , în acest caz, este

$$\frac{w_{2s}^2}{2} = \frac{w_2^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} - \Delta h_s'', \quad (9.19)$$

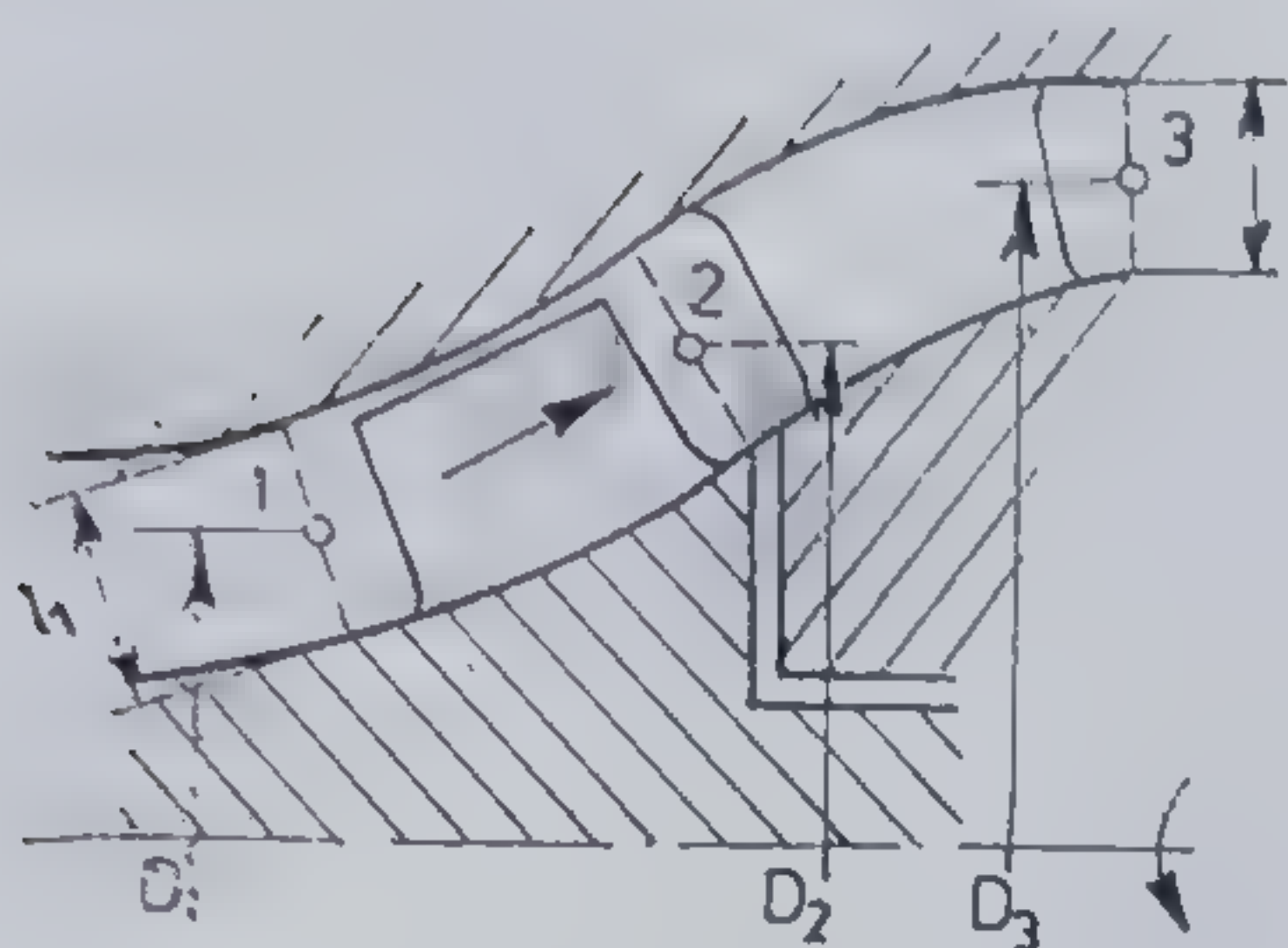


Fig. 9.7. Treaptă de comprimare a unui turbocompresor.

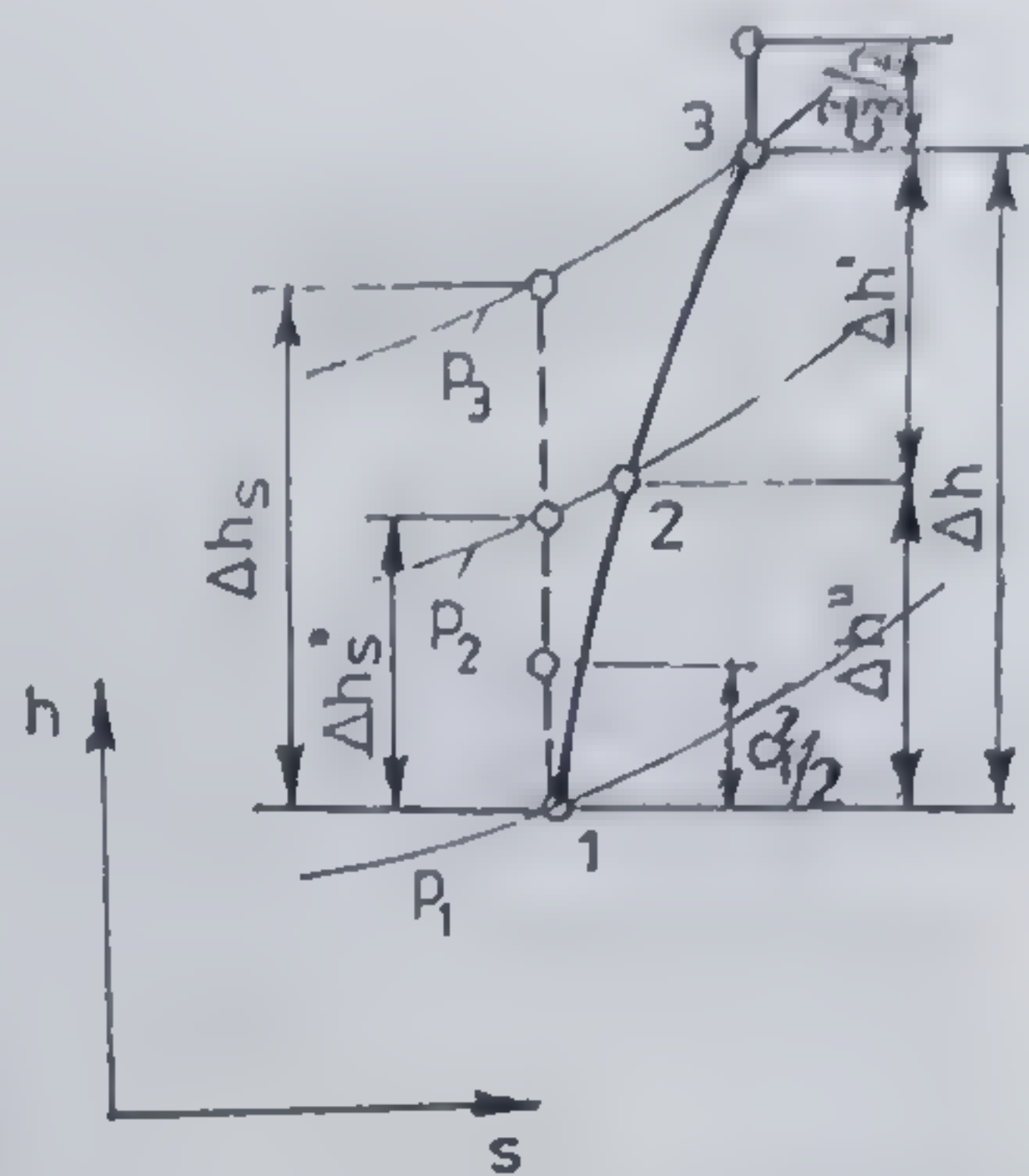


Fig. 9.8. Reprezentarea procesului de comprimare în diagrama $h-s$.

iar energia cinetică reală $w_2^2/2$ poate fi stabilită cu ajutorul relației

$$\frac{w_2^2}{2} = \eta'' \left(\frac{w_1^2 - u_2^2 - u_1^2}{2} - \Delta h_s'' \right) \quad (9.20)$$

în care termenul η'' reprezintă pierderile care intervin în procesul real de comprimare.

Din expresiile (9.18) și (9.20) rezultă variațiile corespunzătoare de entalpie pentru procesul real de comprimare și respectiv fără frecare:

$$\Delta h'' = \frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2) \quad (9.21)$$

$$\Delta h_s'' = \frac{1}{2} \left(w_1^2 - \frac{w_2^2}{\eta''} + u_2^2 - u_1^2 \right) \quad (9.22)$$

În difuzor, cu ajutorul triunghiului de viteze, se trece de la viteza relativă w_2 și periferică u_2 la viteza absolută c_2 (figura 9.9); se obțin astfel relațiile

$$\Delta h' = \frac{1}{2} (c_2^2 - c_3^2) \quad (9.23)$$

$$\Delta h_s' = \frac{1}{2} \left(c_2^2 - \frac{c_3^2}{\eta'} \right) \quad (9.24)$$

Expresia primului principiu al termodinamicii pentru întreaga treaptă de comprimare este

$$\left(h_3 + \frac{c_3^2}{2}\right) - \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2}\right) = l_c \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right] \quad (9.25)$$

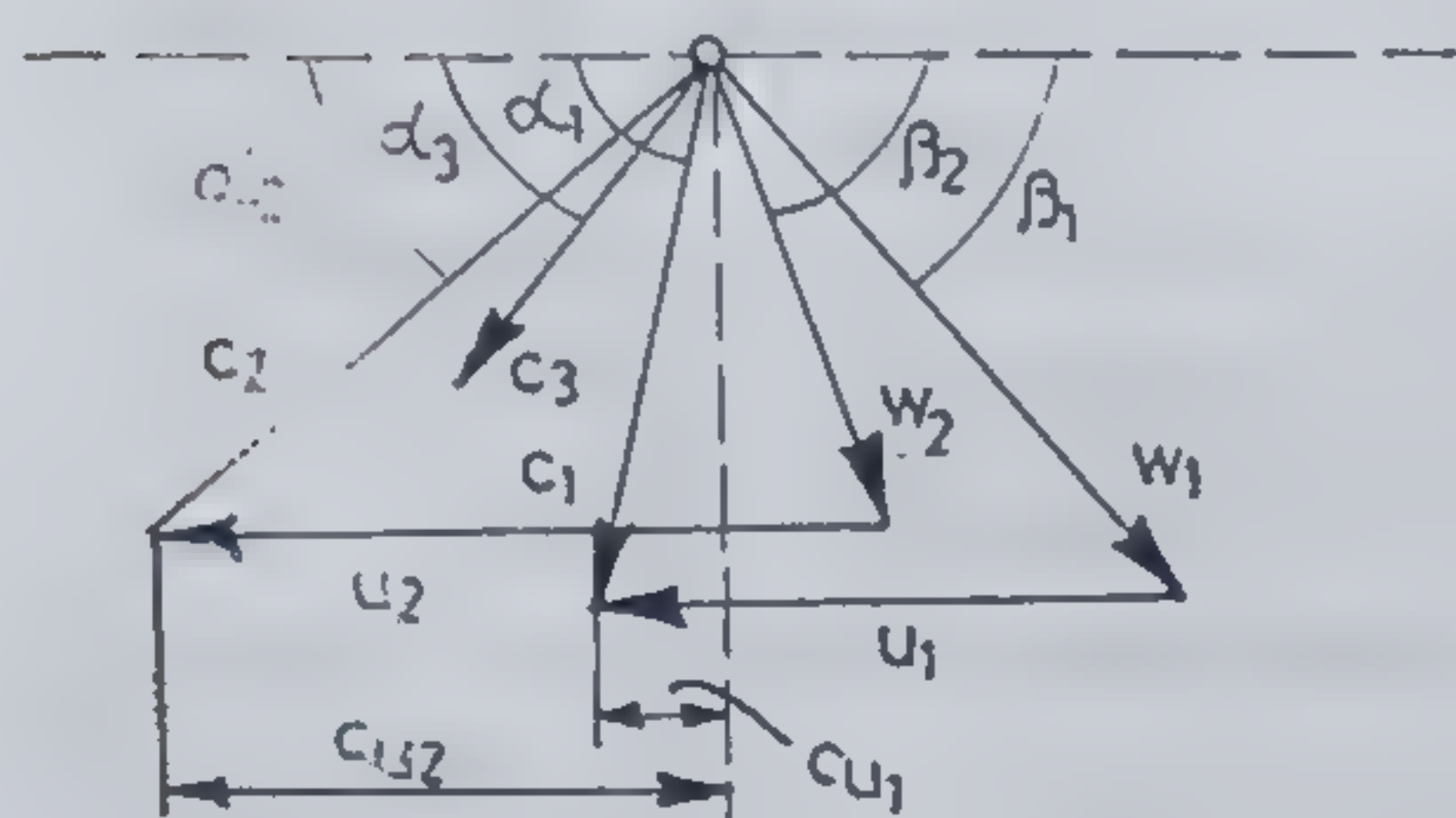


Fig. 9.9. Triunghiul de viteze pentru o treaptă de comprimare.

unde l_c este lucrul mecanic specific primit de agent în procesul de comprimare.

Cu notația $h_3 - h_1 = \Delta h' + \Delta h'' = \Delta h$ lucrul mecanic specific al compresorului este

$$l_c = h + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2} = \Delta h' + \Delta h'' + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}$$

sau, folosind relațiile (9.21) și (9.23) rezultă :

$$l_c = \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2 + w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2) \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right] \quad (9.26)$$

Din triunghiul de viteze prezentat în figura 9.9 se obține următoarea expresie pentru lucrul mecanic specific :

$$l_c = u_2 \cdot c_{u2} - u_1 \cdot c_{u1}, \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right] \quad (9.27)$$

relație care, în cazul unui proces axial de curgere, devine

$$l_c = u \cdot \Delta c_u, \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right] \quad (9.28)$$

Debitul masic de agent rezultă din ecuația de continuitate

$$\dot{m} = z k_3 \frac{\pi D_3 l_3 c_3 \cdot \sin \alpha_3}{v_3} \quad (9.29)$$

randamentul procesului de comprimare putînd fi stabilit în mai multe feluri și anume :

$$\eta_c = \frac{\Delta h + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}}{l_c} \quad (9.30)$$

$$\eta_s = \frac{\Delta h_s - \frac{c_1^2}{2}}{l_c} \quad (9.31)$$

$$\eta_{sc} = \frac{\Delta h_s}{\Delta h} \quad (9.32)$$

Dimensionarea compresoarelor rotative pornește de la cunoașterea valorilor pentru parametrii p_1 și h_1 , fiind de asemenea cunoscute turația n și viteza în secțiunea de ieșire c_3 . Din diagrama $h-s$ pot fi stabilite poziția punctelor 2 și 3, creșterile de entalpie $\Delta h'$ și $\Delta h''$, în final, rezultând înălțimile paletelor l_1 , l_2 și l_3 , ca și diametrele corespunzătoare D_1 , D_2 și D_3 .

9.3. DEFINIREA RANDAMENTULUI DE CURGERE

Pierderile de energie în cazul proceselor de curgere a agenților termodinamicii prin turbine și compresoare pot fi evidențiate prin expresiile η' și η'' ale randamentelor, a căror formă explicită este:

pentru turbine:

$$\eta' = \frac{\frac{c_1^2}{2}}{\frac{c_0^2}{2} + \Delta h'_s} \quad (9.33)$$

$$\eta'' = \frac{\frac{w_2^2}{2}}{\Delta h'_s + \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2}}$$

pentru compresoare rotative:

$$\eta' = \frac{\frac{c_2^2}{2}}{\frac{c_2^2}{2} - \Delta h'_s}$$

$$\eta'' = \frac{\frac{w_2^2}{2}}{\frac{w_2^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} - \Delta h'_s} \quad (9.34)$$

În cazul cînd nu are loc schimb de energie cu exteriorul, variația de entalpie corespunde modificării energiei cinetice a agentului, intervenind o accelerare sau decelerare în raport cu forma geometrică a canalului de curgere.

Pentru turbină, viteza w_1 joacă rolul vitezei c_0 , iar w_2 rolul vitezei c_1 , astfel că randamentul procesului de destindere sau comprimare poate fi exprimat prin relațiile

$$\text{pentru turbine } \eta = \frac{\frac{c_1^2}{2}}{\frac{c_0^2}{2} + \Delta h_s} \quad (9.35)$$

$$\text{pentru compresoare } \eta = \frac{\frac{c_1^2}{2}}{\frac{c_0^2}{2} - \Delta h_s} \quad (9.36)$$

Variațiile de entalpie se consideră pozitive pentru turbine $\Delta h_s = h_0 - h_{1s}$, iar pentru compresoare, dacă entalpia crește $\Delta h_s = h_{1s} - h_0$. Înlocuind aceste expresii ale variației de entalpie în relația de definiție a randamentului rezultă

$$\eta = \frac{\frac{c_1^2}{2}}{\frac{c_0^2}{2} + h_0 - h_{1s}} \quad (9.37)$$

Această expresie evidențiază identitatea modului de definire a noțiunii de randament pentru turbine și pentru compresoarelor rotative.

În cazul accelerării unui curent de fluid, randamentul izentropic este

$$\eta_s = \frac{\Delta h}{\Delta h_s} \quad (9.38)$$

fiind preferabil a fi stabilit în cazul proceselor desfășurate într-o singură treaptă. Această expresie poate fi pusă în legătură cu forma generală a randamentului, precizată anterior și anume:

$$\eta_s = \frac{\eta \left[\left(\frac{c_1}{c_0} \right)^2 - 1 \right]}{\left(\frac{c_1}{c_0} \right)^2 - \eta} \quad (9.39)$$

În cazul curgerii izocinetice ($c_0 = c_1$) rezultă anularea randamentului izentropic η_s , constatîndu-se deci că sub forma în care este definit poate fi aplicat numai proceselor de curgere puternic accelerate.

La curgerea decelerată a unui fluid, randamentul izentropic al difuzorului este definit de relația

$$\eta_s = \frac{\Delta h_s}{\Delta h} \quad (9.40)$$

sau pus în legătură cu randamentul termodinamic general η , dat de relația (9.36), capătă forma

$$\eta_s = \frac{1 - \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2 \frac{1}{\eta}}{1 - \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2} \quad (9.41)$$

În unele cazuri, la difuzoare aprecierea performanțelor poate fi făcută cu ajutorul unui parametru denumit *grad de conversie* λ_D , definit prin relația

$$\lambda_D = \frac{\Delta h_s}{\frac{c_0^2}{2}} \quad (9.42)$$

sau, în funcție de expresia randamentului din relația (9.36), are expresia

$$\lambda_D = 1 - \frac{1}{\eta} \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2 \quad (9.43)$$

Contrar domeniului de variație a randamentului η , gradul de conversie λ_D poate fi nul sau chiar negativ, putînd astfel caracteriza orice posibilitate de desfășurare a procesului termodinamic.

Dacă procesul de curgere nu are caracter pur axial, randamentul paletelor poate fi definit prin expresia

$$\eta'' = \frac{w_2^2}{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2 \pm 2\Delta h_s''} \quad (9.44)$$

unde semnul „+” intervine pentru turbine, iar „-” pentru compresoare.

Teoria generală a curgerii unidirecționale prin turbomașini utilizează valorile medii în secțiunea considerată a mărimilor care caracterizează mișcarea. Astfel dacă se consideră că suprafața de control este A , atunci valoarea medie a presiunii este $\bar{p} = \frac{1}{A} \int_A p dA$, a entalpiei

$$\bar{h} = \frac{1}{\dot{m}} \int_A h \rho w \cdot dA, \text{ a densității } \bar{\rho} = \rho(\bar{p}, \bar{h}) \text{ etc.}$$

Considerînd componentele vitezei absolute într-un punct oarecare (tangențială c_t , normală c_n și axială c_a) pe baza ecuației de impuls, rezultă următoarele valori medii :

$$c_{ut} = \frac{\int \rho c_n c_u dA}{\dot{m}} ; \quad c_{nt} = \frac{\int \rho c_n^2 dA}{\dot{m}} ; \quad c_{at} = \frac{\int \rho c_n c_a dA}{\dot{m}} \quad (9.45)$$

De asemenea, pe baza ecuației conservării energiei se obțin expresiile :

$$c_{ue}^2 = \frac{\int \rho c_n c_u^2 dA}{\dot{m}} ; \quad c_{ne}^2 = \frac{\int \rho c_n^3 dA}{\dot{m}} ; \quad c_{ae}^2 = \frac{\int \rho c_n c_a^2 dA}{\dot{m}} \quad (9.46)$$

Ținînd seamă de cele două moduri distincte de definiție a valorilor medii pentru viteză, se pune întrebarea în ce mod trebuie formulată valoarea medie a vitezei care intervine în teoria curgerii unidirecționale a fluidelor prin turbomașini ?

Componentele normale și axiale c_n și c_a ale vitezei absolute prezintă aceleași valori atît pentru sistemul mobil cît și pentru cel fix de axe de coordonate. Componenta tangențială a vitezei relative este

$$w_u = c_u - u \quad (9.47)$$

în care viteză periferică locală este $u = r \cdot \omega$

Conform relației (9.46), prin înlocuirea expresiei (9.47) rezultă

$$w_{ue}^2 = \frac{1}{\dot{m}} \int_A \rho c_n w_u^2 dA = c_{ue}^2 - \frac{2}{\dot{m}} \int_A \rho c_n u c_u dA + u_e^2 \quad (9.48)$$

unde u_e reprezintă viteza periferică medie calculată cu ajutorul ecuației energiei. Expresia pătratului vitezei tangențiale

$$w_{ue}^2 = (c_{ue} - u_e)^2 = c_{ue}^2 - 2u_e c_{ue} + u_e^2 = \quad (9.49)$$

$$= c_{ue}^2 - \frac{2}{\dot{m}} \int_A \rho c_u u^2 dA \cdot \int_A \rho c_n c_u^2 dA + u_e^2$$

prezintă cu totul o altă formă față de relația (9.48), evidențiind că :

$$w_{ue}^2 \neq c_{ue}^2 - u_e^2 \quad (9.50)$$

adică valorile medii ale vitezelor stabilite cu ajutorul ecuației energiei nu corespund teoremei de adunare algebrică cunoscută, deci triunghiul de viteze obținut cu vitezele w_{ue} , c_{ue} și u_e este total incorect.

Dacă se repetă același raționament pentru componentele vitezei stabilite cu valorile medii din ecuația impulsului (9.45), se obține

$$w_{ut} = c_{ut} - u_t \quad (9.51)$$

adică triunghiul de viteze este corect construit numai cu aceste componente.

10. TERMOGAZODINAMICA PROCESELOR DE ARDERE

Procesele de ardere a amestecurilor combustibile în stare gazoasă sînt însoțite de mișcarea fluidului în ansamblu, procesele chimice caracteristice arderii suprapunîndu-se peste aspectele dinamice ale curgerii. În cazul general pentru stabilirea regimului de ardere este necesar să se rezolve sistemul de ecuații referitoare la cinetica reacțiilor și mișcarea amestecului combustibil.

Zona de ardere separă regiunea gazelor de ardere de cea în care se găsește amestecul combustibil; viteza de propagare a frontului de flacără este dirijată pe direcția normală la suprafața frontului, fiind determinată de viteza locală de curgere a amestecului, și intensitatea fluxului de căldură transmis amestecului combustibil inițial.

Dacă grosimea frontului de flacără este δ , mărimea ei este proporțională cu expresia $\sqrt{\mathfrak{D}\tau}$, în care \mathfrak{D} reprezintă coeficientul de difuzie, iar τ — timpul cinetic caracteristic reacției chimice. Viteza de deplasare a frontului de flacără este $S = \frac{\delta}{\tau} \approx \sqrt{\frac{\mathfrak{D}}{\tau}}$, valoarea ei fiind în general redusă față de viteza sunetului și prezentînd o puternică dependență de concentrația combustibilului în amestec.

În cazul flăcărilor de difuzie, obținute prin amestecarea oxidantului cu combustibilul, în spațiul de ardere, datorită creșterii vitezei jetului de combustibil, flacăra trece din regimul laminar în cel turbulent.

Caracteristic flăcărilor laminare este propagarea frontului de flacără de la un strat la altul de amestec, prin transfer intermolecular. Deformarea profilului de viteză datorită turbulenței produce o deformare corespunzătoare a frontului de flacără cu pulsații mai mari decît δ și în consecință are loc o creștere sensibilă a vitezei de propagare a flăcării. Atît timp cît flacăra rămîne în regim laminar, lungimea flăcării crește cu mărirea vitezei gazului combustibil pînă la un maxim, după care apare o ușoară instabilitate care se mărește pe măsura accentuării turbulenței. Această autoturbulență a flăcării nu apare pentru valori prea ridicate ale criteriului Reynolds ($Re \approx 10^5$), ceea ce ovidențiază faptul că există și un alt factor cu rol important în stabilizarea frontului de flacără.

Flăcările care se propagă într-un amestec combustibil pun în mișcare și fluidul din mediul ambiant pînă la o mare distanță, astfel că apare un gradient important de viteză pe direcția transversală a jetului, cît și între viteza amestecului combustibil și cea a produselor de ardere. În multe situații acest gradient de viteză produce o undă de șoc, care nu este neapărat necesar să se propage pe direcția curgerii gazelor de ardere, direcția de propagare fiind determinată de condițiile la limită legate în principal de transferul de căldură.

Atunci cînd regimul de ardere este foarte lent, iar viteza de pătrundere a fluxului de căldură de la gazele de ardere spre amestecul de combustibil este mare, este posibilă amorsarea procesului de ardere înaintea ajungerii frontului de flacără; un astfel de mecanism de propagare a arderii se numește detonație.

10.1. UNDA DE DETONAȚIE

După ce o undă de șoc trece printr-un punct din amestecul combustibil, se poate amorsa reacția de ardere datorită modificării locale a parametrilor de stare, reacția de ardere putînd să cuprindă întreaga cantitate de amestec, deci un interval de timp τ_c caracteristic timpului cinetic al reacției. Această undă de șoc antrenează un strat de gaze cu o grosime egală cu produsul între viteza de propagare a undei și timpul τ_c . Grosimea acestui strat nu depinde de dimensiunile transversale ale secțiunii, și între unda de șoc și cea de detonație poate să apară o zonă de discontinuitate.

Aplicînd pentru două secțiuni parcurse de unda de șoc expresia primului principiu al termodinamicii, luînd în considerație și dezvoltarea adiabată a procesului, rezultă

$$h_2 - h_1 - \frac{v_1 + v_2}{2} (p_2 - p_1) = 0 \quad (10.1)$$

în care: h_1 și h_2 reprezintă entalpiile în cele două puncte; v_1 și v_2 — valorile corespunzătoare ale volumului specific; $p_2 - p_1$ saltul de presiune determinat de unda de șoc.

Dependența $p_2 = f(v_2)$ rezultată din ecuația (10.1) se numește „adiabată de detonație”; contrar „adiabatei de șoc” caracteristică amestecurilor combustibile, adiabată de detonație nu trece prin punctul corespunzător stării inițiale, căci temperatura și presiunea gazelor de ardere prin care se propagă unda de detonație sînt considerabil mai mari (fig. 10.1).

Viteza de reacție, apreciată prin fluxul de masă j corespunzător saltului de presiune $p_2 - p_1$, este

$$j = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{v_1 - v_2}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right] \quad (10.2)$$

sau, pentru o stare oarecare, presiunea devine

$$p = p_1 + j^2(v_1 - v_2), \quad (10.3)$$

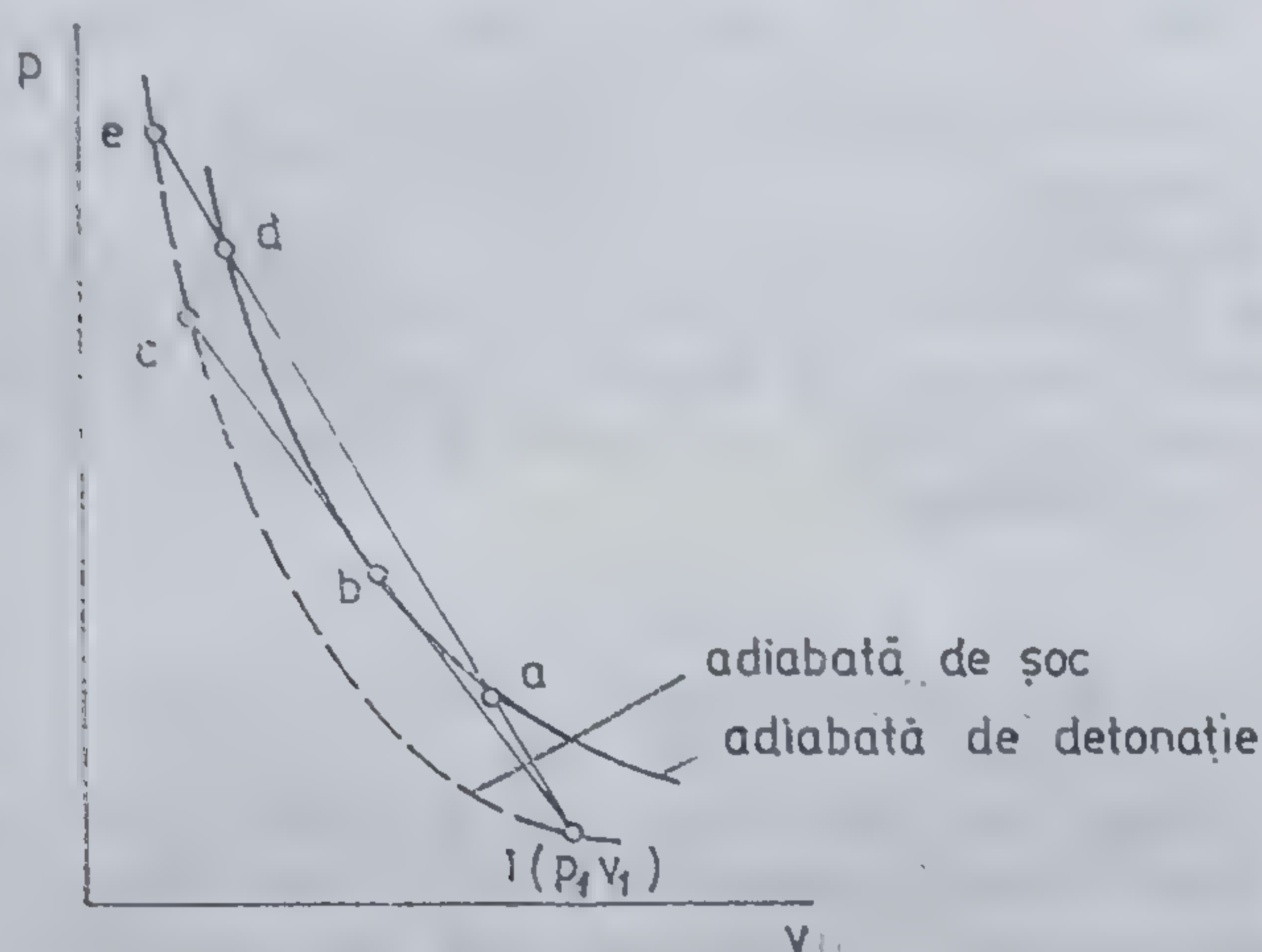


Fig. 10.1. Adiabată de detonație și de șoc.

expresie care reprezintă ideea de bază în teoria detonației fondată de V. Michelson în anul 1890.

Valoarea minimă a vitezei de reacție raportată la 1 m² suprafață de undă de detonație este j_{\min} și corespunde punctului de tangență b ; dependența lineară între p și v din relația (10.3) este evidențiată de coarda $1-e$ (fig. 10.1).

Frontul din fața undei de detonație este o undă de șoc $1-e$, amestecul fiind comprimat și prezentînd starea e . Dacă în amestecul combustibil se amorsează reacția chimică de ardere starea corespunzătoare se va plasa între punctele e și 1 , deoarece în urma degajării de căldură presiunea scade pînă în punctul d care corespunde stării gazelor de ardere după arderea detonantă.

Stările cuprinse între punctele a și 1 (fig. 10.1) sînt inaccesibile gazelor de ardere deoarece arderea a fost provocată de comprimarea dată de unda de șoc. Tranziția discontinuă de stare între punctele d și 2 datorită unei alte unde șoc este imposibilă deoarece gazul ar evolua de la o presiune mai ridicată spre una mai scăzută, ceea ce este imposibil.

Rezultă deci că la detonație, stările posibile se găsesc deasupra punctului de tangență b , plasat pe tangenta dusă din starea inițială 1 la adiabată de detonație. În punctul de tangență b (denumit punct Jouguet), viteza undei de detonație este egală cu viteza sunetului a_2 — determinată de panta coardei $1-d$. Viteza de deplasare a undei în raport cu gazul inițial considerat imobil este w_1 , iar față de gazele de ardere $w_2 = a_2$. Fluxul

de masă transferat este

$$j = \frac{w_1}{v_1} = \frac{w_2}{v_2} \quad (10.4)$$

și pentru $v_1 > v_2$, rezultă $w_1 > w_2$, diferența $w_1 - w_2$ fiind viteza de mișcare a produselor de ardere în raport cu gazele proaspete. Această diferență este pozitivă, ceea ce arată că produsele de ardere se deplasează în sensul propagării undei de detonație cu viteza $w_2 = a_2$. Această ipoteză a formulată de D. Chapman (1899) și E. Jouguet (1905) și verificată teoretic prin lucrările lui Zeldovitch (1940).

Deplasarea undei de detonație duce la modificarea valorilor mărimilor de stare și în cazul gazului perfect; prin aplicarea primului principiu al termodinamicii între starea inițială 1, corespunzătoare amestecului combustibil, și starea finală 2 a gazelor de ardere, rezultă:

$$q = h_2 - h_1 - \frac{v_1 + v_2}{2} (p_2 - p_1) \quad (10.5)$$

în care: q reprezintă căldura de reacție ($q = h_{01} - h_{02}$);

h_1 și h_2 entalpiile corespunzătoare

$$h_1 = h_{01} + c_{p1} T_1; \quad h_2 = h_{02} + c_{p2} T_2;$$

c_{p1} și c_{p2} — valorile căldurilor specifice, care pentru ipoteza menținerii constante în raport cu temperatura prezintă expresiile:

$$c_{p1} = \frac{k_1}{k_1 - 1} R; \quad c_{p1} \cdot T_1 = \frac{k_1}{k_1 - 1} p_1 \cdot v_1;$$

$$c_{p2} = \frac{k_2}{k_2 - 1} R; \quad c_{p2} \cdot T_2 = \frac{k_2}{k_2 - 1} p_2 \cdot v_2;$$

k_1 și k_2 — exponenții adiabatici corespunzători celor două stări;

v_1 și v_2 — volumele specifice;

p_1 și p_2 — presiunile.

Înlocuind expresiile entalpiilor în relația primului principiu (10.5) rezultă

$$2q = \frac{2k_2}{k_2 - 1} p_2 v_2 - \frac{2k_1}{k_1 - 1} p_1 v_1 - (v_1 + v_2) (p_2 - p_1) \quad (10.6)$$

Dacă presiunea p_2 crește foarte mult (deci $p_2/p_1 \rightarrow \infty$), raportul densităților obținut din relația (10.6) tinde către o valoare limită finită:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{k_1 + 1}{k_2 - 1} \quad (10.7)$$

și deci pentru o valoare a exponentului adiabatic $k = 1,4$, raportul $\frac{k_1 + 1}{k_2 - 1} = \frac{1,4 + 1}{1,4 - 1} = 6$, rezultând o creștere de 6 ori a densității gazelor din spatele undei de detonație față de valoarea corespunzătoare amestecului combustibil.

Din ecuația (10.6) se constată că dependența $p_2 = f(v_2)$ reprezintă o hiperbolă echilateră, expresia simplificându-se considerabil pentru cazul unei valori mult mai mari a căldurii de reacție q față de energia internă inițială u_1 , deci pentru $p_1/p_2 \rightarrow 0$:

$$p_2 \left(\frac{k_1 + 1}{k_2 - 1} v_2 - v_1 \right) = 2q \quad (10.8)$$

Înlocuind presiunea p_2 și volumul specific v_2 în ecuația (10.6) cu expresiile

$$p_2 = \frac{p_1 + j^2 \cdot v_1}{k_2 + 1}; \quad v_2 = \frac{k_2 \cdot p_2}{j^2} = \frac{k_2}{j^2} \frac{p_1 + j^2 \cdot v_1}{k_2 + 1} \quad (10.9)$$

rezultă expresia vitezelor de propagare a undei $w_1 = j \cdot v_1$.

$$w_1 = \sqrt{\frac{k_2 - 1}{2} [(k_2 + 1)q + (k_1 + k_2) c_{v_1} \cdot T_1]} + \sqrt{\frac{k_2 + 1}{2} [(k_2 + 1)q + (k_2 - k_1) c_{v_1} \cdot T_1]} \quad (10.10)$$

și deci din relațiile (10.9):

$$\frac{p^2}{p_1} = \frac{w_1^2 + (k_1 - 1) c_{v_1} \cdot T_1}{(k_2 + 1)(k_1 - 1) c_{v_1} \cdot T_1}; \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{k_2 [w_1^2 + (k_1 - 1) c_{v_1} \cdot T_1]}{(k_2 + 1) w_1^2} \quad (10.11)$$

Viteza de propagare a undei de detonație este $w_2 = \frac{v_2}{v_1} w_1$ și deci expresia ei devine

$$w_2 = \sqrt{\frac{k_2 - 1}{2} [(k_2 + 1)q + (k_1 + k_2) c_{v_1} \cdot T_1]} + \frac{k_2 - 1}{k_2 + 1} \sqrt{\frac{1 + k_2}{2} [(k_2 - 1)q + (k_2 - k_1) c_{v_1} \cdot T_1]} \quad (10.12)$$

iar diferența vitezelor de propagare este

$$w_1 - w_2 = \sqrt{\frac{2[(k_2 - 1)q + (k_2 - k_1) c_{v_1} \cdot T_1]}{k_2 + 1}} \quad (10.13)$$

Temperatura produselor de ardere în urma deplasării undei de detonație este

$$T_2 = \frac{w_2^2}{c_{v_1} \cdot k_2 (k_2 - 1)} \quad (10.14)$$

Pentru o undă de detonație foarte puternică, relațiile (10.10)... (10.13) se simplifică foarte mult, căpătînd formele

$$w_1 = \sqrt{2(k_2^2 - 1)q}; \quad w_1 - w_2 = \frac{w_1}{k_2 + 1} \quad (10.15)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{k_2}{1 + k_2} \frac{p_2}{p_1} = \frac{k_1 \cdot w_1^2}{(1 + k_2)a_1^2}$$

iar temperatura produselor de ardere în urma detonației (relația 10.14) ajunge la forma

$$T_2^{\text{det}} = \frac{2k_2^2}{1 + k_2} \frac{q}{c_{v_1}} \quad (10.16)$$

Expresia temperaturii gazelor fără ca arderea să se desfășoare cu detonație, neglijînd valoarea temperaturii inițiale a gazelor T_1 , este

$$T_2 = \frac{q}{c_{p_2}} \quad (10.17)$$

și deci raportul temperaturilor gazelor cu și fără detonație este

$$\frac{T_2^{\text{det}}}{T_2} = \frac{2k_2^2}{1 + k_2} \quad (10.18)$$

ceea ce denotă că pentru orice valoare supraunitară a exponentului adiabatic k_2 temperatura gazelor în cazul arderii detonante este superioară cazului cînd nu apare detonația. De exemplu, pentru $k_2 = 1,4$ se obține

$$\frac{T_2^{\text{det}}}{T_2} = \frac{2 \times 1,4^2}{1 + 1,4} = 1,63$$

deci o creștere cu 63% a temperaturii gazelor în cazul arderii detonante.

Toate expresiile stabilite anterior sînt valabile în cazul cînd reacțiile chimice sînt exoterme ($q > 0$), inclusiv efectele termice ale reacțiilor intermediare. Rezultă de aici că modificarea parametrilor de stare în urma undei de detonație se face după o adiabată structurată între adiabata de șoc și cea de detonație limită (fig. 10.2).

Stările posibile ale gazelor în spatele undei de detonație sînt precizate de tangenta trasată din punctul 1 la adiabată de detonație 1—b.

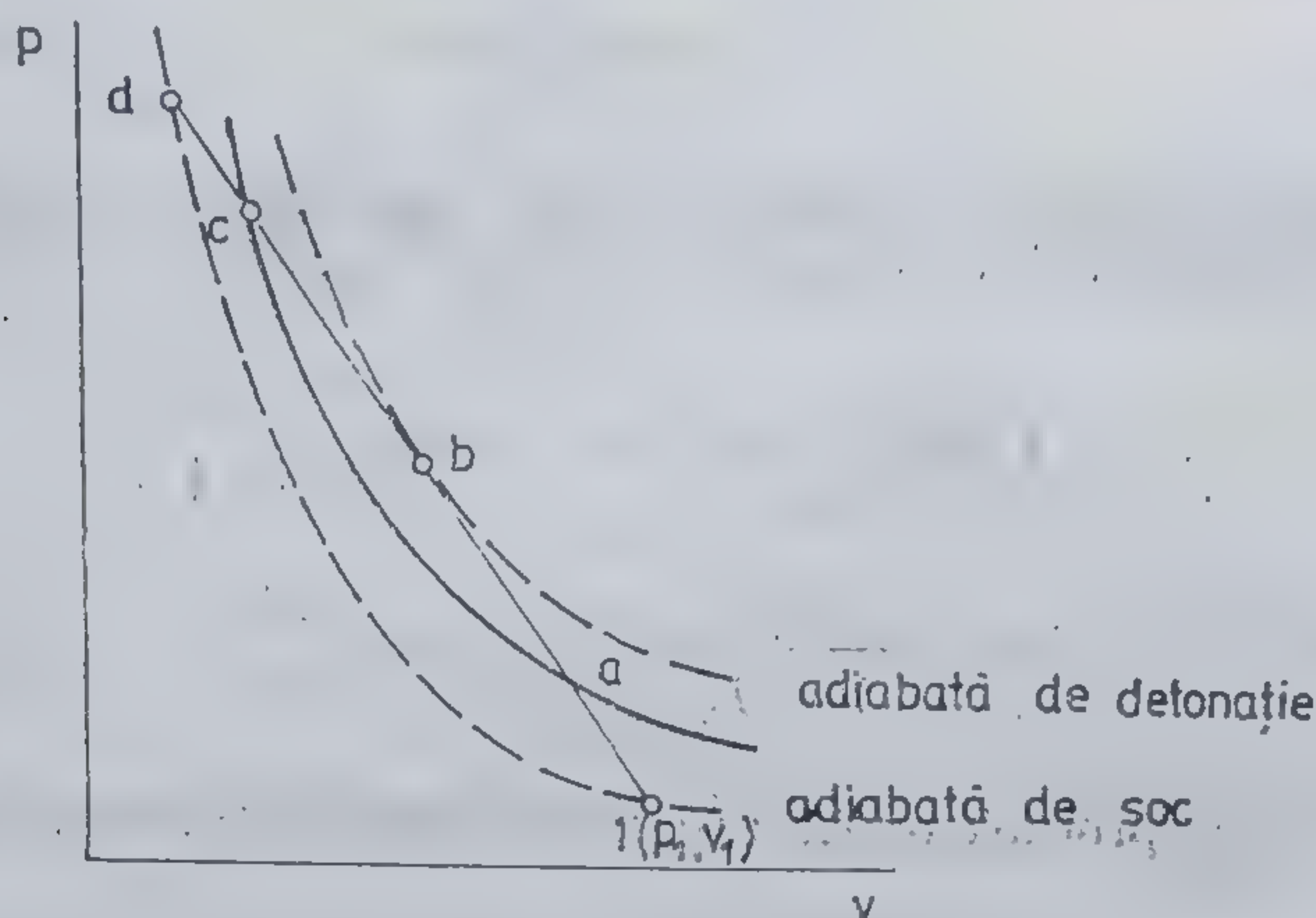


Fig. 10.2. Adiabată reală de detonație.

10.2. REGIMURI DETONANTE DE ARDERE

Detonația corespunde stărilor plasate la partea superioară a unei adiabate de detonație. Pornind de la starea inițială 1 (fig. 10.3), aflată sub adiabată de detonație, prin trasarea tangentei or, verticalei și orizontalei, rezultă stările a, b, c și d care prezintă următoarele semnificații fizice. În punctele de tangență a și d, derivata $\frac{d(j^2)}{dp_2} = 0$,

deci în aceste puncte viteza undei w_2 este egală cu viteza locală a sunetului a_2 . Deasupra punctelor de tangență $\frac{w_2}{a_2} < 1$, iar dedesubt $\frac{w_2}{a_2} > 1$. Stările plasate pe arcul

bc sînt lipsite de sens fizic, căci pe această porțiune $p_2 > p_1$, iar $v_2 > v_1$, fluxul de masă corespunzător vitezei de reacție $j = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{v_1 - v_2}}$ fiind imaginar, deci fără sens.

Relațiile între viteze pe adiabată de detonație sînt deci următoarele:

deasupra punctului d: $w_1 > a_1$ și $w_2 > a_2$

pe arcul dc: $w_1 > a_1, w_2 > a_2$

pe arcul ab: $w_1 < a_1, w_2 < a_2$

pe arcul bc: $w_1 < a_1, w_2 < a_2$

Fig. 10.3. Regimuri detonante de ardere.

Relațiile între viteze pe adiabată de detonație sînt deci următoarele:

deasupra punctului d: $w_1 > a_1$ și $w_2 > a_2$

pe arcul dc: $w_1 > a_1, w_2 > a_2$

pe arcul ba : $w_1 < a_1$ $w_2 < a_2$
 sub punctul a : $w_1 < a_1$ $w_2 < a_2$
 în punctele a și d : $w_2 = a_2$

unde $a_1 = \sqrt{k_1 R T_1}$ și $a_2 = \sqrt{k_2 R T_2}$.

În apropiere de punctul c fluxul de masă j tinde spre infinit, deoarece volumul specific v_1 devine egal cu v_2 , iar expresia $j = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{v_1 - v_2}} \rightarrow \infty$; din contră, în apropiere de punctul b , fluxul de masă j se anulează dată fiind diferența de presiune $p_2 - p_1$ tinde spre zero.

Tronsonul de curbă ab , la care viteza de propagare a undei este subsonică, corespunde regimului obișnuit de ardere, fluxul de masă corespunzător detonației fiind foarte redus, putîndu-se deci la limită considera că

$$p_1 \approx p_2 \text{ și } T_2 = \frac{q}{c_{p_1}} + \frac{c_{p_1}}{c_{p_2}} T_1.$$

În condiții deosebite de dezvoltare a procesului de ardere, de exemplu un transfer intens de căldură prin radiație spre amestecul combustibil, este posibil să apară detonația, trecerea de la regimul normal de ardere la cel detonant exteriorizîndu-se prin accelerarea spontană a arderii și creșterea intensității undei de șoc din fața frontului de flăcără. Mecanismul cinetic de accelerare spontană a flăcării nu este suficient de bine elucidat, turbulența flăcării la perete și proprietățile electrice ale flăcării (adică concentrația de sarcini electrice libere și „durata de viață” a ionilor chimici/formați) jucînd un rol important.

În ceea ce privește regimul de ardere detonantă de deasupra punctului d , rezultă că $p_2 > p_1$, $v_2 < v_1$ și $w_2 < w_1$, deci produsele de ardere sînt comprimate față de amestecul combustibil inițial.

11. TEHNICI EXPERIMENTALE IN TERMOGAZODINAMICĂ

Verificarea experimentală a rezultatelor teoretice și stabilirea unor mărimi necesare completării datelor pentru proiectarea instalațiilor și pentru optimizarea exploatarei utilajelor sînt obiective de cercetare de cea mai mare importanță.

În cele ce urmează se vor preciza unele aspecte fundamentale legate de măsurătorile de temperatură, presiune și debit; nu se insistă asupra tipurilor de aparate și modului de lucru, ci numai asupra factorilor care conduc la realizarea unor măsurători exacte și erorilor care intervin.

Măsurarea unei mărimi poate fi făcută direct sau indirect. În măsurătorile directe mărimea de măsurat se comportă direct ca unitate de măsură aleasă. În măsurătorile indirecte, mărimea aleasă (de exemplu, temperatura), nu poate fi realizată ca entitate fizică, ci este pusă în corespondență cu altă mărime care poate fi direct măsurată.

Metodele de măsurare se referă la procedeul de executare a operației de măsurare, ele clasificîndu-se după numeroase criterii, între care :

- a) după precizia și rapiditatea măsurătorilor :
 - metode de laborator la care se ține seamă de erorile de măsurare ;
 - metode tehnice, la care nu se estimează erorile, deoarece aparatele de măsură prezintă erori corespunzătoare claselor de precizie ;
- b) după poziția aparatului față de mărimea de măsurat :
 - metode prin contact, în care aparatul de măsură este adus în contact direct cu mărimea de măsurat ;
 - metode de măsurare de la distanță ;
- c) după modul de obținere a valorii numerice a mărimii măsurate :
 - metoda aprecierii directe, în care mărimea de măsurat se compară direct cu unitatea de măsură ;
 - metoda diferențială, în care se măsoară diferența față de o mărime de referință (cazul manometrelor) ;
 - metoda de zero sau a echilibrului (măsurarea rezistențelor cu puntea Wheatstone) ;
 - metoda suprapunerii (măsurarea temperaturii cu piometrul optic) ;

d) după natura indicației aparatului de măsură :

- metode analogice ;
- metode digitale.

Alegerea aparatelor de măsură trebuie făcută în concordanță cu scopul urmărit. Astfel, clasa de precizie a aparatului trebuie să corespundă cu precizia de stabilire a mărimii respective, domeniul de măsurare trebuie să fie corespunzător variației mărimii, iar timpul de răspuns trebuie să fie cât mai mic, pentru a urmări cu fidelitate variația mărimii măsurate.

Rezultatul unei măsurători diferă întotdeauna de valoarea reală, datorită erorilor de măsurare introduse de sistemul de măsurat. Erorile de măsurare pot fi sistematice, aleatoare sau grosolane.

11.1. MĂSURAREA TEMPERATURII

Temperatura reprezintă unul din parametri de bază din termodinamică, mecanica fluidelor, aerodinamică, chimie, fizică etc., în raport cu ea fiind definite și de ea depinzând numeroase mărimi de stare. Spre deosebire de alte mărimi de stare, temperatura nu prezintă un etalon absolut în natură ; de aceea, trebuie stabilite o serie de legături între acest concept — sesizat la scară macroscopică — și variația unor mărimi ușor de determinat experimental.

Preocupările pentru măsurarea temperaturii sînt foarte vechi. Istoria științei menționează că primul instrument pentru măsurarea „gradului de căldură sau răcire” a fost construit de Galileo Galilei în preajma anului 1600. Noțiunea de termometru a apărut pentru prima dată în literatură în anul 1624 în lucrarea lui Leurechron, intitulată „La Récréation Mathématique”, autorul descriind un termometru ca un vas din sticlă prevăzut cu un mic rezervor care conține apă. Forma actuală a termometrului se datorește lui Ferdinand II, mare duce al Toscanei (1625), care a avut și ideea de a introduce alcool în rezervor.

Sesizînd natura deosebită a acestui parametru, în 1701 Newton a definit temperatura pe baza unei scări bazată pe două puncte fixe (topirea gheții notată cu zero și cea măsurată pe brațul unui om sănătos — notată de el cu 12).

Din anul 1706, Daniel Gabriel Fahrenheit a început să construiască termometre la Amsterdam, utilizînd la început scara lui Newton, iar apoi o scară proprie cu punctele de topire a gheții și de fierbere a apei, la presiunea atmosferică normală, notate respectiv cu 32 și 212.

În anul 1742 Anders Celsius, profesor de astronomie la universitatea Uppsala, a propus notarea celor două puncte de transformare de stare a apei cu 0 și respectiv 100.

Scara internațională practică de temperatură, stabilită în anul 1968, se bazează pe 6 puncte fixe cuprinse în intervalul de temperaturi $-182,962^{\circ}\text{C}$ și $1064,43^{\circ}\text{C}$, puncte care definesc transformările de stare ale oxigenului, apei, zincului, argintului și aurului, la presiune normală.

Pentru precizarea modului de variație a temperaturii între aceste puncte primare se folosesc ecuații standard de interpolare, ecuații care depind de domeniul de temperatură sau metoda de măsurare. De exemplu, în domeniul de temperatură cuprins între 0 și 500°C, în cazul utilizării termometrelor cu rezistență de platină se folosește următoarea ecuație parabolică

$$t = \left(\frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \right) 100 + \delta \left(\frac{t}{100} - 1 \right) \frac{t}{100} \quad (11.1)$$

în care: R_t este rezistența platinei la temperatura t ;

R_0 — rezistența platinei introdusă într-un amestec de gheață și apă, la presiunea barometrică normală;

R_{100} — rezistența platinei introdusă în abur saturat, la presiune barometrică normală;

δ — constanta caracteristică a termometrului.

În cazul termocuplelor, tensiunea electromotoare prezintă o dependență mult mai simplă de temperatură, de forma

$$E = a + bt + ct^2 \quad (11.2)$$

unde a , b și c reprezintă constanta stabilite în raport cu punctele fixe.

Scara internațională de temperatură, adoptată în anul 1927, se bazează pe 13 puncte fixe cuprinse între $-259,34^\circ\text{C}$ și $1064,43^\circ\text{C}$, care în marea majoritate reprezintă puncte de transformare de fază.

Măsurarea temperaturii poate fi făcută cu termometre de sticlă, termometre cu rezistență, termocuple sau pirometre optice. În cazul măsurării temperaturii gazelor care se deplasează cu viteze w mici și moderate ($w < 0,3 \text{ M}$), elementul sensibil trebuie protejat cu o teacă pentru a-l feri de solicitările mecanice și chimice ale agentului măsurat. La temperaturi sub 1000°C se folosesc teci din oțel, iar peste această temperatură tecile trebuie să fie din nichel sau crom. Pentru îmbunătățirea contactului termic între elementul sensibil și teacă, se introduce ulei mineral, glicerină, mercur sau pilitură de fier.

În cazul termometrelor cu lichid trebuie respectată recomandarea privind gradul de cufundare a termometrului în fluidul a cărui temperatură se măsoară. În cazul unei cufundări parțiale a unui termometru cu imersie totală se face următoarea corecție de temperatură:

$$\Delta t = kl(t_1 - t_2) \quad (11.3)$$

în care: k este coeficientul relativ de dilatare între lichidul termometric și sticlă, egal cu 0,00016 pentru termometrele gradate în $^\circ\text{C}$ și 0,00009 pentru cele gradate în $^\circ\text{F}$;
 l — lungimea coloanei de lichid necufundat;
 t_1, t_2 — indicațiile termometrului cufundat parțial, respectiv a fluidului din exterior.

Pentru termometrele cu rezistență, expresia de calcul a temperaturii este

$$t = A - B\sqrt{S} + 10 \cdot \Delta R \quad (11.4)$$

unde: $A = \frac{50}{\delta} (\delta + 10^2)$

$$B = \frac{50}{\delta} \left(\frac{400}{R_{100} - R_0} \right)^{1/2}$$

$$S = C + R_i$$

$$C = (R_{100} - R_0) \left(\frac{\delta}{400} + \frac{1}{2} + \frac{25}{\delta} \right) + R_0$$

δ — constantă caracteristică termometrului cu rezistență cu valori cuprinse între 1,488 și 1,498;

R_0 și R_{100} — valorile rezistențelor la temperatura de 0°C, respectiv 100°C;

R_i — partea întreagă a rezistenței măsurate;

ΔR — partea zecimală a rezistenței măsurate.

Puritatea sîrmei de platină din care sînt confecționate majoritatea termometrelor cu rezistență poate fi verificată prin raportul R_{100}/R_0 , care trebuie să fie mai mare decît 1,3925.

Dependența tensiunii termoelectromotoare de temperatură în cazul termocuplelor este de tip parabolic, depinzînd de natura termocuplului, așa cum se arată în exemplele care urmează:

1. În cazul termocuplului cupru-constantan, utilizat în domeniul de temperatură cuprins între 0 și 400°C, expresia t.e.m. este:

$$E = (3,8740773840 \times 10^{-2} T + 3,3190198092 \times 10^{-2} T^2 + 2,0714183645 \times 10^{-4} T^3 - 2,1945834823 \times 10^{-6} T^4 + 1,1031900550 \times 10^{-8} T^5 - 3,0927581898 \times 10^{-11} T^6 + 4,5653337165 \times 10^{-14} T^7 - 2,7616878040 \times 10^{-17} T^8) \times 10^{-3} \text{ [mV]} \quad (11.5)$$

Precizia de măsurare este de $\pm 0,2^\circ\text{C}$ pentru domeniul (0 ... 400°C).

2. La termocuplul fier-constantan, utilizat în domeniul de temperatură 0 ... 760°C, expresia t.e.m. este:

$$E = (5,8695857799 \times 10^{-2} T + 4,3110945462 \times 10^{-2} T^2 + 5,7220358202 \times 10^{-5} T^3 - 5,4020668085 \times 10^{-7} T^4 + 1,5425922111 \times 10^{-9} T^5 - 2,4850089136 \times 10^{-12} T^6 + 2,3389721459 \times 10^{-15} T^7 - 1,1946296815 \times 10^{-18} T^8 + 2,5561127497 \times 10^{-22} T^9) \times 10^{-3} \text{ [mV]} \quad (11.6)$$

Precizia de măsurare este $\pm 0,1^\circ\text{C}$ pentru domeniul $(0 \dots 760)^\circ\text{C}$.

3. La termocuplul cromel—constantan, utilizat în domeniul de temperatură $0 \dots 1000^\circ\text{C}$, precizia de măsurare este $\pm 0,1^\circ\text{C}$.

4. La termocuplul cromel-alumel, utilizat în domeniul de temperatură $0 \dots 1372^\circ\text{C}$, precizia de măsurare este $\pm 0,02^\circ\text{C}$ pentru intervalul $400 \dots 1100^\circ\text{C}$.

5. Termocuplul platină-rodium (10%), pentru temperaturi cuprinse între 630 și 1665°C are următoarele expresii ale t.e.m.:

a) pentru domeniul $630 \dots 1064^\circ\text{C}$

$$E = (-2,9824481615 \times 10^2 + 8,2375528221 \times 10^0 \cdot T + 1,6453909942 \cdot 10^{-3} \cdot T^2) \times 10^{-3} [\text{mV}] \quad (11.7)$$

b) pentru domeniul $1064 \dots 1665^\circ\text{C}$

$$E = (1,2766292175 \times 10^3 + 3,490908041 \times 10^0 \cdot T + 6,3824648666 \times 10^{-3} T^2 - 1,5722424599 \times 10^{-6} \cdot T^3) \times 10^{-3} [\text{mV}] \quad (11.8)$$

În cazul fluidelor în mișcare care curg cu o viteză cuprinsă în domeniul $0,3 < M < 1$ simplificarea uzuală în definirea temperaturii totale constă în considerarea procesului izentropic de decelerare a gazului în raport cu elementul sensibil ca un proces adiabatic. Efectul stratului limită asociat cu vîscozitatea și conductivitatea termică este în dezacord cu decelerarea adiabatică și deci valoarea temperaturii totale nu poate fi obținută prin măsurări în cazul gazelor reale.

Pentru suprafețe plane plasate în fața fluidelor în mișcare, temperatura în punctul de stagnare este

$$T_p = T_c + r T_d \quad (11.9)$$

în care: T_c este temperatura fluidului în curgere liberă;

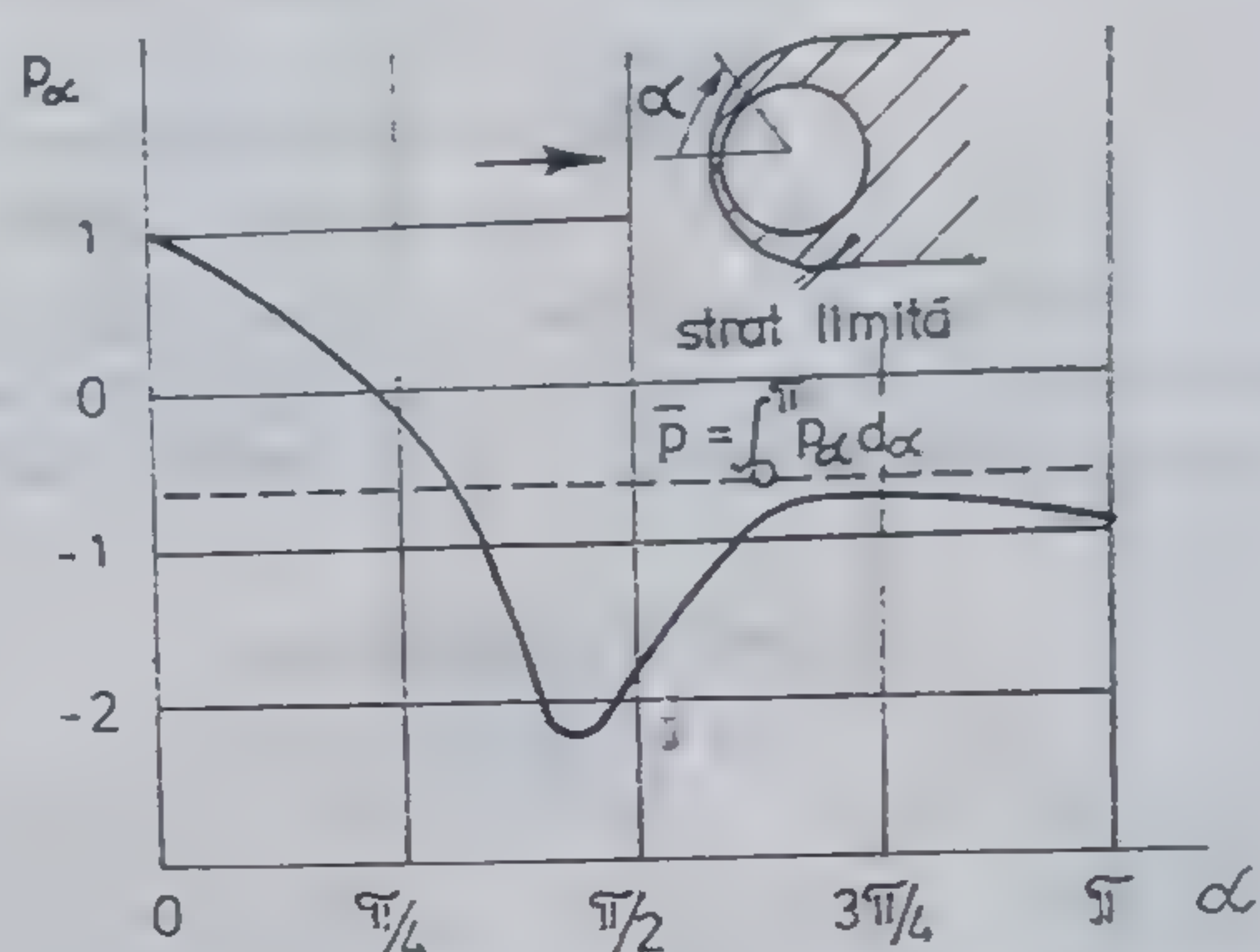
r — coeficient de corecție care arată măsura în care energia cinetică a curentului se transformă în energie termică; el este o funcție de criteriul Prandtl, care reprezintă raportul dintre vîscozitatea cinematică și difuzivitatea termică a gazului, adică $\text{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu \cdot c_p \cdot \rho}{\lambda}$. Pentru regimul laminar de curgere, coeficientul [de corecție] este $r = \text{Pr}^{1/2}$, iar pentru cel turbulent $r = \text{Pr}^{1/3}$.

T_d — temperatura dinamică, $\frac{w^2}{2 c_p}$.

În cazul unui cilindru plasat într-un curent de gaz în curgere pot fi utilizate aceleași relații pentru stabilirea coeficientului de corecție r , sau după alți autori, expresia acestui coeficient este $r' = \bar{p} S + (1 - \bar{p}) r$,

în care \bar{p} este valoarea medie a coeficientului de presiune în jurul cilindrului $\bar{p} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} p_{\alpha} \cdot d\alpha$ (fig. 11.1), iar S — un factor de stagnare.

Fig. 11.1. Coeficientul de presiune în jurul unui cilindru.



Valorile factorului de stagnare S pentru aer, apă și abur la diferite presiuni și temperaturi sînt prezentate în figura 11.2.

La măsurarea temperaturii unor gaze fierbinți în condițiile în care elementul sensibil nu este prevăzut cu teacă de protecție, intervine o eroare de stabilire a temperaturii datorită radiației pereților. Expresia acestei erori de măsură este

$$\Delta t = \frac{e \cdot C_0 \cdot d}{Nu \cdot \lambda} \left[\left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_p}{100} \right)^4 \right] \quad (11.10)$$

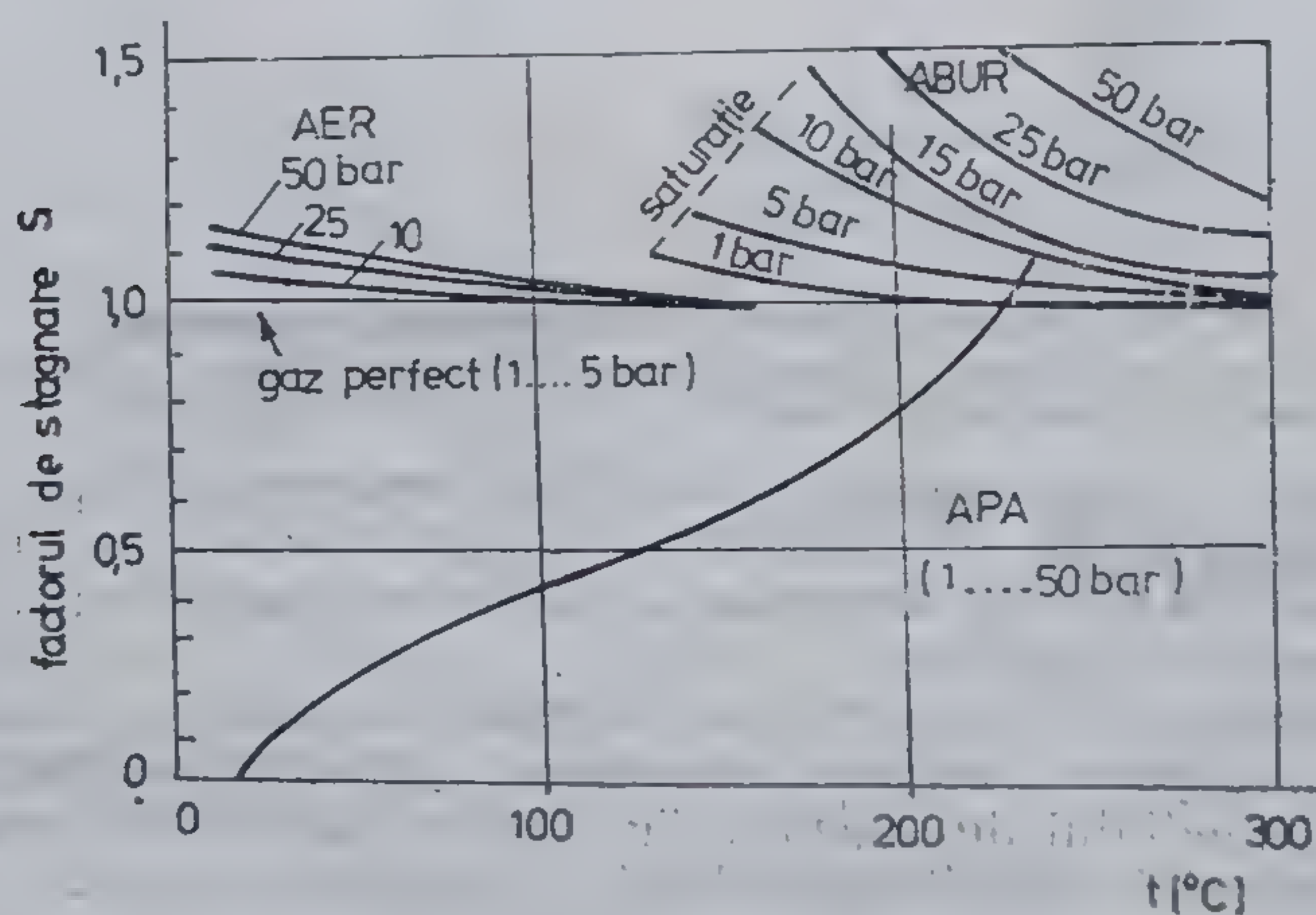


Fig. 11.2. Valorile factorului de stagnare.

în care: e reprezintă factorul energetic de emisie al elementului sensibil ($e \approx 0,7$);

C_0 — coeficientul de emisie al corpului negru absolut, $C_0 = 5,76 \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$;

d — diametrul echivalent al elementului sensibil al termometrului;

Nu — criteriul Nusselt, corespunzător regimului de curgere a gazelor în jurul elementului sensibil;

λ — conductivitatea termică a gazelor;

T_g și T_p — temperatura gazelor, respectiv a pereților.

Modul de plasare a elementului sensibil prezintă de asemenea o importanță deosebită pentru precizia măsurării de temperatură. Conform celor prezentate în fig. 11.3, rezultă că elementul sensibil trebuie să fie cât

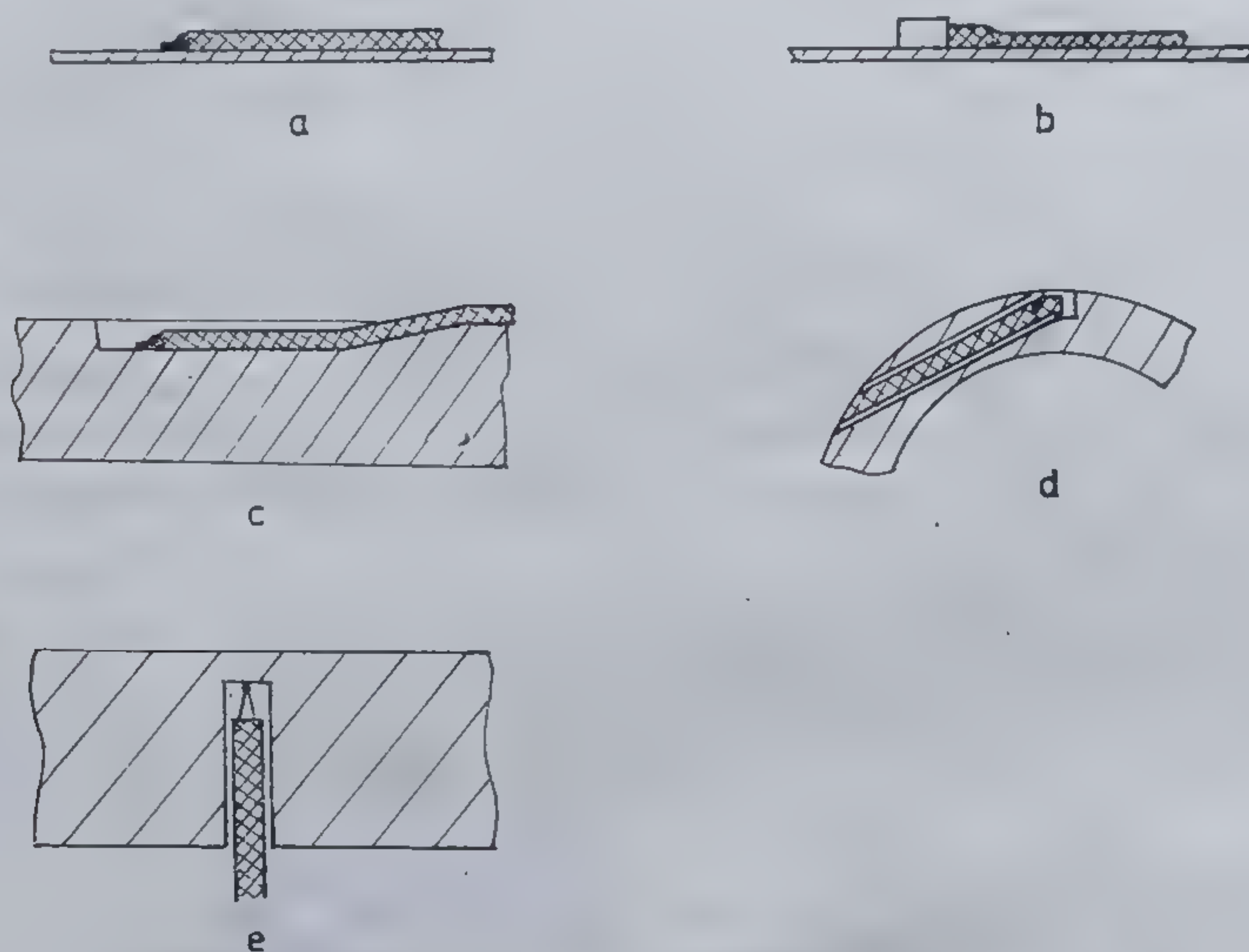


Fig. 11.3. Metode de plasare a termocuplelor pe suprafețe:

a — plasat direct pe suprafață; b — plasat pe o placă colectoare de căldură; c — plasat în canal; d — plasat în perete cilindric; e — plasat în interiorul unei suprafețe.

mai mic posibil, el fiind menținut la aceeași temperatură pe o distanță egală cu cel puțin de 20 ori diametrul lui. Este necesar să fie redusă la minimum rezistența termică de contact, și să fie menținuți cât mai constanți parametrii mediului ambiant.

La măsurările de temperatură în regim tranzitoriu, datorită inerției aparatului, răspunsul nu este instantaneu. În cazul modificării lineare a temperaturii mediului de măsurat fig. 11.4 a , variația de temperatură sesizată de elementul sensibil apare după intervalul de timp $\Delta\tau$, în timp ce la modificarea în treaptă a temperaturii (fig. 11.4 b), linearitatea răspunsului elementului sensibil apare numai în coordonate semilogaritmice. La modificarea periodică a temperaturii agentului (fig. 11.4 c) apar atât un de-

calaj de timp $\Delta\tau$ corespunzător răspunsului tranzitoriu, cât și o micșorare a amplitudinii temperaturii măsurate.

Din bilanțul de energie între fluxul de căldură primit și cel acumulat de elementul sensibil, rezultă următoarea ecuație diferențială:

$$\frac{dT}{T_2 - T} = \frac{d\tau}{m \cdot c / \alpha \cdot S}$$

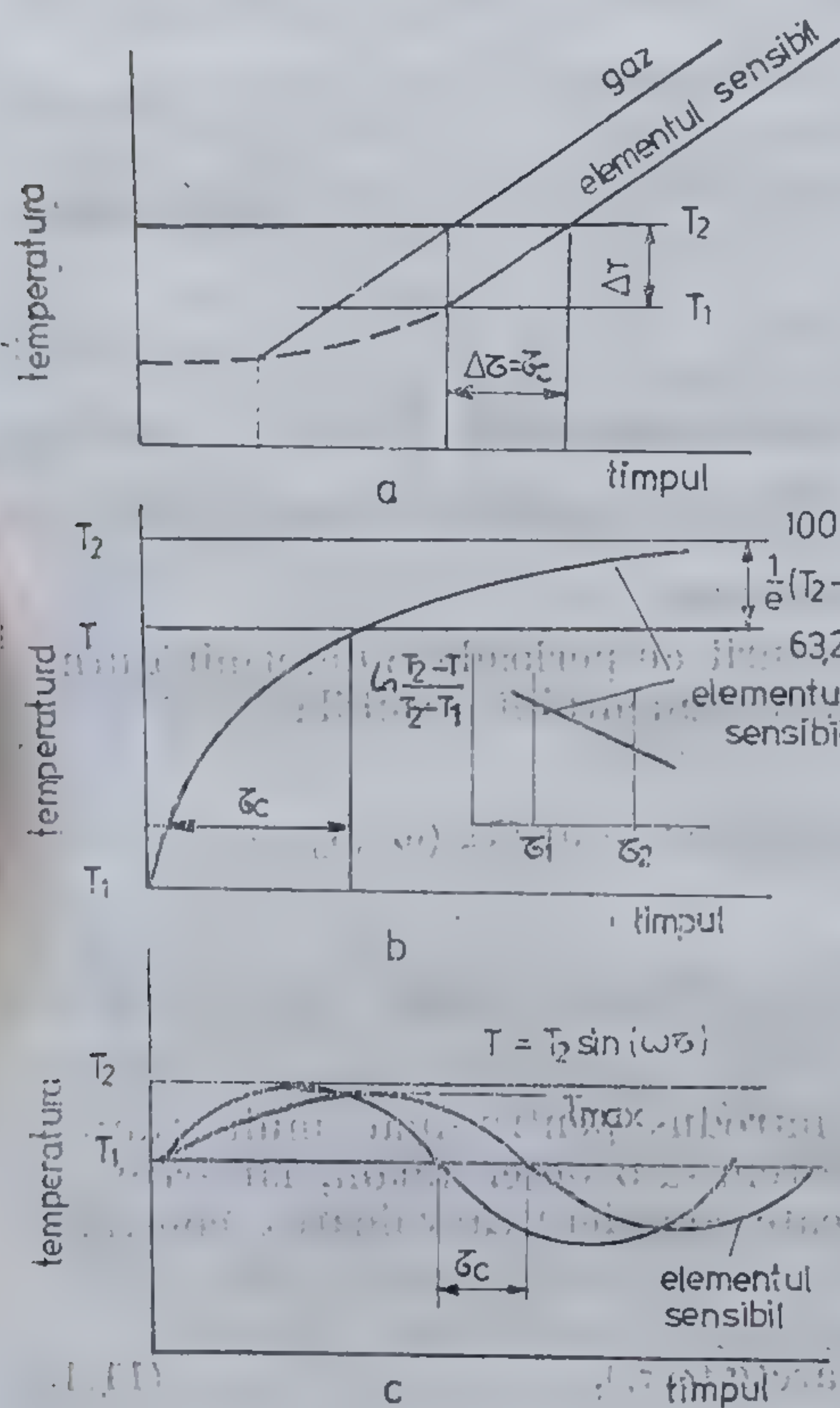


Fig. 11.4. Răspunsul tranzitoriu al unui element sensibil.

care, prin integrare, conduce la expresia

$$T = C \cdot e^{-\tau/\tau_c} + \frac{1}{\tau_c} e^{-\tau/\tau_c} \int_0^{\tau} T_2 \cdot e^{\tau/\tau_c} d\tau \quad (11.11)$$

în care C este o constantă de integrare stabilită din condițiile la limită, iar $\tau_c = \frac{m \cdot c}{\alpha \cdot S}$ constantă de timp.

La modificarea liniară a temperaturii mediului de măsurat (fig. 11.4 a), expresia temperaturii măsurată de elementul sensibil corespunzător momentului τ este

$$T = T_1 \cdot e^{-\tau/\tau_c} + T_2 - T_2 \cdot e^{-\tau/\tau_c} + \frac{\Delta T}{\Delta \tau} (\tau - \tau_c + \tau_c \cdot e^{-\tau/\tau_c}) \quad (11.12)$$

în care $\frac{\Delta T}{\Delta \tau}$ reprezintă viteza de variație a temperaturii mediului.

Constanta de timp τ_c este dată de intervalul de timp la care elementul sensibil indică aceeași temperatură ca și gazul.

Dacă intervine un salt de temperatură (fig. 11.4 b) expresia temperaturii este

$$T = T_1 e^{-\tau/\tau_c} + T_2 - T_2 \cdot e^{-\tau/\tau_c} \quad (11.13)$$

constantă de timp τ_c corespunzând momentului în care diferența de temperatură $T_2 - T$ devine $\frac{1}{e}(T_2 - T_1)$, adică este 63,2% din valoarea diferenței inițiale de temperatură.

Modificarea periodică a temperaturii cu perioada ω determină următoarea expresie de variație a indicației elementului sensibil :

$$T = T_1 + \frac{T_2}{[1 + (\omega \tau_c)^2]^{1/2}} \sin [\omega \tau - \arctg (\omega \tau_c)] + \frac{T_2 \omega \tau_c}{1 + (\omega \tau_c)^2} e^{-\tau/\tau_c} \quad (11.14)$$

Dacă elementul sensibil este introdus pentru mai mult timp în mediul a cărui variație sinusoidală vrem să o determinăm, iar frecvența este mult mai mică decât $1/\tau_c$ se poate considera că valoarea constantei de timp τ_c este

$$\tau_c = \frac{1}{\omega} \arctg (\omega \tau_c), \quad (11.15)$$

iar raportul temperaturilor T_{\max}/T_2 devine

$$\frac{T_{\max}}{T_2} = \frac{1}{[1 + (\omega \tau_c)^2]^{1/2}} \quad (11.16)$$

În expresiile (11.12), (11.13) și (11.14), termenul τ_c reprezintă constanta de timp dată de raportul $\tau_c = (m \cdot c)/(\alpha \cdot S)$ (m fiind masa elementului sensibil, c — căldura specifică, α — coeficientul de convecție, iar S — suprafața).

11.2. MĂSURAREA PRESIUNII

Presiunea este un concept mecanic de bază, definit prin relația $p = dF/dA_n$.

Istoria conceptului de presiune începe în anul 1643, când Torricelli a prezentat primul experiment pentru măsurarea presiunii atmosferice. Mai târziu, în 1647 Blaise Pascal, a găsit o diferență de presiune între baza și vârful unui munte, denumind instrumentul lui de măsură — *barometru*.

În perioada 1847—1859 James Joule, Rudolf Clausius și James Clark Maxwell au dezvoltat teoria cinetică a gazelor, după ce Robert Hooke și Robert Boyle, în 1660, au arătat că presiunile unui gaz se datoresc ciocnirilor între numărul foarte mare de particule.

Definirea conceptului de presiune presupune echilibru termodinamic, valoarea ei fiind egală cu suma între presiunea statică p_s și dinamică p_d ; deci $p = p_s + p_d$. Presiunea statică este exercitată normal pe direcția de

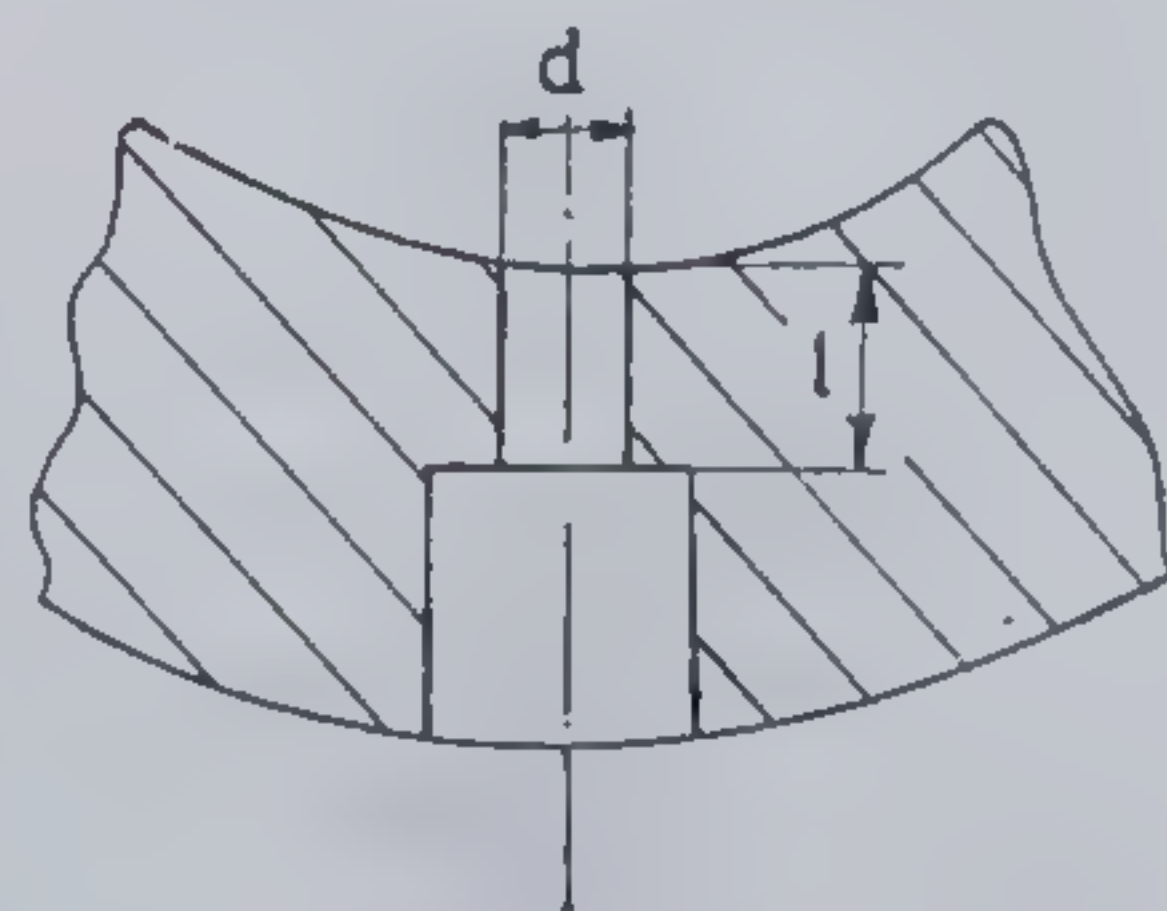


Fig. 11.5. Forma recomandată a racordului pentru presiunea statică.

curgere a fluidului, ea putînd fi măsurată cu ajutorul unor prize a căror dimensiuni geometrice principale se recomandă să fie $0,5 < \frac{l}{d} < 6$ (fig. 11.5). Diametrul orificiului prizei d se recomandă să fie de 4...15 mm. Influența poziției față de direcția curgerii fluidului la măsurarea presiunii statice este prezentată în figura 11.6.

Expresia erorii absolute la măsurarea presiunii statice este

$$\Delta p_s = \varepsilon \frac{f}{4} p_d \quad (11.17)$$

în care: ε este un factor de corecție empiric, dependent de valoarea criteriului Reynolds (pentru $Re_d > 800$ se poate considera, după Franklin și Wellace, $\varepsilon = 3,75$);

f — factorul lui Darcy, rezultat din ecuația

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \lg(Re_d \sqrt{f}) - 0,8$$

Re_d — criteriul Reynolds, calculat pentru diametrul orificiului prizei d : $Re_d = \frac{w \cdot d}{\nu}$;

p_a — presiunea dinamică a fluidului, $\frac{\rho w^2}{2}$.

Eroarea de calcul a presiunii statice este o funcție de criteriul Mach al curgerii și diametrul d al prizei; pe măsură ce valoarea criteriului M este mai ridicată, eroarea devine mai mare (fig. 11.7).

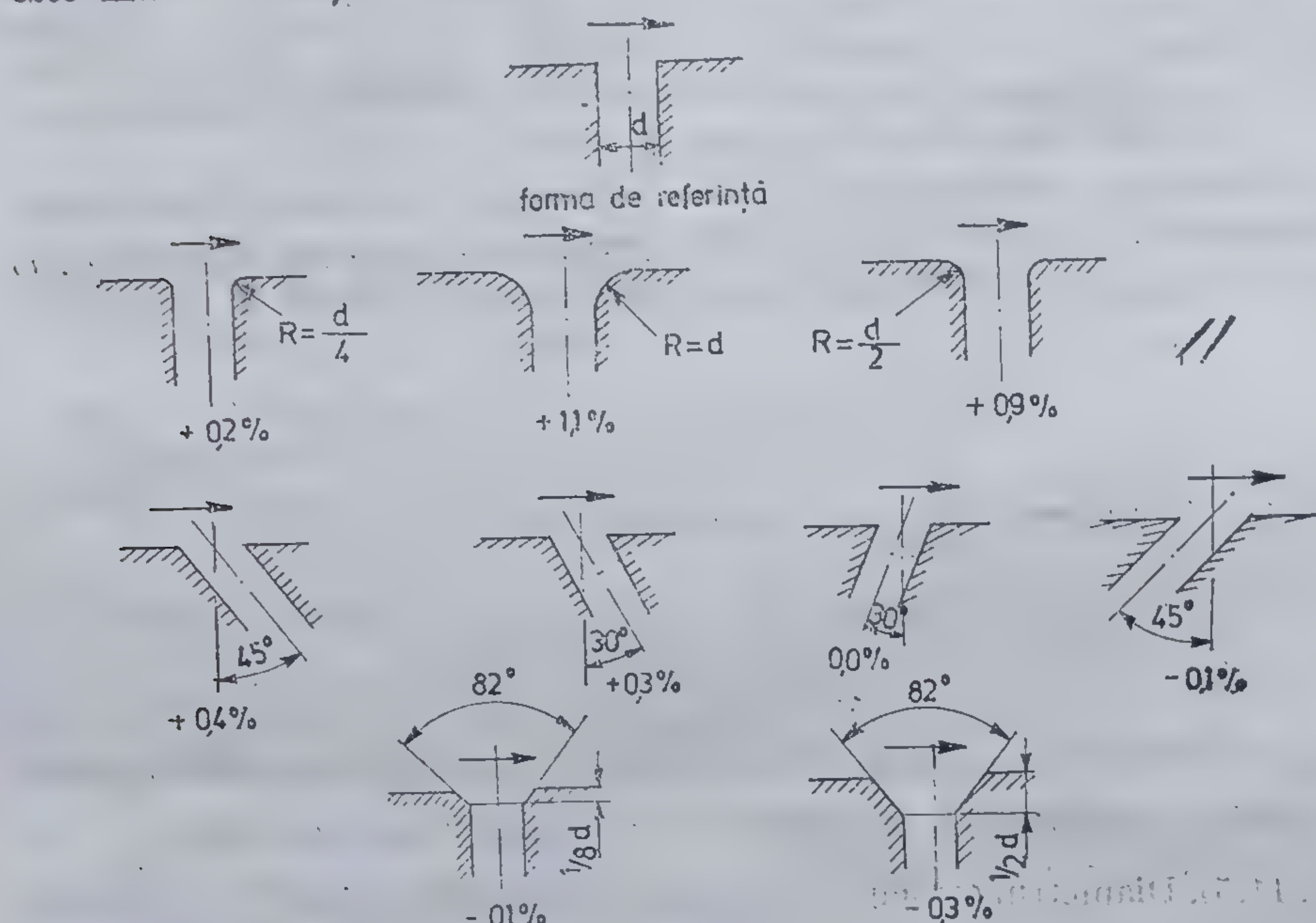


Fig. 11.6. Efectul poziției orificiului față de direcția de curgere la măsurarea presiunii statice.

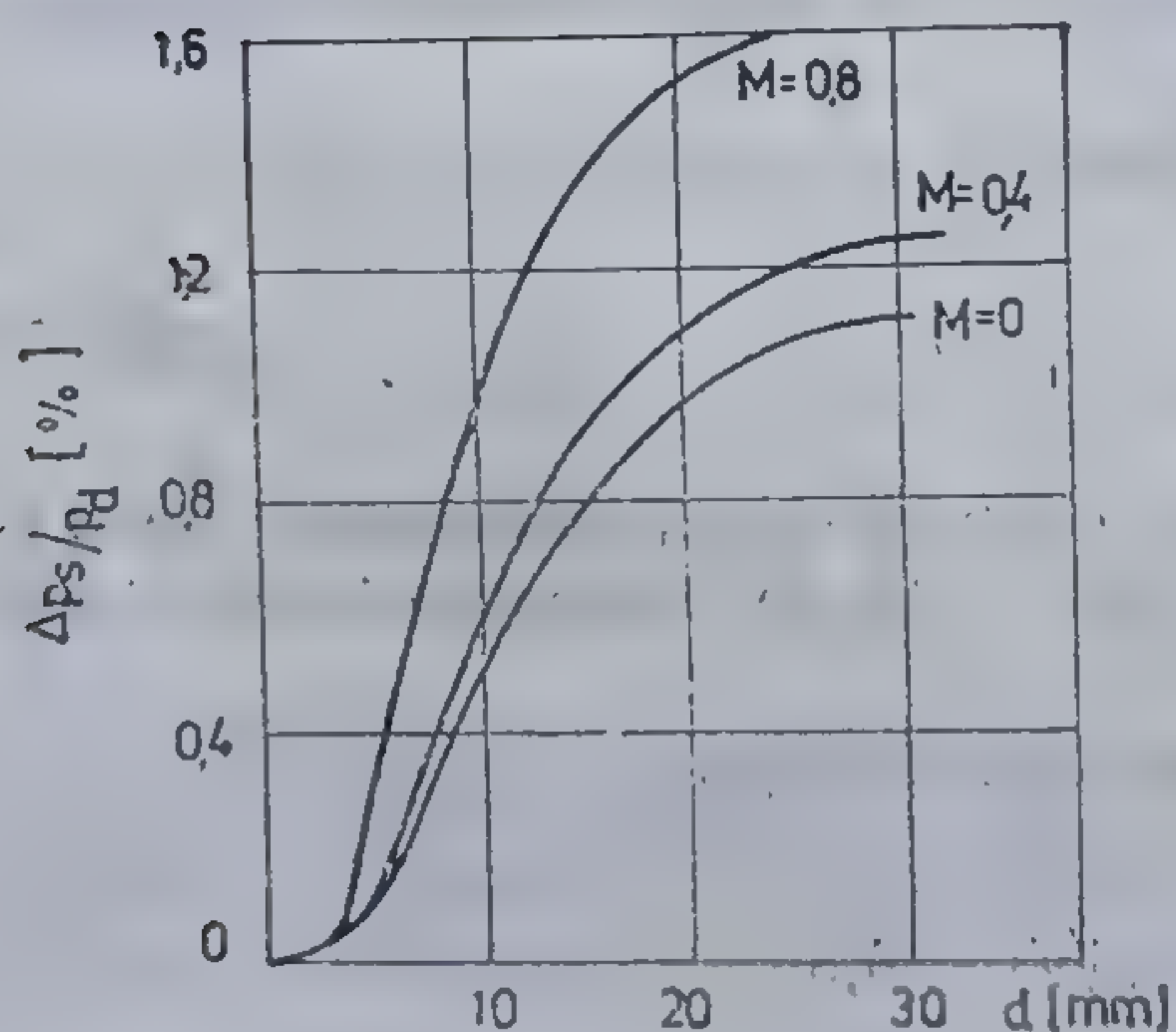


Fig. 11.7. Efectul diametrului prizei d și a criteriului Mach M asupra erorii relative, la măsurarea presiunii statice.

Distribuția de presiune în jurul unui cilindru folosit, de exemplu ca senzor de presiune, depinde de poziția prizei față de direcția de curgere a fluidului și valoarea criteriului Mach. Unghiul θ_{cr} , față de direcția de curgere a fluidului la care valoarea presiunii statice este minimă se numește *unghi critic*; dependența lui față de numărul Mach și raportul d/D se prezintă în figura 11.8 (d este diametrul orificiului, iar D — diametrul sondei).

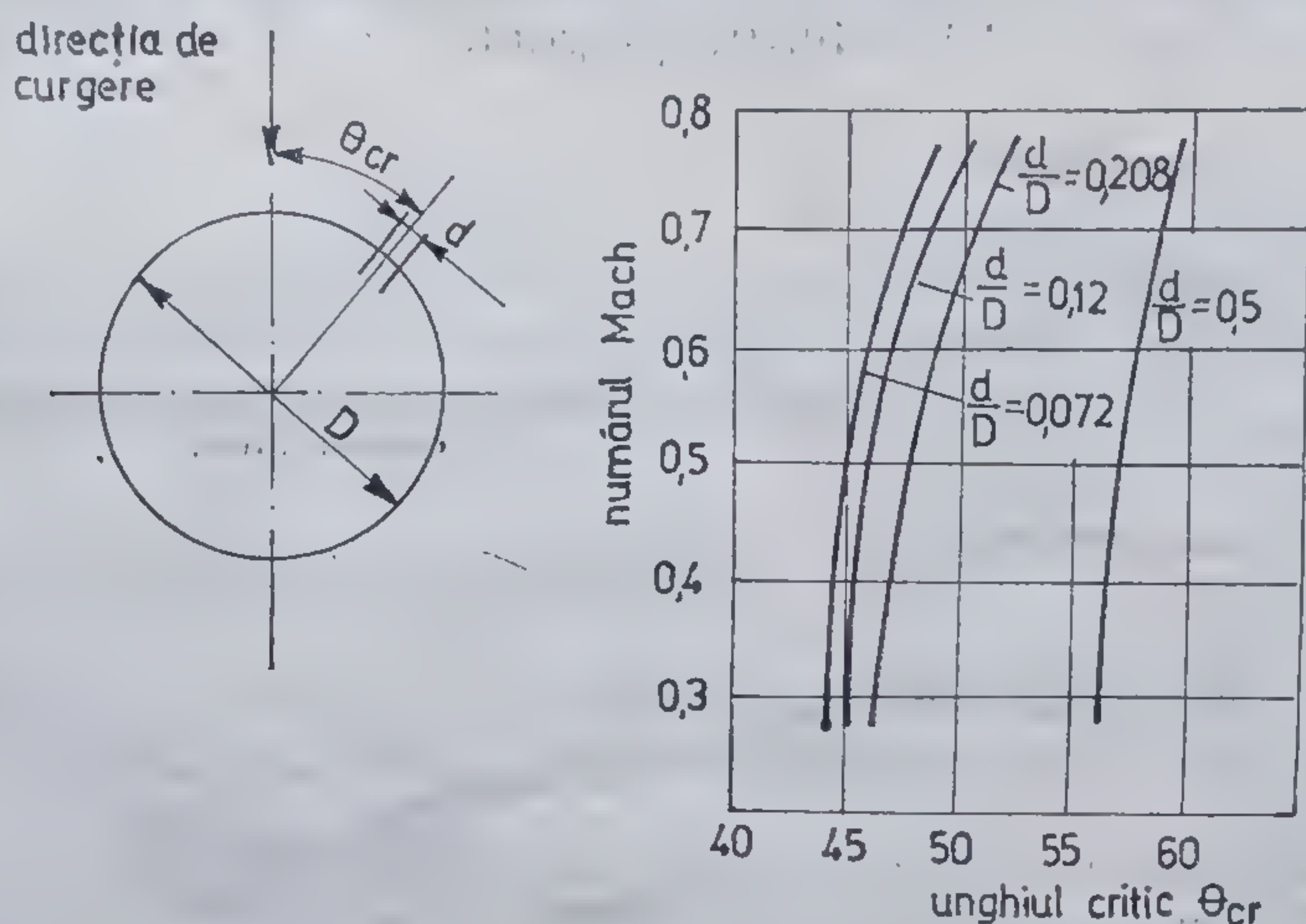


Fig. 11.8. Dependența unghiului critic θ_{cr} de criteriul Mach și raportul d/D .

Ținând seamă de această observație, poate fi determinată direcția curgerii unui fluid, folosind două orificii decalate cu unghiul $2\theta_{cr}$. Comparînd erorile relative care intervin la stabilirea presiunii statice $\frac{\Delta p_s}{p_a}$ pentru două forme posibile ale sondelor — cerc și triunghi — se constată că în cazul triunghiului eroarea relativă se menține în jurul valorii de zero pentru un domeniu mai larg de variație a raportului S/L (fig. 11.9).

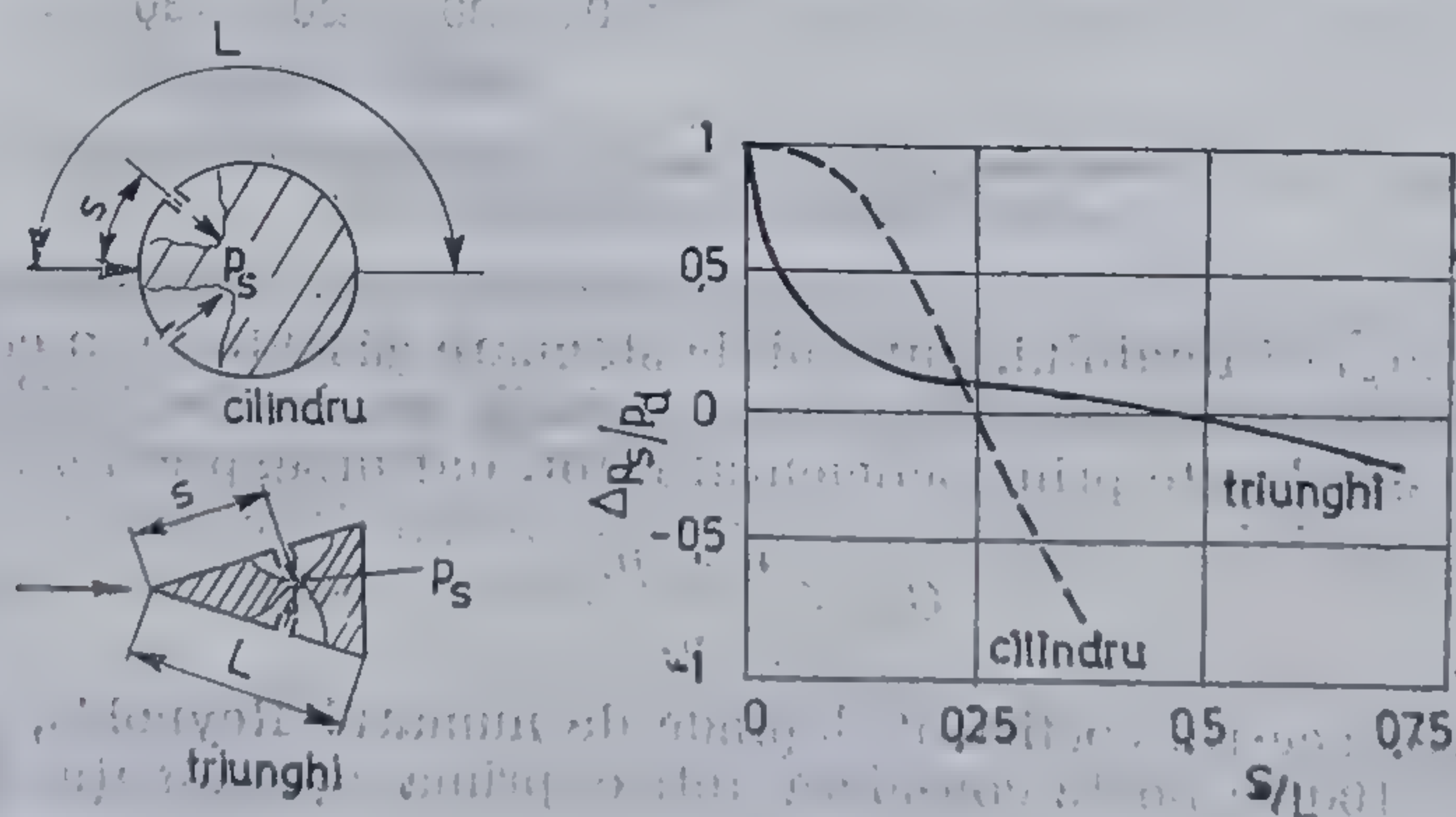


Fig. 11.9. Compararea performanțelor sondelor n formă de cerc și triunghi.

Deși orificiul pentru preluarea prizei de fluid nu modifică debitul curentului principal, în condițiile unor valori ridicate ale gradientului de presiune este necesar să se modifice poziția orificiului, astfel încât el să fie plasat departe de punctul de stagnare. Expresia unghiului de corecție față de valoarea critică, pentru un cilindru sau sferă, este

$$\Delta\theta = 40,107 \frac{d}{D} [\text{grade}] \quad (11.18)$$

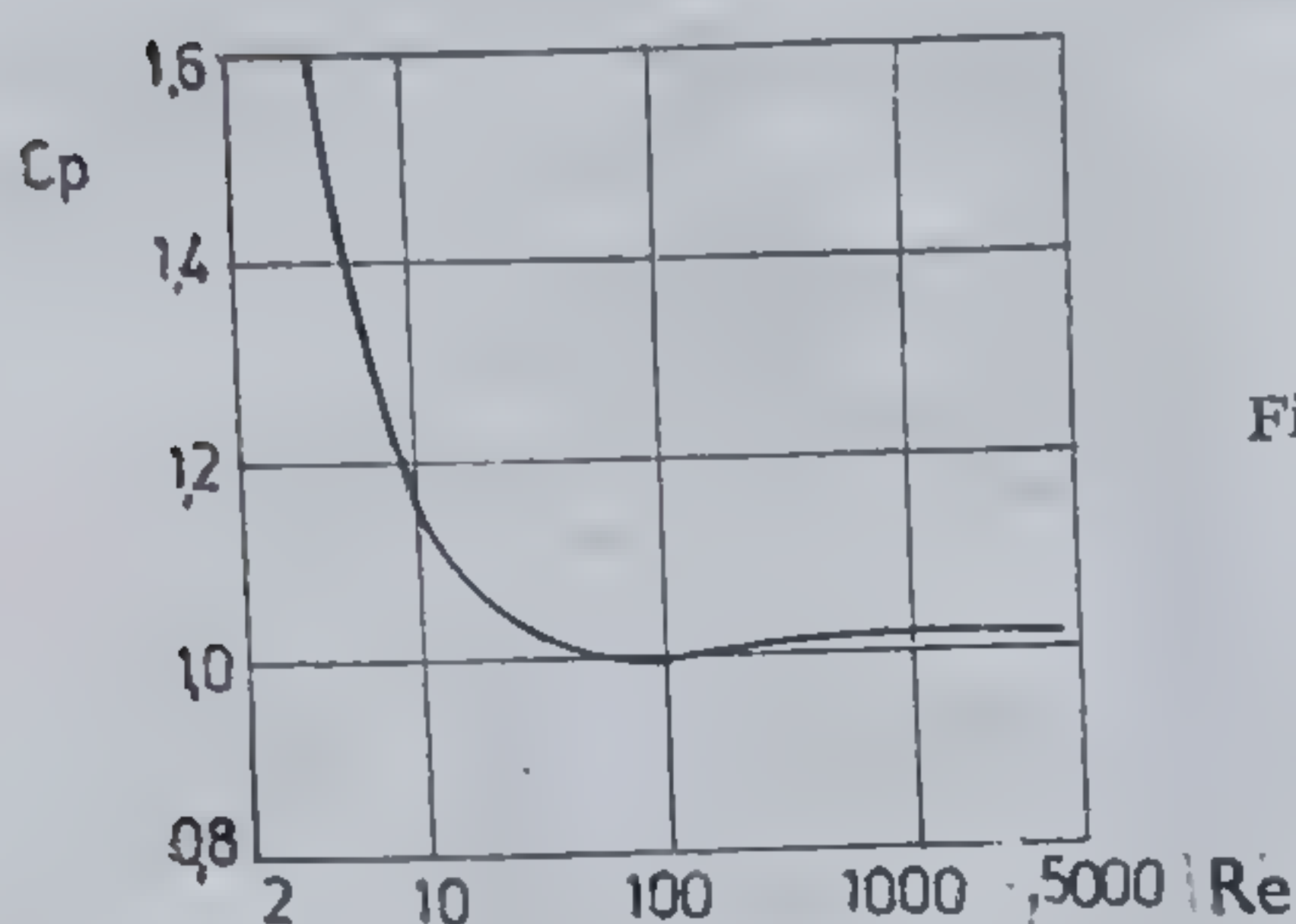


Fig. 11.10. Efectul criteriului Reynolds asupra coeficientului Pitot.

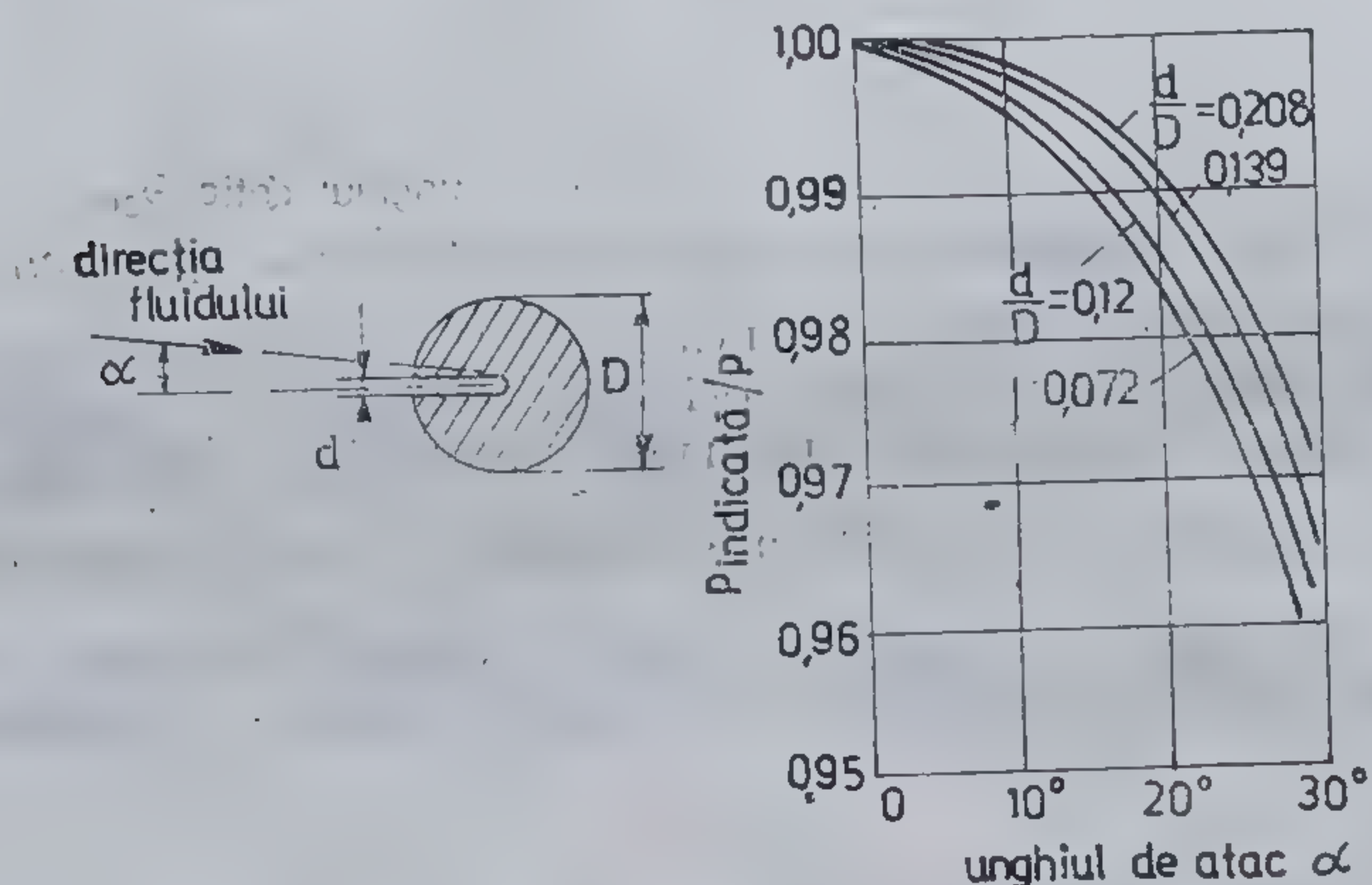


Fig. 11.11. Influența unghiului de atac α și a raportului d/D asupra preciziei de măsurare a presiunii totale.

Valoarea presiunii totale se obține tot cu ajutorul unor sonde dispuse pe direcția curgerii fluidului, punctul de stagnare găsindu-se în centrul de greutate al secțiunii prizei de prelevare. Valorile presiunilor totale, statice și dinamice, sînt legate prin coeficientul Pitot, dat de expresia :

$$C_p = \frac{p - p_s}{p_a} \quad (11.19)$$

Valoarea acestui coeficient depinde de numărul Reynolds, și numai pentru $Re > 100$ se poate considera într-o primă aproximație că $C_p \approx 1$ (fig. 11.10).

Valoarea măsurată a presiunii totale p depinde de unghiul de atac α între direcția locală a curgerii fluidului și direcția sondei; în figura 11.11 se prezintă influența acestui unghi de atac și a raportului d/D asupra valorii relative a presiunii totale indicată de sondă.

Plasarea unei sonde în curentul de fluid (de exemplu a unui tub Pitot) produce o turbulență care afectează presiunea statică indicată, ea devenind

$$p'_s = p_s + \frac{\rho \cdot \overline{w_t^2}}{2},$$

unde $\overline{w_t^2}$ este media pătratelor valorilor componentelor axiale ale vitezelor, care nu trebuie să depășească cu mai mult de 20% viteza medie w ; deci termenul $(\rho \overline{w_t^2})/2$ este aproximativ egal cu 4% din p_a .

11.3. MĂSURAREA DEBITULUI

Expresia conservării debitului masic evidențiază menținerea constantă în regim permanent a produsului între densitate, arie și viteză ($\dot{m} = \rho A w = \text{const.}$).

Principiul continuității a fost stabilit încă din anul 1502 de Leonardo Da Vinci, iar în 1687 Newton a formulat legea a doua a mecanicii, în strînsă legătură cu noțiunea de masă.

În jurul anului 1700, Christian Huygens și Gottfried Wilhelm Leibnitz au formulat legea conservării energiei în procesele de ciocnire, iar în 1748 Daniel Bernoulli a stabilit principiul conservării energiei în general. Expresia matematică a legii de continuitate, așa cum este cunoscută astăzi, a fost stabilită de Leonhard Euler, contemporan și prieten cu Bernoulli:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_x w_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_y w_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_z w_z) = 0 \quad (11.21)$$

Pentru o valoare constantă a densității, în absența frecărilor, rezultă

$$p = \frac{\rho w^2}{2} + \rho g z = \text{const.} \quad (11.22)$$

Preocupări pentru găsirea unor metode de măsurare a debitului au apărut mult mai târziu. În anul 1895 Clemens Herschel a inventat tubul Venturi, care a fost ulterior perfecționat și studiat prin lucrările lui Buckingham, Bean și Beitler.

Măsurarea debitului se bazează pe aplicarea ecuației de continuitate între două secțiuni de control astfel:

$$\rho_1 \cdot A_1 \cdot w_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot w_2 = \dot{m} = \text{const.} \quad (11.23)$$

de unde: $w_2 = w_1 \frac{A_1}{A_2} \frac{\rho_1}{\rho_2}$

În condițiile considerării procesului de curgere ca reversibil și în absența unui schimb de lucru mecanic cu mediul exterior, debitul teoretic de fluid dat de un tub Venturi are expresia

$$\dot{m} = \frac{p \cdot A_2}{T^{1/2}} \left\{ \left(\frac{p_{d2}}{p} \right)^{k/2} \left[1 - \left(\frac{p_{d2}}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \right\}^{1/2} \left(\frac{1}{R} \frac{2 \cdot k}{k-1} \right)^{1/2} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (11.24)$$

în care: p reprezintă presiunea totală; p_{d2} — presiunea dinamică în secțiunea minimă; k — exponentul adiabatic.

În cazul măsurării cu ajutorul diafragmei, debitul real de fluid este dat de expresia

$$\dot{m}_r = c_D \cdot \dot{m}_t \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (11.25)$$

unde c_D reprezintă un coeficient de corecție al debitului teoretic de fluid \dot{m}_t .

Valoarea c_D a coeficientului de corecție al debitului ține seamă atât de contracția jetului de fluid în aval de diafragmă c_{Re} , cât și de compresibilitatea fluidului c_ε ; deci $c_D = c_{Re} \cdot c_\varepsilon$, expresiile celor doi coeficienți de corecție fiind:

$$c_{Re} = 0,19436 + 0,152884 \cdot \ln(\text{Re}_d) - 0,0097785(\ln \text{Re}_d)^2 + \\ + 0,00020903 (\ln \text{Re}_d)^3 \quad (11.26)$$

$$c_\varepsilon = 1 - \frac{0,41 + 0,35 \cdot \beta^4}{k} \left(1 - \frac{p_{s2}}{p_{s1}} \right) \quad (11.27)$$

în care: $\text{Re}_d = \frac{\text{Re}_D}{\beta}$

Re_D — valoarea criteriului Reynolds, corespunzător diametrului D al conductei;

β — raportul diametrelor d/D ;

k — exponentul adiabatic;

p_{s1} și p_{s2} — valorile presiunilor statice;

\dot{m}_t — debitul teoretic de fluid, dat de expresia

$$\dot{m}_t = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \left[\frac{2 \rho_1 (p_1 - p_2)}{1 - \beta^4} \right]^{1/2} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]; \quad (11.28)$$

p_1 și p_2 — valorile presiunilor;

ρ_1 — densitatea în secțiunea de intrare.

Pentru a limita sub 20% perturbațiile, pe o distanță de 6 diametre în fața diafragmei trebuie plasat un tronson rectiliniu pe o conductă cu un diametru $D > 50$ mm și valori mai mici de 0,75 a raportului d de diametre d/D . Abaterea coeficientului de debit c_{Re} , din expresia (11.26),

este de $\pm 0,55\%$ pentru o valoare a criteriului $Re_D > 125 \cdot 10^3 \cdot D$ (în care D se înlocuiește în mm).

11.4. STAND EXPERIMENTAL PENTRU DETERMINAREA DISTRIBUȚIEI DE PRESIUNI ȘI TEMPERATURI ÎNTR-UN JET

Standul experimental care se prezintă permite stabilirea distribuțiilor de viteze, presiuni și temperaturi într-un jet liber și turbionat, pe baza cărora se pot trage concluzii în legătură cu evoluția jetului. De asemenea, utilizând mai multe variante de dispozitive de generare a jeturilor, se poate stabili influența formei constructive și dimensiunilor geometrice sau a configurației gurii de refulare asupra structurii și a modului de compunere și amestecare a jeturilor.

Pentru jeturi turbionate se pot efectua studii comparative montând succesiv pe stand mai multe tipuri de dispozitive, ca de exemplu :

- dispozitiv cu carcasă cilindrică cu unul și cu trei canale tangențiale de admisie;
- carcasă melcată cu admisie tangențială;
- dispozitiv cu palete drepte dispuse tangențial.

Modificarea intensității de turbionare se poate realiza fie prin schimbarea debitului de fluid, fie prin modificarea parametrilor geometrici ai turbionatorului.

Schema de principiu a standului este prezentată în figura 11.12.

Pentru a putea realiza curgerea a două sau mai multe jeturi, atât separat cât și în interacțiune unul cu celălalt, s-a ales soluția alimentării instalației cu mai multe surse independente de aer și anume :

- Un ventilator de aer de tip centrifugal, de $2500 \text{ m}^3/\text{h}$, cu suprapresiune $300 \text{ mm H}_2\text{O}$ și turație maximă de 2800 rot/min , acționat de un motor electric de curent continuu cu turație variabilă, de 4 kW . Debitul de aer se măsoară cu ajutorul unei diafragme cu diametrul interior de 39 mm montată pe un tronson de conductă cu diametrul de 100 mm .

- Un ventilator centrifugal de $500 \text{ m}^3/\text{h}$, cu suprapresiune de $400 \text{ mm H}_2\text{O}$ și turația de 2800 rot/min , acționat de un motor electric de 1 kW cu turația de 2750 rot/min , cuplat direct pe axul ventilatorului. Debitul de aer se măsoară, de asemenea, cu o diafragmă cu diametrul de 50 mm , montată pe un tronson de conductă cu diametrul interior de 68 mm .

- Alimentarea cu aer de la rețeaua de aer comprimat, debitul fiind măsurat cu un sistem de rotametre cu tub de sticlă, montate în paralel pentru a putea realiza o gamă mai largă de variație a debitului.

Încălzirea aerului (pentru studiul jeturilor neizoterme) se realizează cu o rezistență electrică cu puterea de 2000 W . Încălzitorul este prevăzut cu o termorezistență pentru măsurarea temperaturii aerului și un sistem de reglare pentru menținerea constantă a temperaturii. Temperatura maximă a fluidului încălzit este de 250°C .

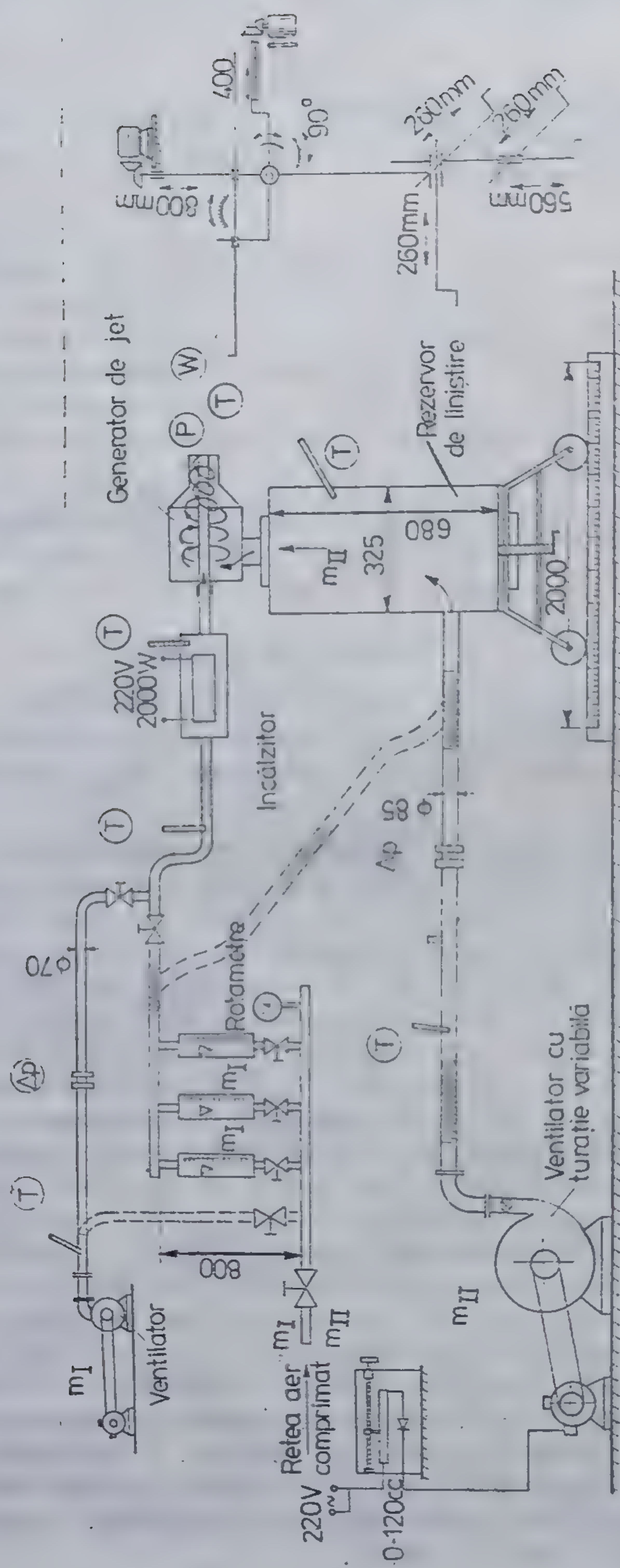


Fig. 11.12. Stand experimental pentru studiul jeturilor.

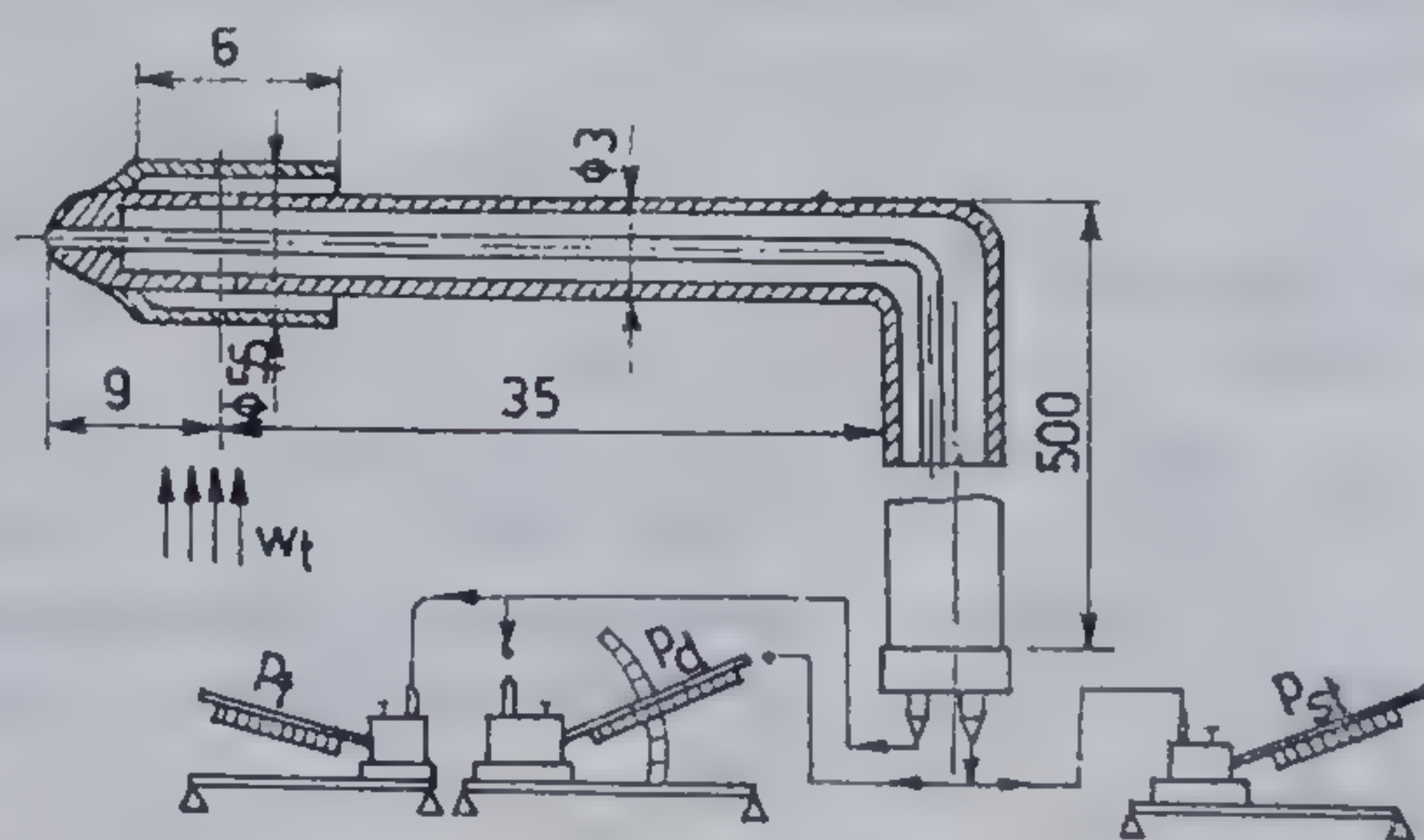
Dispozitivele de turbionare studiate sînt racordate la un rezervor cilindric tampon cu diametrul de 325 mm și înălțimea de 680 mm, avînd rolul de liniștire și uniformizare a curgerii fluidului. Măsurarea presiunii aerului în rezervor are loc prin intermediul unei prize racordată la un manometru diferențial, iar măsurarea temperaturii cu un termometru prevăzut cu o teacă. Întregul ansamblu rezervor — dispozitiv de turbionare se poate deplasa pe o distanță de 2000 mm. Sistemul are, de asemenea, posibilitatea rotirii cu 120° în jurul axei rezervorului și blocării în poziția dorită cu ajutorul unei plăci turnante montate la partea inferioară.

Dispozitivul de fixare și poziționare spațială a sondelor de măsurare este montat pe un suport care permite deplasarea în plan vertical pe o distanță de 560 mm, iar în plan orizontal pe două direcții perpendiculare, de 260 mm lungime fiecare. Dispozitivul special de poziționare spațială a sondei propriu-zise asigură deplasări ale ei pe verticală de 800 mm și în direcția transversală de 400 mm. Deplasarea pe cele două direcții menționate a dispozitivului se face de către un motor electric cu turație de 1500 rot/min. Dispozitivul de poziționare a sondei de măsură permite și rotirea ei în plan vertical cu 170° iar în plan orizontal cu 90° . Domeniul de investigație are loc pînă la distanța axială de $20 D_0$ de la secțiunea de ieșire a dispozitivului de turbionare (D_0 fiind diametrul gurii de ieșire a dispozitivului), iar în planul secțiunilor transversale, atît în direcție orizontală cît și verticală, pînă la 800 mm.

Investigarea cîmpului de viteze în diferite secțiuni transversale prin jet se face atît cu ajutorul unei sonde Pitot-Prandtl de diametru foarte mic, racordată la un micromanometru diferențial, cît și cu o sondă sferică cu cinci găuri.

Cu tubul Pitot-Prandtl (fig. 11.13) pot fi măsurate componentele axiale ale vitezelor și vitezele totale orientînd sonda paralel cu axa geometrică a dispozitivului de formare a jetului turbionat.

Fig. 11.13. Tub Pitot-Prandtl pentru măsurarea componentei axiale a jetului



Pentru a se anula influența componentelor tangențiale ale vitezei jetului turbionat asupra presiunii statice recepționate de priza tubului Pitot-Prandtl, se montează o teacă metalică de protecție în zona capului sondei.

Cu sonda cu cap sferic cu cinci găuri (fig. 11.14) se pot măsura simultan toate componentele vectorului viteză (w_{axial} , w_{radial} și $w_{tangențial}$) precum și presiunea statică.

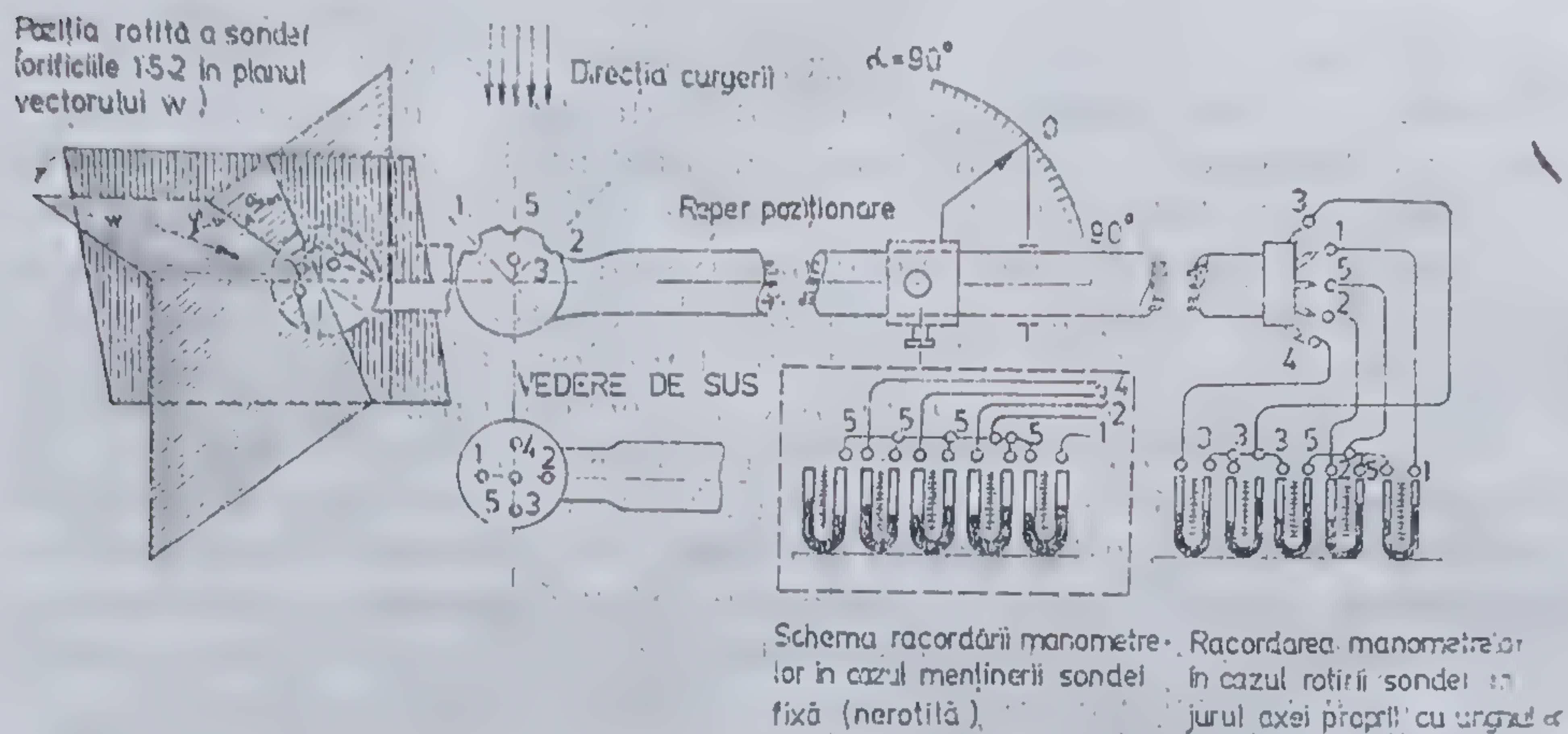


Fig. 11.14. Sondă cu cinci orificii.

Partea principală a sondei, o constituie capul sferic cu cinci orificii situate în două plane perpendiculare. Axele orificiilor laterale 1, 2, 3, și 4 sînt executate sub un unghi de 45° în raport cu axa orificiului din mijloc 5. Sonda poate fi deplasată astfel încît capul sferic să se afle în punctul de măsurare dorit și poate fi rotită în jurul propriei axe pentru ca orificiile să fie orientate într-o anumită direcție.

Pentru a efectua măsurările, se aduce sonda cu ajutorul dispozitivului de poziționare în punctul de măsură dorit. Se rotește apoi sonda în jurul axei ei pînă ce presiunea diferențială $p_3 - p_4$ devine nulă. În această poziție rezultă că $p_5 - p_3 = p_5 - p_4$ și, în consecință, planul în care se află vectorul vitezei este planul axei sondei și a orificiului 5. Unghiul de rotire a sondei față de poziția inițială, luată ca referință, se notează α . Se măsoară apoi, în poziția astfel determinată, valorile presiunilor diferențiale $p_1 - p_2$, $p_1 - p_5$ și $p_5 - p_3$. Raportul presiunilor $(p_1 - p_5) / (p_1 - p_2)$ permite stabilirea cu ajutorul curbei de etalonare din fig. 11.15 a unghiului φ dintre axa sondei și direcția vectorului viteză.

Presiunea diferențială $p_5 - p_3$ permite determinarea mărimii vitezei aplicînd presiunii dinamice măsurate un coeficient de corecție dat de relația $\xi = \frac{2(p_5 - p_3)}{\rho w^2}$.

Pentru determinarea componentelor vitezei se efectuează următoarele calcule:

— se stabilește raportul $\phi = (p_1 - p_5) / (p_1 - p_2)$ și se citește pe curba din figura 11.15 valoarea unghiului φ ;

— se determină valoarea corecției ξ și se calculează mărimea vitezei cu relația :

$$w = \sqrt{2(p_5 - p_3) / \rho \cdot \xi}$$

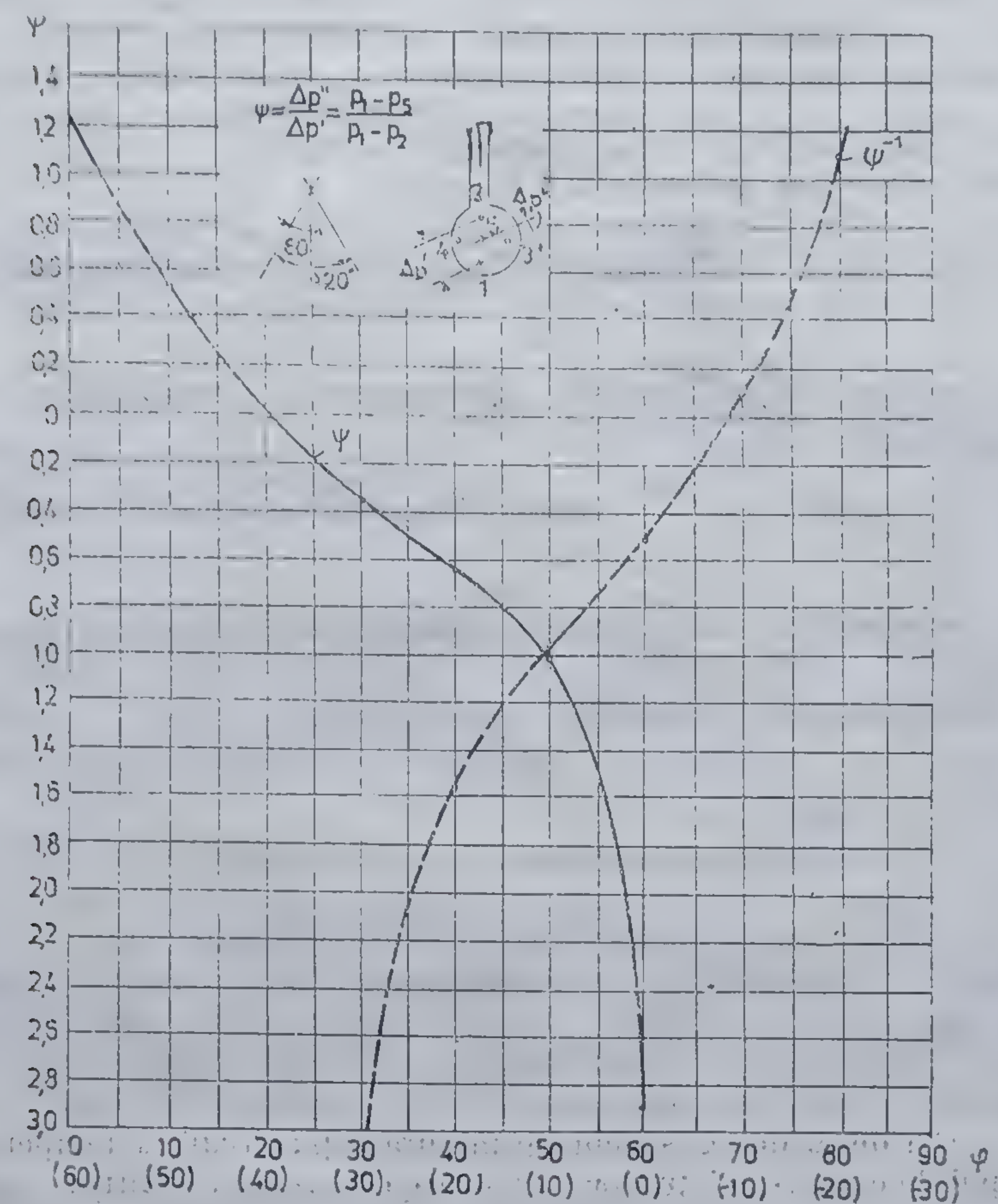


Fig. 11.15. Curba de etalonare a sondei cu cinci orificii.

— componentele vitezei se determină cu relațiile

$$w_a = w \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha$$

$$w_t = w \cdot \cos \varphi \cdot \sin \alpha$$

$$w_r = w \cdot \sin \varphi$$

Pentru investigarea mai comodă și rapidă a câmpului de viteze în jeturile turbionate se poate folosi și procedeul menținerii fixe a poziției sondei față de axul propriu, translatînd-o numai transversal și în lungul direcției de curgere și măsurînd diferențele de presiune dintre

orificiile 1, 2, 3, 4 ale sondei și orificiul central 5. Pe baza diferențelor de presiune măsurate se determină apoi valorile mărimii vectorului viteză și unghiurile de înclinare ale acestora în raport cu axa orificiului central al sondei φ și cu planul ecuatorial al sondei. Se calculează apoi cele trei componente ale vectorului viteză în coordonate cilindrice w_a , w_r și w_t .

Relațiile teoretice ce exprimă legătura dintre diferențele de presiune $p_5 - p_1$, $p_5 - p_2$, $p_5 - p_3$, $p_5 - p_4$, mărimea vectorului viteză și unghiurile de înclinare a acestuia față de axa orificiului central (φ) și planul ecuatorial al sondei (α) se pot prezenta sub formele

$$\Delta p_I = p_5 - p_1 = \frac{9}{8} \frac{\rho w^2}{2} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \alpha - 2 \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \sin \alpha);$$

$$\Delta p_{II} = p_5 - p_2 = \frac{9}{8} \frac{\rho w^2}{2} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \alpha - 2 \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \cos \alpha);$$

$$\Delta p_{III} = p_5 - p_3 = \frac{9}{8} \frac{\rho \cdot w^2}{2} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \alpha + 2 \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \sin \alpha);$$

$$\Delta p_{IV} = p_5 - p_4 = \frac{9}{8} \frac{\rho \cdot w^2}{2} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \cos^2 \alpha + 2 \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \cos \alpha).$$

În baza acestor relații se exprimă fiecare dintre parametrii necușiți α , φ și w în funcție de valorile celor patru diferențe de presiune măsurate în câmpul de viteze al jetului.

Distribuția de temperatură în jet poate fi stabilită cu ajutorul următoarelor sisteme:

— Primul sistem constă dintr-o microtermorezistență cu lungimea de 6 mm și diametrul de 2,5 mm, cuplată cu un logometru indicator, avînd scala gradată de la 0°C la 250°C din grad în grad. Termorezistența este montată în capătul unei teci ceramice fixată într-o manta metalică de forma unei sonde cu diametrul exterior de 6 mm.

— Cel de al doilea sistem de măsurare punctuală a temperaturilor în câmpul de curgere a jeturilor turbionate este realizat dintr-un traductor cu o diodă de siliciu tip 1N 4148 (avînd diametrul \varnothing 1 mm și lungimea 2 mm) conectat printr-un circuit electronic la un miliampermetru gradat direct în °C. Reglajul câmpului de măsură se realizează cu ajutorul a două potențiometre variabile de cîte 10 k Ω fiecare. Sistemul este alimentat la 9V de la o sursă de curent continuu. Valorile maxime ale temperaturilor măsurate se situează în jur de 130°C.

Atît termorezistența cît și traductorul cu diodă se fixează de tija dispozitivului de poziționare a sondelor, astfel încît să se poată investiga aceleași puncte ale jetului în care s-au făcut și determinările de viteze și presiune.

11.5. DETERMINAREA UMIDITĂȚII UNUI MEDIU BIFAZIC MONOCOMPONENT

Problema de care depind fenomenele gazodinamice ale mediului bifazic monocompont este umiditatea y și coeficientul de alunecare interfazic φ :

$$\varphi = \frac{w_v}{w_l} \quad (11.29)$$

în care w_v și w_l sînt vitezele de deplasare a fazei de vapori și a fazei lichide.

Determinarea umidității se poate face prin metoda calorimetrică. În figura 11.16 se prezintă schema calorimetrului cu încălzire electrică.

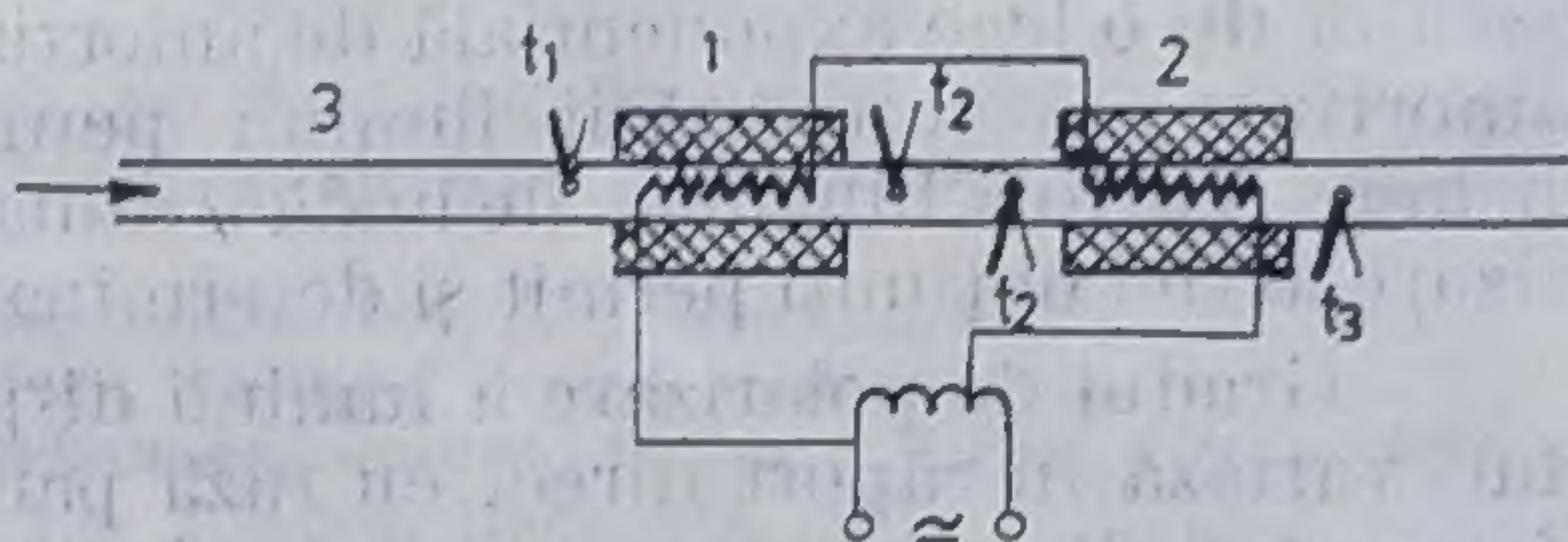


Fig. 11.16. Calorimetru pentru determinarea umidității mediilor bifazice

El este compus din două încălzitoare electrice (1) și (2) și o serie de termocuple montate la intrarea și ieșirea mediului bifazic din ele. Principiul de funcționare se bazează pe uscarea și supraîncălzirea amestecului. Căldura dată în cele două încălzitoare este

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (11.30)$$

$$\text{în care:} \quad Q_1 = r_1 \dot{m}_{bf} y + c_{pv} \dot{m}_{bf} (t_2 - t_1) + \Delta Q_1 \quad (11.31)$$

$$Q_2 = \dot{m}_{bf} c_{pv} (t_3 - t_2) + \Delta Q_2 \quad (11.32)$$

unde: r reprezintă căldura de vaporizare; \dot{m}_{bf} — debitul de mediu bifazic ce circulă prin aparat; $y = 1 - x$ — umiditatea mediului; t_1, t_2, t_3 = temperaturile indicate în fig. 11.16; $\Delta Q_1, \Delta Q_2$ — pierderile de căldură. De obicei sînt respectate condițiile

$$Q_1 = Q_2 \text{ și } \Delta Q_1 = \Delta Q_2$$

În aceste condiții umiditatea se determină din relația

$$y = \frac{c_{pv} [(t_3 - t_2) - (t_2 - t_1)]}{r} \quad (11.33)$$

11.6. DETERMINAREA GRADULUI DE DISPERSIE A FAZEI LICHIDE ÎN FAZA GAZOASĂ

După cum s-a prezentat în capitolele anterioare, modul în care se găsește dispersată faza lichidă în faza gazoasă influențează procesul de curgere a mediului bifazic.

Una din metodele de determinare a acestei mărimi este cea optică, care se bazează pe fenomenul de dispersare a luminii la trecerea ei prin mediul bifazic. Dimensiunile particulelor lichide dispersate în faza de gaz determină gradul de opacizare a mediului bifazic, iar numărul lor în unitatea de volum determină intensitatea și caracterul luminii dispersate.

Prin metoda optică se pot efectua următoarele măsurări :

- măsurarea gradului de transparență a mediului bifazic ;
- măsurarea gradului de polarizare a luminii dispersate ;
- măsurarea indicelui de dispersare (de difracție) a luminii.

Toate măsurătorile se efectuează folosind o sursă de lumină monocromatică.

Scăderea intensității luminii ce trece prin jetul de mediu bifazic ascultă de o lege exponențială de amortizare. Cunoașterea coeficientului de amortizare a intensității luminii permite determinarea razei picăturii lichide. Variind lungimea de undă a radiației incidente, coeficienții de amortizare astfel obținuți permit și determinarea numărului de particule lichide.

Gradul de polarizare a luminii dispersate (în zona vizuală a spectrului) variază în raport direct cu raza particulei, așa încît, cu ajutorul unui fotometru de polarizare, se poate determina raza particulei în funcție de intensitatea luminii polarizate trecute prin jetul de mediu bifazic.

În cazul picăturilor cu diametru mare, se pot folosi și fotografii cu expunere rapidă a jetului bifazic.

11.7. MĂSURAREA PRESIUNII ÎN MEDIUL BIFAZIC

La măsurarea presiunii frînate sau statice într-un mediu bifazic în curgere, sau a direcției vitezei de curgere, cu aparatura folosită la gazul perfect, este posibilă apariția unor erori necontrolabile și importante.

În primul rînd, trebuie evitată pe conducta de legătură sondă — aparat de măsură apariția fenomenului de condensare, ceea ce este foarte dificil de realizat practic. De asemenea aderența și aglomerarea particulelor lichide pe sondă duce la apariția unor erori de măsură a căror valoare depinde de umiditatea y a mediului bifazic.

S-a constatat experimental că erorile ce apar la măsurarea presiunii statice sînt foarte mici, nedepășind 2,5%, dar cele ce apar la măsurarea presiunii dinamice pot depăși și 35%. Ca urmare, aparatura de măsură este specifică fiecărei cercetări și este confecționată special cazului respectiv.

BIBLIOGRAFIE

1. Ștefănescu, D., ș.a., Bazele termotehnicii, EDP, București, 1970.
2. Ștefănescu, D., Marinescu, M., Termotehnică, EDP, București, 1983.
3. Abramovici, G.N., Angewandte Gasdynamik, VEB Verlag, Berlin, 1968.
4. Rott, R.M., Introduction to Gas Dynamics, Ed. John Wiley and Sons, New York, 1962.
5. Liepmann, H.W., Roshko, A., Elements of Gasdynamics, John Wiley and Sons, New York, 1957.
6. Shapiro, A.H., The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, Ronald Press, New York, 1953.
7. Mc. Adams, W.H., Heat Transmission, Mc Graw-Hill, New-York, 1942.
8. Carafoli, E., Constantinescu, V.N., Dinamica fluidelor incompresibile, Ed. Academiei R.S.R., București, 1981.
9. Landau, L., Lifschitz, E., Mécanique des fluides, Izd. Mir, Moscova, 1971.
10. Traupel, W., Thermische Turbomaschinen, Springer Verlag, Berlin, 1958.
11. Eckert, B., Axialkompressoren und Radialkompressoren, Springer Verlag, Berlin, 1953.
12. Stambuleanu, A., Flacăra industrială, Ed. Tehnică, București, 1971.
13. Benedict, R.P., Fundamentals of Temperature, Pressure and Flow Measurements, John Wiley and Sons, New York, 1977.
14. Vasilescu, Al.A., Analiza dimensională și teoria similitudinii, Ed. Academiei RSR, București 1969.
15. Seifert, H., Instationäre Strömungsvorgänge in Rohrleitungen und Verbrennungskraftmaschinen Springer Verlag, Berlin, 1962.
16. Sissom, L.E., Pitts, D.R., Elements of Transport Phenomena, Mc Graw Hill Book Company, New York, 1972.
17. Ahmedov R.B. ș.a., Aerodinamika zakrucennoi strui, Moskva, Izd. Energhia, 1977.
18. Bradshaw, P., An Introduction to Turbulence and its Measurement. Oxford, Pergamon Press, 1971.
19. Hinze J.O., Turbulence (ed. a II-a). New York, McGraw-Hill, 1975.
20. Loifilanskii L.G., Mehanika jidkosti i gaza Izd. Nauka, 1973.
21. Rajaratnam N., Turbulent Jets. Elsevier Scientific Publishing Company (cap. 7 „Circular jets with swirl”, p. 130—148), 1976.
22. Reynolds A.J. „Curgeri turbulente în tehnică” (Trad. din l. engleză), Editura Tehnică 1982.
23. Schlichting H., „Boundary Layer Theory” New York, McGraw Hill, Book Company Inc, 1970.
24. Delci, Filipov. Gazodinamica mediilor bifazice, Moskwa, 1968
25. Beér J. M., Chigier N.A. Combustion Aerodynamics. Londra, Applied Science Publishers, 1972.
26. Mihăescu L., Cristea E., Ganea I., Pănoiu N., Totolo C. Arzătoare turbionare. București, Editura Tehnică, 1986.